



Elektrostatika

Predmet izučavanja elektrostatike



Elektrostatika je oblast elektrotehnike, koja se bavi izučavanjem fizičkih pojava, unutar sistema, formiranih od prostorno nepokretnih i vremenski nepromjenljivih električnih naboja.

Pri razmatranju predmetnih pojava, primjenjivat će se isključivo makroskopski pristup, uz oslanjanje na klasičnu nerelativističku teoriju elektromagnetizma.



Elektrostatika

Električni naboj

Mehaničke manifestacije



Elektrotehnika u prvi plan stavlja vrste sila mehaničkog međudjelovanja između čestica:

- elektromagnetske sile,
- gravitacijske sile,
- mezonске sile.

U elektrotehnici se preferira makroskopski pristup, stoga je proučavanje mezonских sila u drugom planu.

Elektrostatika

Električni naboj

Mehaničke manifestacije

Elektrotehnika uglavnom uzima u obzir samo mehaničke manifestacije uzrokovane elektromagnetskim silama \mathbf{F}_e , jer je njihov intenzitet u okviru elektrotehničkih problema, višestruko veći od intenzitete gravitacijske sile \mathbf{F}_g :

$$\mathbf{F}_g = -\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \mathbf{r}_0 \ll \mathbf{F}_e = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \mathbf{r}_{012}$$

Relacije za obje sile, izražavaju i važnu fizičku činjenicu o obrnutoj kvadratnoj zavisnosti tih sila o udaljenosti između materijalnih tijela, koja trpe djelovanje tih sila.



Elektrostatika

Električni naboj

Vrste naboja



Najprije u fizici, a potom i u elektrotehnici, električni naboji se mogu razvrstati u dvije skupine:

- „pozitivni” električni naboji – protoni,
- „negativni” električni naboji – elektroni.

Znaci navoda stoje zato jer nema posebnog razloga da se upravo elektronu pripiše negativan naboj, nego je to samo posljedica široko prihvaćenog dogovora odgovarajućih tehničkih autoriteta.



Elektrostatika

Električni naboj

Kvantizacija električnog naboja



Naboj jednog elektrona se tretira kao osnovni-elementarni predstavnik negativnog naboja, koji uz to ima i svojstvo slobodne elementarne čestice.

Svaki naboj u prirodi može se predstaviti kao i samo kao cjelobrojni umnožak naelektrisanja elektrona (kvanta električnog naboja), $q = N \cdot e$, $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



Elektrostatika

Električni naboj

Očuvanje električnog naboja



Jedan od važnih zakona u prirodi je zakon očuvanja električnog naboja u izoliranom sistemu, dakle u sistemu koji je izoliran od izmjene materije preko granica što ga okružuju. U skladu sa ovim zakonom ukupni električni naboj u izoliranom sistemu se ne mijenja tokom vremena.

To znači da se u jednakoj količini u svakom trenutku vremena, ili stvaraju ili poništavaju i pozitivni i negativni električni naboji i to tako da je ukupna zatečena količina naboja u svakom trenutku jednaka.



Elektrostatika

Električni naboj

Akumuliranje električnog naboja



Električni naboji se na materijalnim tijelima akumuliraju:

- trenjem, pomoć vanjskog mehaničkog djelovanja, se premještaju elektrona s jednog tijela na drugo;
- elektrostatskom indukcijom, kada se električki neutralno vodljivo tijelo izlaže djelovanju sila elektrostatskog polja (ali bez ostvarivanja fizičkog dodira);
- opterećivanjem elektroda električnog kondenzatora električnim nabojima, na račun električne energije uskladištene unutar izvora električne energije.



Elektrostatika

Električni naboj

Električni naboji i materijalna tijela



Sa stanovišta električne vodljivosti, materijale dijelimo na:

- vodiče, kod kojih se usklađeno pomjeranje električnih naboja ostvaruje uz pomoć slabih električnih polja,
- izolatore ili dielektrike, kod kojih nije moguće uspostaviti kontinuirano pomjeranje električnih naboja čak i pri jakim električnim poljima,
- poluvodiče, kod kojih nije moguće uspostaviti kontinuirano pomjeranje električnih naboja pri njihovom izlaganju slabim, ali jeste pri jakim električnim poljima.



Elektrostatika

Električni naboj

Električni naboji i materijalna tijela



Za materijalnu sredinu kažemo da je:

- homogena, ako u svim elementarnim dijelovima svoje zapremine ima iste fizičke osobine,
- izotropna, ukoliko unutar svake svoje elementarne zapremine ima iste osobine u svim pravcima,
- linearna, ako njene elektromagnetne osobine ne zavise od intenziteta vanjskih elektromagnetskih djelovanja.

Sredine koje ne ispunjavaju ove uvjete su nehomogene, anizotropne i nelinearne.



Elektrostatika

Električni naboj

Raspodjela električnih naboja



U realnim uvjetima električni naboji zauzimaju neki konačan volumen.

Međutim, u cilju jednostavnijeg korištenja potrebnog matematičkog aparata, formalno razlikujemo:

- tačkastu (punktualnu) raspodjelu naboja,
- linijsku raspodjelu naboja,
- površinsku raspodjelu naboja,
- prostornu (zapreminsku, volumnu) raspodjelu naboja.



Elektrostatika

Električni naboj

Raspodjela električnih naboja



Pod pojmom tačkastog naboja, podrazumijevamo onaj električni naboj, koji je akumuliran na materijalnom tijelu čije su geometrijske dimenzije višestruko manje od geometrijskih dimenzija sistema, unutar kojeg se analizira ponašanje tog naboja.



Elektrostatika

Električni naboj

Raspodjela električnih naboja



Ukoliko je električni naboj Q uskladišten na materijalnom tijelu kod kojeg je njegova jedna dimenzija dominantna u odnosu na druge dvije (tanki linijski vodič), tada imamo slučaj linijskog raspoređivanja električnog naboja.

Pri tome, ako je linijska gustoća naboja Q' konstantna u svim tačkama linijskog vodiča dužine l , vrijednost naboja Q može se računati pomoću formule:

$$Q = Q' \cdot l$$



Elektrostatika

Električni naboj

Raspodjela električnih naboja



Ukoliko je električni naboj Q uskladišten na materijalnom tijelu kod kojeg su njegove dvije dimenzije međusobno usporedive, te dominantne u odnosu na onu treću, (tanka vodljiva ploča), tada imamo slučaj površinskog raspoređivanja električnog naboja.

Pri tome, ako je površinska gustoća naboja σ konstantna u svim dijelovima vodljive ploče površine S , vrijednost naboja Q može se računati pomoću formule:

$$Q = \sigma \cdot S$$



Elektrostatika

Električni naboj

Raspodjela električnih naboja



Ukoliko je električni naboj Q uskladišten na materijalnom tijelu kod kojeg su njegove sve tri dimezije usporedive (tijelo konačne zapremine), tada imamo slučaj prostornog raspoređivanja električnog naboja.

Pri tome, ako je zapreminska gustoća naboja ρ konstantna u svim dijelovima vodljivog tijela zapremine V , vrijednost naboja Q može se računati pomoću formule:

$$Q = \rho \cdot V$$

Elektrostatika

Coulombov zakon

Coulombov zakon opisuje mehaničko djelovanje, između tačkastih električnih naboja, koji miruju u prostoru i čija se količina električnog naboja ne mijenja tokom vremena, pri čemu osnovni uzrok tog djelovanja leži u električnim i magnetnim svojstvima sistema.

Ovaj zakon određuje intenzitet i smjer sile međudjelovanja dva električna naboja Q_1 i Q_2 , i iskazan je relacijom:

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \mathbf{r}_{012} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r_{12}^2} \mathbf{r}_{012}$$

Elektrostatika

Coulombov zakon

Coulombov zakon pokazuje:

- intenzitet sile mehaničkog djelovanja, između tačkastih električnih naboja proporcionalan je produktu količina njihovih naboja, a obrnuto proporcionalan kvadratu njihove međusobne razdaljine,
- pravac sile je pravac razdaljine između naboja,
- smjer sile je takav da nastoji povećati razdaljinu između naboja ako su oni istog algebarskog znaka, odn. takav da nastoji smanjiti tu razdaljinu ako su suprotnog znaka.



Elektrostatika

Coulombov zakon



Coulombov zakon pokazuje još, posredstvom dielektrične konstante ϵ da materijalna sredina u kojoj se nalaze električni naboji Q_1 i Q_2 , utječe na djelovanje tih naboja.

Karakteristika sredine, izražena parametrom ϵ , naziva se dielektrična propustljivost, ili dielektrična permitivnost. Za vakuum parametar ϵ ima vrijednost $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Dielektrična propustljivost vakuumu ϵ_0 , uzima se i za referentnu dielektričnu propustljivost, dakle kao parametar u odnosu na kojeg se uspoređuju sve druge sredine.

Elektrostatika

Coulombov zakon

Količnik dielektrične propustljivosti drugih dielektrika i dielektrične propustljivosti vakuuma, određuje relativnu dielektričnu propustljivost tih dielektrika:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

Relativna dielektrična propustljivost je dakle, pozitivan realan broj, koji pokazuje koliko puta je dielektrična propustljivost tog dielektrika veća od dielektrične propustljivosti vakuuma.

Elektrostatika

Coulombov zakon

Coulombov zakon također izražava i osobinu da su djelovanja električnih naboja aditivna.

