



# Elementi magnetizma

## Magnetsko polje stacionarnih struja

### Ørstedovi pokusi



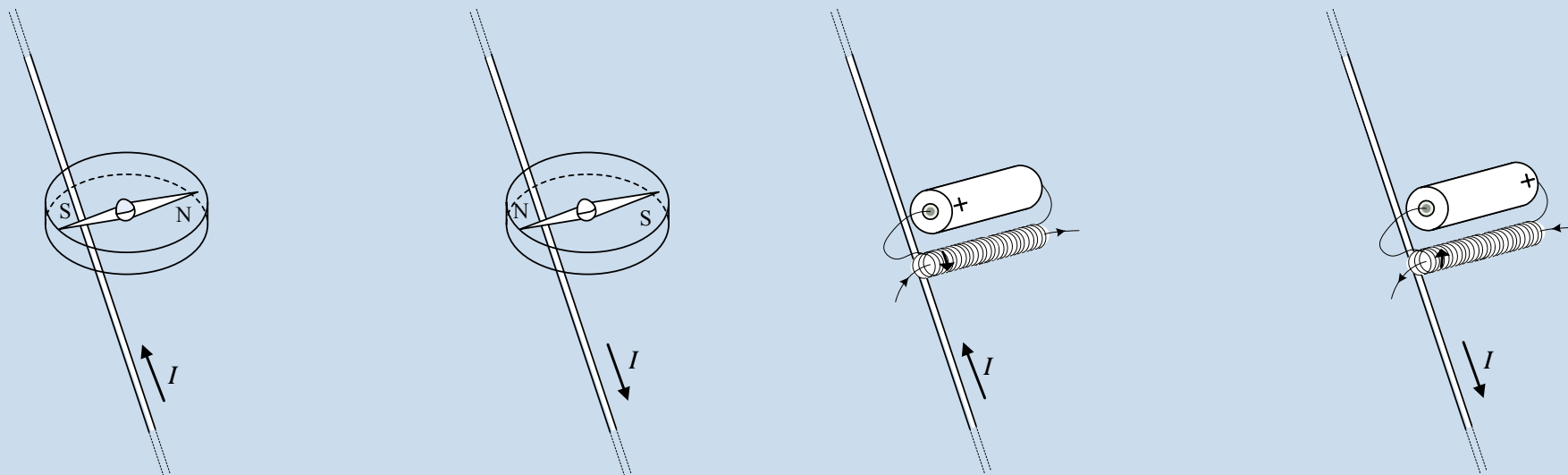
Ørsted je ispitivao utjecaj prolaska galvanske struje kroz vodljivu žicu na magnetsku iglu koja je bila u blizini te žice. Kad položaj magnetske igle bio normalan na položaj osi žice nije se manifestiralo djelovanje bilo kakve mehaničke sile, uzrokovane magnetskim poljem.

Kad je položaj magnetske igle paralelan s vodičem sa stalnom istosmjernom strujom, uočena je mehanička sile na nju. Kada se promijeni smjer struje u vodiču, magnetska igla otklonila se na suprotnu stranu.

# Elementi magnetizma

## Magnetsko polje stacionarnih struja

### Ørstedovi pokusi

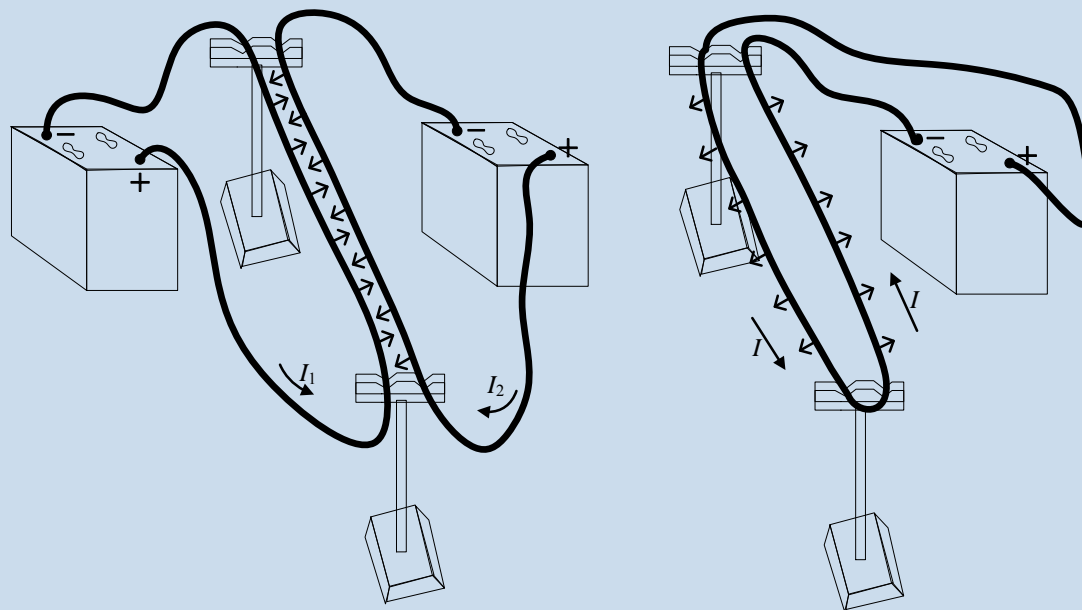


Isto djelovanje kao i na magnetsku iglu, vodič sa stalnom istosmjernom strujom ima i na svitak, napaja preko baterije i visi o tankom koncu, tako da se može lako pomjerati.

# Elementi magnetizma

## Magnetsko polje stacionarnih struja

### Ørstedovi pokusi



Opisana mehanička djelovanja puno se jasnije iskazuju u slučaju dva tanka paralelna vodiča, kroz koje se usmjeravaju stalne istosmjerne struje.



# Elementi magnetizma

## Magnetsko polje stacionarnih struja

### Pojam magnetskog polja



Pojave iskazane u opisanim eksperimentima, manifestiraju se i u mnogim drugim situacijama kao što su: međudjelovanje dva stalna magneta, djelovanje zemljinog magnetskog polja na magnetsku iglu i slično. Sve te pojave imaju očigledno zajedničku karakteristiku u tome, da je evidentno prisutna modifikacija osobina tog prostora zbog pojave djelovanja mehaničkom silom na vodiče s električnom strujom, ili stalne magnete. U tom kontekstu se tom prostoru i pridružuje naziv magnetsko polje.



