

Vida Universitaria

CIUDADANÍA UNIVERSITARIA

Las/os estudiantes de la UNC gozan de ciertos derechos y obligaciones, como cualquier miembro de casi cualquier grupo humano. Pero, además, en la UNC, los/as estudiantes forman parte de la toma de decisiones de la Universidad en prácticamente todos los niveles donde estas decisiones son discutidas. Este trío de toma de decisiones, derechos y obligaciones, convierte a los estudiantes en plenos sujetos de derechos dentro de la comunidad universitaria, en ciudadanos de la Universidad Pública. Y justamente el ejercicio de esa toma de decisiones, derechos y obligaciones es lo que llamamos **ciudadanía universitaria**.

Históricamente, las/os estudiantes han tenido una gran incidencia a la hora de tomar las decisiones que atañen a la Universidad en general (y a las distintas facultades en particular) y que han dado lugar a la ampliación de derechos. Esto se logró gracias a la **participación estudiantil** tanto en los órganos institucionales como en los gremiales. Es por ello que **conocer tus derechos, la historia, ser conscientes y entender el funcionamiento de los espacios de participación es fundamental para llegar a ser ciudadanos/as integrales de la Universidad**.

Derechos Estudiantiles

Todos los derechos que las/os estudiantes tienen como ciudadanas/os no existieron siempre, sino que existen hoy como fruto de las luchas y la participación de muchas personas y grupos a lo largo de la historia. En el mismo sentido, el cumplimiento y ejercicio de esos derechos como estudiantes dependen, en primer lugar, de conocerlos y exigir que sean respetados. Por eso, es de suma importancia compartir toda la información al respecto, ser protagonistas y organizarse para hacerlos valer y conquistar otros nuevos. El acceso a la educación superior es un derecho de todos y una responsabilidad del Estado. Ese derecho contiene muchos otros que deben ser garantizados a los estudiantes como ciudadanos de esta Universidad, por ejemplo, el derecho a una educación gratuita y de calidad, el derecho a la salud, el derecho a la información, entre otros.

En el año 2009 en la UNC fue aprobada la Declaración de Derechos Estudiantiles que reconoce tres categorías de derechos para todos sus estudiantes. Los derechos académicos, vinculados al proceso de cursado de una carrera universitaria y a la formación. Los derechos sociales, vinculados a la calidad de vida y al acceso a la información y la cultura. Y los derechos políticos, vinculados a la participación de los estudiantes en los órganos de co-gobierno como instancias democráticas de toma de decisiones a nivel institucional. A continuación, se explicitan detalles relativos a las 3 categorías mencionadas.

Derechos académicos

Si bien los derechos académicos están establecidos fundamentalmente en el “Régimen de Enseñanza” de cada Facultad o unidad académica, la Declaración contempla derechos generales que atañen a los estudiantes de toda la universidad. Algunos de ellos son: Derecho al acceso al cursado de una carrera universitaria en condiciones de equidad. Para el cumplimiento de este derecho, la Universidad y el Estado deben garantizar la atención a las dificultades

socioeconómicas, culturales y de otro tipo que los estudiantes puedan tener. Para llevarlo a cabo es que existen los programas de becas, apoyo psicológico, régimen especial para estudiantes trabajadores, con hijos, etc. Derecho a conocer el programa de las materias. El programa de cada materia es un plan de trabajo que cada docente diseña para el dictado de esa asignatura. El programa incluye los objetivos (lo que se espera lograr al final del cursado), los contenidos que se desarrollarán, la bibliografía obligatoria y complementaria, las modalidades de evaluación, entre otros. Al momento del examen, los contenidos que se evalúan son aquellos que figuran en el programa, que debe ser presentado cuando la materia empieza a dictarse. Derecho a ver el examen una vez corregido. Las instancias de examen, sean parciales o finales, deben entenderse como una herramienta más del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por eso, una vez rendido, los estudiantes tienen derecho a ver el examen y a recibir una devolución de la evaluación realizada por el docente que los haya corregido. Derecho de firmar el acta de conformidad de un examen sólo una vez que estemos de acuerdo. Al rendir un examen final, la nota queda plasmada en un Acta de Examen. La misma, es un documento de notificación, y por lo tanto se debe firmar una vez que la nota obtenida en el examen esté escrita en la misma. Derecho a que no se superpongan exámenes de materias de un mismo semestre. La facultad debe garantizar que no se superpongan exámenes de aquellas materias que corresponden a un mismo semestre de un mismo año, según el Plan de Estudios de cada carrera. Derecho a recuperar un examen parcial o práctico. Los estudiantes tienen derecho a instancias de recuperación de parciales y/o trabajos prácticos. Dichas instancias deben ser garantizadas a todos los estudiantes, ya sea por la ausencia (justificada o no) o reprobación de uno de los parciales y/o trabajos prácticos evaluados. Derecho a gozar de una licencia estudiantil en caso que corresponda. Las licencias estudiantiles permiten a las y los estudiantes suspender por un período de tiempo su actuación académica, manteniendo las condiciones obtenidas hasta el momento de la solicitud de la licencia. Tienen derecho a solicitar la licencia en caso de embarazo, enfermedad, accidente, participación en eventos en representación de la Universidad o por motivos laborales. Derecho a exámenes públicos, con la posibilidad de solicitar mesa especial o un veedor estudiantil con voz en los tribunales. En caso de conflicto y/o arbitrariedad es posible solicitar que un determinado docente no forme parte del tribunal (recusación) y/o solicitar que un estudiante de la misma carrera que ya haya aprobado esa materia esté presente durante todo el proceso de evaluación.

