ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Назва роботи: асимптотичні характеристики складності алгоритму; алгоритми з поліноміальною та експоненціальною складністю.

Мета роботи: ознайомитись з асимптотичними характеристиками складності та класами складності алгоритмів.

1.1. Часова складність.

В процесі розв'язку задачі вибір алгоритму викликає певні труднощі. Алгоритм повинен задовільняти вимогам, які часом суперечать одна одній:

- бути простим для розуміння, переводу в програмний код, відлагодження;
- ефективно використовувати комп'ютерні ресурси і виконуватись швидко.

Якщо програма повинна виконуватись декілька разів, то перша вимога більш важлива. Вартість робочого часу програміста перевищує вартість машинного часу виконання програми, тому вартість програми оптимізується по вартості написання, а не виконання програми. Якщо задача вимагає значних обчислювальних витрат, то вартість виконання програми може перевищити вартість написання програми, особливо коли програма повинна виконуватись багаторазово. Але навіть в цій ситуації доцільно спочатку реалізувати простий алгоритм, і з'ясувати яким чином повинна себе поводити більш складна програма.

На час виконання програми впливають наступні чинники:

- ввід інформації в програму;
- якість скомпільованого коду;
- машинні інструкції, які використовуються для виконання програми;
- часова складність алгоритму(ЧС).

Часова складність є функцією від вхідних даних. Для деяких задач ЧС залежить від самих вхідних даних (знаходження найбільшого спільного дільника двох чисел), для інших – від їх "розміру" (задачі сортування).

Коли ЧС є функцією від самих даних, її визначають як ЧС для найгіршого випадку, тобто як найбільшу кількість інструкцій програми серед всіх можливих вхідних даних для цього алгоритму.

Використовується також ЧС в середньому випадку (в статистичному сенсі), як середня кількість інструкцій по всім можливим вхідним даним. На практиці ЧС в середньому випадку важче визначити ніж ЧС для найгіршого випадку, через те що це математично важка для розв'язання задача. Крім того, іноді важко визначити, що означає "середні" вхідні дані.

Коли ЧС є функцією від кількості вхідних даних, аналізується швидкість зростання цієї функції.

1.2. Асимптотичні співвідношення

Для опису швидкості зростання функцій використовується О-символіка. Функція f(n) має порядок зростання O(g(n)), якщо існують додатні константи C і $\mathbf{n}_0$ такі, що:

$$f(n) <= C*g(n), \quad \text{для } n > n_0.$$

Позначемо функцію яка виражає залежність часової складності від кількості вхідних даних (**n**) через **L(n)**. Тоді, наприклад, коли говорять, що часова складність **L(n)** алгоритму має порядок(степінь) зростання $O(n^2)$ (читається як "О велике від **n** в квадраті", або просто як "о від **n** в квадраті", то вважається, що існують додатні константи **c** і $\mathbf{n}_0$ такі, що для всіх **n**, більших або рівних $\mathbf{n}_0$, виконується нерівність $\mathbf{L(n)<=cn^2}$.

Наприклад, функція **L(n) = $3n^3+2n^2$** має порядок зростання **O(n^3)**. Нехай **n_0**=0 і **c**=5. Очевидно, що для всіх цілих n>=0 виконується нерівність **$3n^3+2n^2$ <= $5n^3$.**

Коли кажуть, що **L(n)** має степінь зростання **O(f(n))**, то вважається, що **f(n)** є верхньою границею швидкості зростання **L(n).** Щоби вказати нижню границю швидкості зростання **L(n)** використовують позначення **Ω(g(n))**, що означає існування такої константи **c**, що для нескінченої кількості значень **n** виконується нерівність **L(n)>=c*g(n).**

Теоретичне визначення порядку зростання функції є складною математичною задачею. На практиці визначення порядку зростання є задачею, що цілком вирішується за допомогою кількох базових принципів. Існують три правила для визначення складності:

1. **O(c* f(n))=O(f(n))**
2. **O(f(n) + g(n)) = O(max(f(n), g(n)))**
3. **O(f(n) * g(n)) = O(f(n)) * O(g(n))**

Перше правило декларує, що постійні множники не мають значення для визначення порядку зростання.

Друге правило називається ***"Правило сум".*** Це правило використовується для послідовних програмних фрагментів з циклами та розгалуженнями. Порядок зростання скінченої послідовності програмних фрагментів (без врахування констант) дорівнює порядку зростання фрагменту з найбільшою часовою складністю. Якщо алгоритм складається з двох фрагментів, функції часових складностей яких **L_1(n)** і **L_2(n)** мають ступені зростання **O(f(n))** і **O(g(n))** відповідно, то алгоритм має степінь зростання **O(max(f(n),g(n))).**

Третє правило називається ***"Правило добутків"***. Якщо **L_1(n)** і **L_2(n)** мають ступені зростання **O(f(n))** і **O(g(n))** відповідно, то добуток **L_1(n) L_2(n)** має степінь зростання **O(f(n)g(n))** . Прикладом може бути фрагмент програми "цикл в циклі".

2. Приклад.