## Elementi magnetizma

# Magnetsko polje stacionarnih struja

## Kvantitativni opis magnetskog polja



Za grafičko predočavanje karakteristika magnetskog polja, uobičajeno se koristi vektor magnetske indukcije  $\mathbf{B}$ , čije vektorske linije iskazuju neke osnovne osobine tog prostora. Linije vektora  $\mathbf{B}$  su neprekidne usmjerene linije, zatvorene same u sebe, čija je gustoća proporcionalna intenzitetu vektora magnetske indukcije u pojedinim dijelovima analiziranog prostora.

U svakoj od opisanih varijanti mehaničkih djelovanja zbog električne struje pojavljuje se električni naboj u gibanju.





## Elementi magnetizma

# Sila na električni naboj u gibanju

## Lorentzov izraz za silu



Ukoliko se u prostoru, okarakteriziranom vektorima električnog polja  $\mathbf{E}$  i magnetske indukcije  $\mathbf{B}$ , pojavi neki električni naboj  $q$ , koji se pri tome kreće srednjom brzinom  $\mathbf{v}$ , tada će na to električno opterećenje djelovati sila:

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{E} + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Prva komponenta ne ovisi o brzini naboja  $q$ , ukoliko svi drugi naboji koji generiraju električno polje  $\mathbf{E}$  miruju, dok druga komponenta ovisi o vektoru brzine  $\mathbf{v}$ , ali i o vektoru magnetske indukcije  $\mathbf{B}$ .



# Elementi magnetizma

## Sila na vodič sa stalnom strujom

### Laplaceov izraz za silu



Ograničit ćemo se na slučaj ravnog vodiča dužine  $l$ , konstantnog poprečnog presjeka  $S$ , kroz koga protječe stalna istosmjerna struja  $I$ , smješten cijelom dužinom u homogenom magnetskom polju indukcije  $\mathbf{B}$ , a  $\mathbf{l}_0$  označava jedinični vektor paralelan osi vodiča, smjera  $I$ .

Ako je  $V = \mathbf{S} \cdot \mathbf{l} = S \cdot l \cdot (\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{l}_0)$ , zapremina vodiča tada, ako se nađe u području homogenog magnetskog polja, na njega djeluje ukupna magnetska sila:

$$\mathbf{F} = I \cdot \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$



## Elementi magnetizma

# Sila na vodič sa stalnom strujom

## Sila na vodič u homogenom polju



Pravac djelovanja sile normalan je na pravac osi vodiča i normalan na pravac vektora magnetske indukcije. Intenzitet sile zavisi ne samo od dužine vodiča (odnosno dijela vodiča koji se nalazi u magnetskom polju) i intenziteta magnetske indukcije nego i od položaja vodiča u odnosu na magnetsko polje. Intenzitet sile je najveći ako osa vodiča i linije polja čine pravi kut, a jednak je nuli ako su osa vodiča i linije polja međusobno paralelne. Ovo se može lako pokazati koristeći osnovne osobine vektorskog produkta dva vektora.



# Sila na vodič sa stalnom strujom Sila između vodiča sa stalnim strujama

U sustavu dva paralelna linijska vodiča, jednakih dužina  $l$ , na razdaljini  $r$ , u vakuumu, kroz koje protječu stalne istosmjerne struje  $I_1$  i  $I_2$ , javlja se mehanička sila:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \mathbf{r}_{012} = -\mathbf{F}_{21}$$

gdje je  $\mathbf{r}_{012}$  jedinični vektor čiji je pravac normalan na ose vodiča, a  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$  H/m, permeabilnost vakuuma.

Vodiči se privlače ako kroz njih teku struje istog smjera, a odbijaju ako kroz njih teku struje suprotnih smjerova.



# Elementi magnetizma

## Moment magnetskog dipola

### Pojam magnetskog dipola



Zbog nemogućnosti izoliranja sjevernog od južnog magnetskog pola ne postoji u stacionarnom magnetskom polju veličina slična elementarnom električnom naboju  $q$  u elektrostatskom polju. Zato je, radi uspostave ekvivalencije između elektrostatskog i stacionarnog magnetskog polja, uvedena vektorska veličina – moment magnetskog dipola

$$\mathbf{m} = I \cdot \mathbf{S} = I \cdot S \cdot \mathbf{n}_0$$

gdje je  $I$  označili stalna istosmjerna struja u konturi, koja ograničava površinu  $S$ , jediničnog vektora normale  $\mathbf{n}_0$ .



Elementi magnetizma

# Moment magnetskog dipola

## Moment dipola u homogenom polju



Kad se zatvorena strujna kontura sa stalnom istosmjernom strujom  $I$  nalazi u homogenom magnetskom polju magnetske indukcije  $\mathbf{B}$ , tada na nju djeluje mehanička sila, koja stvara ukupni moment