Derecho a participar de forma activa en los procesos de selección y evaluación de sus docentes. Esto incluye desde las encuestas de evaluación docente, hasta la participación de un estudiante con voz en los tribunales de concursos y con voz y voto en los tribunales de evaluación docente en el marco de la carrera docente.

Derechos sociales

Los derechos sociales se desprenden de derechos que nuestra Constitución Nacional y distintos Pactos Internacionales declaran como responsabilidad del Estado. En ese sentido, la Universidad Nacional de Córdoba los reconoce y se compromete a desarrollar actividades tendientes a garantizarlos. Estos derechos incluyen: Derecho a disponer de una alimentación adecuada. Se refiere al acceso a una alimentación saludable y equilibrada, acorde a las características y necesidades de la población estudiantil. Como resultado del reconocimiento de este derecho existe en la UNC un Comedor Universitario con un menú a un precio accesible. Derecho a acceder a un sistema básico de salud. Incluye la promoción de hábitos de vida saludables, la

prevención de enfermedades, consultorio básico de diferentes especialidades médicas y la posibilidad de derivación ante situaciones de mayor complejidad. Derecho al reconocimiento de la identidad y expresividad de género elegida y autopercebida por cada estudiante. Este derecho había sido reconocido por la UNC con anterioridad a la aprobación de la Ley de Identidad de Género. En la actualidad este derecho es reconocido en todo el país. Derecho al acceso a espacios deportivos, culturales y de recreación. El objetivo de estos espacios es que faciliten el encuentro entre estudiantes, sirvan de esparcimiento, hábito saludable y complemento a la formación académica.

Derechos políticos

Son derechos consagrados para garantizar el pleno desempeño de los estudiantes como integrantes de la Universidad en el sentido de poder elegir y ser elegidos. Derecho a postularse como representantes de su claustro y elegir sus representantes estudiantiles en los órganos de co-gobierno. Este derecho se refiere a la participación en los órganos institucionales en los que se toman las decisiones sobre la mayoría de los diferentes aspectos de la Universidad y la Facultad: reglamentos, concursos docentes, planes de estudio, becas, etc. Derecho a organizarse, ser elegido y elegir en el seno de los órganos gremiales propios de su claustro, participando libremente de agrupaciones, comisiones de trabajo, etc. Se vincula con el reconocimiento de la existencia de los Centros de Estudiantes, la Federación Universitaria de Córdoba, y toda otra forma de participación estudiantil que sea independiente de los órganos de gobierno de la UNC y sirva como representación de los intereses de los estudiantes, la defensa de sus derechos, la organización de actividades extra-curriculares, etc.

COGOBIERNO FCQ -UNC

La consagración y defensa de los derechos enunciados hasta ahora, así como diferentes reformas y actualizaciones sobre los más diversos asuntos vinculados con las actividades estudiantiles en la UNC y la FCQ han sido el resultado de iniciativas propuestas por los/as estudiantes que participan en los distintos órganos de gobierno y espacios de representación de dichas instituciones. A lo largo de esta sección se nombrarán y describirán brevemente los ámbitos más relevantes en los que hay participación estudiantil en la Universidad y la Facultad.

LA UNC

En primer lugar, se abordarán los ámbitos institucionales, o de gobierno. En ellos hay representación de los cuatro claustros de la Universidad: Estudiantes, Docentes, Nodocentes y Graduados. En cada uno de esos órganos se toman decisiones necesarias para el funcionamiento de la Universidad y la Facultad, y que afectan a todos los miembros de la comunidad universitaria. A continuación, los describiremos respetando un orden jerárquico:

Órganos que implican a toda la UNC

La existencia de la Asamblea Universitaria y el Consejo Superior es una consecuencia directa del Estatuto de la UNC, que los crea y reglamenta. Aquí se mencionan los aspectos más relevantes, pero, para una descripción completa, es posible consultar el Estatuto de la UNC en la página web de la misma.

Asamblea Universitaria

La Asamblea Universitaria es el máximo órgano de toma de decisiones de la Universidad.

La Asamblea está conformada por todos los miembros de los Consejos Directivos de las distintas Facultades de la Universidad. La preside el/la Rector/a, quien ocupe su lugar según el Estatuto de la UNC, o quien designe la Asamblea en caso de ausencia o acefalía. Algunas atribuciones de la Asamblea Universitaria son:

- Dictar y modificar los Estatutos de esta Universidad.
- Separar al Rector y al Vicerrector en los casos previstos por el Estatuto de la UNC.
- Decidir la creación de nuevas facultades.
- Tomar a su cargo el gobierno de la Universidad en caso de conflicto grave o insoluble.