Задані функції часової складності L(n) для чотирьох алгоритмів:

1. $L_1(n) = n\sqrt{n}$ 2. $L_2(n) = 2^n + n$ 3. $L_3(n) = 3n^2 + 2n^3$ 4. $L_4(n) = n + \log_2 n$

Використавши правило сум і правило добутків знайдемо O(n) :

$O_1(n) = n\sqrt{n}$ $O_2(n) = 2^n$ $O_3(n) = n^3$ $O_4(n) = n$

Розташуємо функції $O_i(n)$ у порядку зростання:

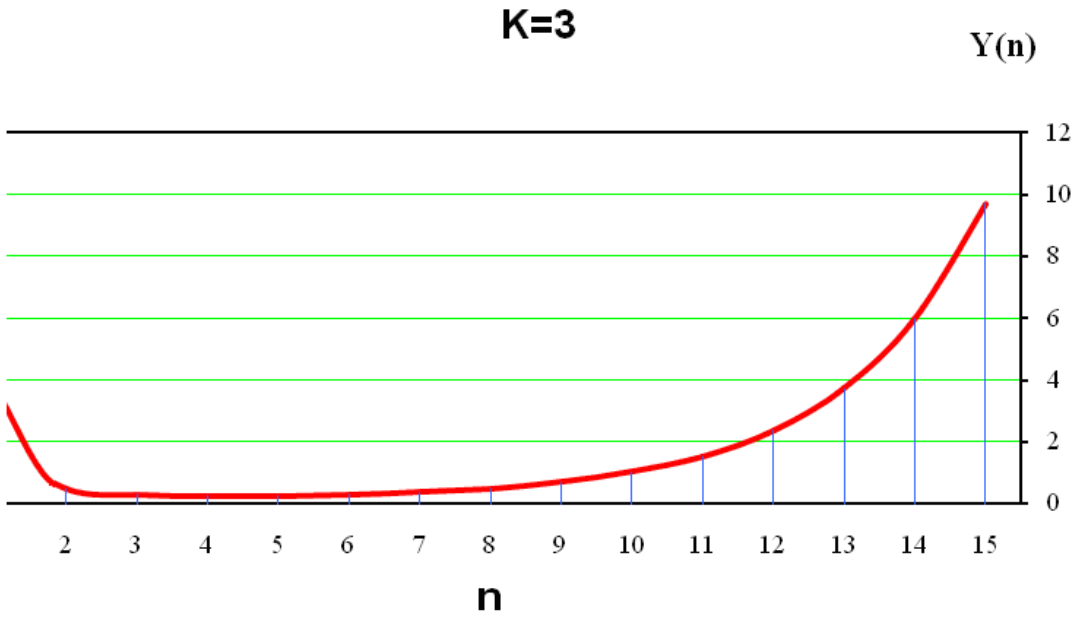
1. $O_4(n) = n$ 2. $O_1(n) = n\sqrt{n}$ 3. $O_3(n) = n^3$ 4. $O_2(n) = 2^n$

Функція $O_2(n) = 2^n$ має найбільший степінь зростання.

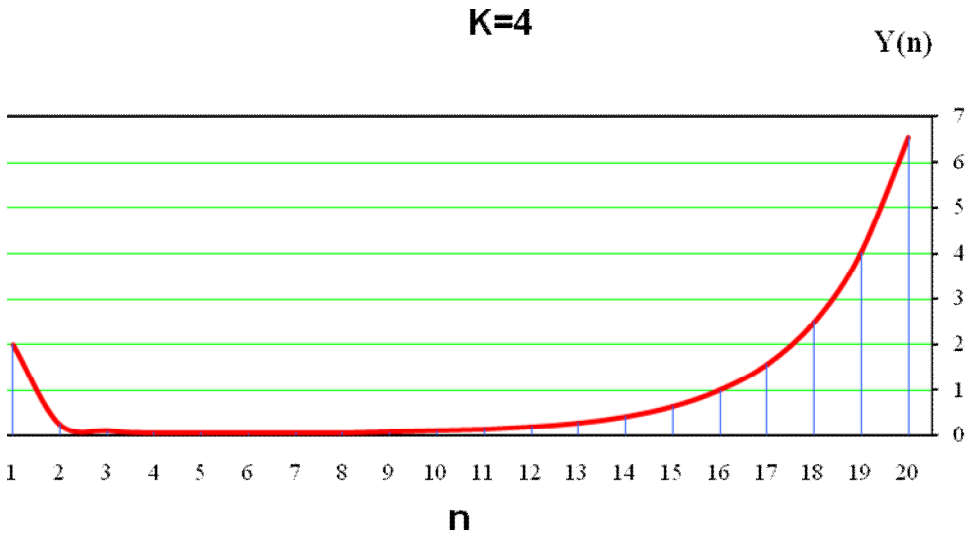
Побудуємо графіки $Y(n)=\frac{O_2(n)}{P_k(n)}$ для n = (1,2,…,10); k = 3,4,5

Для спрощення будемо вважати що поліном для відповідних значень **K** буде прирівнюватися до n^3, n^4 та n^5, оскільки ці значення є тою адитивною складовою в поліномі, яка найшвидше зростає.

