



## آنالیز الگوریتم (۲۲۸۹۱)

مدرس: حسین بومری

[پاییز ۹۹]

نگارنده: ۹۷۱۰۰۵۷۹ فرزین نصیری

تمرین ۱: تقسیم و حل، حریصانه و مرور ساختمان داده

### سارا فوتبالی

#### الف

ابتدا یک تعریف برای مجموعه محدب و پوش محدب ارائه می دهیم.

تعریف ۱. یک زیر مجموعه  $P$  از نقاط  $S$  را محدب می گوئیم اگر و فقط اگر برای هر  $x, y \in P$ ، خط  $\overline{xy}$  کاملاً درون  $P$  باشد. [۱]

تعریف ۲. پوش محدب مجموعه  $P$ ، کوچکترین مجموعه محدب شامل  $P$  است که یکتا می باشد. [۱]

با توجه به تعاریف بالا و مشخصات چند ضلعی مورد نظر سوال، چند ضلعی خواسته شده همان پوش محدب مجموعه موانع است.

#### ب

اثبات. برای شرط رفت، فرض کنید که خط  $\overline{ab}$  یکی از اضلاع پوش محدب است ولی نقطه ای مانند  $c$  وجود دارد که در سمت دیگر ضلع قرار دارد، در این صورت این ضلع کل مجموعه را پوشش نمی دهد (با توجه به اینکه جهت دار است) پس نمی تواند یک چندضلعی محدب باشد.  $\square$

اثبات. برای شرط برگشت، با توجه به اینکه تمام نقاط در یک سمت خط قرار دارند، طبق تعریف خط مورد نظر تمام نقاط داخل را شامل میشود و یکی از اضلاع پوش محدب است.  $\square$

#### ج

الگوریتم ۱. الگوریتم بروت فورس به شرح زیر است:

GetConvexHall(Point[] :  $P$ )

۱ **for**  $a, b \in P \&\& a \neq b$

۲ **for**  $c \in P \&\& c \neq a \&\& c \neq b$

۳ // Check if  $c$  is on the correct sides with the other points

اثبات. اثبات درستی الگوریتم به صورت زیر است:

طبق این الگوریتم، تمام اضلاع قابل رسم روی مجموعه نقاط داده شده بررسی می شوند. طبق بخش قبلی، اگر یک ضلع  $\overline{ab}$  را در نظر بگیریم، این ضلع روی پوش محدب است اگر و فقط اگر تمام نقاط دیگر در یک سمت این خط باشند. بنابراین با بررسی شرط اخیر میتوانیم مطمئن شویم اضلاع انتخاب، همان اضلاع مورد نظر ما برای چند ضلعی مورد نظر سوال است.

□

اثبات. اثبات زمان الگوریتم به صورت زیر است:

طبق این الگوریتم، تمام اضلاع قابل رسم روی مجموعه نقاط داده شده بررسی می شوند که همان  $C(n, 2)$  است که با زمان  $O(n^2)$  انجام می شود. چون برای هر ضلع، باید با  $n - 2$  نقطه دیگر مقایسه انجام شود، زمان کل الگوریتم  $O(n^3)$  است.

□

## مراجع

[۱] Convex Hull