Općenito, u sistemu u on n tačkastih naboja Coulombova sila na i -ti naboj jednaka vektorskom zbiru sila kojima ostali naboji pojedinačno djeluju na i -ti naboj:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{F}_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{Q_i Q_j}{4\pi\epsilon r_{ij}^2} \mathbf{r}_{0ij} =$$
$$= \mathbf{F}_{i1} + \mathbf{F}_{i2} + \dots + \mathbf{F}_{i,i-1} + \mathbf{F}_{i,i+1} + \dots + \mathbf{F}_{in}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Pojam elektrostatskog polja

Elektrostatsko polje se definiira kao naročito fizičko stanje prostora u okolini nepomičnih i vremenski nepromjenljivih električnih naboja, unutar kojeg se registrira djelovanje mehaničkom silom na druge električne naboje, kad se oni unesu u taj prostor.

Na primjer izraz za elektrostatsko polje, stvoreno od samo jednog tačkastog električnog naboja Q na razdaljini r , u vakuumu, glasi:

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0$$



Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Elektrostatsko polje i Coulombova sila



Iz prethodne formule konstatiramo: ako se u elektrostatsko polje jačine \mathbf{E} unese tačkasti električni naboj Q_0 , na njega će djelovati Coulombova sila:

$$\mathbf{F}_0 = Q_0 \cdot \mathbf{E}$$

Slijede važni zaključci:

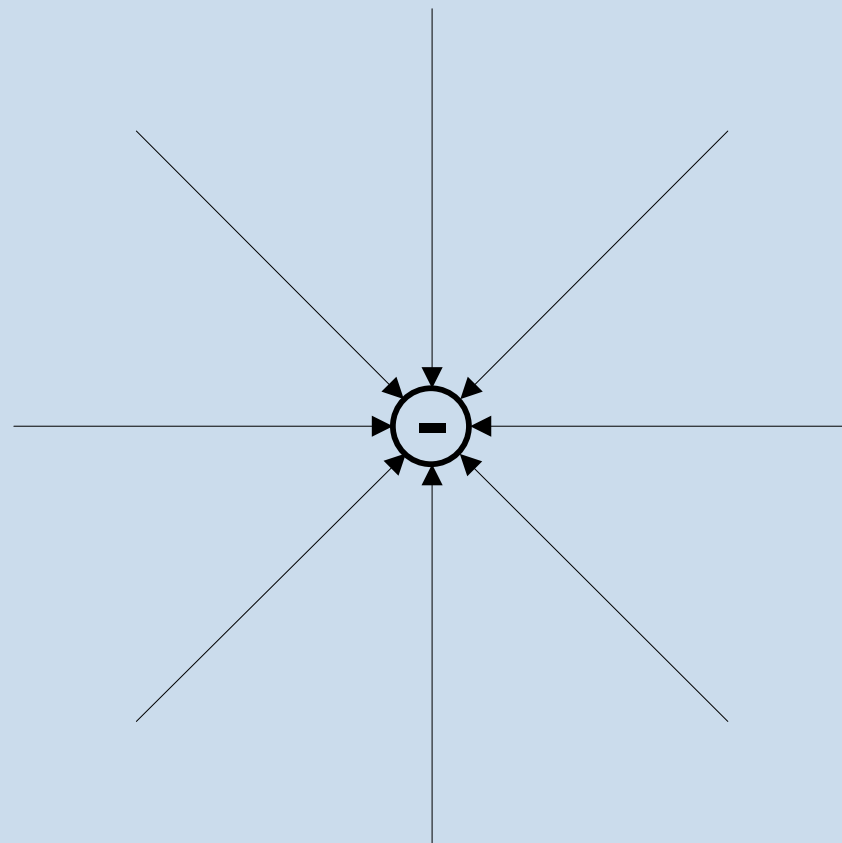
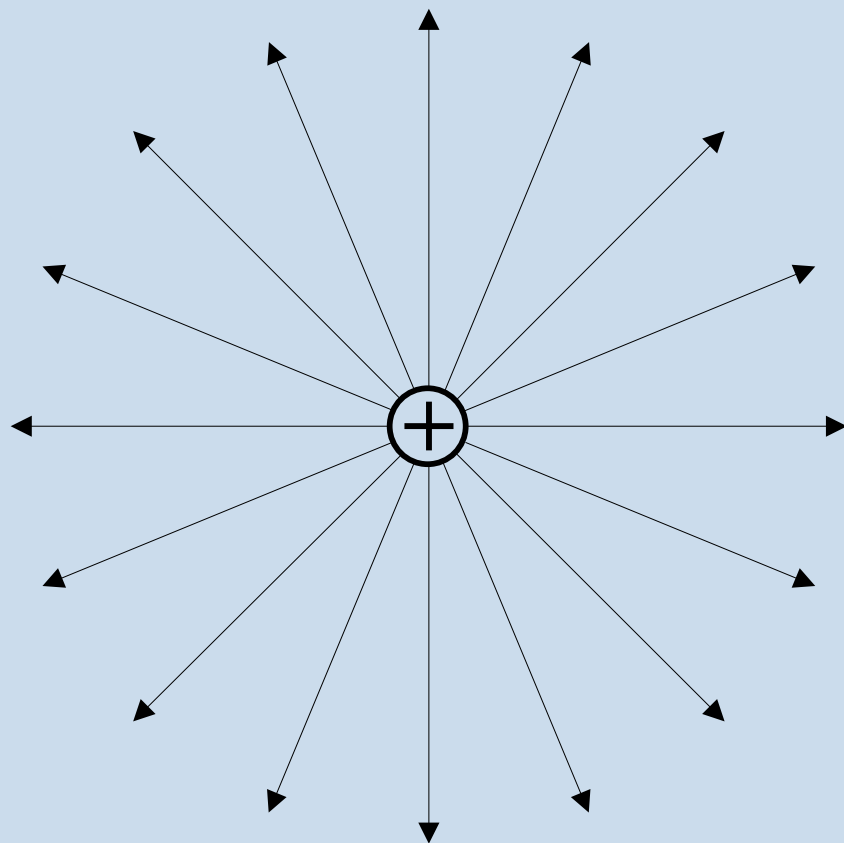
- intenzitet vektora elektrostatskog polja konstantan je za sve tačke na istom rastojanju od naboja Q ,
- vektori Coulombove sile i jačine elektrostatskog polja kolinearni (jednakog pravca),

- smjer određuje algebarski znak naboja Q_0 , i to tako da ako je Q_0 pozitivan vektori \mathbf{F}_0 i \mathbf{E} su istoga smjera, a ako je negativan onda su oni suprotnoga smjera,
- vektor jačine elektrostatskog polja, ukoliko ga stvara pozitivni električni naboj, ima smjer od tog električnog opterećenja ka okolnom prostoru, dok u slučaju kada ga stvara negativni električni naboj, vektor jačine elektrostatskog polja ima smjer od okolnog prostora ka tom naboju.

Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Linije elektrostatskog polja





Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Linije elektrostatskog polja



Vektor jačine elektrostatskog polja se grafički predstavlja linijama vektora jačine elektrostatskog polja. Linije vektora jačine elektrostatskog polja su krive linije kod kojih se u svakoj njihovoj tački, tangenta na tu liniju podudara sa vektorom jačine elektrostatskog polja.

Ove linije su prekidne, jer izvire iz pozitivnih električnih opterećenja, a poniru u negativna električna opterećenja. Vektor jačine elektrostatskog polja spada u klasu izvornih vektorskih polja.



Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Linije elektrostatskog polja



Linije vektora jačine elektrostatskog polja se ne mogu međusobno sjeći, jer one daju grafički prikaz jednoznačne vektorske funkcije skalarnog argumenta.

U okviru grafičkog prikazivanja karakteristika vektora jačine elektrostatskog polja, gustoća odgovarajućih linija koristi se kao pokazatelj njegovog intenziteta. Tako, na prethodnom primjeru sa, polje naboja na slici lijevo je, na istoj razdaljini, jače od polja na desnoj slici.

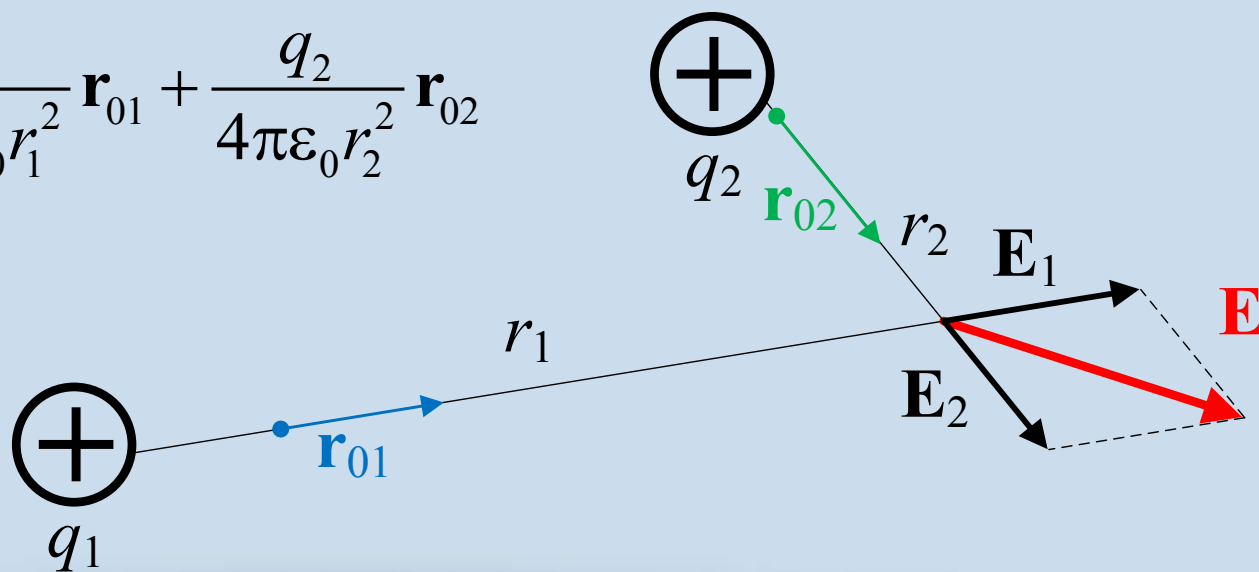
Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Aditivnost elektrostatskog polja