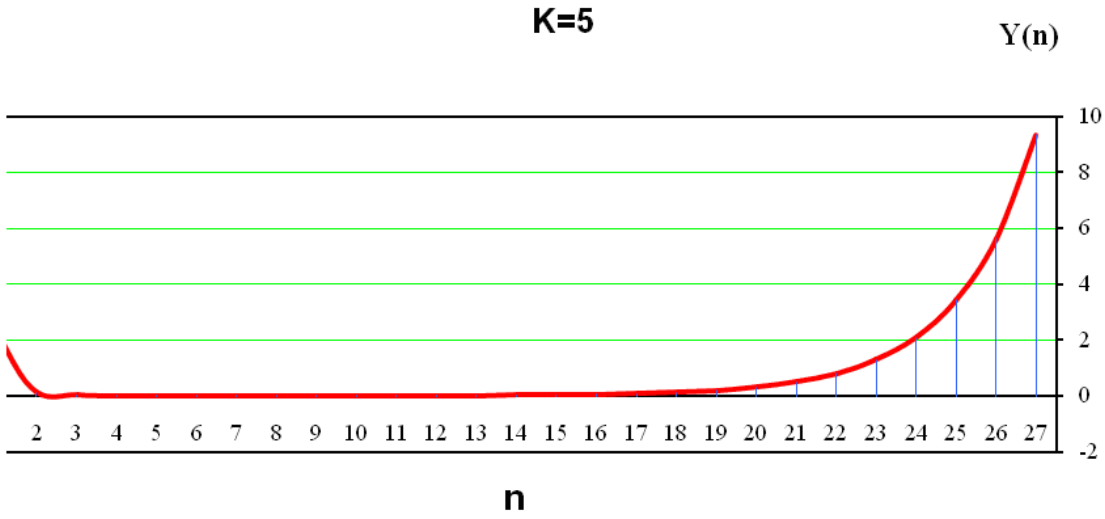
$$Y(n)=\frac{2^n}{n^3}:$$



$$Y(n)=\frac{2^n}{n^4}:$$



$$Y(n) = \frac{2^n}{n^5}:$$



Графіки показують, що існують такі значення $\mathbf{n}_0$ (при зростанні **K** значення $\mathbf{n}_0$ теж зростає)**,** починаючи з яких значення функції порядку зростання часової складності буде приймати більші значення ніж значення відповідного поліному. Це ілюструє приналежність алгоритму до класу алгоритмів з експоненціальною складністю.

