

Übungsblatt 4 Differentialrechnung mehrerer Veränderlicher

Aufgabe 1

Visualisieren Sie folgende mehrdimensionale Funktionen:

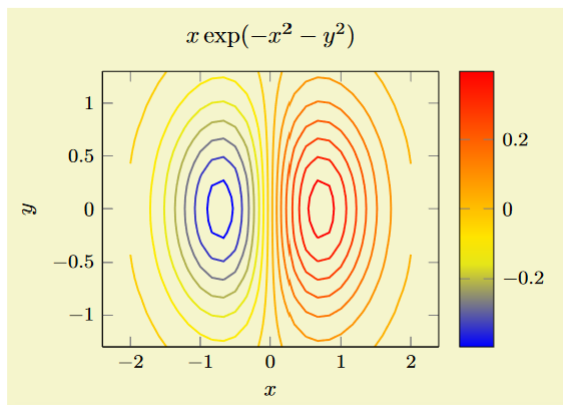
- a) $f(x, y) = x^2 + y^2$
- b) $f(x, y) = 36 + 6x - x^2 + 10y - y^2$
- c) $f(x, y) = \frac{1}{2} \sqrt[3]{xy^2}$
- d) $f(x, y) = \cos(\sqrt{x^2 + y^2})$

Verwenden Sie hierfür ein Online-Tool Ihrer Wahl, bspw:

<https://www.geogebra.org/classic#3d>

Aufgabe 2

Man kann Funktionen mehrerer Veränderlicher auch von Hand mittels eines Höhenlinienplots (Contour-Plot) visualisieren. Beispiel:



Um diese zu erzeugen, löst man die Formel $f(x, y) = c$, mit $c \in \mathbb{R}$, nach y auf. Dann setzt man $c = 0, 1, 2, \dots$ und kann so für verschiedene x -Werte den entsprechenden y -Wert bestimmen. Zeichnet man die verschiedenen Höhenlinien mit verschiedenen Farben (bspw. $c = 0$ mit blau, $c = 1$ mit gelb, $c = 2$ mit rot) ergibt sich ein farbles Höhenbild.

Erstellen Sie einen Höhenlinien-Plot für die Funktion $f(x, y) = x^2 + y^2$.

Aufgabe 3

Die Höhe eines Geländes werde durch die Funktion $f(x, y) = 36 + 6x - x^2 + 10y - y^2$ modelliert.

- a) Gibt es auf diesem Gelände ein globales Maximum/Minimum? Wo liegt dieses?
- b) Der Meeresspiegel entspreche dem Höhenniveau 0. Welche Punkte des Geländes liegen auf Meereshöhe?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung folgender Funktionen:

- a) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1^4 x_2^2$
- b) $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) \cdot \cos(x_2)$
- c) $f(x_1, x_2) = \sqrt{1 - x_1^2 - x_2^2}$

Aufgabe 5

Untersuchen Sie die Funktion $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + xy + x - 5y$ auf Extremwerte.

Aufgabe 6

Die Firma Seeblick GmbH vermiete Hotelzimmer zu zwei unterschiedlichen Preisen p_1 und p_2 . Für den Umsatz der Firma gelte folgende Umsatzfunktion:

$$U(p_1, p_2) = 200p_1 + 180p_2 - 2p_1^2 + 2p_1p_2 - 3p_2^2$$

- a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen nach p_1 und p_2 von U .
- b) Welche Preise p_1, p_2 sollten gewählt werden um den Umsatz zu maximieren?
- c) Skizzieren Sie Funktion und überprüfen Sie ihr Ergebnis aus dem vorigen Teil.