Ako se u prostoru nalaze električni naboji q_1 i q_2 , koji stvaraju elektrostatska polja \mathbf{E}_1 i \mathbf{E}_2 , respektivno, pokazuje se da je ukupna jačina polja \mathbf{E} u proizvoljnoj tački prostora jednaka vektorskom zbiru polja pojedinačnih naboja,

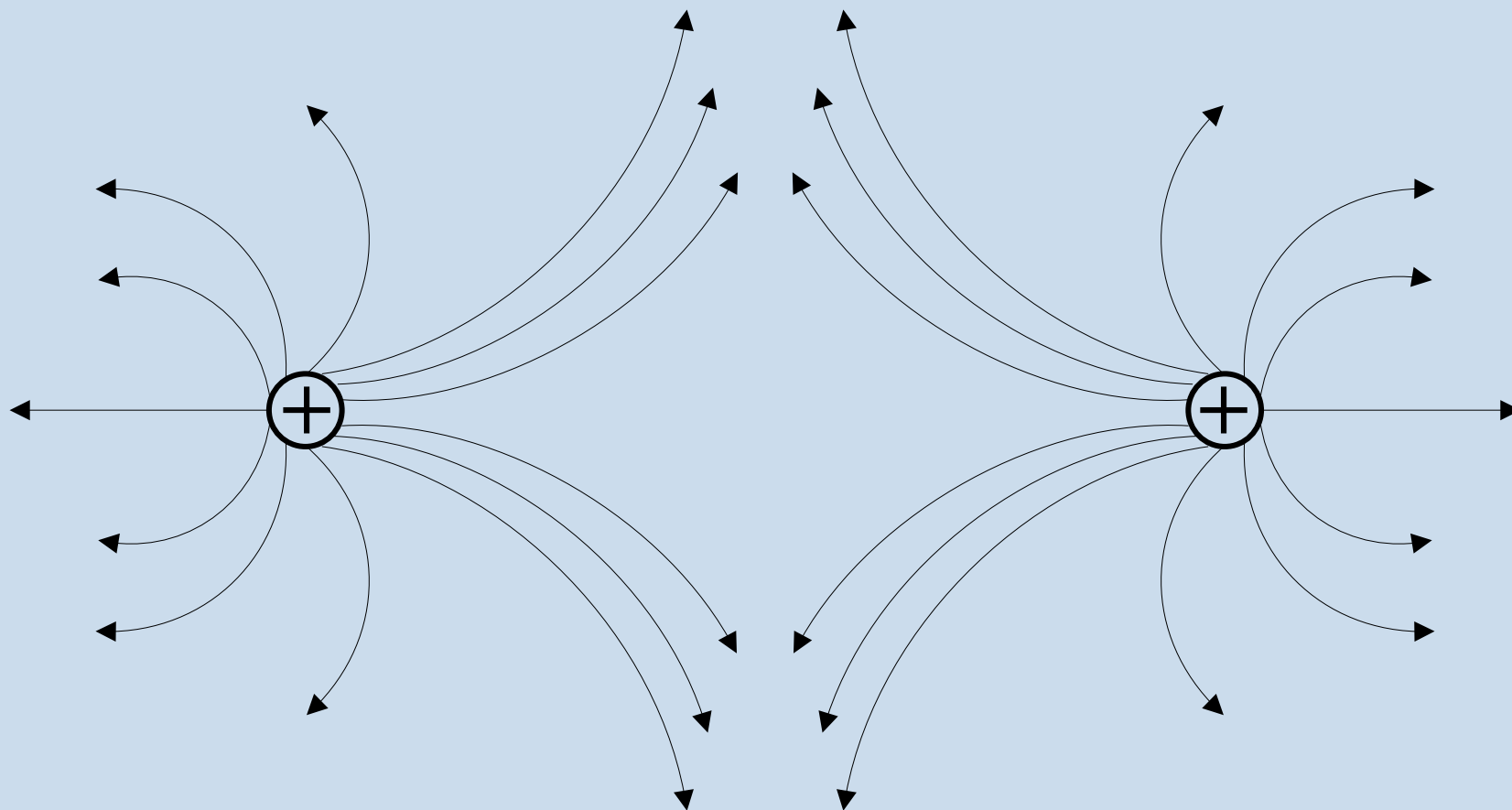
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \mathbf{r}_{01} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \mathbf{r}_{02}$$



Elektrostatika

Elektrostatsko polje

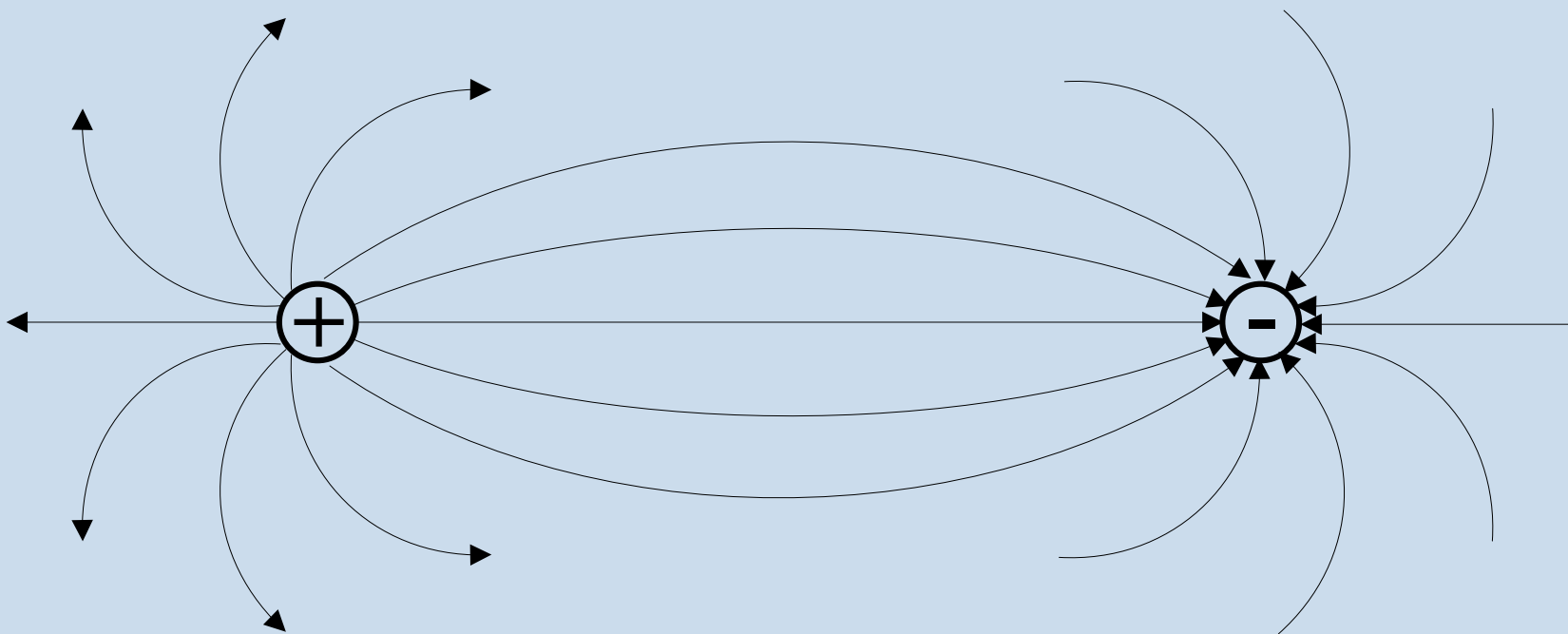
Elektrostatsko polje istoimenih naboja



Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Elektrostatsko polje raznoimenih naboja



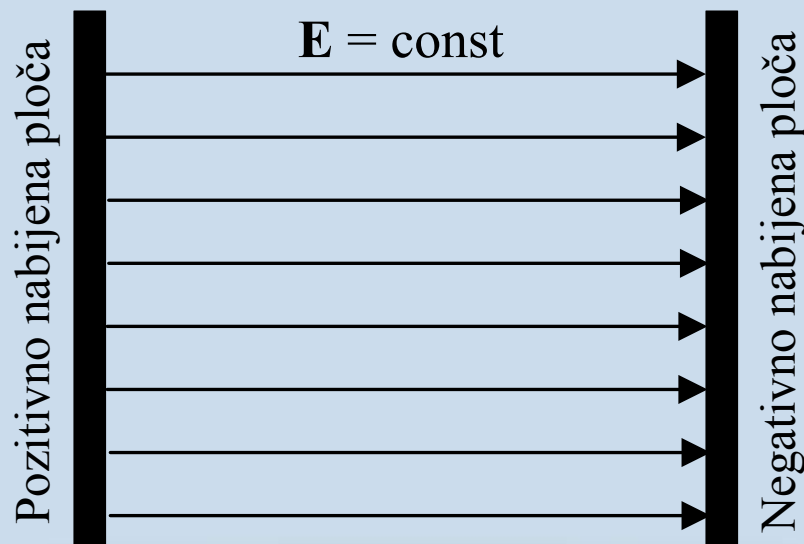
Elektrostatika

Elektrostatsko polje

Homogeno elektrostatsko polje

Polje kod koga je vektor jačine elektrostatskog polja \mathbf{E} konstantan naziva se homogenim elektrostatskim poljem.