3. Приклад програми

Лістинг 3.1

```
// don't forget to use compilation key for Linux: -lm

#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS  // for using fopen in VS

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <time.h>

#ifndef UINT
#define UINT  unsigned long int
#endif

#ifndef USHORT
#define USHORT      unsigned short
#endif

#ifndef UCHAR
#define UCHAR unsigned char
#endif

#define QDBMP_VERSION_MAJOR       1
#define QDBMP_VERSION_MINOR       0
#define QDBMP_VERSION_PATCH       1

typedef enum
{
       BMP_OK = 0,
       BMP_ERROR,
```

```
        BMP_OUT_OF_MEMORY,
        BMP_IO_ERROR,
        BMP_FILE_NOT_FOUND,
        BMP_FILE_NOT_SUPPORTED,
        BMP_FILE_INVALID,
        BMP_INVALID_ARGUMENT,
        BMP_TYPE_MISMATCH,
        BMP_ERROR_NUM
} BMP_STATUS;

typedef struct _BMP BMP;

BMP*                BMP_Create(UINT width, UINT height, USHORT depth);
void                BMP_Free(BMP* bmp);

BMP*                BMP_ReadFile(const char* filename);
void                BMP_WriteFile(BMP* bmp, const char* filename);

UINT                BMP_GetWidth(BMP* bmp);
UINT                BMP_GetHeight(BMP* bmp);
USHORT              BMP_GetDepth(BMP* bmp);

void                BMP_GetPixelRGB(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR* r, UCHAR* g, UCHAR*
b);
void                BMP_SetPixelRGB(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR r, UCHAR g, UCHAR b);
void                BMP_GetPixelIndex(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR* val);
void                BMP_SetPixelIndex(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR val);

void                BMP_GetPaletteColor(BMP* bmp, UCHAR index, UCHAR* r, UCHAR* g, UCHAR*
b);
void                BMP_SetPaletteColor(BMP* bmp, UCHAR index, UCHAR r, UCHAR g, UCHAR
b);

BMP_STATUS          BMP_GetError();
const char*         BMP_GetErrorDescription();



#define OUTPUT_SIZE   512
#define OUTPUT_WIDTH  OUTPUT_SIZE
#define OUTPUT_HEIGHT OUTPUT_SIZE
#define NEIGHBOURHOOD 0
#define OUTPUT_SCALE 32


#define BMP_CHECK_ERROR( output_file, return_value ) \
if (BMP_GetError() != BMP_OK)
                            \
{
                                                    \
       fprintf((output_file), "BMP error: %s\n", BMP_GetErrorDescription());      \
       return(return_value);
                                    \
}
                                                    \

void mark(BMP * bmpPtr, UINT neighbourhood, UINT xSize, UINT ySize, UCHAR pt, UINT
scale){
       UINT neighbourhood2 = 2 * neighbourhood;
       UINT   xO, yO;

       for (UINT x = 0; x < xSize; ++x){
              for (UINT y = 0; !y || (!(x % scale) && y < 10); ++y){
                     for (xO = 0; xO <= neighbourhood2; ++xO){
                            for (yO = 0; yO <= neighbourhood2; ++yO){
```

```
                                        if (x + xO >= neighbourhood && x + xO - neighbourhood <
xSize && y + yO >= neighbourhood && y + yO - neighbourhood < ySize){
                                                BMP_SetPixelIndex(bmpPtr, x + xO - neighbourhood,
ySize - (y + yO - neighbourhood), pt);
                                        }
                                }
                        }
                }
        }

        for (UINT y = 0; y < ySize; ++y){
                for (UINT x = 0; !x || (!(y % scale) && x < 10); ++x){
                        for (xO = 0; xO <= neighbourhood2; ++xO){
                                for (yO = 0; yO <= neighbourhood2; ++yO){
                                        if (x + xO >= neighbourhood && x + xO - neighbourhood <
xSize && y + yO >= neighbourhood && y + yO - neighbourhood < ySize){
                                                BMP_SetPixelIndex(bmpPtr, x + xO - neighbourhood,
ySize - (y + yO - neighbourhood), pt);
                                        }
                                }
                        }
                }
        }
}

double functionForTabulateK3(double arg){
        return pow(2., arg) / pow(arg, 3.);
}

double functionForTabulateK4(double arg){
        return pow(2., arg) / pow(arg, 4.);
}

double functionForTabulateK5(double arg){
        return pow(2., arg) / pow(arg, 5.);
}

void tabulate(double(*functionPtr)(double arg), BMP * bmpPtr, UINT neighbourhood, UINT
xSize, UINT ySize, UCHAR pt, UINT scale){
        UINT neighbourhood2 = 2 * neighbourhood;
        UINT   xO, yO;
        UINT   fraction;
        UINT   scaledXSize = (UINT)((double)xSize / (double)scale);
        for (UINT x_ = 0; x_ < scaledXSize; x_++){
                for (fraction = 0; fraction < scale; ++fraction){
                        double fX = (double)fraction / (double)scale + (double)x_;
                        UINT x = (UINT)(fX * (double)scale);
                        UINT y = (UINT)(functionPtr(fX) * (double)scale);
                        for (xO = 0; xO <= neighbourhood2; xO++){
                                for (yO = 0; yO <= neighbourhood2; yO++){
                                        if (x + xO >= neighbourhood && x + xO - neighbourhood <
xSize && y + yO >= neighbourhood && y + yO - neighbourhood < ySize){
                                                BMP_SetPixelIndex(bmpPtr, x + xO - neighbourhood,
ySize - (y + yO - neighbourhood), pt);
                                        }
                                }
                        }
                }
        }
}

int main(int argc, char* argv[])
{
        BMP *outputForK3, *outputForK4, *outputForK5;
        UCHAR  r = 0xff, g = 0xff, b = 0xff;
```

```
	outputForK3 = BMP_Create(OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 8);
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -3);

	outputForK4 = BMP_Create(OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 8);
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -3);