Consejo Superior (HCS)

El Consejo Superior es el siguiente órgano de máxima autoridad de la Universidad luego de la Asamblea Universitaria. El referido consejo está compuesto por el Rector, los Decanos de las 15 Facultades, 15 delegados por el claustro docente a razón de 1 por Facultad, 10 delegados por los estudiantes, 3 delegados por los egresados, 2 delegados por los nodocentes, 1 representante del Colegio Nacional de Monserrat y 1 representante de la Escuela Superior de Comercio “Manuel Belgrano”. Los representantes por los establecimientos preuniversitarios, antes mencionados son sus respectivos Directores.

Los/as miembros/as del Consejo Superior se llaman consiliarios. Los consiliarios docentes son elegidos por los docentes de su respectiva Facultad mientras que los delegados de los restantes claustros son elegidos en distrito único. Los consiliarios estudiantiles tienen mandatos de 1 año y los de los restantes claustros tienen mandatos de 2 años. Todos son elegidos por voto secreto y directo y pueden ser reelectos.

Los/as representantes no podrán ser al mismo tiempo consiliarios y consejeros de una Facultad. Algunas atribuciones del Consejo Superior son:

- Aprobar los planes de estudio de las carreras de la UNC. Velar por la salud física y moral de los estudiantes.
- Interpretar el Estatuto y ejercer toda atribución que no esté explícitamente reservada a la Asamblea, al Rector o a las Facultades.
- Convocar a la Asamblea Universitaria.
- Dictar ordenanzas y reglamentaciones acorde a los fines de la UNC.
- Aprobar, modificar y reajustar el presupuesto anual de la UNC. Administrar el patrimonio de la UNC.
- Designar, remover y conceder licencia a los profesores titulares, a propuesta del Consejo Directivo de la respectiva Facultad.

- Crear institutos de investigación, premios recompensa, becas de perfeccionamiento e intercambio con otras universidades e institutos para estimular las vocaciones y el incremento de la producción científica y cultural.
- Proponer a la Asamblea la creación de nuevas Facultades y/o la modificación del Estatuto.
- Dictar ordenanzas comunes atenientes al orden, disciplina y sanciones para miembros de todos los claustros.

LA FCQ

El Consejo Directivo es creado por el Estatuto de la UNC. Los demás Consejos y Comisiones son creados por el Consejo Directivo. Cada uno cuenta con sus propios reglamentos, funciones y atribuciones.

Consejo Directivo (HCD)

Es el máximo órgano de gobierno dentro de la Facultad. Este consejo está conformado por 9 representantes docentes, compuestos por 3 Profesores Titulares y/o Asociados, 3 Profesores Adjuntos y 3 Profesores Auxiliares, 6 representantes estudiantiles, 2 graduados y 1 No docente.

Los miembros del Consejo Directivo se llaman consejeros. Los consejeros estudiantiles tienen mandatos de 1 año y los de los restantes claustros tienen mandatos de 2 años. Todos son elegidos por voto secreto y directo de sus pares y pueden ser reelectos. Para ser consejero estudiantil es necesario tener aprobado por lo menos 1/3 del número de años de la carrera o un tercio 1/3 del número total de materias establecidas en el plan de estudio, indistintamente.

Algunas atribuciones del Consejo Directivo (HCD):

- Crear nuevas escuelas y proponer la organización de departamentos de enseñanza.
- Aprobar los programas de las materias de acuerdo a los planes de estudio y a las condiciones de cursado de los alumnos/as.
- Suspender y remover al Decano/a y aprobar o suspender las medidas tomadas por el mismo, en los casos previstos en el Estatuto.
- Fijar las condiciones de admisibilidad y promoción de los alumnos. Someter al Consejo Superior las reformas de los planes de estudio.
- Proponer al Consejo Superior el nombramiento de profesores titulares. Nombrar, con los mismos requisitos de los profesores titulares, a los profesores adjuntos.
- Promover la Extensión Universitaria con el sentido social que exige el progreso de la Nación.
- Decidir sobre el cumplimiento de los deberes de los profesores y alumnos y ejercer la jurisdicción policial y disciplinaria dentro de sus locales, pudiendo sancionar las faltas cometidas, conforme a estos Estatutos y las reglamentaciones que dicte el Consejo Superior.

TEXTOS DE TRABAJO Y REFLEXIÓN

Esta selección de textos tiene la intención de promover el debate de los/as ingresantes de la FCQ mediante el acceso a lecturas críticas sobre la universidad, la ciencia y el protagonismo estudiantil.

Quizás el Manifiesto liminar y todas las acciones que lo acompañaron tenían justamente ese destino: el de intentar imponerse sobre una realidad más resistente o que fatalmente se transformaría, pero a través de procesos más lentos y complejos, y sobre todo el de orientarse, al mismo tiempo, hacia un futuro de transformaciones permanentes sobre las que ningún programa universitario podría descansar y conservarse. No es sólo por su lenguaje de osada rebeldía estudiantil, ni por sus componentes idealizadores o incluso románticos, sino sobre todo por su orientación al cambio permanente, a la reforma como programa, a la transformación innovadora como proyecto, que el Manifiesto sigue sugiriendo que los ideales pueden conectarse con la acción, que los fines generosos pueden reflejarse en las decisiones y que la política es intrínseca a cualquier proyecto con la trascendencia social que tiene la educación superior. (...)