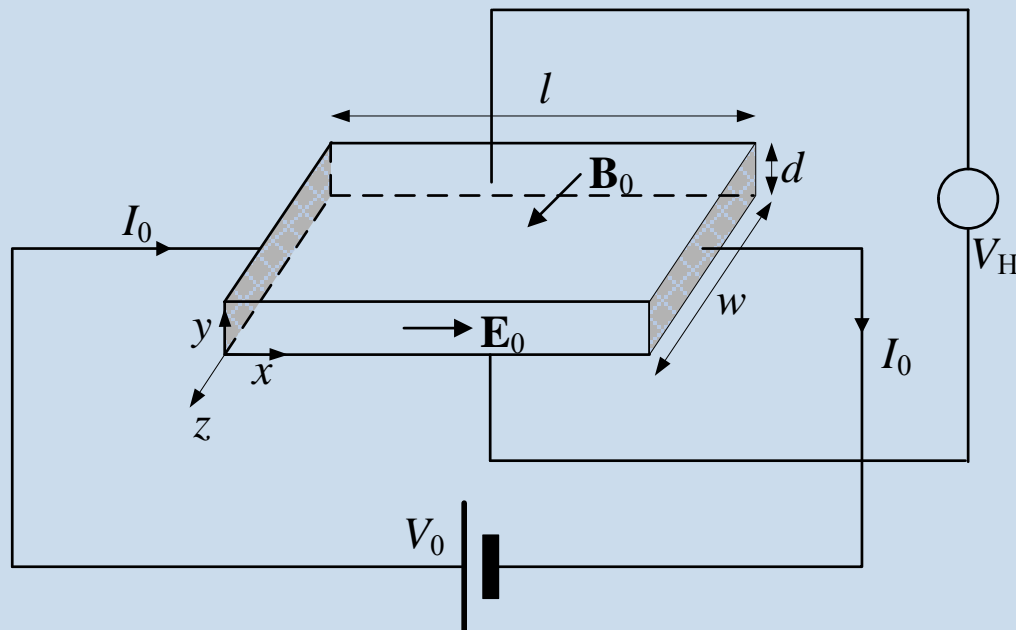
$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

Djelovanje elektromagnetskih sila ima tendenciju zarotirati vodič tako da se vektor magnetskog momenta vodiča poklopi po pravcu i smjeru s vektorom magnetske indukcije stranog homogenog magnetskog polja.

# Elementi magnetizma

## Hallov efekt

### Shema pokusa



Hallov efekt tretira materijalnu sredinu kroz koju je propuštena stalna istosmjerna električna struja, i koji je postavljen u vanjsko magnetsko polje.



# Elementi magnetizma

## Hallov efekt

### Opis pokusa



Nakon uspostavljanja stalne istosmjjerne struje, odnosno usmjerenog gibanje slobodnih elektrona, na njih djeluje elektromagnetska sila potiskujući ih ka donjoj stranici metalnog kvadra, tako da se tu nagomilava negativan električni naboj dok na gornjoj stranici nastaje povećana koncentracija pozitivnog električnog naboja. Između ta dva sloja naboja, međusobno razmaknuta za rastojanje  $d$ , tada djeluje elektrostatička sila. Zaključujemo da se između gornje i donje ploče stvorila razlika potencijala, odnosno električni napon, što je suština Hallovog efekta.





# Elementi magnetizma

## Osnovni zakoni magnetskog polja

### Biot-Savart-Laplaceov zakon



Vektor magnetske indukcije koju u nekoj točki stvara mali djelić vodiča dužine  $\Delta l$ , kroz kojega protječe stalna istosmjerna struja  $I$  računa kao:

$$\Delta \mathbf{B} = \mu_0 \frac{I \Delta \mathbf{l} \times \mathbf{r}_0}{4\pi r^2}$$

gdje je  $r$  rastojanje od malog djelića vodiča do točke u kojoj se magnetska indukcija računa, a  $\mathbf{r}_0$  jedinični vektor rastojanja. Ukupna indukcija koju stvara strujna petlja je vektorski zbroj indukcija svih malih djelića vodiča.



# Elementi magnetizma

## Osnovni zakoni magnetskog polja

### Ampèreov zakon



Ampèreov zakon za određivanje vrijednosti vektora magnetske indukcije glasi: cirkulacija vektora magnetske indukcije  $\mathbf{B}$  po zatvorenoj konturi  $C$ , u vakuumu, jednaka je algebarskom zbroju svih struja koje prolaze vodičima obuhvaćenim konturom  $C$  pomnoženom sa  $\mu_0$ :

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I = \mu_0 \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

Ovaj zakon treba razlikovati od Ampèreovog zakona za izračunavanje sile između dvije strujne konture.



# Elementi magnetizma

## Magnetski fluks

### Pojam fluksa i Gaußov zakon



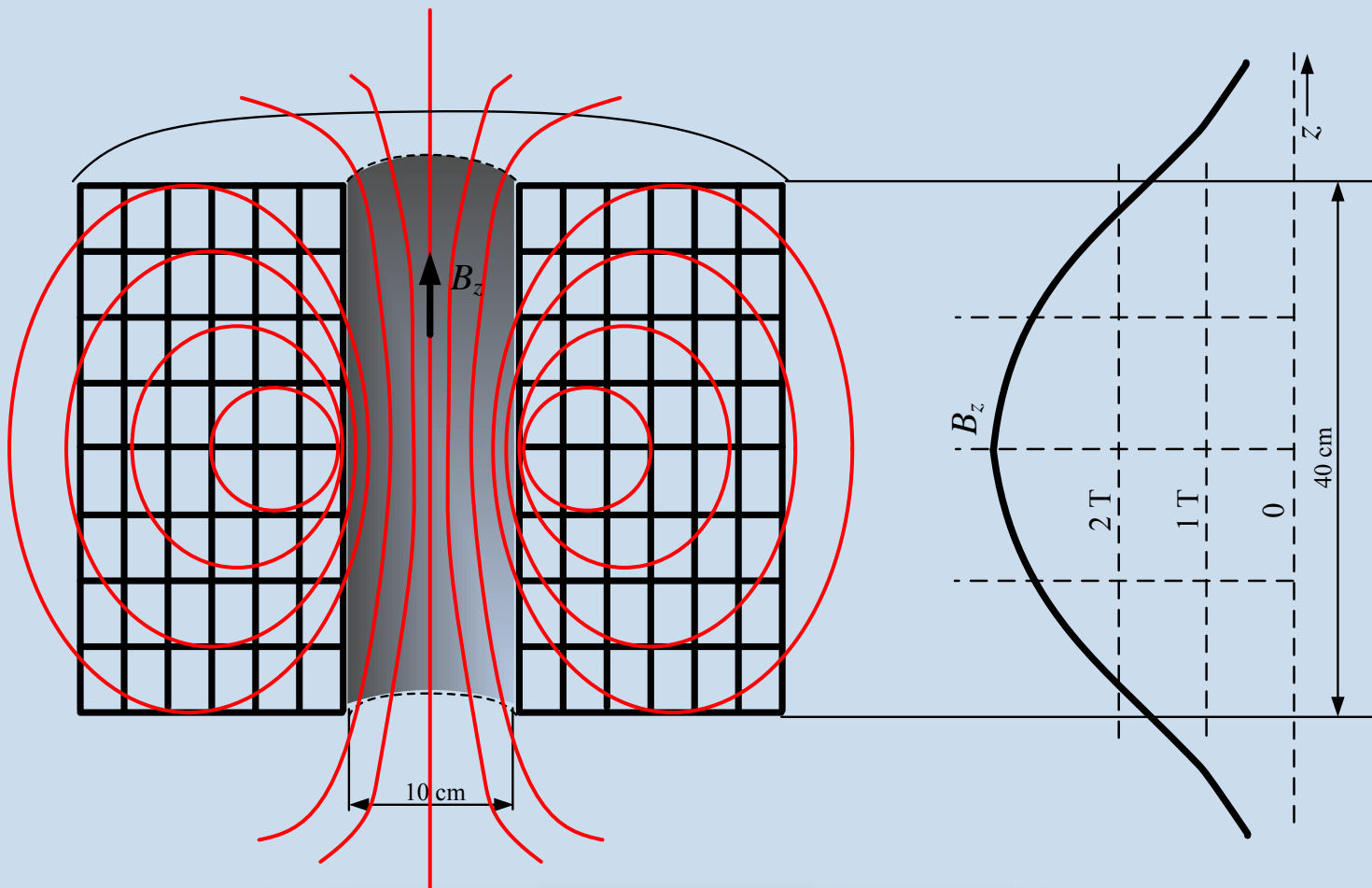
Pod pojmom magnetski fluks podrazumijeva se fluks vektora magnetske indukcije  $\mathbf{B}$ , definiran kao broj linija magnetskog polja koje prodiru kroz neku površinu  $S$ . U slučaju homogenog magnetskog polja, magnetski fluks računa se po formuli:  $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$ .