	outputForK5 = BMP_Create(OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 8);
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -3);

	BMP_SetPaletteColor(outputForK3, 2, 0, 255, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK3, 1, 255, 0, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK3, 0, 0, 0, 0);

	BMP_SetPaletteColor(outputForK4, 2, 0, 255, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK4, 1, 255, 0, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK4, 0, 0, 0, 0);

	BMP_SetPaletteColor(outputForK5, 2, 0, 255, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK5, 1, 255, 0, 0);
	BMP_SetPaletteColor(outputForK5, 0, 0, 0, 0);

	mark(outputForK3, 0, OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 1, OUTPUT_SCALE);
	tabulate(functionForTabulateK3, outputForK3, NEIGHBOURHOOD, OUTPUT_WIDTH,
OUTPUT_HEIGHT, 2, OUTPUT_SCALE);

	mark(outputForK4, 0, OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 1, OUTPUT_SCALE);
	tabulate(functionForTabulateK4, outputForK4, NEIGHBOURHOOD, OUTPUT_WIDTH,
OUTPUT_HEIGHT, 2, OUTPUT_SCALE);

	mark(outputForK5, 0, OUTPUT_WIDTH, OUTPUT_HEIGHT, 1, OUTPUT_SCALE);
	tabulate(functionForTabulateK5, outputForK5, NEIGHBOURHOOD, OUTPUT_WIDTH,
OUTPUT_HEIGHT, 2, OUTPUT_SCALE);

	BMP_WriteFile(outputForK3, "K3.bmp");
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -5);

	BMP_WriteFile(outputForK4, "K4.bmp");
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -5);

	BMP_WriteFile(outputForK5, "K5.bmp");
	BMP_CHECK_ERROR(stderr, -5);

	BMP_Free(outputForK3);
	BMP_Free(outputForK4);
	BMP_Free(outputForK5);

	printf("Result writed to \"out.bmp\".\r\n");
	printf("An example file may be located:\r\n");
	printf("                \"..\\Visual Studio "
"2013\\Projects\\amolab2\\amolab2\\out.bmp\"\r\n");
	printf("After closing the program, open it manually.\r\n\r\n");
	printf("Press any key to continue . . .");
	getchar();

	return 0;
}

/******************************** BMP Implementation *******************************/

typedef struct _BMP_Header
{
	USHORT		Magic;
	UINT		FileSize;
	USHORT		Reserved1;
	USHORT		Reserved2;
	UINT		DataOffset;
	UINT		HeaderSize;
```

```
        UINT            Width;
        UINT            Height;
        USHORT          Planes;
        USHORT          BitsPerPixel;
        UINT            CompressionType;
        UINT            ImageDataSize;
        UINT            HPixelsPerMeter;
        UINT            VPixelsPerMeter;
        UINT            ColorsUsed;
        UINT            ColorsRequired;
} BMP_Header;

/* Private data structure */
struct _BMP
{
        BMP_Header      Header;
        UCHAR*          Palette;
        UCHAR*          Data;
};

static BMP_STATUS BMP_LAST_ERROR_CODE = 0;

static const char* BMP_ERROR_STRING[] =
{
        "",
        "General error",
        "Could not allocate enough memory to complete the operation",
        "File input/output error",
        "File not found",
        "File is not a supported BMP variant (must be uncompressed 8, 24 or 32 BPP)",
        "File is not a valid BMP image",
        "An argument is invalid or out of range",
        "The requested action is not compatible with the BMP's type"
};

#define BMP_PALETTE_SIZE    ( 256 * 4 )

int             ReadHeader(BMP* bmp, FILE* f);
int             WriteHeader(BMP* bmp, FILE* f);

int             ReadUINT(UINT* x, FILE* f);
int             ReadUSHORT(USHORT *x, FILE* f);

int             WriteUINT(UINT x, FILE* f);
int             WriteUSHORT(USHORT x, FILE* f);

BMP* BMP_Create(UINT width, UINT height, USHORT depth)
{
        BMP*    bmp;
        int             bytes_per_pixel = depth >> 3;
        UINT    bytes_per_row;

        if (height <= 0 || width <= 0)
        {
                BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
                return NULL;
        }

        if (depth != 8 && depth != 24 && depth != 32)
        {
                BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_NOT_SUPPORTED;
                return NULL;
        }

        bmp = calloc(1, sizeof(BMP));
        if (bmp == NULL)
        {
                BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
                return NULL;
        }

        bmp->Header.Magic = 0x4D42;
        bmp->Header.Reserved1 = 0;
        bmp->Header.Reserved2 = 0;
        bmp->Header.HeaderSize = 40;
        bmp->Header.Planes = 1;
        bmp->Header.CompressionType = 0;
        bmp->Header.HPixelsPerMeter = 0;
        bmp->Header.VPixelsPerMeter = 0;
        bmp->Header.ColorsUsed = 0;
        bmp->Header.ColorsRequired = 0;

        bytes_per_row = width * bytes_per_pixel;
        bytes_per_row += (bytes_per_row % 4 ? 4 - bytes_per_row % 4 : 0);

        bmp->Header.Width = width;
        bmp->Header.Height = height;
        bmp->Header.BitsPerPixel = depth;
```

```
	bmp->Header.ImageDataSize = bytes_per_row * height;
	bmp->Header.FileSize = bmp->Header.ImageDataSize + 54 + (depth == 8 ? BMP_PALETTE_SIZE : 0);
	bmp->Header.DataOffset = 54 + (depth == 8 ? BMP_PALETTE_SIZE : 0);

	if (bmp->Header.BitsPerPixel == 8)
	{
		bmp->Palette = (UCHAR*)calloc(BMP_PALETTE_SIZE, sizeof(UCHAR));
		if (bmp->Palette == NULL)
		{
			BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
			free(bmp);
			return NULL;
		}
	}
	else
	{
		bmp->Palette = NULL;
	}

	bmp->Data = (UCHAR*)calloc(bmp->Header.ImageDataSize, sizeof(UCHAR));
	if (bmp->Data == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
		free(bmp->Palette);
		free(bmp);
		return NULL;
	}

	BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

	return bmp;
}

void BMP_Free(BMP* bmp)
{
	if (bmp == NULL)
	{
		return;
	}

	if (bmp->Palette != NULL)
	{
		free(bmp->Palette);
	}

	if (bmp->Data != NULL)
	{
		free(bmp->Data);
	}

	free(bmp);

	BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;