El Manifiesto continúa recordándonos que **la universidad es un proyecto que debe tender hacia su propia transformación.**

Dra. Carolina Scotto (ex rectora UNC)

CUATRO FRAGMENTOS SOBRE EL MANIFIESTO LIMINAR

Sebastián Torres

1. Manifestar, declarar

La actualidad de un manifiesto siempre es paradójica. Guiado por el imperativo de pensar el propio presente, denuncia un lenguaje, formas de pensar e instituciones que declara fósiles de un pasado que retiene al presente tirando de sus pies hacia atrás. Allí construye un diagnóstico de las entumecidas relaciones de autoridad, jerarquía, dominación y violencia con las que se contienen y reprimen las fuerzas que empujan hacia el futuro. Con el tiempo, podemos verlo como una descripción de un momento histórico, de sus estructuras y las ideas que las cuestionan, que la historia misma ha convertido en un documento del pasado. Sin embargo, el manifiesto parece mantener siempre una vigencia, no porque nos hable de lo mismo, porque la historia se repite como una rueda, sino porque su propio lenguaje nos habla a nosotros: el género literario que instituye está marcado por un futuro que nos incluye, por una promesa deliberada asociada al saber que siempre espera su realización. Paradójica actualidad, porque el manifiesto cuestiona la idea misma de tradición, de una historia que se repite, proponiendo una irrupción en el tiempo para dar lugar a lo nuevo, y de igual manera se resiste al tiempo histórico de su enunciación y nos sigue hablando. ¿Qué compartimos con el Manifiesto liminar de 1918? No su pasado inmediato, la estructura anquilosada de la universidad clerical, ni su presente, que para nosotros es el inicio ilustrado de la universidad moderna. Curiosamente compartimos un tiempo del que nunca somos propiamente parte y paradójicamente nica: el futuro.

Desde la Declaración de los derechos del hombre y el ciudadano de 1789, pasando por el Manifiesto comunista de 1848 y los manifiestos dadaístas de principios del siglo XX, su carácter de declaración de manifestación, más allá de sus contenidos específicos, de sus éxitos y fracasos históricos inmediatos, de alguna manera realiza lo que esperan. Declarar los derechos, manifestar su vigencia, es ya el primer hecho de una libertad puesta en acto, anuncio de una potencialidad efectiva, de efectos sin límites prefijados.

2. La potencia de una frase

“Desde hoy contamos para el país una vergüenza menos y una libertad más. Los dolores que quedan son las libertades frase del párrafo inicial del Manifiesto que resume su espíritu libertario y su sentido crítico del presente. Frase cuya que faltan y atraviesa los tiempos, aplicable a cualquier otra lucha política forma corta el ai social, que pinta las paredes de las más variadas reivindicación. Frase sin autor, pero con un sentido de pertenencia, que nos remite siempre a la inconfundible voz del Manifiesto.

Podría decirse que es su carácter abstracto y general lo que hace posibles sus infinitas apropiaciones; tan abstracto como la palabra libertad, terminó en el que coagulan las más diversas ideologías y tradiciones políticas. Pero quizás sea la materialidad de la vergüenza y el

dolor lo que toca la fibra íntima de nuestros oídos. No se trata entonces de reivindicaciones “idealistas”, de una libertad individual, sino de la sensibilidad que tengamos para reconocer junto a las libertades que tenemos, las vergüenzas que compartimos. La potencia de esta frase es una potencia extensiva, es la expansión de la democracia universitaria mencionada en el Manifiesto a partir de la equidad. Declarar los derechos es poner la libertad ya en acto, extenderlos a todos los miembros de la comunidad universitaria, según los tiempos y las circunstancias, las nuevas demandas y los nuevos desafíos, incluso polemizando con ideas que en el pasado pueden haber sido resultado las verdaderas libertades; es el trabajo político que el Manifiesto desencadena y que, al mismo tiempo, no contiene sino bajo la forma de una apertura permanente hacia nuevas maneras de pensar y hacernos responsables del Por supuesto, hay pasajes del Manifiesto que sin duda forman parte de una universidad que ya no existe. Aunque en ocasiones sean retomados para manifestar un descontento, sin embargo, nos obligan a abandonar las simples analogías para pensar las actuales relaciones entre conocimiento y poder-ya lejanas de ciertas estructuras de autoridad- inscriptas hoy en las nuevas y complejas formas de apropiación capitalista de la producción del saber público y colectivo. Si, por un lado, la tarea democrática que hoy emprende un proyecto nacional y popular debe atravesar las universidades erradicando todas las formas de exclusión social (que tienen sus formas propias en las instituciones educativas, en sus prácticas y reglamentaciones), por otro lado, la universidad debe detectar y contrarrestar las formas de apropiación capitalista del conocimiento, que hacen hoy de las universidades públicas y de las instituciones nacionales de desarrollo científico nuevos terrenos de colonización.