Linije homogenog elektrostatskog polja su paralelne, jednake dužine i konstantne gustoće.



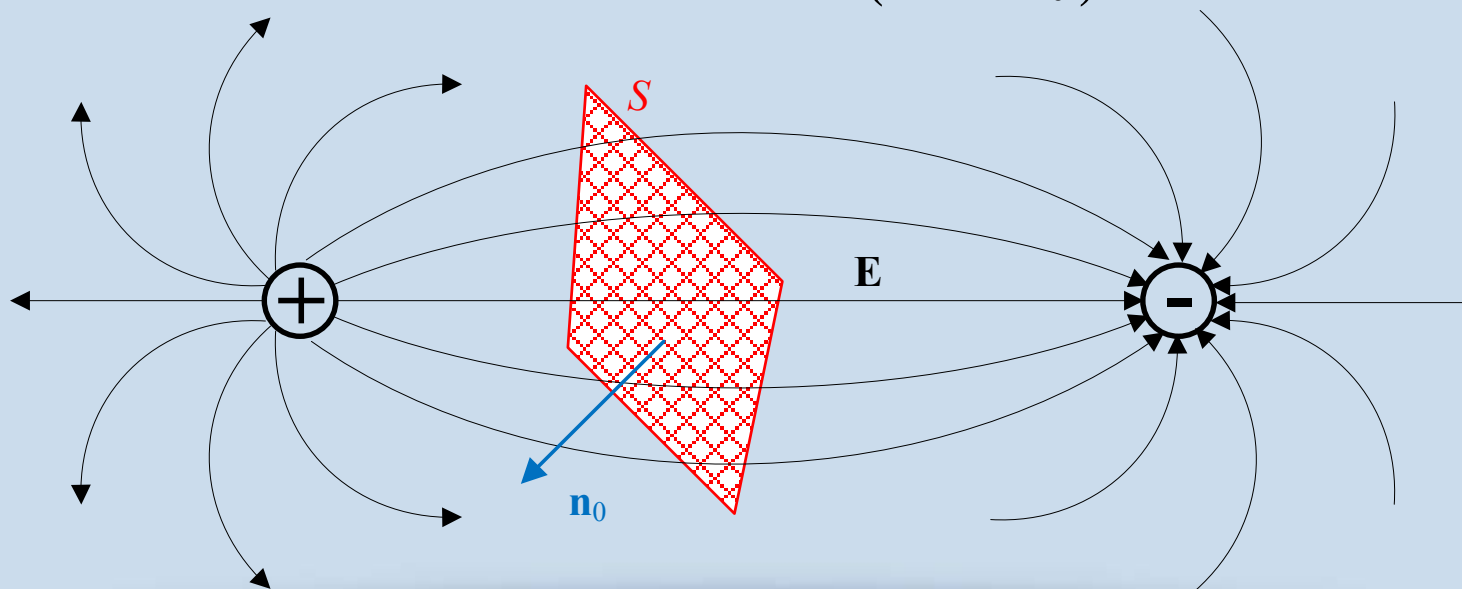
Elektrostatika

Gaußov teorem

Fluks vektora elektrostatskog polja

Fluksom elektrostatskog polja ili kratko električnim fluksom nazivamo broj linija elektrostatskog polja koje prodiru kroz neku površinu. Za homogeno polje je:

$$\Phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S} = E \cdot S \cdot \cos(\angle \mathbf{E}, \mathbf{n}_0)$$





Elektrostatika

Gaußov teorem

Formulacija Gaußovog teorema



Ovaj teorem daje vezu između vektora elektrostatskog polja \mathbf{E} i električnih naboja unutar homogene i izotropne sredine. Gaußov teorem glasi: fluks vektora jačine elektrostatskog polja \mathbf{E} kroz zatvorenu površinu u homogenoj i izotropnoj sredini, jednak je količniku algebarske sume električnih naboja, obuhvaćenih tom površinom i dielektrične propustljivosti te sredine. Pojam „algebarska suma“ u formulaciji Gaußovog teorema znači da se kod zbrajanja obuhvaćenih električnih naboja površinom mora uzeti u obzir i njihov predznak.



Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju Uvjeti uspostave ravnotežnog stanja



Strukturu vodiča karakterizira i veliki broj slobodnih elektrona, ili pak lako pokretnih pozitivnih i negativnih iona. U odsustvu djelovanja stranog elektrostatskog polja, kretanje tih električnih naboja je ipak kaotično i uglavnom određeno toplinskim efektima, tj. izmjenom energije zbog toplotnih pojava.

Da bi nastupilo ravnotežno stanje, odnosno prostorno mirovanje slobodnih električnih naboja, neophodno je da se u vodljivim tijelima ispune određeni uvjeti.



Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju

Uvjeti uspostave ravnotežnog stanja



Uvjeti ravnotežnog stanja:

1. U unutrašnjosti vodiča, vektor jačine elektrostatskog polja mora biti jednak nuli, $\mathbf{E} = \mathbf{0}$,
2. Tangencijalna komponenta vektora elektrostatskog polja, uz površinu vodiča, sa strane sredine koja okružuje vodič, jednaka je nuli,
3. Sve tačke vodljivog tijela su na istom električnom potencijalu,
4. Unutar vodiča nema slobodnih naboja.



Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju

Elektrostatska indukcija



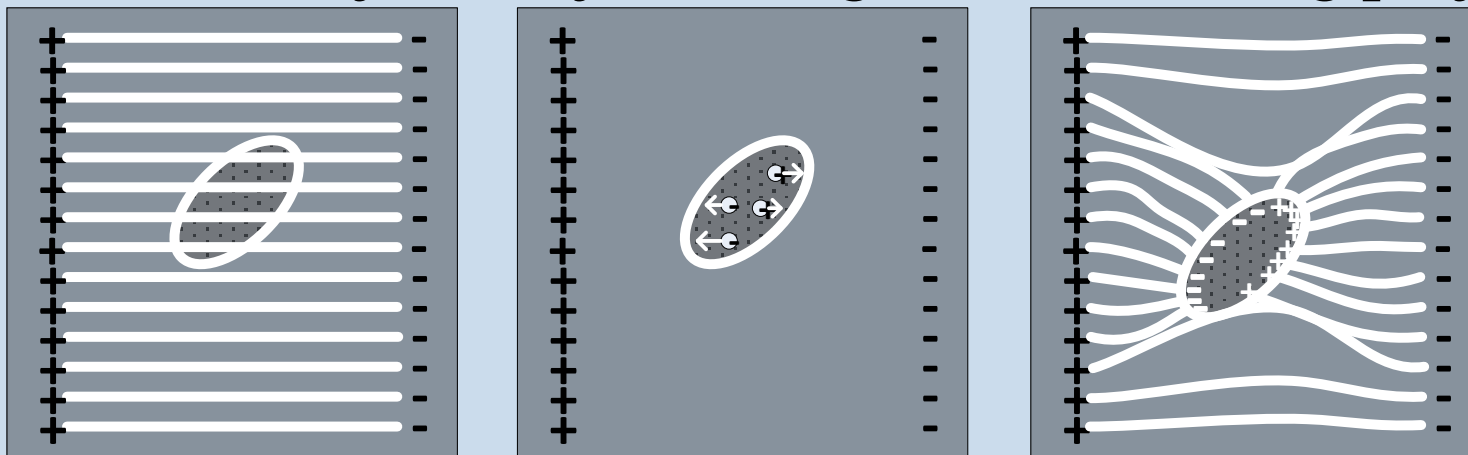
Kada se vodljivo tijelo izloži djelovanju stranog elektrostatskog polja, tada se slobodni elektroni u vodljivom tijelu, pod utjecajem stranog elektrostatskog polja kratkotrajno pomjeraju u vodiču, kako bi njihov novi raspored na vodljivom tijelu i na osnovu tog rasporeda stvoreno elektrostatsko polje, zajedno sa stranim elektrostatskim poljem osiguralo ispunjenje svih gore pobrojanih uvjeta.

Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju

Elektrostatska indukcija

Na slici u tri faze je prikazana reakcija vodljivog tijela, kada se izloži djelovanju stranog elektrostatskog polja.



U vrlo kratkom vremenskom intervalu, poslije unošenja vodljivog tijela u strano elektrostatsko polje, na vodljivom tijelu se preraspoređuju lako pokretljivi električni naboji.



Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju

Elektrostatska indukcija



Po okončanju preraspodjele naboja na vodljivom tijelu, linije polja između ravnomjerno naelektriziranih ravnih ploča, vidno se po svom obliku mijenjaju, što je jedna od posljedica novog rasporeda električnih naboja na tijelu.

Pojava da se, pod utjecajem stranog elektrostatskog polja, na električni neutralnom vodljivom tijelu, uspostavlja nova raspodjela električnih naboja, naziva se elektrostatskom indukcijom. Električni naboji, koji su se pri tome javili na oba kraja vodiča, nazivaju se inducirani električni naboji.



Elektrostatika

Vodiči u elektrostatskom polju

Elektrostatska indukcija



Važno je konstatirati da raspodjela električnih naboja na površini vodljivih tijela, bitno zavisi od geometrijskog oblika površine vodiča i od načina na koji je izvršeno nabijanje vodiča. U skladu sa relacijom $E = \sigma/\epsilon_0$, intenzitet vektora jačine elektrostatskog polja, očigledno će se mijenjati, razmjerno površinskoj gustoći električnih naboja σ . Može se pokazati da je na šiljatim tijelima mnogo veća površinska gustoća električnog naboja, nego na manje ispupčenim tijelima, što se često koristi u tehničkoj praksi, za što je primjer i šiljak kod električnog gromobrana.