}

BMP* BMP_ReadFile(const char* filename)
{
	BMP*	bmp;
	FILE*	f;

	if (filename == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
		return NULL;
	}

	bmp = calloc(1, sizeof(BMP));
	if (bmp == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
		return NULL;
	}

	f = fopen(filename, "rb");
	if (f == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_NOT_FOUND;
		free(bmp);
		return NULL;
	}

	if (ReadHeader(bmp, f) != BMP_OK || bmp->Header.Magic != 0x4D42)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_INVALID;
		fclose(f);
		free(bmp);
		return NULL;
	}
```

```
	if ((bmp->Header.BitsPerPixel != 32 && bmp->Header.BitsPerPixel != 24 && bmp->Header.BitsPerPixel != 8)
		|| bmp->Header.CompressionType != 0 || bmp->Header.HeaderSize != 40)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_NOT_SUPPORTED;
		fclose(f);
		free(bmp);
		return NULL;
	}

	if (bmp->Header.BitsPerPixel == 8)
	{
		bmp->Palette = (UCHAR*)malloc(BMP_PALETTE_SIZE * sizeof(UCHAR));
		if (bmp->Palette == NULL)
		{
			BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
			fclose(f);
			free(bmp);
			return NULL;
		}

		if (fread(bmp->Palette, sizeof(UCHAR), BMP_PALETTE_SIZE, f) != BMP_PALETTE_SIZE)
		{
			BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_INVALID;
			fclose(f);
			free(bmp->Palette);
			free(bmp);
			return NULL;
		}
	}
	else
	{
		bmp->Palette = NULL;
	}

	bmp->Data = (UCHAR*)malloc(bmp->Header.ImageDataSize);
	if (bmp->Data == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OUT_OF_MEMORY;
		fclose(f);
		free(bmp->Palette);
		free(bmp);
		return NULL;
	}

	if (fread(bmp->Data, sizeof(UCHAR), bmp->Header.ImageDataSize, f) != bmp->Header.ImageDataSize)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_INVALID;
		fclose(f);
		free(bmp->Data);
		free(bmp->Palette);
		free(bmp);
		return NULL;
	}

	fclose(f);

	BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

	return bmp;
}

void BMP_WriteFile(BMP* bmp, const char* filename)
{
	FILE*	f;

	if (filename == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
		return;
	}

	f = fopen(filename, "wb");
	if (f == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_FILE_NOT_FOUND;
		return;
	}

	if (WriteHeader(bmp, f) != BMP_OK)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_IO_ERROR;
		fclose(f);
		return;
	}

	if (bmp->Palette)
	{
```

```
                    if (fwrite(bmp->Palette, sizeof(UCHAR), BMP_PALETTE_SIZE, f) != BMP_PALETTE_SIZE)
                    {
                            BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_IO_ERROR;
                            fclose(f);
                            return;
                    }
            }

            if (fwrite(bmp->Data, sizeof(UCHAR), bmp->Header.ImageDataSize, f) != bmp->Header.ImageDataSize)
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_IO_ERROR;
                    fclose(f);
                    return;
            }

            BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;
            fclose(f);
}

UINT BMP_GetWidth(BMP* bmp)
{
            if (bmp == NULL)
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
                    return -1;
            }

            BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

            return (bmp->Header.Width);
}

UINT BMP_GetHeight(BMP* bmp)
{
            if (bmp == NULL)
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
                    return -1;
            }

            BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

            return (bmp->Header.Height);
}

USHORT BMP_GetDepth(BMP* bmp)
{
            if (bmp == NULL)
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
                    return -1;
            }

            BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

            return (bmp->Header.BitsPerPixel);
}

void BMP_GetPixelRGB(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR* r, UCHAR* g, UCHAR* b)
{
            UCHAR*    pixel;
            UINT      bytes_per_row;
            UCHAR     bytes_per_pixel;

            if (bmp == NULL || x < 0 || x >= bmp->Header.Width || y < 0 || y >= bmp->Header.Height)
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
            }
            else
            {
                    BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

                    bytes_per_pixel = bmp->Header.BitsPerPixel >> 3;

                    bytes_per_row = bmp->Header.ImageDataSize / bmp->Header.Height;

                    pixel = bmp->Data + ((bmp->Header.Height - y - 1) * bytes_per_row + x * bytes_per_pixel);


                    if (bmp->Header.BitsPerPixel == 8)
                    {
                            pixel = bmp->Palette + *pixel * 4;
                    }

                    if (r)    *r = *(pixel + 2);
                    if (g)    *g = *(pixel + 1);
                    if (b)    *b = *(pixel + 0);
            }
```

```
}

void BMP_SetPixelRGB(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR r, UCHAR g, UCHAR b)
{
	UCHAR*	pixel;
	UINT	bytes_per_row;
	UCHAR	bytes_per_pixel;

	if (bmp == NULL || x < 0 || x >= bmp->Header.Width || y < 0 || y >= bmp->Header.Height)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	else if (bmp->Header.BitsPerPixel != 24 && bmp->Header.BitsPerPixel != 32)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_TYPE_MISMATCH;
	}

	else
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

		bytes_per_pixel = bmp->Header.BitsPerPixel >> 3;

		bytes_per_row = bmp->Header.ImageDataSize / bmp->Header.Height;

		pixel = bmp->Data + ((bmp->Header.Height - y - 1) * bytes_per_row + x * bytes_per_pixel);

		*(pixel + 2) = r;
		*(pixel + 1) = g;
		*(pixel + 0) = b;
	}
}

void BMP_GetPixelIndex(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR* val)
{
	UCHAR*	pixel;