Kod magnetskog fluksa, tj. fluksa vektora polja čije linije nemaju ni izvora ni ponora, važan je tzv. Gaußov zakon za magnetski fluks, koji glasi: fluks vektora magnetske indukcije kroz bilo koju zatvorenu površinu jednak je nuli.

# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Magnetizacija





# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Magnetizacija



Na slici je prikazan svitak dužine 40 cm, unutrašnjeg polumjera 5 cm i vanjskog polumjera 20 cm, formiran od ravnomjerno i gusto raspoređenih zavoja, kroz koje se usmjerava stalna istosmjerna struja  $I$ . Cilj je osigurati magnetsku indukciju 3T, za što su potrebne visoke vrijednosti stalne istosmjerne struje, zbog čega izvori koji daju toliku struju trebaju raspolagati električnom snagom od oko 400 kW. Uspostavljene magnetske indukcije u središtu ovakvog svitka, je oko 100000 puta veća od intenziteta magnetskog polja Zemlje.





# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Magnetizacija



Mada na rubovima prikazanog svitka intenzitet magnetske indukcije opadne skoro na polovinu srednje vrijednosti, baš na tim dijelovima djeluje najjača elektromagnetska sila, jer je tu prostorna promjena vrijednosti magnetske indukcije i najveća. Unošenjem u taj prostor uzoraka različitih materijala, ali jednake mase, opaža se da se materijali mogu razvrstati u tri globalne skupine. Napomenimo da niže opisani efekti nisu ovisni o smjeru električne struje kroz svitak, jer se oni ponavljaju u istom obliku i ako se smjer električne struje kroz svitak promjeni.



# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Dijamagnetski materijali



U prvoj skupini su materijali na koje elektromagnetska sila svitka djeluje ka gore, dakle nastoji da takav uzorak istjera iz unutrašnjosti svitka. Takvi su materijali voda ( $H_2O$ ), bakar (Cu), olovo (Pb), grafit (C), itd. Ovakve materijale nazivamo dijamagnetskim. Kada se takvi materijali izlože djelovanju stranog magnetskog polja, tada njihova unutarnja materijalna struktura reagira tako, da se magnetski momenti ekvivalentnih Ampèreovih struja usmjere na način da stvore vlastito magnetsko polje, koje pokušava oslabiti strano magnetsko polje.



# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Paramagnetski materijali



Kod druge grupe materijala, elektromagnetske sile, koje djeluju na njih, nastoje uvući uzorke tih materijala u unutrašnjost svitka. Takva svojstva opažena su kod natrija (Na), aluminijskog sulfata ( $\text{Al}_2\text{S}_3$ ), bakrovog sulfata ( $\text{CuSO}_4$ ), itd. Ove materijale nazivamo paramagnetskim. Kada se takvi materijali izlože djelovanju stranog magnetskog polja, tada njihova unutarnja materijalna struktura reagira tako da se magnetski momenti ekvivalentnih Ampèreovih struja usmjere na način da stvore vlastito magnetsko polje, koje pokušava podržati strano magnetsko polje.



# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Feromagnetski materijali



Treća grupa materijala ima slične osobine kao i druga grupa, ali je intenzitet djelovanja elektromagnetskih sila mnogo više izražen. Ove materijali poznati su pod nazivom feromagnetski materijali.

Oni se fenomenološki ponašaju čak donekle slično kao i paramagnetski materijali, ali je razina njihove reakcije u smislu podržavanja djelovanja stranog magnetskog polja neusporedivo izraženija.



# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Kvantitativni parametri materijala



Kao i u elektrostatici, i u magnetizmu imamo dvije veličine kojima karakteriziramo osobine magnetskih materijala:

- relativna magnetska propustljivost  $\mu_r$ , za dijamagnetske materijale, je nešto manja od 1, za paramagnetske nešto veća od 1, dok je za feromagnetske materijale relativna magnetska propustljivost puno veća od 1,
- magnetska susceptibilnost,  $\chi_m = \mu_r - 1$ .

Napomenimo da za feromagnetske materijale, relativna magnetska propustljivost nije konstantna veličina.





