

Übungsblatt 2 Finanzmathematik

Aufgabe 1

1. Ein Kapital von 2.000 € wird zu einem Jahreszins von 4 % angelegt. Die Zinsen werden jährlich gutgeschrieben und fortan ebenfalls verzinst. Auf welchen Betrag ist es nach 10 Jahren angewachsen?
2. Welches Kapital muss bei einem Jahreszins von 3,5 % angelegt werden, wenn man nach 5 Jahren (inkl. Zinseszins) einen Betrag von 5.000 € zur Verfügung haben möchte?
3. Nach welcher Zeit t verdoppelt sich das Kapital von 1.000 € bei einem Zinssatz von 3 % pro Jahr?

Aufgabe 2

Ein Kapital von 11.000 € wird jährlich mit 10 % verzinst. Welchen Betrag A darf man am Ende des ersten Jahres abheben, damit am Ende des zweiten Jahres wieder 11.000 € auf dem Konto sind?

Aufgabe 3

1. Ein Kapital von 1.000 € werde 10 Jahre lang zu einem nominellen Zinssatz von 6 % mit Zinseszins angelegt. Wie hoch ist der Kontostand nach 10 Jahren bei
 - jährlicher Zinszahlung?
 - halbjähriger Zinszahlung?
 - monatlicher Zinszahlung?
2. Wie hoch ist in a) jeweils der effektive Jahreszinssatz p_{eff} ?
3. Welchen Monatszinssatz p_M muss eine Bank angeben, wenn ein effektiver Jahreszinssatz von $p_{eff} = 5 \%$ erreicht werden soll?

Aufgabe 4

Ein Kapital K werde 5 Jahre lang bei einer Verzinsung zu 1 % je Vierteljahr, weitere 7 Jahre bei jährlicher Verzinsung zu 3 % und weitere 3 Jahre bei jährlicher Verzinsung zu 4 % verzinst (jeweils mit Zinseszins). Welcher gleichbleibende Jahreszinssatz p ergibt das gleiche Endkapital bei stetiger Verzinsung?

Aufgabe 5

1. Herr Müller schließt einen Bausparvertrag über 100.000 € ab und möchte zum Ende eines jeden Jahres den gleichen Betrag E einzahlen. Nach 6 Jahren möchte er 40 % der Vertragssumme angespart haben. Die Verzinsung betrage 3 % pro Jahr. Berechnen Sie E !
2. Berechnen Sie den Betrag E , falls die Einzahlungen vorschüssig, d.h. zu Beginn eines jeden Jahres stattfinden.

Aufgabe 6

Ein Unternehmen steht vor der Entscheidung, welches von drei Produkten A, B oder C hergestellt werden soll. Für die Herstellung von Produkt A ist die Anschaffung einer Maschine M_A , für Produkt B einer Maschine M_B und für Produkt C einer Maschine M_C notwendig. Eine Maschine kostet in der Anschaffung jeweils 70.000 €. Die erforderlichen liquiden Mittel zur Anschaffung einer Maschine stehen dem Unternehmen zur Verfügung. Mit der Anschaffung der Maschine M_A , M_B bzw. M_C und dem Verkauf der Produkte sind am Ende eines Jahres folgende Einzahlungsüberschüsse verbunden:

	Ende des Jahres				
	1	2	3	4	5
A	30.000	27.000	25.000	-	-
B	27.000	23.000	19.000	15.000	-
C	17.000	17.000	17.000	17.000	17.000

1. Für welches Produkt soll sich das Unternehmen entscheiden, wenn die Einzahlungsüberschüsse auf einem Konto zu einem Zinssatz von 4 % angelegt werden?
2. Wie lautet Ihre Empfehlung, wenn für die Anschaffung einer Maschine jeweils 80.000 € zu berücksichtigen sind?

Aufgabe 7

Bei einem jährlichen Zinssatz von 6 % soll eine Grundschild von 50.000 € durch zehn nachschüssige Jahresannuitäten vollständig getilgt werden.

1. Bestimmen Sie die Jahresannuität.
2. Wie groß ist bei dieser Jahresannuität die Restschuld nach fünf Jahren?

Aufgabe 8

Herrn Schulze stehen $K_0 = 10.000$ € Kapital zur Verfügung. Er möchte dieses Kapital für 10 Jahre anlegen und bekommt hierfür zunächst zwei Anlagemöglichkeiten **A** und **B** vorgelegt:

- A:** Unterjährige Verzinsung mit Zinseszins: Es wird monatlich der Zinssatz $p_u = 0,25$ % gewährt. Dies gilt für die komplette Laufzeit von 10 Jahren.
- B:** Zuwachssparen mit jährlicher Verzinsung: In den Jahren 1 bis 3 wird jährlich ein Zinssatz von 2 % gewährt, in den Jahren 4 bis 6 sind es jährlich 3 % und in den Jahren 7 bis 10 schließlich 3,75 % pro Jahr.

1. Welche Variante führt nach Ablauf der 10 Jahre zu einem höheren Gesamtkapital K_{10} ?
2. Welcher gleichbleibende jährliche Zinssatz müsste gewährt werden, dass nach 10 Jahren dasselbe Kapital angespart wäre wie bei Anlage **A**?
3. Wie müsste bei stetiger Verzinsung der Zinssatz gewählt werden, um zu einer identischen Kapitalhöhe K_{10} zu kommen wie bei Anlage **A**?
4. Weshalb muss der Wert für den gesuchten Zinssatz in b) über dem Wert des Zinssatzes aus c) liegen? Begründen Sie stichhaltig.

Aufgabe 9

Herr Maier möchte seiner Tochter ein Studium an einer teuren Privatuniversität im Ausland ermöglichen. Hierfür muss er 100.000 € aufbringen. Seine Bank bietet ihm einen Kredit über diesen Betrag mit einem Jahreszinssatz von 4 % an. Jeweils zum Jahresende werde die Annuität (Zinsen plus Tilgung) von 10.000 € gezahlt.

1. Welche Restschuld besteht nach 10 Jahren?
2. Bei welcher Annuität würde die Schuld in genau 10 Jahren getilgt werden?

3. Wie lange dauert es, bis die Schuld bei einer Annuität von 10.000 € vollständig getilgt ist?