

## Übungsblatt 4 Differentialrechnung mehrerer Veränderlicher

### Aufgabe 1

Visualisieren Sie folgende mehrdimensionale Funktionen:

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

b)  $f(x, y) = 36 + 6x - x^2 + 10y - y^2$

c)  $f(x, y) = \frac{1}{2} \sqrt[3]{xy^2}$

d)  $f(x, y) = \cos(\sqrt{x^2 + y^2})$

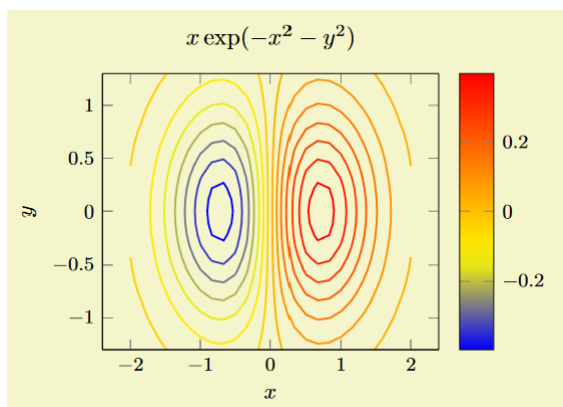
Verwenden Sie hierfür ein Online-Tool Ihrer Wahl, bspw:

<https://www.geogebra.org/classic#3d>

oder verwenden Sie die DHBW-Jupyter-Notebook-Umgebung und das vorgefertigte Python Notebook. Siehe Moodle.

### Aufgabe 2

Man kann Funktionen mehrerer Veränderlicher auch von Hand mittels eines Höhenlinienplots (Contour-Plot) visualisieren. Beispiel:



Um diese zu erzeugen, löst man die Formel  $f(x, y) = c$ , mit  $c \in \mathbb{R}$ , nach  $y$  auf. Dann setzt man  $c = 0, 1, 2, \dots$  und kann so für verschiedene  $x$ -Werte den entsprechenden  $y$ -Wert bestimmen. Zeichnet man die verschiedenen Höhenlinien mit verschiedenen Farben (bspw.  $c = 0$  mit blau,  $c = 1$  mit gelb,  $c = 2$  mit rot) ergibt sich ein farbliches Höhenbild.

Erstellen Sie einen Höhenlinien-Plot für die Funktion  $f(x, y) = x^2 + y^2$ .

### Aufgabe 3

Die Höhe eines Geländes werde durch die Funktion  $f(x, y) = 36 + 6x - x^2 + 10y - y^2$  modelliert.

- a) Gibt es auf diesem Gelände ein globales Maximum/Minimum? Wo liegt dieses?
- b) (optional) Der Meeresspiegel entspreche dem Höhenniveau 0. Welche Punkte des Geländes liegen auf Meereshöhe?

### Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung folgender Funktionen:

- a)  $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1^4 x_2^2$
- b)  $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) \cdot \cos(x_2)$
- c)  $f(x_1, x_2) = \sqrt{1 - x_1^2 - x_2^2}$

### Aufgabe 5

Untersuchen Sie die Funktion  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + xy + x - 5y$  auf Extremwerte.

### Aufgabe 6

Die Firma Seeblick GmbH vermiete Hotelzimmer zu zwei unterschiedlichen Preisen  $p_1$  und  $p_2$ . Für den Umsatz der Firma gelte folgende Umsatzfunktion:

$$U(p_1, p_2) = 200p_1 + 180p_2 - 2p_1^2 + 2p_1p_2 - 3p_2^2$$

- a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen nach  $p_1$  und  $p_2$  von  $U$ .
- b) Welche Preise  $p_1, p_2$  sollten gewählt werden um den Umsatz zu maximieren?

- c) Skizzieren/Visualisieren Sie die Funktion und überprüfen Sie ihr Ergebnis aus dem vorigen Teil.