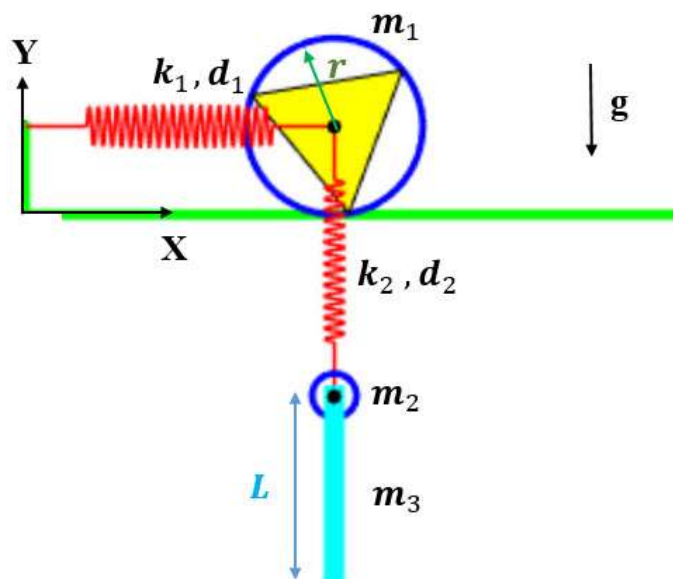


در این پروژه هدف استخراج معادلات ریاضیاتی حاکم بر سیستم نشان داده شده در شکل ۱، به روش معادلات لاگرانژ است. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، سیستم مذکور از یک دیسک به جرم  $m_1$  و شعاع  $r$ ، یک ذره به جرم  $m_2$ ، یک میله به جرم  $m_3$  و طول  $L$ ، یک فنر با سفتی  $k_1$  و طول اولیه  $d_1$  و یک فنر با سفتی  $k_2$  و طول اولیه  $d_2$  تشکیل شده است. دیسک  $m_1$  بدون لغزش بر روی سطح داده شده در حال غلتش است.



شکل ۱- شماتیک سیستم مفروض

مقادیر عددی پارامترهای ذکر شده، در جداول ۱ و ۲ آمده است.

جدول ۱- جرم و ابعاد اجسام موجود در مسئله

شماره جسم	مشخصات	جرم (kg)	ابعاد (m)
۱	دیسک همگن	$m_1 = ۱.۵$	$r = ۰.۲$
۲	ذره	$m_2 = ۰.۵$	—
۳	میله همگن	$m_3 = ۱$	$L = ۰.۴$

جدول ۲- سفتی و طول اولیه فنرهای موجود در مسئله

طول اولیه (m)	سفتی (N/m)	شماره فنر
$d_1 = 1$	$k_1 = 75$	۱
$d_2 = 0.4$	$k_2 = 50$	۲

**شرایط اولیه مسئله:** میله (جسم ۳) و فنر ۲ هر دو در یک راستا و عمود بر راستای محور  $X$  نشان داده هستند. فشردگی فنر  $k_1$  برابر با  $cmp_{k_1}$  و فشردگی فنر  $k_2$  برابر با  $cmp_{k_2}$  است که مقادیر آنها در جدول ۳ آورده شده است. به علاوه مکانیزم مورد نظر، از حالت سکون شروع به حرکت می کند (مشتق تمام مختصه های تعمیم یافته نسبت به زمان در لحظه صفر، برابر با صفر است).

جدول ۳- فشردگی اولیه فنرها

فشردگی اولیه (m)	شماره فنر
$cmp_{k_1} = -0.2 \hat{I}$	۱
ناشی از وزن اجسام ۲ و ۳ $cmp_{k_2} = 3$	۲

با توجه به موارد ذکر شده، به سوالات مطرح شده در زیر پاسخ دهید.

### سوالات:

- ۱- تعداد درجات آزادی سیستم دینامیکی نشان داده شده در شکل ۱ را با استدلال تعیین نمایید.
- ۲- ضمن مشخص نمودن مختصه های تعمیم یافته و قیده های موجود در مسئله، انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل (گرانشی و فنر) و نیروهای تعمیم یافته را محاسبه نمایید.
- ۳- با توجه به مورد قبل و با استفاده از معادله لاگرانژ، معادلات حرکت سیستم را استخراج نمایید (بدین منظور می توانید از نرم افزار MATLAB استفاده نمایید).
- ۴- معادلات استخراج شده را برای بازه زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه با استفاده از حل گرهای موجود در نرم افزار MATLAB حل نمایید.

\*۵- معادلات حاکم بر مسئله را با روش نیوتن-اوایلر استخراج و آن را برای بازه زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه با استفاده از حل‌گرهای موجود در نرم‌افزار MATLAB حل نموده و نتایج حاصل شده را با نتایج قسمت ۴ صفحه‌گذاری نمایید (اختیاری).

\*۶- مکانیزم نشان داده شده در شکل ۱ را در نرم‌افزار<sup>۱</sup> MSC Adams View شبیه‌سازی نموده و نتایج حاصل شده را با نتایج قسمت ۴ صفحه‌گذاری نمایید (اختیاری).

---

<sup>۱</sup> استفاده از هر نرم‌افزار شبیه‌سازی دیگری که قابلیت حل مسائل به صورت دینامیکی را داشته باشد، مورد قبول است.