3. “Universalidad nacional”

El Manifiesto inicia y concluye con un llamado a América (“La juventud argentina de Córdoba a los hombres libres de Sud América” - “La juventud universitaria de Córdoba, por intermedio de su federación, saluda a los compañeros de la América toda y les incita a colaborar en la obra de libertad que inicia”). El internacionalismo de su llamado se funda en la libertad del conocimiento y en su capacidad de comunicación universal, pero su sentido radica en el carácter situado de la acción política: Córdoba, Argentina, lugares que enuncian la posición de un saber y con ello la toma de posición frente al poder.

En una nota en el diario Página/12 (6/9/2011), Diego Tatián afirma que “la expresión ‘universidad nacional’ encierra una fecunda contradicción entre los términos, pues significa tanto como decir universalidad nacional. Interesa mucho preservar esta tensión, donde uno de los conceptos potencia al otro. Interesa mucho, pues, no liquidar la complejidad atesorada en esa expresión (que podemos extenderla a ‘universalidad y proyecto nacional’)\”, y finaliza el párrafo imaginando “la constitución de una Internacional Universitaria de contrahegemonía activa”

El sentido “universal” que nos lega el Manifiesto, frente a los poderes de un capitalismo transnacional que se apropiá de los saberes públicos, hoy puede encontrarse en esa paradójica conjunción entre “universalidad y proyecto nacional”. Nuestras universidades, que siempre han constituido lazos internacionales, pero que históricamente se han encontrado aisladas entre sí en el plano regional, pueden hoy repensar la manera en que la producción del saber.

4. Derecho de Universidad

Bajo la expresión “Derecho de Universidad”, Eduardo Rinesi ha planteado la necesidad de consolidar y avanzar en el paso que sigue al ya consagrado derecho a la educación (enunciado por primera vez en la Declaración de los derechos del hombre y el ciudadano de 1893) y a la ya instituida obligatoriedad de la educación básica, desplazando la relación individualista entre derechos y obligaciones (relación individualista que entiende el derecho a la educación como la mera ausencia de impedimentos formales para optar por la formación educativa y el deber legal de los padres de integrar a sus hijos en el sistema educativo básico) hacia un proyecto nacional y popular que vuelve a poner en el centro de la cuestión de los derechos al Estado y sus instituciones. Una enunciación que no está contenida en el Manifiesto, pero que bien puede ser leída como parte de su legado, donde por primera vez se establece un vínculo antes inconcebible (diferente, por lo menos, a la conocida polémica entre Sarmiento y Alberdi) entre universidad y derechos, entre derechos y conocimiento, entre conocimiento e igualdad, entre igualdad y derechos. El “Derecho de Universidad” es una idea que contiene los derechos de los universitarios, pero que integrando al Estado como actor sujeto a los deberes sociales que permitan garantizar un efectivo acceso a la educación en todos sus niveles, hace también de la universidad pública un actor que debe inscribirse en un proyecto nacional y articularse con las políticas públicas de inclusión. El “Derecho de Universidad” no es el derecho de la universidad frente al Estado, ni el de éste sobre la universidad; no parte del supuesto histórico naturalizado de una confrontación, sino que hace del término universidad el lugar de una articulación entre los derechos sociales, políticos y culturales del pueblo. Es sobre este proyecto de construcción de los derechos que cobra sentido la expresión “Universidad Nacional” y la proyección de nuevos sentidos de un Manifiesto de Universidad.

REFORMA UNIVERSITARIA, UNIVERSIDAD Y CIENCIA

“El carácter público de la enseñanza, el conocimiento como capital social y la responsabilidad de la comunidad universitaria de actuar en pos del desarrollo y la inclusión social”

Ezequiel Leiva (2013)

La Reforma Universitaria de 1918 fue un grito de rebeldía, libertad, y ha llamado a la acción plasmado en el Manifiesto liminar Los jóvenes de entonces sentaron las bases de la democratización de la universidad a través del cogobierno, la autonomía universitaria, la docencia libre, los concursos, la investigación y la extensión universitaria. Con su lucha, las universidades estatales dejaron de ser las instituciones cléricales y de élite del siglo XIX. privilegio de unos pocos, y se convirtieron en herramientas transformadoras, comprometidas con la inclusión social a través de las ideas de educación pública y gratuita.

Pero creo que la principal reforma trasciende el valor intrínseco de sus bases programáticas. La Reforma instaló en la comunidad la decisión de reflexionar sobre la universidad inmersa en su contexto político y social: “estamos pisando sobre una revolución, estamos viviendo una hora americana”, y puso la acción en el centro de la escena: “La juventud ya no pide. Exige que se le reconozca el derecho a exteriorizar ese pensamiento propio de los cuerpos universitarios...”; y creo que la mejor manera de honrar a sus gestores es proponer más reflexión y más acción.