## Elementi magnetizma

# Magnetske osobine materijala

## Vektor magnetizacije i jakosti polja



Vektor magnetizacije  $\mathbf{M}$  je količnik sume magnetskih momenata smještenih unutar neke zapremine  $\Delta V$  i upravo te zapremine. Vektor jakosti / jačine magnetskog polja je:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

Između vektora magnetizacije i jačine magnetskog polja postoji linearna veza  $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$ , odakle se može dobiti:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$



# Elementi magnetizma

## Magnetske osobine materijala

### Ampèreov zakon



Ampèreov zakon za određivanje vrijednosti vektora magnetske indukcije glasi zakon vrijedi ne samo u vakuumu i zraku, nego i u drugim materijalnim sredinama.

Ovaj zakon može se formulirati na slijedeći način: cirkulacija vektora jakosti magnetskog polja po zatvorenoj konturi jednaka algebarskom zbroju svih struja obuhvaćenih tom konturom

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I$$



# Elementi magnetizma

## Feromagnetski materijali

### Pojava histereze



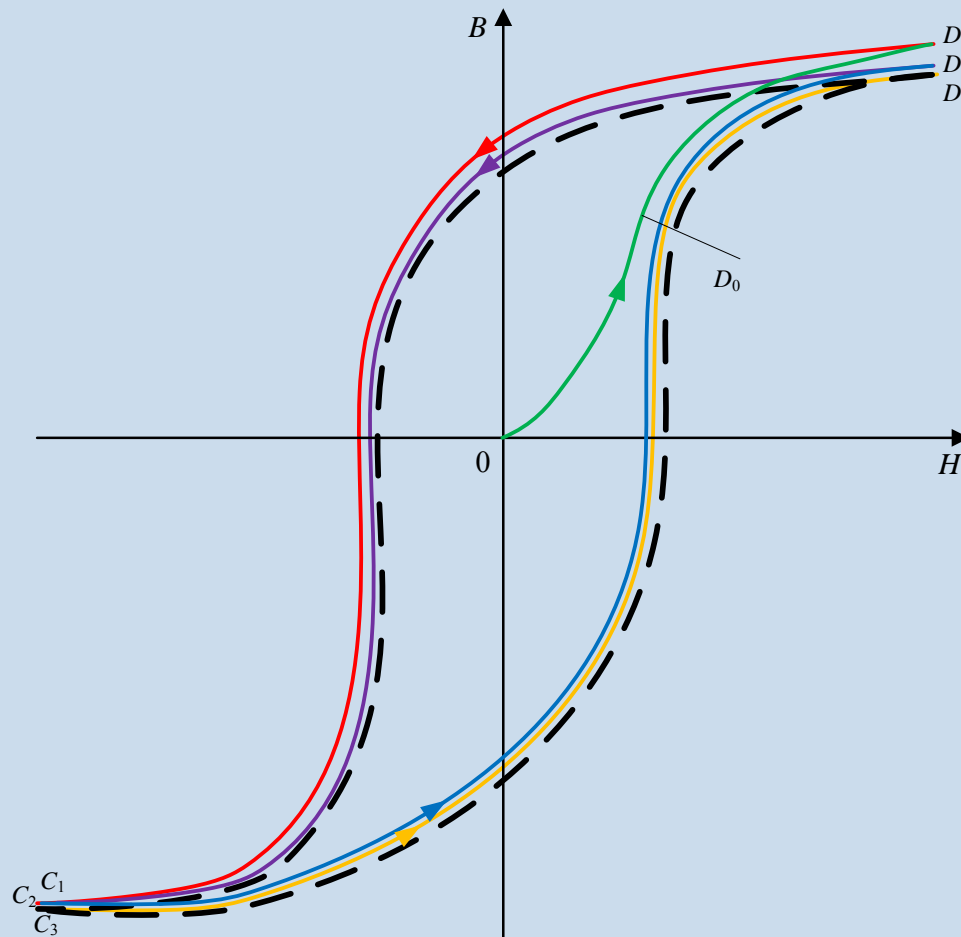
Feromagnetski materijali se odlikuju i zavisnošću magnetske propustljivosti ne samo od intenziteta vektora jačine magnetskog polja nego i od ranijeg magnetskog stanja analiziranog uzorka feromagnetskog materijala.

Eksperimentalno se može pokazati da magnetska indukcija **B** poprima različite vrijednosti pri istim iznosima intenziteta jačine magnetskog polja **H**, ukoliko je način uspostave magnetskog polja **H**, ili pak prethodno stanje analiziranog feromagnetskog materijala različito.

# Elementi magnetizma

## Feromagnetski materijali

### Pojava histereze



# Elementi magnetizma

## Feromagnetski materijali

### Pojava histereze

Postoje tri segmenta kod početne magnetizacije:

- područje brzoga porasta vrijednost magnetske indukcije od vrijednosti nula pa do neke određene vrijednosti,
- područje unutar kojeg je znatno manja strmina porasta magnetske indukcije,
- područje u kojem je strmina porasta magnetske indukcije tako blaga da je gotovo identična kao u vakuumu ili zraku i to područje se naziva područjem zasićenja.





# Elementi magnetizma

## Feromagnetski materijali

### Pojava histereze



Nakon nekoliko ciklusa promjene jakosti magnetskog polja u rasponu između nulte i maksimalne vrijednosti, uspostavlja se stabilna petlja histereze.

Magnetske osobine feromagnetika su ovisne o apsolutnoj vrijednosti temperature feromagnetika. Pri temperaturi apsolutne nule feromagnetik dolazi u stanje apsolutnog zasićenja. Na tzv. Curiejevoj temperaturi feromagnetik poprima, u magnetskom smislu, osobine paramagnetika. Ta temperatura iznosi nekoliko stotina Celzijevih stupnjeva.