Elektrostatika

Električni potencijal

Definicija električnog potencijala



Električni potencijal predstavlja potencijalnu energiju koju u nekoj tački elektrostatskog polja ima naboj jedinične vrijednosti. Električni potencijal nije jednoznačno određena veličina, jer se potencijal proizvoljne tačke određuje u odnosu na neku odabranu referentnu vrijednost električnog potencijala. Za tačku referentnog potencijala, bira se po pravilu tačka koja je veoma daleko od tih izvora-ponora elektrostatskog polja. Takvu referentnu tačku nazivamo daleka tačka. Za električni potencijal daleke tačke uzima se je jednak nuli.



Elektrostatika

Električni potencijal

Potencijal polja tačkastog naboja



U jednostavnom slučaju elektrostatskog polja stvorenog tačkastim nabojem Q , električni potencijal tačke na minimalnoj razdaljini r od tačkastog naboja, u odnosu na daleku tačku, računa se po formuli:

$$V = E \cdot r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Uz pojam električnog potencijala, veže se još jedan važan pojam u elektrostatici i elektrotehnici uopće – električni napon.



Elektrostatika

Električni potencijal

Definicija električnog napona



Električni napon između tačaka A i B razmatranog elektrostatskog polja, definira se kao razlika električnih potencijala V_A i V_B između tih tačaka u tom polju, pri čemu je važno da su potencijali V_A i V_B izračunati u odnosu na istu referentnu tačku.

U praksi se za referentnu tačku najčešće uzima daleka tačka.

Jedinica mjere za električni napon je očito ista kao i ona za električni potencijal, dakle volt (V).



Elektrostatika

Električni potencijal

Napon polja tačkastog naboja



U slučaju elektrostatskog polja stvorenog tačkastim nabojem Q , električni napon je:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Ako su A, B i C proizvoljne tačke promatranog polja, tada vrijedi tzv. konzervativnost elektrostatskog polja:

$$U_{AC} = V_A - V_C = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) = U_{AB} + U_{BC} = U_{AB} - U_{CB}$$



Elektrostatika

Električni potencijal

Ekvipotencijalne linije/površine



Kada je elektrostatsko polje rezultat djelovanja n prostorno raspoređenih tačkastih električnih naboja Q_i , električni potencijal V , tačke udaljene r_i od naboja Q_i , $i = 1, \dots, n$, je:

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

Ekvipotencijalna linija/površina je geometrijsko mjesto tačaka, koje formira liniju/površinu u prostoru i kod kojeg sve njegove tačke imaju istu vrijednost električnog potencijala.



Elektrostatika

Električni kapacitet

Pojam električnog kondenzatora



Pod pojmom električnog kondenzatora, u elektrotehnici se podrazumijeva namjenski konstruiran uređaj, koji je u stanju, akumulirati određenu količinu naboja, odnosno određeni iznos elektrostatske energije. U nekom pogodnom trenutku, taj naboj i tu elektrostatsku energiju, kondenzator je u stanju razmjenjivati sa ostalim elementima u složenijem električnom sistemu.

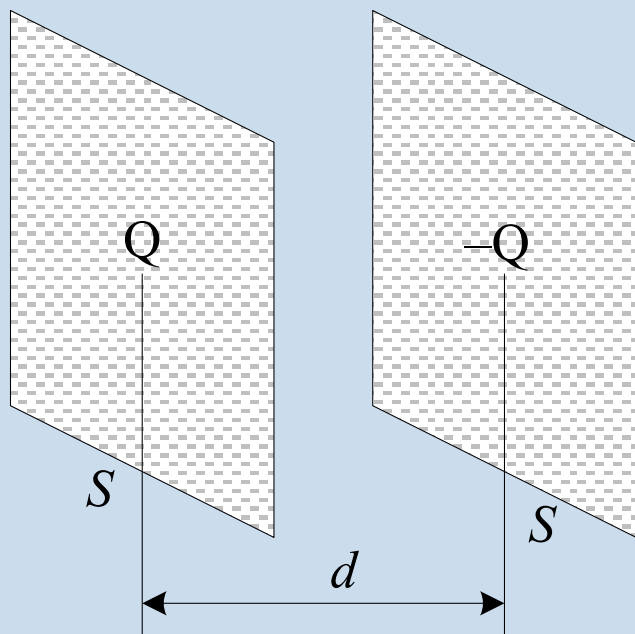
Osnovna veličina kojom se karakterizira kondenzator je električni kapacitet, koji se označava sa C .

Elektrostatika

Električni kapacitet

Pločasti kondenzator

Struktura koja se sastoji od dvije paralelne vodljive ploče, pri čemu je na jednoj ploči ravnomjerno raspoređen naboj $+Q$, a na drugoj $-Q$ naziva se pločasti kondenzator.



Ploče kondenzatora često se nazivaju elektrodama. Ako se između njih nalazi zrak, onda govorimo o zračnom pločastom kondenzatoru.

Elektrostatika

Električni kapacitet

Definicija električnog kapaciteta

Električni kapacitet C nekog tijela ili sistema vodljivih tijela, može se definirati kao sposobnost tog tijela, odnosno tih tijela, da pri djelovanju električnog napona U , akumulira određenu količinu naboja Q , odnosno određene količine naboja Q_i ($i = 1, 2, \dots, k$) u slučaju sistema sastavljenog od k vodljivih tijela. Vrijedi formula $C \cdot U = Q$.

Kapacitet zračnog pločastog kondenzatora računa se iz:

$$ES = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{U}{d} S = \frac{CU}{\epsilon_0} \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$



Elektrostatika

Električni kapacitet

Jedinica mjere električnog kapaciteta



Elektrostatsko polje između ploča pločastog kondenzatora je uglavnom homogeno, osim na krajevima elektroda, gdje je zbog efekata šiljka poremećena ravnomjernost površinske gustoće naboja.

Jedinica mjere za električni kapacitet je farad (F). To je izuzetno veliki iznos električnog kapaciteta. U praksi, kondenzatori se izrađuju u nivou vrijednosti μF , nF , pF .

Elektrostatika

Električni kapacitet

Sferni i cilindrični kondenzatori

Sferni kondenzator čine dvije koncentrične vodljive sfere polumjera $r_1 < r_2$, koje su nabijene ravnomjerno po svojoj površini električnim nabojem Q , odnosno $-Q$, respektivno. Ako se u prostoru između dvije sfere nalazi se zrak, onda imamo o zračni sferni kondenzator. Njegov kapacitet je:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

Elektrostatika

Električni kapacitet

Sferni i cilindrični kondenzatori

Cilindrični kondenzator čine dva vodljiva koaksijalna šuplja cilindra, polumjera $r_1 < r_2$, koja su nabijena ravnomjerno po svojoj površini električnim nabojem Q , odnosno $-Q$, respektivno. Ako se u prostoru između cilindara nalazi se zrak, onda imamo o zračni cilindrični kondenzator. Kapacitet cilindričnog kondenzatora dužine cilindra l je:

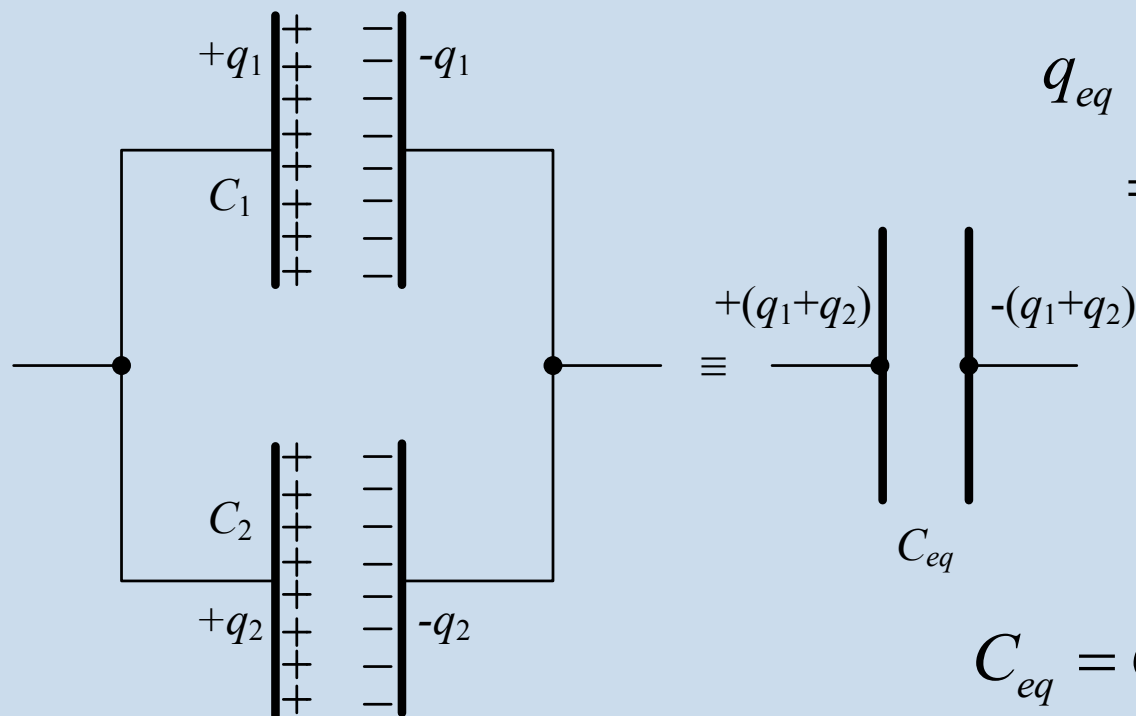
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Elektrostatika