	UINT	bytes_per_row;

	if (bmp == NULL || x < 0 || x >= bmp->Header.Width || y < 0 || y >= bmp->Header.Height)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	else if (bmp->Header.BitsPerPixel != 8)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_TYPE_MISMATCH;
	}

	else
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

		bytes_per_row = bmp->Header.ImageDataSize / bmp->Header.Height;

		pixel = bmp->Data + ((bmp->Header.Height - y - 1) * bytes_per_row + x);


		if (val) *val = *pixel;
	}
}

void BMP_SetPixelIndex(BMP* bmp, UINT x, UINT y, UCHAR val)
{
	UCHAR*	pixel;
	UINT	bytes_per_row;

	if (bmp == NULL || x < 0 || x >= bmp->Header.Width || y < 0 || y >= bmp->Header.Height)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	else if (bmp->Header.BitsPerPixel != 8)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_TYPE_MISMATCH;
	}

	else
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;

		bytes_per_row = bmp->Header.ImageDataSize / bmp->Header.Height;

		pixel = bmp->Data + ((bmp->Header.Height - y - 1) * bytes_per_row + x);

		*pixel = val;
	}
}
```

```
void BMP_GetPaletteColor(BMP* bmp, UCHAR index, UCHAR* r, UCHAR* g, UCHAR* b)
{
	if (bmp == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	else if (bmp->Header.BitsPerPixel != 8)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_TYPE_MISMATCH;
	}

	else
	{
		if (r)	*r = *(bmp->Palette + index * 4 + 2);
		if (g)	*g = *(bmp->Palette + index * 4 + 1);
		if (b)	*b = *(bmp->Palette + index * 4 + 0);

		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;
	}
}

void BMP_SetPaletteColor(BMP* bmp, UCHAR index, UCHAR r, UCHAR g, UCHAR b)
{
	if (bmp == NULL)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	else if (bmp->Header.BitsPerPixel != 8)
	{
		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_TYPE_MISMATCH;
	}

	else
	{
		*(bmp->Palette + index * 4 + 2) = r;
		*(bmp->Palette + index * 4 + 1) = g;
		*(bmp->Palette + index * 4 + 0) = b;

		BMP_LAST_ERROR_CODE = BMP_OK;
	}
}

BMP_STATUS BMP_GetError()
{
	return BMP_LAST_ERROR_CODE;
}

const char* BMP_GetErrorDescription()
{
	if (BMP_LAST_ERROR_CODE > 0 && BMP_LAST_ERROR_CODE < BMP_ERROR_NUM)
	{
		return BMP_ERROR_STRING[BMP_LAST_ERROR_CODE];
	}
	else
	{
		return NULL;
	}
}

int	ReadHeader(BMP* bmp, FILE* f)
{
	if (bmp == NULL || f == NULL)
	{
		return BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	if (!ReadUSHORT(&(bmp->Header.Magic), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.FileSize), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUSHORT(&(bmp->Header.Reserved1), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUSHORT(&(bmp->Header.Reserved2), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.DataOffset), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.HeaderSize), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.Width), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.Height), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUSHORT(&(bmp->Header.Planes), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUSHORT(&(bmp->Header.BitsPerPixel), f))	return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.CompressionType), f))	return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.ImageDataSize), f))	return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.HPixelsPerMeter), f))	return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.VPixelsPerMeter), f))	return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.ColorsUsed), f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!ReadUINT(&(bmp->Header.ColorsRequired), f))	return BMP_IO_ERROR;

	return BMP_OK;
}
```

```
int	WriteHeader(BMP* bmp, FILE* f)
{
	if (bmp == NULL || f == NULL)
	{
		return BMP_INVALID_ARGUMENT;
	}

	if (!WriteUSHORT(bmp->Header.Magic, f))			return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.FileSize, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUSHORT(bmp->Header.Reserved1, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUSHORT(bmp->Header.Reserved2, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.DataOffset, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.HeaderSize, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.Width, f))			return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.Height, f))			return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUSHORT(bmp->Header.Planes, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUSHORT(bmp->Header.BitsPerPixel, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.CompressionType, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.ImageDataSize, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.HPixelsPerMeter, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.VPixelsPerMeter, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.ColorsUsed, f))		return BMP_IO_ERROR;
	if (!WriteUINT(bmp->Header.ColorsRequired, f))		return BMP_IO_ERROR;

	return BMP_OK;
}

int	ReadUINT(UINT* x, FILE* f)
{
	UCHAR little[4];

	if (x == NULL || f == NULL)
	{
		return 0;
	}

	if (fread(little, 4, 1, f) != 1)
	{
		return 0;
	}

	*x = (little[3] << 24 | little[2] << 16 | little[1] << 8 | little[0]);

	return 1;
}

int	ReadUSHORT(USHORT *x, FILE* f)
{
	UCHAR little[2];

	if (x == NULL || f == NULL)
	{
		return 0;
	}

	if (fread(little, 2, 1, f) != 1)
	{
		return 0;
	}

	*x = (little[1] << 8 | little[0]);

	return 1;
}

int	WriteUINT(UINT x, FILE* f)
{
	UCHAR little[4];

	little[3] = (UCHAR)((x & 0xff000000) >> 24);
	little[2] = (UCHAR)((x & 0x00ff0000) >> 16);
	little[1] = (UCHAR)((x & 0x0000ff00) >> 8);
	little[0] = (UCHAR)((x & 0x000000ff) >> 0);

	return (f && fwrite(little, 4, 1, f) == 1);
}

int	WriteUSHORT(USHORT x, FILE* f)
{
	UCHAR little[2];

	little[1] = (UCHAR)((x & 0xff00) >> 8);
	little[0] = (UCHAR)((x & 0x00ff) >> 0);

	return (f && fwrite(little, 2, 1, f) == 1);
}
```