# Elementi magnetizma

## Osnovni magnetski krugovi

### Pojam i osnovne veličine

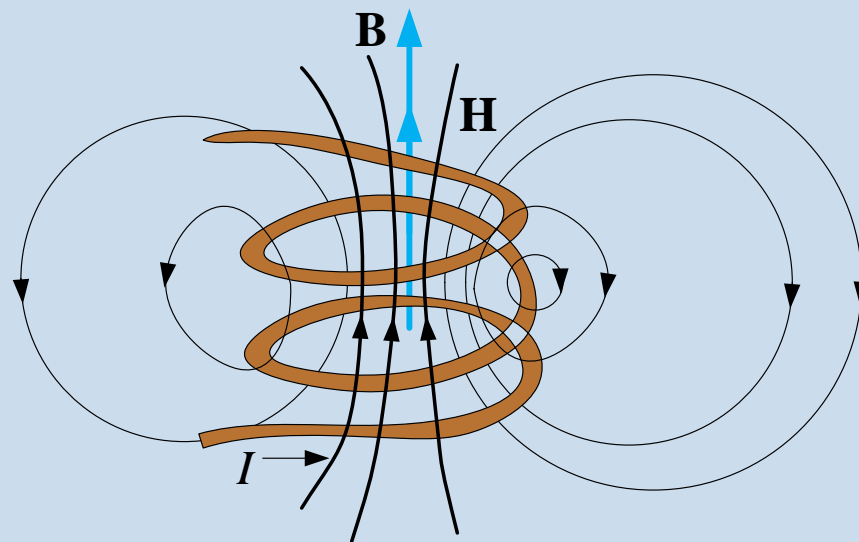


Magnetski krug je skup materijalnih tijela ili sredina kroz koje se usmjerava i zatvara magnetski fluks. Na sličan način, kao u osnovnom električnom krugu, i u osnovnom magnetskom krugu uvedene su tri osnovne veličine za opisivanje stanja tog kruga. Te tri karakteristične veličine su: magnetski fluks (ekvivalent električne struje u električnom krugu), magnetomotorna sila, (ekvivalent elektromotorne sile), i magnetski otpor (ekvivalent električnog otpora u električnom krugu). Njih povezuje tzv. Ohmov zakon za magnetski krug.

# Elementi magnetizma

## Osnovni magnetski krugovi

### Ohmov zakon za magnetski krug



Svitak ima  $N$  zavojaka, aktivne dužine  $l$ , kroz koji se usmjerava stalna istosmjerna struja jakosti  $I$ . Pretpostavit ćemo da su magnetska indukcija i jakost magnetskog polja homogeni. Ovo je u praksi ostvareno u jezgri svitka.

# Elementi magnetizma

## Osnovni magnetski krugovi

### Ohmov zakon za magnetski krug

Ohmov zakon za magnetski krug glasi: magnetski fluks kroz promatrani svitak proporcionalan je magnetomotornoj sili koja taj fluks stvara, a obrnuto proporcionalan magnetskom otporu tog svitka.

Ohmov zakon za magnetske krugove se izražava u formi:

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{NI}{R_M} = \frac{F_M}{R_M} \quad \Leftrightarrow \quad F_M = R_M \cdot \Phi \quad \Leftrightarrow \quad R_M = \frac{F_M}{\Phi}$$



# Elementi magnetizma

## Kirchhoffovi zakoni

### Kirchhoffovi zakoni za magnetski krug



Prvi Kirchhoffov zakon za magnetski krug: algebarska suma magnetskih flukseva koji se stječu u taj čvor jednaka nuli,  $\sum \Phi_k = 0$ , ili: zbroj magnetskih flukseva koji dolaze u čvor magnetskog kruga jednak je zbroju magnetskih flukseva koji odlaze iz tog istog čvora.

Drugi Kirchhoffov zakon za magnetski krug: algebarska suma padova magnetskih napona u nekoj konturi jednaka algebarskoj sumi magnetomotornih sila koje djeluju u toj istoj konturi: 
$$\sum_i R_{M_i} \Phi_i = \sum_j F_j$$





# Elementi magnetizma

## Elektromagnetska indukcija

### Uvodne napomene



Nakon što je razjašnjena veza između protjecanja stalne istosmjerne struje kroz vodič i uspostavljanja stacionarnog magnetskog polja u okolini tog provodnika, traganje istraživača je fokusirano na ispitivanje da li je moguć i obrnuti proces, to jeste da se pomoću magnetskog polja generira električna struja.

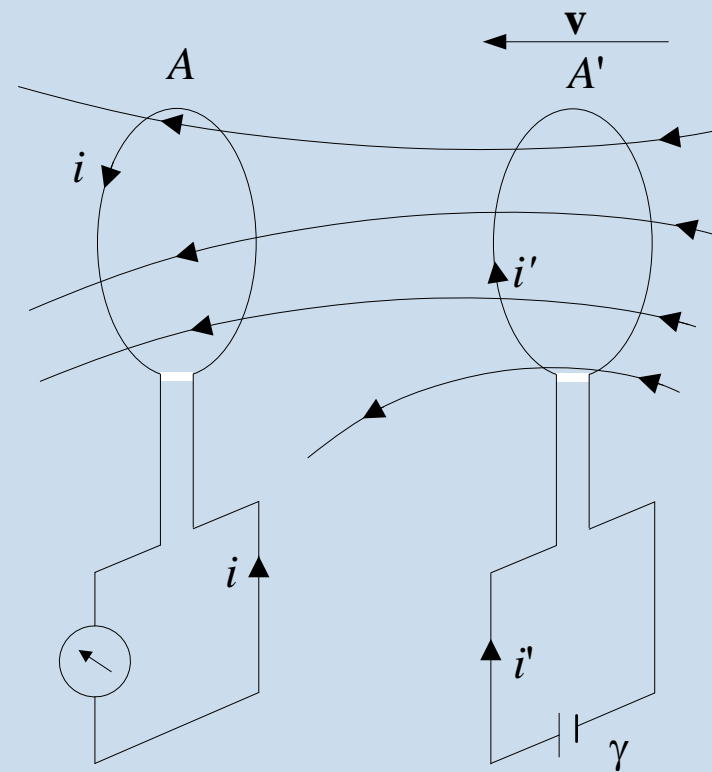
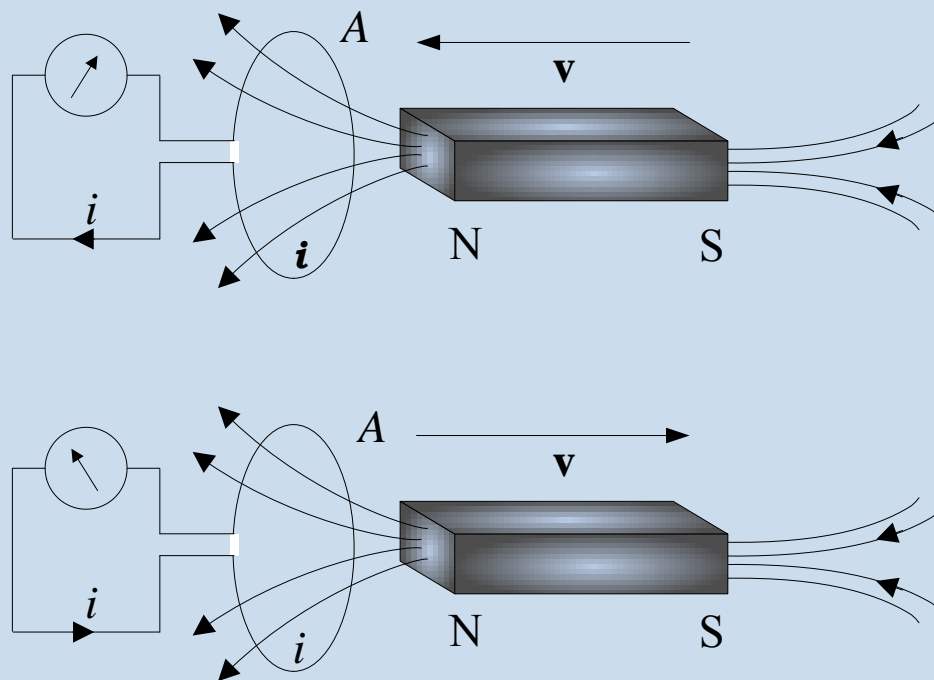
Michael Faraday je eksperimentalno pokazao kako se pomoću magnetskog polja može proizvesti električna struja. Naredni slajdovi opisuju neke važnije pokuse.