Povezivanje kondenzatora

Paralelna veza

Pri paralelnom vezivanju kondenzatora, svi električni kondenzatori su izloženi djelovanju napona, istog iznosa U .



$$q_{eq} = q_1 + q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U = C_{eq} U$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

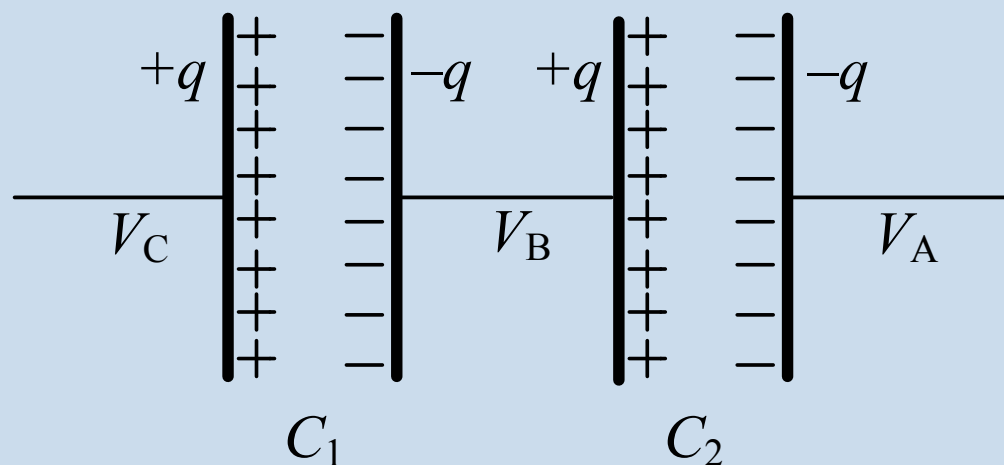
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k$$

Elektrostatika

Povezivanje kondenzatora

Serijska veza

Serijska veza kondenzatora je karakteristična po tome što su svi serijski povezani kondenzatori opterećeni istom količinom električnog naboja.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} =$$

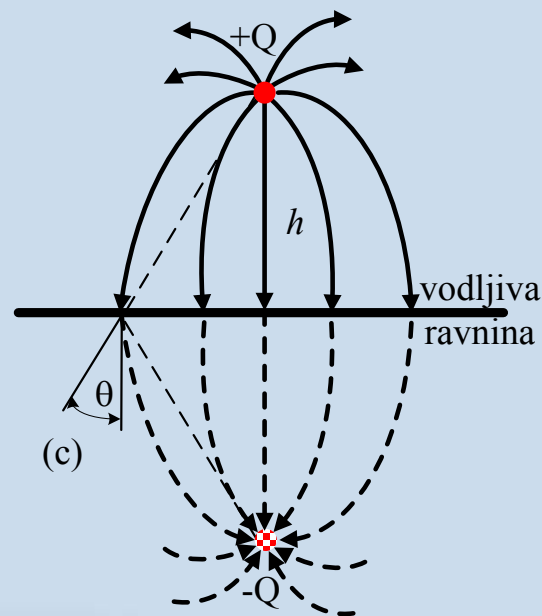
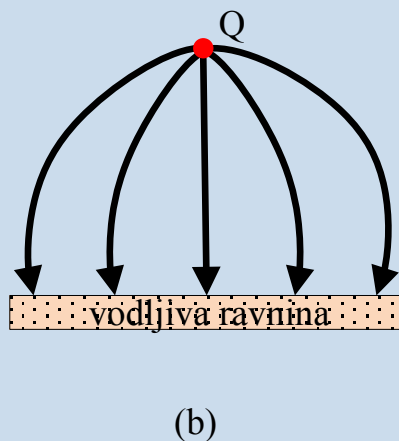
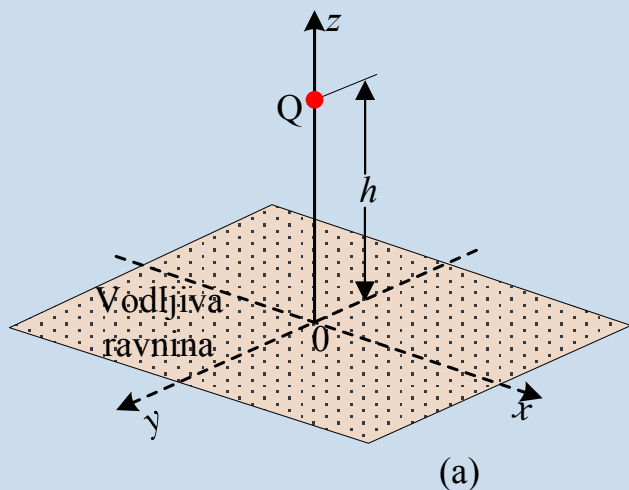
$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) q = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Elektrostatika

Metoda ogledanja

Izračunavanje elektrostatskih polja naelektriziranih tijela, kada se oni nalaze u blizini ravnih vodljivih ploha, moguće je u pojednostaviti koristeći metodu ogledanja / zrcala.



Elektrostatika

Metoda ogledanja

Utvrđeno je da sistem dva tačkasta električna naboja $+Q$ i $-Q$, kada su oni prostorno postavljeni simetrično u odnosu na provodnu ravan, ima elektrostatsko polje identično sa poljem u blizini vodljive ravnine.

Za tačku na beskonačnoj vodljivoj ravnoj plohi, vrijedi:

$$E_z = -\frac{Q \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 (r^2 + h^2)} = -\frac{Qh}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{(r^2 + h^2)^3}}$$

Ova metoda često se koristi za uvažavanje utjecaja Zemlje kao vodljivog tijela, na zračne dalekovodne sisteme.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Uvodna razmatranja



Izlaganjem dielektrika djelovanju stranog elektrostatskog polja, na elementarne električne naboje, koji ulaze u sastav molekula, ili atome analizirane dielektrične supstance, pojavljuje se djelovanje mehaničkom silom. Pod utjecajem takvih sila, unutar molekula, ili atoma dielektrika, dolazi do prostornog pomjeranja električnih naboja, i to pozitivnih naboja u pravcu i smjeru djelovanja elektrostatskog polja, a negativnih električnih naboja opet u istom pravcu, ali suprotnom smjeru, od smjera djelovanja elektrostatskog polja.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Karakteristične veličine dielektrika



Važne električne karakteristike dielektrika su:

- relativna dielektrična konstanta, pokazuje koliko je dielektrična konstanta tog dielektrika veća od one u slučaju vakuuma,
- dielektrična čvrstoća, kritična (granična) vrijednost količnika napona dovedenog na krajeve tog dielektrika i debljine istog dielektrika, pri kojoj još uvijek ne dolazi do narušavanja, odnosno razaranja dielektrične strukture samog dielektrika.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Električni dipol



Električni dipol, predstavlja sistem od dva elementarna električna naboja (Q) i ($-Q$) (istog apsolutnog iznosa naboja, ali različitog predznaka), međusobno prostorno postavljena na maloj udaljenosti d , jedno od drugog.

Ukoliko se vrijednosti njihovog međusobnog odstojanja, pridruži vektorska priroda i tako da vektor odstojanja \mathbf{d} ima smjer od negativnog elementarnog naboja ka pozitivnom elementarnom naboju, tada proizvod $Q \cdot \mathbf{d}$ određuje moment električnog dipola \mathbf{p} , zbog čega važi da je: $\mathbf{p} = Q \cdot \mathbf{d}$.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Električni dipol



Električni dipol, predstavlja sistem od dva elementarna električna naboja (Q) i ($-Q$) (istog apsolutnog iznosa naboja, ali različitog predznaka), međusobno prostorno postavljena na maloj udaljenosti d , jedno od drugog.

Ukoliko se vrijednosti njihovog međusobnog odstojanja, pridruži vektorska priroda i tako da vektor odstojanja \mathbf{d} ima smjer od negativnog elementarnog naboja ka pozitivnom elementarnom naboju, tada proizvod $Q \cdot \mathbf{d}$ određuje moment električnog dipola \mathbf{p} , zbog čega važi da je: $\mathbf{p} = Q \cdot \mathbf{d}$.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Električni centri naboja



Prema gledištima suvremene nerelativističke kvantne mehanike atom u osnovnom stanju, promatramo pomoću tačkastog jezgra (u kom se nalaze protoni) i sferno raspoređenog negativnog naboja u obliku „oblaka“, ukupnog iznosa jednakog električnom naboju broja elektrona u omotaču toga atoma. U ovakvom modelu atoma, pozitivni negativni naboji imaju svoja geometrijska središta, koja ćemo zvati električnim centrima pozitivnog, odnosno negativnog naboja. Ova dva centra očito čine jedan električni dipol.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Nepolarni dielektrici



Nepolarni dielektrici su oni kod kojih se, u odsustvu djelovanja stranog elektrostatskog polja, manifestira električki neutralno ponašanje, odn., kada se sagledava njihovo usrednjeno ponašanje u prostoru, oni ne stvaraju elektrostatsko polje.