A tal fin, antes que nada, es necesario analizar tanto el contexto histórico del que emergió la Reforma como el contexto actual. Naturalmente este análisis partiría con la mirada desde y hacia el interior de nuestra comunidad, para abarcar luego a nuestra sociedad y extenderse al ámbito global, pero, sin duda, debe enriquecerse con una lectura inversa, en la que el observador nos mire desde un hipotético “afuera”. Este último enunciado dicho más a modo de exhorto a nuestra comunidad que como introducción a un análisis que sobrepasa mis posibilidades. Mi visión está muy lejos de ser la de un estratega con un panorama pleno del campo de los conflictos en donde estamos inmersos. Me ubico más bien en la pequeña trinchera de las ciencias duras, donde tengo un cierto conocimiento de algunos de los problemas que van a conmovernos en las décadas que vienen.

El contexto universitario en el que tenemos la suerte de vivir hoy merced no sólo a la lucha de los reformistas, sino también de varias otras generaciones posteriores, es muy diferente del que ellos tuvieron, tanto desde el punto de vista cualitativo como cuantitativo. A modo de ejemplo numérico, cabe mencionar la participación de la mujer en nuestra vida universitaria. Hasta el año 1920 no se entregó un título doctoral a una mujer, mientras que actualmente la cantidad de títulos doctorales se equipara en uno a uno. A nivel de estudios de grado, el número de mujeres hoy supera holgadamente en porcentaje de titulación al de los varones. En el orden económico-social, la educación universitaria gratuita, aunque no representa una solución total, permite en principio el acceso de vastos sectores de la sociedad a la formación superior. Este beneficio, que para nosotros ocurre en forma “natural” y parece afianzado, es uno de los puntos esenciales que debemos sostener en nuestro sistema, tomando como referencia lo que ocurre en nuestro hermano país andino.

Pero no voy a reiterar aquí lo que muchos otros autores muy ampliamente han planteado en los ámbitos de educación, investigación y extensión, sino más bien me voy a concentrar en el segundo de los puntos: la investigación, el carácter público del conocimiento, y su rol trascendente para el desarrollo y la inclusión social.

Para decirlo en términos mundanos, y mirando desde una perspectiva histórica, los investigadores del sistema científico formal debemos reconocer que “la pelota empieza a estar de nuestro lado de la cancha”. Los esfuerzos que el Estado ha hecho, materializados en el presupuesto para ciencia y tecnología de los últimos diez años. no tienen precedentes. Sólo entre 2003 y 2010, el presupuesto nacional de Ciencia y Técnica creció en un factor 6. Esto ha quedado también reflejado en el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), que en poco más de cinco años ha duplicado el número de investigadores y cuadruplicado el de becarios. El actual panorama, si bien no es el óptimo o el mejor concebible, nos pone en situación privilegiada respecto de generaciones anteriores.

A semejanza de otros institutos de CONICET, el instituto al que pertenezco, el Instituto de Investigaciones en Físico-Química de Córdoba (INFIQC) tiene una fuerte estructura simbiótica con la Universidad, con inmejorables potencialidades. La Universidad provee una valiosa e indispensable infraestructura para investigación y el Instituto aporta docentes con una fuerte formación científica, que en virtud del permanente esfuerzo que realizan para mantener su conocimiento al día, pueden transferir a sus alumnos información de candente actualidad, con un conocimiento pleno de las potenciales aplicaciones, maximizando la calidad de la enseñanza en las instituciones públicas.

¿Qué sigue a esto? Dada la estructura científica que empieza a consolidarse, se impone el momento de pensar y principalmente acercar las capacidades científicas y los logros tecnológicos a todos los sectores socioeconómicos a escala nacional (empresas, organismos públicos, fundaciones privadas y públicas, etc.). De esta forma, nuestro principal objetivo debe ser lograr que la investigación que realizan nuestros institutos y universidades se transforme en bienestar social, económico y cultural. Volviendo a nuestra idea inicial, entonces, una redefinición de las utopías por las que debemos luchar en nuestra comunidad hoy necesita que el pensamiento individual se transforme en una acción colectiva en pos de los fines mencionados. Suena esto obvio y trivial, pero está muy lejos de serlo. Nuestra comunidad académica desarrolla sus tareas en ámbitos muy diversos. En algunos, apuntar hacia estos objetivos está al alcance de la mano y ya lo están haciendo. En otros, esta tarea puede resultar mucho más elíptica, pero igual pueden realizar su aporte apoyando a los que pueden hacerlo. Por mencionar un tema de actualidad: puede parecer difícil conectar al bosón de Higgs con nuestra problemática social y nacional; sin embargo, nuestra supervivencia y progreso científico dependen en un grado muy alto de nuestra visibilidad y conectividad internacional, cosa a la que valiosamente contribuyen nuestros científicos destacados que operan en el área. No obstante, deseo destacar que una franja inmensa de ciudadanos de nuestra comunidad académica podría potenciar inmensamente su aporte a nuestra sociedad, si tan sólo desviara la vista un rato de su mesada o computadora, y se

preguntará qué más puede hacer con lo que tiene en sus manos. En otras palabras, el tiempo invertido en pensar lo que planteo, aunque represente un punto menor en el índice h o cuarenta citas menos en el Scopus, puede redundar en beneficios para nuestra sociedad, y obviamente también para quienes lo hagan.