# Elementi magnetizma

## Elektromagnetska indukcija

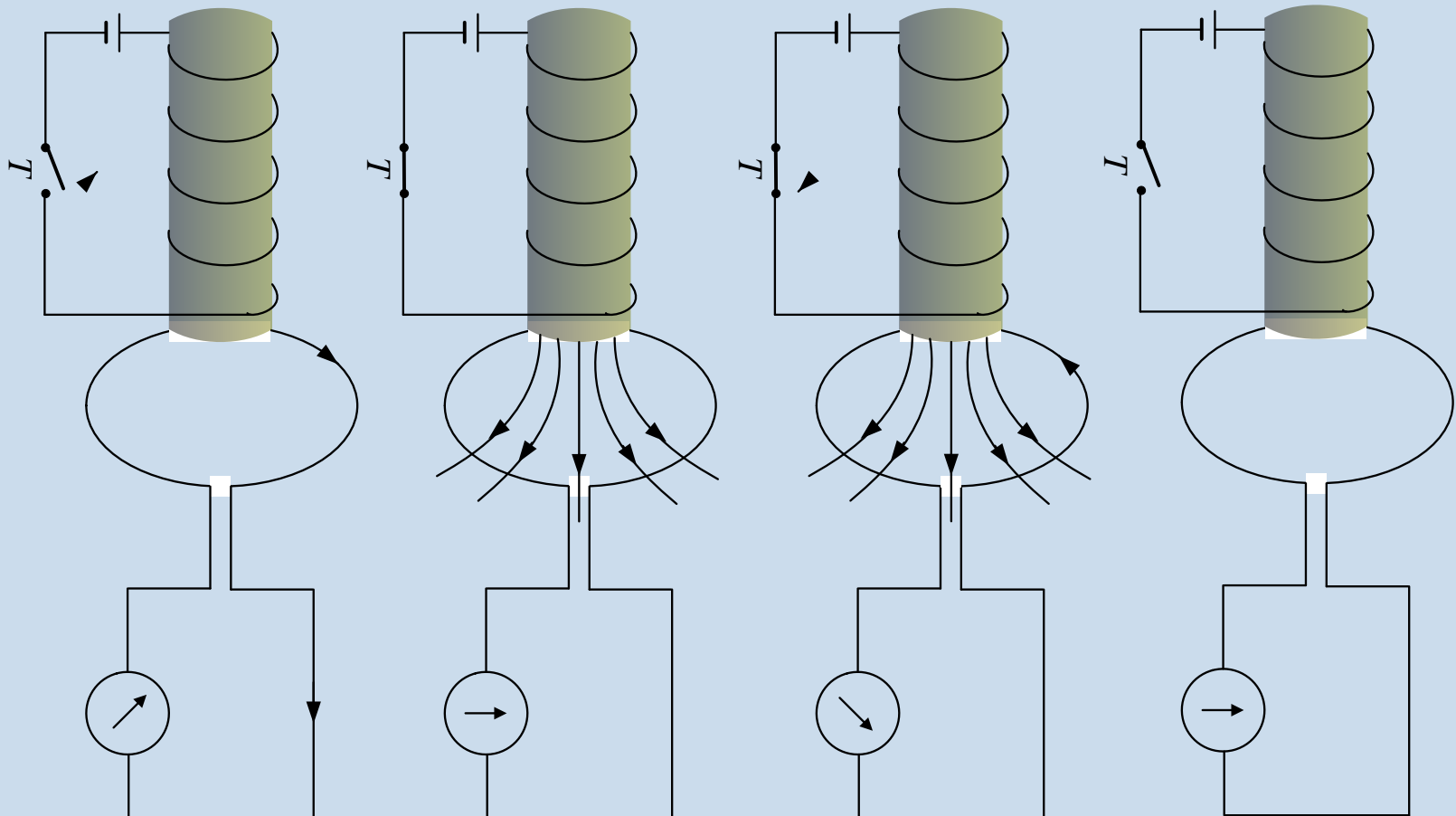
### Dinamička elektromagnetska indukcija



# Elementi magnetizma

## Elektromagnetska indukcija

### Statička elektromagnetska indukcija





# Elementi magnetizma

## Elektromagnetska indukcija

### Faradayev zakon EMI



Elektromotorna sila koja se inducira u zatvorenoj konturi obuhvaćenoj magnetskim fluksom, proporcionalna je negativnoj vrijednosti brzine promjene tog magnetskog fluksa. Analitički izraz ovoga zakona je:

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Negativni predznak znači da inducirana elektromotorna sila pokušava uspostaviti struju, koja će svojim vlastitim magnetskim fluksom djelovati tako da nastoji spriječiti mijenjanje iznosa stranog magnetskog fluksa, koji obuhvata upravo tu vodljivu konturu.