Kod ovih dielektrika, u odsustvu stranog elektrostatskog polja, električni centri pozitivnog i negativnog naboja se podudaraju, pa je moment odgovarajućeg dipola jednak nuli. Tipični predstavnici: O, N, H i neki plinovi.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

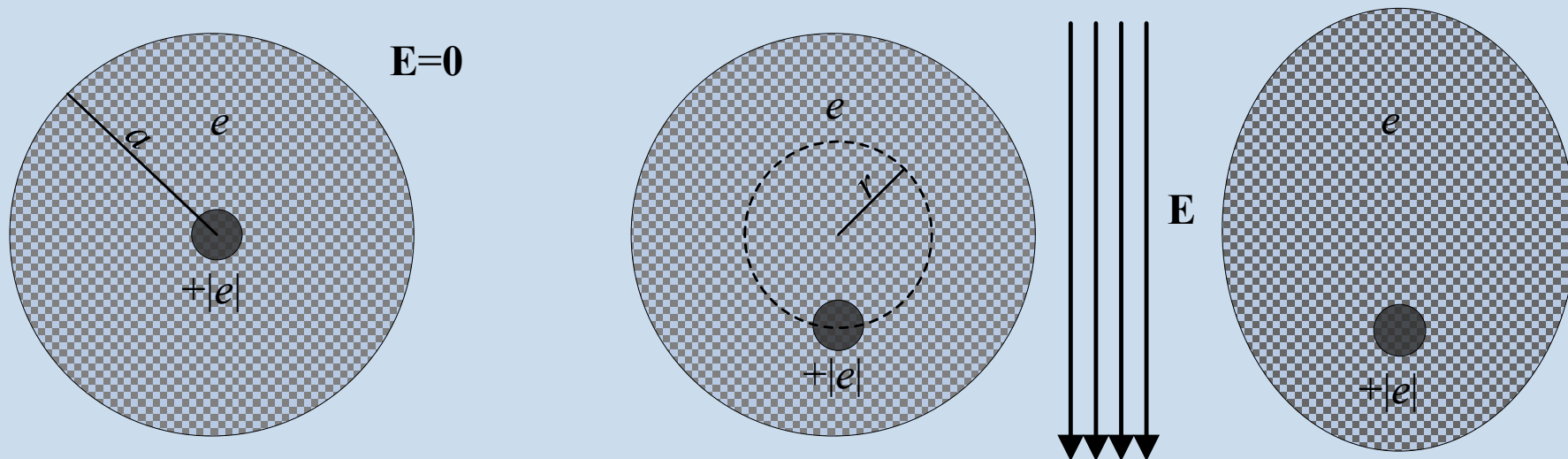
Polarizacija nepolarnog dielektrika



Uvjetima djelovanja stranog elektrostatskog polja na nepolarne dielektrike, dolazi do izmjene geometrijske strukture atoma iz sferične raspodjele, u manje simetričnu (izduženi elipsoid). Elektrostatsko polje, generirano pozitivnim električnim nabojem, vuče prema sebi negativni naboj, a gura od sebe pozitivni električni naboj. U tim okolnostima električni centri pozitivnog električnog naboja i negativnog električnog naboja, više se ne podudaraju, te se obrazuje stalni moment električnog dipola različit od nule. Kažemo da je došlo do polarizacije dielektrika.

Dielektrici u elektrostatskom polju Polarizacija nepolarnog dielektrika

Na slici je prikazan princip polarizacije atoma vodika (H).

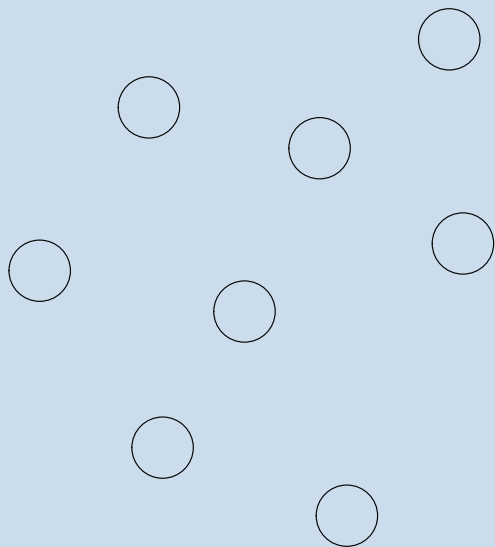


Dielektrici u elektrostatskom polju

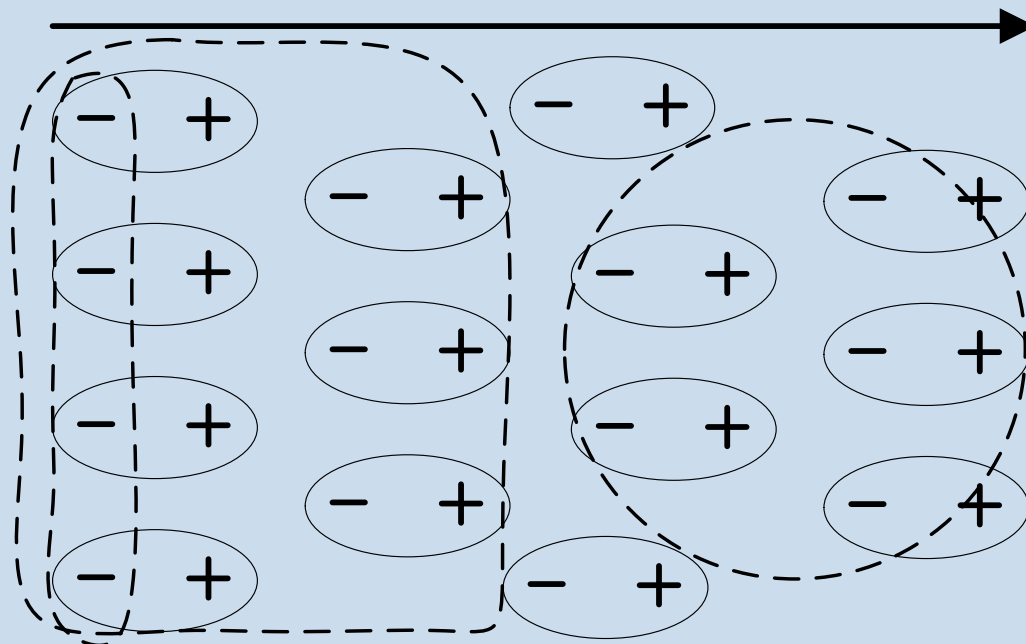
Polarizacija nepolarnog dielektrika

Polarizacije integralne strukture nepolarnog dielektrika.

$E=0$



E





Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Vektor polarizacije dielektrika



Veličina kojom se opisuju dielektrici, u smislu polarizacije, naziva se vektor električne polarizacije \mathbf{P} . Ovaj vektor reprezentira karakteristike momenata električnih dipola, unutar zapremine razmatranog dielektrika. Ovaj vektor ima identičan smjer, kao i pomjeranje pozitivnih električnih naboja u električnom dipolu.

Između vektora polarizacije i polja koje ga je prouzročilo postoji linearna veza, iskazana relacijom $\mathbf{P} = \alpha \cdot \mathbf{E}$, gdje se α naziva koeficijent polarizacije nepolarnog dielektrika.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju Vektor polarizacije nepolarnih dielektrika



Kod nepolarnih dielektrika, intenzitet vektora električne polarizacije ne zavisi od temperature, pošto se sile stranog elektrostatskog polja uravnotežuju inermolekularnim silama privlačenja električnih naboja dipola, koje opet ne ovise o temperaturi ambijenta, odnosno o intenzitetu termički iniciranog kretanja molekula.

Nepolarni dielektrici imaju i osobinu elastične polarizacije, jer se nakon uklanjanja stranog elektrostatskog polja njihovi električni dipoli vraćaju u prvobitno stanje.

Dielektrici u elektrostatskom polju

Polarni dielektrici

Polarni dielektrici imaju osobinu da i u odsustvu djelovanja stranog elektrostatskog polja, njihovi elementarni dijelovi – molekule, posjeduju moment električnog dipola različit od nule. Tipični predstavnici: H_2O , HCl , NH_3 , CO , CH_4OH , ...

Molekule polarnih dielektrika, imaju pojedinačne momente električnog dipola različite od nule, ali zbog termičkog kretanja i kaotičnog prostornog rasporeda uslijed tih kretanja, u integralnom djelovanju s okolnim prostorom, ne iskazuju električno djelovanje na druge električne naboje.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

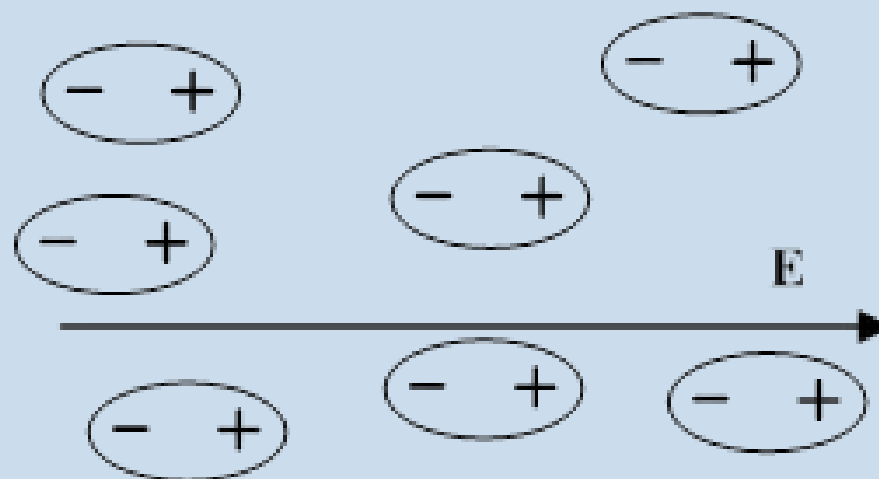
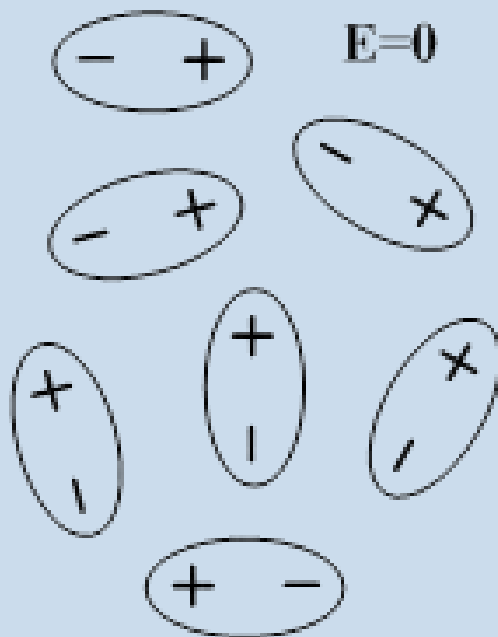
Polarni dielektrici



Tek kada se izlože djelovanju stranog elektrostatskog polja, momenti električnih dipola pojedinih molekula se donekle usmjeravaju i to tako što se pozitivno naelektrizirani dijelovi električnih dipola, usmjeravaju u smjeru djelovanja stranog polja, a oni negativno naelektrizirani u smjeru koji je suprotan smjeru djelovanja elektrostatskog polja.