Nuestra lucha hoy no es contra un modelo de gobierno universitario. Nuestra lucha es contra un enemigo mucho más sutil y próximo: la inercia, el egoísmo y la indiferencia ante los problemas de nuestros conciudadanos (problemas nuestros a la postre...). Esta lucha no nos llevará a una victoria rápida o clara, ni a acciones grandiosas, pero es tan importante como cualquier revolución y hay que empezar ya porque se acaba el tiempo.

Y paso entonces al círculo más extenso del análisis, y precisamente un vistazo a la situación planetaria da un fundamento al apelativo de urgencia de la frase anterior. La existencia de conflictos no es algo nuevo en la humanidad, pero lo que sí es nuevo es la extensión de los mismos, y el impacto global que ellos generan. A esto se suma una novedad: nos encontramos a dos décadas (y hay quienes dicen que ya empezó) del principio del fin de los combustibles fósiles. Millones de años se han quemado en un siglo, y toda la vorágine de crecimiento del actual sistema económico imperante presagia un shock inevitable. No hay que ser un analista profundo para ver que las coordenadas de bombas y misiles apuntan a los centros con recursos energéticos claves. Entonces, si uno mira al fantasma que hoy anda por Europa, que lamentablemente no es el del Manifiesto sino el de la recesión provocada por aves rapaces que nos son conocidas por estas latitudes, aparece la pregunta: si esto no tiene como origen una causa física palpable (digamos la peste, un meteorito o una guerra, por ejemplo), ¿qué pasará cuando haya causas reales como la escasez de recursos energéticos o alimenticios?

Nadie puede dudar que el conocimiento es un bien social. La UNESCO plantea un nuevo enfoque de desarrollo para los países del Sur, enmarcado en lo que caracteriza como “sociedades del conocimiento”, en las que los valores y las prácticas de creatividad e innovación desempeñarán un papel importante para propiciar el desarrollo sostenible, dando una mejor respuesta a las nuevas necesidades de la sociedad.

Tenemos que pensar, y rápido, qué más podemos hacer para fortalecer nuestra sociedad en todos los ámbitos posibles. Y el mejor lugar para hacerlo es en ésta, nuestra casa, la Universidad.

RECALCULANDO...

Ezequiel Leiva (2022)

Para los que hacemos ciencia, esta actividad es “el pan de cada día” que nos permite progresar en el curso de nuestras acciones. En efecto, con los mejores propósitos e intenciones nos equivocamos continuamente, pero a partir del reconocimiento de nuestros errores y su rectificación podemos avanzar. De este modo, una revisión de lo publicado en 2013, debería permitir mejorar nuestro conocimiento del contexto histórico-social, en beneficio de nuestra sociedad y por supuesto de nuestra Universidad.

Pasando ahora a lo surge como una asignatura pendiente del escrito anterior, considero imprescindible una apelación más contundente al rol que debemos jugar los universitarios para salvar la gran grieta que cruza nuestro país. Estamos en un tiempo de exaltación de las aves rapaces, donde los halcones son mediáticamente ponderados en detrimento de las débiles “palomas” que buscan la paz. En la última década han prendido en forma muy preocupante los discursos de odio, las afirmaciones extremas donde se busca la degradación del oponente - legitimando inclusive su exterminio- cuando debería existir un diálogo superador de ideas. Dentro de la pléyade de discursos degradatorios, se destacan los que acá llamaremos “pseudomeritocráticos”, donde se estigmatiza a un grupo de personas bajo el argumento de no “calificar” para acceder a un trabajo o no ser “emprendedores” para autogestionarse un lugar en nuestra sociedad. Usamos muy especialmente el prefijo “pseudo” delante del sustantivo “mérito” porque la falsía de estos argumentos se sustenta en el hecho de que quienes integran el sector sociocultural estigmatizado JAMÁS tuvieron la oportunidad de acceder a la alimentación / educación / conocimiento / oportunidades que tuvieron los que exhiben estos argumentos. Debo agregar también que muchos de los que sostienen la “pseudomeritocracia” están muy lejos de satisfacer las condiciones de excelencia que ellos mismos predicen y que una gran cantidad de estos personajes no son más que el mascarón de proa de intereses corporativos para los cuales gran parte del sector marginado es material de descarte.

Pero no todo es negro en nuestra vida cotidiana, y en este sentido quiero destacar que en nuestro medio universitario TODAVÍA (y ojalá esta última palabra sea duradera) prima la discusión democrática para resolver el disenso de ideas, en pro de la construcción de un Institución mejor. Que esta realidad se mantenga, dependerá de cómo nuestra participación en la vida democrática logre neutralizar los discursos extremos, que han llevado a países hermanos latinoamericanos a dictaduras recientes o a gobiernos autoritarios que por el momento no han logrado perpetuarse.

