



# Introducción a Mónadas

Pablo E. Martínez López

# Mónadas – Ejemplo básico

## ■ Evaluador básico

```
data E = Cte Float | Div E E
```

```
eval :: E -> Float
```

```
eval (Cte n) = n
```

```
eval (Div e1 e2) = eval e1 / eval e2
```

- (alternativa de codificación)

```
eval :: E -> Float
```

```
eval (Cte n) = n
```

```
eval (Div e1 e2) = let v1 = eval e1  
                  in let v2 = eval e2  
                  in v1 / v2
```

# Mónadas – Modificación 1

## ■ ¿Cómo hacerla total?

```
eval :: E -> Maybe Float
eval (Cte n) = Just n
eval (Div e1 e2) =
  case (eval e1) of
    Nothing -> Nothing
    Just v1  -> case (eval e2) of
      Nothing -> Nothing
      Just v2  -> if v2 == 0
                    then Nothing
                    else Just (v1 / v2)
```

# Mónadas – Modificación 2

## ■ ¿Cómo contar la cantidad de divisiones?

```
type StateT a = State -> (a, State)
type State = Int
```

```
eval :: E -> StateT Float
eval (Cte n) = \s -> (n, s)
eval (Div e1 e2) =
  \s -> let (v1, s1) = (eval e1) s
        in let (v2, s2) = (eval e2) s1
        in let s3 = incrementar s2
        in (v1 / v2, s3)
```

# Mónadas – Modificación 2

- ¿Cómo contar la cantidad de divisiones? (2)
  - (definiciones auxiliares)

incrementar :: State -> State  
incrementar d = d+1

eval' :: E -> (Float, State)  
eval' e = (eval e) 0

# Mónadas – Modificación 3

## ■ ¿Cómo armar una traza de las cuentas?

```
type Output a = (a, Screen)
type Screen = String
```

```
eval :: E -> Output Float
eval (Cte n) = (n, "")
eval (Div e1 e2) =
    let (v1, o1) = (eval e1)
    in let (v2, o2) = (eval e2)
       in let o3 = imprimir (armar v1 v2 (v1 / v2))
          in (v1 / v2, o1++o2++o3)
```

# Mónadas – Modificación 3

- ¿Cómo armar una traza de las cuentas? (2)
  - (definiciones auxiliares)

```
imprimir:: Screen -> Screen  
imprimir msg = msg
```

```
armar v1 v2 r =    show v1 ++ "/"  
                  ++ show v2 ++ "="  
                  ++ show r  ++ "\n"
```

# Mónadas

- Alteraciones pequeñas
- Cambios grandes
- ¿Cómo conseguir que los cambios no impacten tanto en el código?
- IDEA: usar la técnica de las “cajas”
- ¡¡ABSTRAER las diferencias!!



# Mónadas – Modificación 1

- Reescribimos el código y dibujamos las cajas

eval (Cte n) = **Just** n

eval (Div e1 e2) =

```
case (eval e1) of
  Nothing -> Nothing
  Just v1' -> (\v1 -> case (eval e2) of
    Nothing -> Nothing
    Just v2' -> (\v2 -> if v2 == 0
      then Nothing
      else Just (v1 / v2)) v2') v1'
```

# Mónadas – Modificación 1

## ■ Rearmamos las cajas

eval (Div e1 e2) =

```
(\m k -> case m of  
    Nothing -> Nothing  
    Just v1' -> k v1')
```

(eval e1)

```
(\v1 -> (\m k -> case m of  
    Nothing -> Nothing  
    Just v2' -> k v2'))
```

(eval e2)

```
(\v2 -> if v2 == 0  
    then Nothing  
    else Just (v1 / v2)))
```

# Mónadas – Modificación 1

## ■ Damos nombre a las cajas

```
bindM m k = case m of Nothing -> Nothing  
              Just v   -> k v
```

```
returnM n = Just n
```

```
failM      = Nothing
```

```
eval (Cte n) = returnM n
```

```
eval (Div e1 e2) =
```

```
    bindM (eval e1)
```

```
        (\v1 -> bindM (eval e2)
```

```
            (\v2 -> if v2 == 0
```

```
                then failM
```

```
                else returnM (v1 / v2)))
```