Ekstremni slučaj, kada su se svi električni dipoli molekula polarnog dielektrika orijentirali u smjeru djelovanja stranog elektrostatskog polja naziva se polarizacija do zasićenja.

Dielektrici u elektrostatskom polju Polarizacija do zasićenja





Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Vektor polarizacije polarnih dielektrika



I ovdje između vektora polarizacije i polja koje ga je prouzročilo postoji linearna veza, iskazana relacijom $\mathbf{P} = \alpha \cdot \mathbf{E}$, gdje je α koeficijent polarizacije dielektrika.

Parametar α , kod obje vrste dielektrika pokazuje sposobnost polarizacije. Njegova konstantna vrijednost parametra daje za osnovu da se takav dielektrik klasificira kao linearni i izotropni dielektrik.

U protivnom on nelinearan i/ili, anizotropan (kvarc).



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Koeficijent polarizacije i susceptibilnost

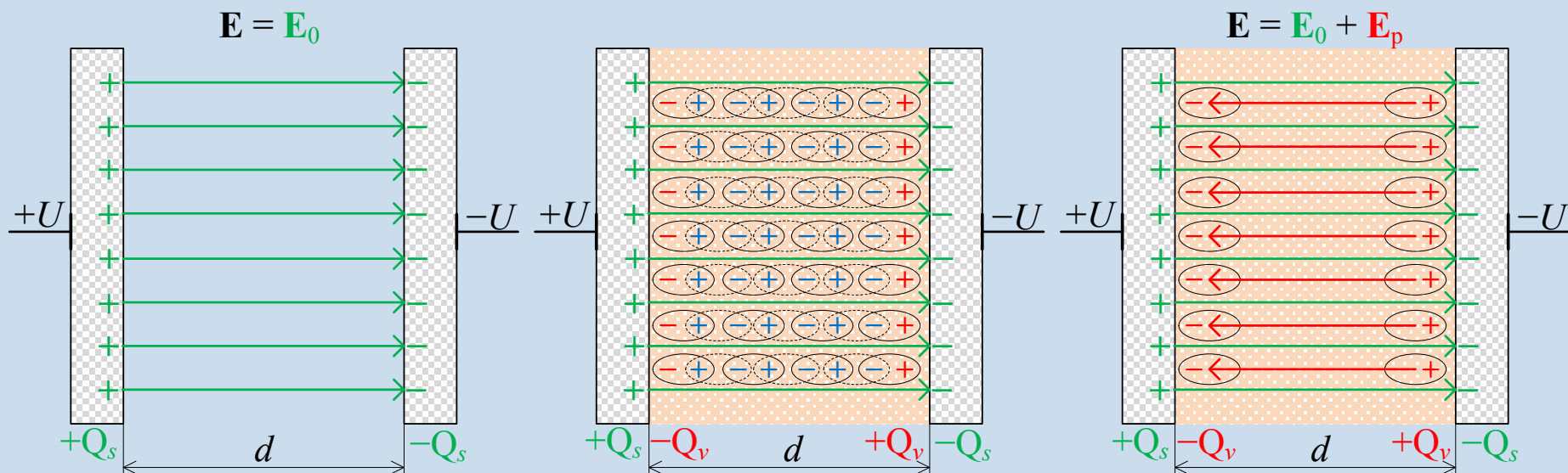


Parametar α se kod linearnih i izotropnih dielektrika može izraziti i pomoću dielektrične konstante vakuuma ϵ_0 i jedne nove konstante χ i to tako da je $\alpha = \epsilon_0 \cdot \chi$.

Konstanta χ je realan pozitivan broj i naziva se električna susceptibilnost dielektrika.

Dielektrici u elektrostatskom polju

Polarizacija polarnih dielektrika



Dielektrici u elektrostatskom polju

Polarizacija polarnih dielektrika

- Kondenzator sa zračnim dielektrikom, akumulira slobodne električne naboje $\pm Q_s$. Između ploča, tada se uspostavlja elektrostatsko polje E_0 .
- Ako se umjesto zraka umetne s homogeni, linearni i izotropni dielektrik $\epsilon > \epsilon_0$, dolazi do njegove polarizacije.
- Tokom polarizacije električni dipoli formiraju veliki broj paralelno postavljenih slojeva, tako da dolazi do međusobnog poništavanja električnog djelovanja suprotno naelektrisanih polova susjednih dipola.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Polarizacija polarnih dielektrika



Električno djelovanje na okolni prostor tada iskazuje samo sloj negativnog električnog naboja, na lijevom rubu dielektrika, sloj pozitivnog električnog naboja, na desnom rubu dielektrika. Dakle, polarizirani dielektrik između elektroda kondenzatora, može se ekvivalentirati s dva vrlo tanka sloja električnih naboja, pozicionirana uz donju i gornju elektrodu, a ostatak prostora između elektroda, pošto je električki neutralan, može biti zamjenjen ponovo vakuumom.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Vezani električni naboji



Električki naboji, pozicionirani na površini dielektrika ne mogu napustiti strukturu dielektrika, te se često nazivaju vezani električni naboji. Oni obrazuju električno polje, uslijed pojave dva nova sloja električnih naboja $\pm Q_v$, u prostoru između elektroda razmatranog kondenzatora, što dovodi do promjene vektora jačine elektrostatskog polja:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_p = \mathbf{E}_0 - \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}$$

Pri čemu je novo polje očito manjeg intenziteta $E < E_0$.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Dielektrični pomjeraj



Vektor dielektričnog pomjeraja \mathbf{D} je vektor, čiji je intenzitet jednak količniku količine električnog naboja Q , koja se pomjerila tokom uspostavljanja elektrostatskog polja kroz površinu S , i veličine te elementarne površine, a pravac i smjer takvog vektora se poklapa sa pravcem i smjerom pomjeranja pozitivnog električnog naboja $D = Q/S$. s druge strane, kada se između elektroda kondenzatora, koje raspolažu električnim nabojima $\pm Q_s$, nalazi samo vakuum, dovodi do vrijednosti intenziteta vektora dielektričnog pomjeraja u vakuumu \mathbf{D}_0 : $D_0 = Q_s/S$.

Dielektrici u elektrostatskom polju

Dielektrični pomjeraj

Ispunjavanjem prostora između elektroda kondenzatora dielektrikom, nakon njegove polarizacije, vektor ukupnog dielektričnog pomjeraja, koji objedinjava i pomjeranja električnih naboja u vakumu i pomjeranja vezanih električnih naboja unutar dielektrika, ima intenzitet:

$$D = D_0 + P = \frac{Q_s}{S} + \frac{Q_v}{S} = \frac{Q}{S}$$



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Dielektrični pomjeraj



Za anizotropne dielektrike je važna osobina da vektor električne polarizacije \mathbf{P} ne mora biti kolinearan sa (rezultantnim) vektorom jačine elektrostatskog polja \mathbf{E} . Zbog toga, bez obzira što je vektor dielektričnog pomjeraja u vakumu \mathbf{D}_0 uvijek kolinearan s vektorom jačine elektrostatskog polja \mathbf{E} , u općenitom gledanju analiziranih problema, vektor dielektričnog pomjeraja \mathbf{D} treba određivati isključivo u skladu s relacijom:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

Dielektrici u elektrostatskom polju

Dielektrični pomjeraj

Ukoliko je razmatrani dielektrik linearan i izotropan, tada se može uspostaviti relacija $\mathbf{P} = \alpha \cdot \mathbf{E}$, a zbog $\alpha = \varepsilon_0 \cdot \chi$ i relacija $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi \cdot \mathbf{E}$, što omogućava da se relacija s prošlog slajda transformira u formu važeću samo za homogene, linearne i izotropne dielektrike:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$$

Treba uočiti da postojanje dielektrika povećava iznos električnog naboja na elektrodama kondenzatora, sa vrijednosti Q_s , na vrijednost Q , pri čemu je $Q > Q_s$.



Elektrostatika

Dielektrici u elektrostatskom polju

Maxwellov postulat



Maxwellov postulat je poopćenje Gaußovog teorema, koji vrijedi samo za homogenu i izotropnu sredinu. Fluks vektora dielektričnog pomjeraja kroz bilo koju zatvorenu površinu, jednak je algebarskoj sumi svih slobodnih električnih naboja obuhvaćenih upravo tom površinom.

Maxwellov postulat važi i za nehomogenu i za anizotropnu sredinu, kao i za promjenljivo električno polje.

Pojam „algebarska suma“ ima isto značenje kao kod Gaußovog zakona.