# Elementi magnetizma

## Samoindukcija i uzajamna indukcija

### Samoindukcija



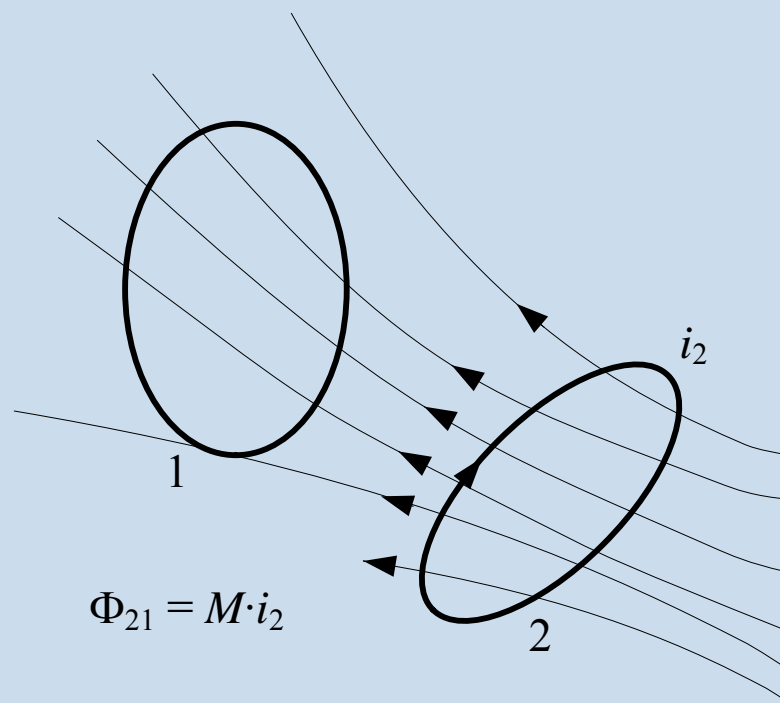
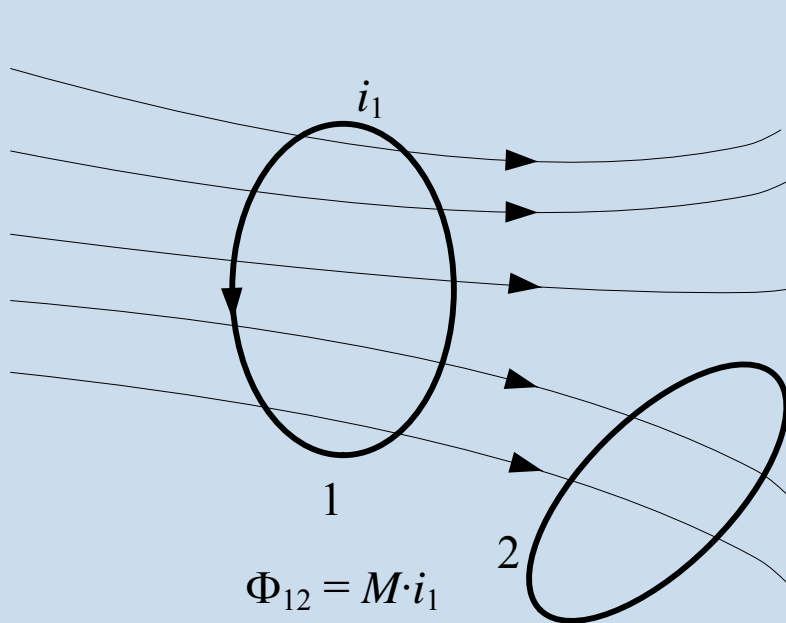
Ukoliko se razmatra odnos magnetskog fluksa i struje koja je stvorila taj magnetski fluks, tada se kao koeficijent proporcionalnosti pojavljuje samoinduktivnost  $L$ :  $\Phi = L \cdot I$ .

Samoinduktivnost  $L$  je uglavnom konstantnog iznosa i određena je geometrijskim i električnim karakteristikama sustava kojem se pripisuje. Ukoliko se samoinduktivnost vezuje za feromagnetske jezgre, tada ona može biti i funkcija intenziteta uspostavljenog magnetskog polja  $H$ .

# Elementi magnetizma

## Samoindukcija i uzajamna indukcija

### Uzajamna indukcija



# Elementi magnetizma

## Samoindukcija i uzajamna indukcija

### Uzajamna indukcija

Slično tome moguće je uspostaviti i odnos između jednog dijela fluksa  $\Phi_1$ , dakle fluksa  $\Phi_{12}$  (pri čemu je  $\Phi_{12} < \Phi_1$ ), koji uz to dopire do neke druge konture  $C_2$  i struje  $I_1$ , koja je prolazeći kroz konturu  $C_1$  stvorila magnetski fluks  $\Phi_1$ .

U ovom slučaju, kao faktor proporcionalnosti se koristi uzajamna induktivnost, odnosno međuinuktivnost  $M_{12}$ , pa se može pisati da je:  $\Phi_{12} = M_{12} \cdot I_1$ . Analognim rasuđivanjem moguće je doći do relacije:  $\Phi_{21} = M_{21} \cdot I_2$ , pri čemu vrijedi:

$$M = M_{12} = M_{21} = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$





# Elementi magnetizma

## Energija magnetskog polja



Energija magnetskog polja, akumulirana u nekom svitku induktiviteta  $L$  je:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

gdje je  $I$  jakost stalne istosmjerne struje koja protječe kroz promatrani svitak.