# Mónadas – Modificación 1

## ■ Reescribimos la sintaxis por comodidad

```
bindM m k = case m of Nothing -> Nothing  
              Just v   -> k v
```

```
returnM n = Just n
```

```
failM      = Nothing
```

```
eval (Cte n) = returnM n
```

```
eval (Div e1 e2) =
```

```
    eval e1          `bindM` \v1 ->
```

```
    eval e2          `bindM` \v2 ->
```

```
    if v2 == 0
```

```
    then failM
```

```
    else returnM (v1 / v2)
```

# Mónadas – Modificación 2

- Reescribimos el código y dibujamos las cajas

$\text{eval (Cte } n) = (\lambda n' s \rightarrow (n', s)) n$

$\text{eval (Div } e1 \ e2) =$

```
\s -> let (v1', s1') = (eval e1) s
in (\v1 ->
  \s1 -> let (v2', s2') = (eval e2) s1
  in (\v2 ->
    \s2 -> let (vd, s3') = incrementar s2
    in (\_ ->
      (\lambda n' s3 -> (n', s3)) (v1 / v2)
    ) vd s3'
  ) v2' s2'
) v1' s1'
```

# Mónadas – Modificación 2

## ■ Rearmamos las cajas

eval (Div e1 e2) =

$(\backslash m\ k \rightarrow \backslash s \rightarrow \text{let } (v1', s1') = m\ s$   
 $\text{in } k\ v1'\ s1')$

(eval e1)

$(\backslash v1 \rightarrow (\backslash m\ k \rightarrow \backslash s1 \rightarrow \text{let } (v2', s2') = m\ s1$   
 $\text{in } k\ v2'\ s2'))$

(eval e2)

$(\backslash v2 \rightarrow (\backslash m\ k \rightarrow \backslash s2 \rightarrow \text{let } (vd, s3') = m\ s2$   
 $\text{in } k\ vd\ s3'))$

incrementar

$(\backslash \_ \rightarrow (\backslash n'\ s3 \rightarrow (n', s3)))\ (v1 / v2))))$

# Mónadas – Modificación 2

## ■ Damos nombre a las cajas

$\text{bindS } m \ k = \backslash s \rightarrow \text{let } (v, s') = m \ s \text{ in } k \ v \ s'$

$\text{returnS } n = \backslash s \rightarrow (n, s)$

$\text{incrementar } s = ((), s + 1)$

$\text{eval } (\text{Cte } n) = \text{returnS } n$

$\text{eval } (\text{Div } e1 \ e2) =$

$\text{bindS } (\text{eval } e1)$

$(\backslash v1 \rightarrow \text{bindS } (\text{eval } e2)$

$(\backslash v2 \rightarrow \text{bindS } \text{incrementar}$

$(\backslash \_ \rightarrow \text{returnS } (v1 / v2))))$

# Mónadas – Modificación 2

## ■ Reescribimos la sintaxis por comodidad

$\text{bindS } m \ k = \backslash s \rightarrow \text{let } (v, s') = m \ s \text{ in } k \ v \ s'$

$\text{returnS } n = \backslash s \rightarrow (n, s)$

$\text{incrementar} = \backslash s \rightarrow ((), s + 1)$

$\text{eval } (\text{Cte } n) = \text{returnS } n$

$\text{eval } (\text{Div } e1 \ e2) =$

$\text{eval } e1 \quad \quad \quad \backslash \text{bindS} \ \backslash v1 \rightarrow$

$\text{eval } e2 \quad \quad \quad \backslash \text{bindS} \ \backslash v2 \rightarrow$

$\text{incrementar} \quad \quad \quad \backslash \text{bindS} \ \backslash \_ \rightarrow$

$\text{returnS } (v1 / v2)$



# Mónadas – Ejemplo básico

- Reescribimos el código y dibujamos las cajas

$\text{eval (Cte } n) = \text{id } n$

$\text{eval (Div } e1 \ e2) = \text{let } v1' = (\text{eval } e1)$

$\text{in } (\backslash v1 \rightarrow \text{let } v2' = (\text{eval } e2)$   
 $\text{in } (\backslash v2 \rightarrow \text{id } (v1 / v2))$   
 $) v2'$   
 $) v1'$