4. Спрощене завдання

1. Відповідно до варіанту завдання для заданих функцій часової складності L(n) визначити асимптотичні характеристики O(n).
2. Розташувати отримані функції в порядку зростання асимптотичних характеристик O(n).
3. Скласти програму (C/C++), яка ілюструє клас (поліноміальний чи експоненціальний) складності алгоритму, асимптотична складність якого була визначена в п2, як найбільша. При складанні програми передбачити можливість зміни значень **K** та **n.**

1	$2^n + n$	$n\sqrt{n}$	$n + \log_2 n$	$3n^2 + 2n^3$
2	$\log_2 n + n^2$	$n! + n^2$	$5n^3 + \sqrt{n}\log_2 n$	$4n^7 + 7n^4 + 7\sqrt{n}$
3	$15n^7 + 3n^5 + n^3$	$n + 2$	$n! + n^2 \log_2 n$	$15 + \log_2 n$
4	$\sqrt{n!} + 5n$	$\log_2(\log_2 n) + 5n^2$	$\log_2 n + n^2$	$35n + 53$
5	$\frac{n}{\log_2 n} + n$	$n^3 + 13n$	$6e^n + 3n^7$	$\log_2^2 n + 3n^2$
6	$2^{n^2} + 3^n$	$n^3 \log_2 n$	$\sqrt{n} + 5n^7$	$n^3 + n^2 + n$
7	$(n!)^2 + \log_2^2 n + n^3$	$\frac{n^2}{\log_2 n} + n$	$\left(\frac{1}{3}\right)^n + n^2$	$\sqrt{n}$
8	$7n^5 + 15n^3 + n^2$	$\frac{n!}{\log_2 n}$	$17n + 5$	$\log_2(\log_2 n)$
9	$(\log_2 n)^{n+1} + 5n$	$5n^3 + \log_2 n + 121$	$n^2 \log_2 n + n^2$	$\frac{n}{2} + 2$
10	$\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + n + 1$	$n^5 + 2n^3 + 8$	$e^n + n^{12}$	$\sqrt{n}\log_2 n$

11	$2^{(n-1)^2} + 2^{2n} + n^3$	$\frac{3n^2}{2} + \frac{n^3}{2} + n$	$n^5\sqrt{n}$	$\frac{\log_2 n^2}{n^2} + \sqrt{n}$
12	$\log_2(\log_2 n^2) + n! + 5$	$7n^7 + 5n^5 + 3$	$\frac{n^8}{\sqrt{n}} + \frac{n^6}{\sqrt{n}} + \log_2 n$	$3\sqrt{n} + 3$
13	$17n^2 + 2n^{17} + 34n$	$n^2 \log_2(\sqrt{n-1})$	$\frac{(n-1)^2}{\sqrt{n}-1} + (n-1)^3$	$2^{(n+2)} + (n+2)^2$
14	$(\log_2 n)^{n+1} + n^7 + 7n^2$	$(2n^2+3n^3)^2$	$6n^5 + 5n^4$	$(\log_2(n+2)+n)^3$
15	$e^n + n^{12}$	$\log_2 n^3 + 5$	$n^7 + n^5 + 3$	$(n+3)^5 + (n^5+5)^2 + 15$
16	$(n+3)^5 + (n^2+5)^3 + (n^3+7)^2$	$n^2 \log_2(n+1) + n^3$	$(n+2)! + (n+2)^2$	$\log_2(\log_2 n)$
17	$n \log_2 n + \sqrt{n-1}$	$5 + 3n$	$(\log_2 n)^n - 1$	$(\frac{n!}{(n-1)!})^3 + 3n$
18	$3n^5 + \sqrt{n-1} + 1$	$n! + (\log_2(n+1))^3$	$n+1$	$(n-1)^2$
19	$(\log_2 n)^{n+1} + n^{n+1} + n$	$(n^2+2)^3$	$\sqrt{n}\log_2 n$	$\frac{n^6+1}{\sqrt{n}} + n^5 + n^3$
20	$5n^7 + 7n^5 + 3$	$2^{(n+1)} + (n+1)^2 + n + 1$	$\frac{\log_2 n}{n}$	$(n^3+3)^3$
21				

	$(n^3+n^2+n)^2+(\log_2 n)^2$	$\frac{5n^7+7n^5}{n^2}+1$	$2^{(n+1)}+(n+1)^2+n+1$	$\sqrt{n}+2n$
22	$7n^5+\sqrt{n}$	$\frac{n}{\log_2 n}$	$\frac{n!}{n-1}+n^3$	$(n^2+2)^3$
23	$\log_2(\log_2 n^2)+n^2$	$n2^{n-1}$	$\frac{(n+1)^3}{n}+n^3$	$3\sqrt{n}+3n$
24	$\left(\frac{1}{2}\right)^n+n^3+2$	$n^3\log_2 n+n^3$	$\frac{n!}{n+1}+(n+1)^3$	$\sqrt{n}+1$
25	$7n+1$	$n^5\sqrt{n}$	$(n^3+2)^2+n^5$	$e^{n+1}+1$

**** Для отримання 50% балів за лабораторну роботу можна використати наявний програмний код з лістингу 3.1. Для отримання 100% балів за лабораторну роботу потрібно написати власний код.***

5. Завдання базового рівня

1. Для алгоритму реалізованого відповідно до завдань базового рівня з лабораторної роботи №1 сформувати функцію часової складності L(n) та визначити асимптотичну характеристику O(n).
2. Скласти програму (C/C++), яка ілюструє клас (поліноміальний чи експоненціальний) складності алгоритму. При складанні програми передбачити можливість зміни значень **K** та **n.**

6. Зміст звіту

- Титульний лист;
- Завдання;
- Алгоритм рішення завдання;
- Код програми;
- Екранна форма з результатами роботи програми;
- Висновки.