# Mónadas – Ejemplo básico

## ■ Rearmamos las cajas

$\text{eval} (\text{Cte } n) = \boxed{\text{id}} n$

$\text{eval} (\text{Div } e1 \ e2) = (\backslash m \ k \ \rightarrow \text{let } v1' = m$   
 $\text{in } k \ v1')$

$(\text{eval } e1)$

$(\backslash v1 \ \rightarrow (\backslash m \ k \ \rightarrow \text{let } v2' = m$   
 $\text{in } k \ v2'))$

$(\text{eval } e2)$

$(\backslash v2 \ \rightarrow \boxed{\text{id}} (v1 \ / \ v2)))$

# Mónadas – Ejemplo básico

## ■ Damos nombre a las cajas

`bindId m k = let v = m in k v`

`returnId n = n`

`eval (Cte n) = returnId n`

`eval (Div e1 e2) = bindId (eval e1)`

`(\v1 -> bindId (eval e2)`

`(\v2 -> returnId (v1 / v2)))`

# Mónadas – Ejemplo básico

## ■ Damos nombre a las cajas

$\text{bindId } m \ k = \text{let } v = m \text{ in } k \ v$

$\text{returnId } n = n$

$\text{eval } (\text{Cte } n) = \text{returnId } n$

$\text{eval } (\text{Div } e1 \ e2) = \text{eval } e1 \quad \text{'bindId'} \ \backslash v1 \rightarrow$   
 $\text{eval } e2 \quad \text{'bindId'} \ \backslash v2 \rightarrow$   
 $\text{returnId } (v1 / v2)$

# Mónadas – Definición

- Una mónada es un tipo paramétrico

$M\ a$

con operaciones

$\text{return} :: a \rightarrow M\ a$

$(>>=) :: M\ a \rightarrow (a \rightarrow M\ b) \rightarrow M\ b$

que satisfacen las siguientes leyes

$\text{return } x >>= k = k\ x$

$m >>= \lambda x \rightarrow \text{return } x = m$

$m >>= \lambda x \rightarrow (n >>= \lambda y \rightarrow p) = (m >>= \lambda x \rightarrow n) >>= \lambda y \rightarrow p$   
siempre que  $x$  no aparezca en  $p$

# Mónadas – Intuición

- Una mónada incorpora *efectos* a un valor
  - El tipo  $M\ a$  incorpora la *información* necesaria
  - `return x` representa a  $x$  con el *efecto nulo*
  - `(>>=)` *secuencia* efectos con *dependencia* de datos

# Mónadas – Intuición

- Cada mónada se diferencia de las demás por sus operaciones adicionales
  - Maybe tiene fail
  - State tiene incrementar
  - Output tiene imprimir
  - etc.

# Mónadas – y clases

- Haskell define una clase para las mónadas

```
class Monad m where
```

```
    return :: a -> m a
```

```
    (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```

- Para definir Maybe como una mónada se escribe

```
instance Monad Maybe where
```

```
    return x = Just x
```

```
    m >>= k = case m of
```

```
        Nothing -> Nothing
```

```
        Just x   -> k x
```



# Do notation

- La do-notation es una forma de abreviar el uso de mónadas para las clases monádicas

```
eval e1 >>= \v1 ->
```

```
eval e2 >>= \v2 ->
```

```
imprimir "traza" >>= \_ ->
```

```
return (v1/v2)
```

vs.

```
do v1 <- eval e1
```

```
  v2 <- eval e2
```

```
  imprimir "traza"
```

```
  return (v1/v2)
```

# Mónada IO

- Es una mónada predefinida en Haskell, que captura las operaciones de entrada/salida
- Es un tipo llamado (IO a), con operaciones monádicas, más operaciones primitivas diversas

`getChar :: IO Char`                      -- Lee un caracter de teclado

`putChar :: Char -> IO ()`              -- Escribe un caracter en la pantalla

`readFile :: FilePath -> IO String`

    -- Lee el contenido de un archivo del disco, en forma de string

`writeFile :: FilePath -> String -> IO ()`

    -- Graba un archivo con ese nombre, con el contenido dado