Corren tiempos fabulosos (no fabulosos), y para terminar esta actualización cabe recordar el cuento de Caperucita Roja. Hay quienes hoy nos quieren hacer reescribir otra versión de esta historia: El Lobo, animal libertario, si los hay, convence a Caperucita de rendirse a sus encantos y de dejar a su Abuelita librada a su suerte. Total, ésta ya no es productiva y es una carga para el Estado, que a la larga también debe desaparecer.

Si todavía vivo, me gustaría releer esto de acá a 10 años y ver nuestra Universidad sigue discutiendo serena y democráticamente sus diferencias, que nuestra sociedad puso al Lobo en su lugar, y que Caperucita sigue amorosamente visitando a su Abuelita todos los días.

Manifiesto de la Federación Universitaria de Córdoba - 1918

La juventud argentina de Córdoba a los hombres libres de Sud América

Hombres de una república libre, acabamos de romper la última cadena que en pleno siglo XX nos ataba a la antigua dominación monárquica y monástica. Hemos resultado llamar a todas las cosas por el nombre que tienen. Córdoba se redime. Desde hoy contamos para el país una vergüenza menos y una libertad más. Los dolores que nos quedan son las libertades que nos faltan. Creemos no equivocarnos, las resonancias del corazón nos lo advierten: estamos pisando sobre una revolución, estamos viviendo una hora americana.

La rebeldía estalla ahora en Córdoba y es violenta, porque aquí los tiranos se habían ensobrecido y porque era necesario borrar para siempre el recuerdo de los contrarrevolucionarios de mayo. Las universidades han sido hasta aquí el refugio secular de los mediocres, la renta de los ignorantes, la hospitalización segura de los inválidos y -lo que es peor aún- el lugar en donde todas las formas de tiranizar y de insensibilizar hallaron la cátedra que las dictara. Las universidades han llegado a ser así el fiel reflejo de estas sociedades decadentes que se empeñan en ofrecer el triste espectáculo de una inmovilidad senil. Por eso es que la Ciencia, frente a estas casas mudas y cerradas, pasa silenciosa o entra mutilada y grotesca al servicio burocrático. Cuando en un rapto fugaz abre sus puertas a los altos espíritus es para arrepentirse luego y hacerles imposible la vida en su recinto. Por eso es que, dentro de semejante régimen, las fuerzas naturales llevan a mediocritzar la enseñanza, y el ensanchamiento vital de los organismos universitarios no es el fruto del desarrollo orgánico, sino el aliento de la periodicidad revolucionaria.

Nuestro régimen universitario -aún el más reciente- es anacrónico. Está fundado sobre una especie del derecho divino: el derecho divino del profesorado universitario. Se crea a sí mismo. En él nace y en él muere. Mantiene un alejamiento olímpico. La Federación Universitaria de Córdoba se alza para luchar contra este régimen y entiende que en ello le va la vida. Reclama un gobierno estrictamente democrático y sostiene que el demos universitario, la soberanía, el derecho a darse el gobierno propio radica principalmente en los estudiantes. El concepto de Autoridad que corresponde y acompaña a un director o a un maestro en un hogar de estudiantes universitarios, no solo puede apoyarse en la fuerza de disciplinas extrañas a la substancia misma de los estudios. La autoridad en un hogar de estudiantes, no se ejercita mandando, sino sugiriendo y amando: Enseñando. Si no existe una vinculación espiritual entre el que enseña y el que aprende, toda enseñanza es hostil y de consiguiente infecunda. Toda la educación es una larga obra de amor a los que aprenden. Fundar la garantía de una paz fecunda en el artículo cominatorio de un reglamento o de un estatuto es, en todo caso, amparar un régimen cuartelario, pero no a una labor de Ciencia. Mantener la actual relación de gobernantes a gobernados es agitar el fermento de futuros trastornos. Las almas de los jóvenes deben ser movidas por fuerzas espirituales. Los gastados resortes de la autoridad que emana de la fuerza no se avienen con lo que reclama el sentimiento y el concepto moderno de las universidades. El

chasquido del látigo sólo puede rubricar el silencio de los inconscientes o de los cobardes. La única actitud silenciosa, que cabe en un instituto de Ciencia es la del que escucha una verdad o la del que experimenta para crearla o comprobarla.

Por eso queremos arrancar de raíz en el organismo universitario el arcaico y bárbaro concepto de Autoridad que en estas Casas es un baluarte de absurda tiranía y sólo sirve para proteger criminalmente la falsa-dignidad y la falsa-competencia.

Ahora advertimos que la reciente reforma, sinceramente liberal, aportada a la Universidad de Córdoba por el Dr. José Nicolás Matienzo, sólo ha venido a probar que el mal era más afligente de los que imaginábamos y que los antiguos privilegios disimulaban un estado de avanzada descomposición. La reforma Matienzo no ha inaugurado una democracia universitaria; ha sancionado el predominio de una casta de profesores. Los intereses creados en torno de los mediocres han encontrado en ella un inesperado apoyo. Se nos acusa ahora de insurrectos en nombre de una orden que no discutimos, pero que nada tiene que hacer con nosotros. Si ello es así, si en nombre del orden se nos quiere seguir burlando y embruteciendo, proclamamos bien alto el derecho sagrado a la insurrección. Entonces la única puerta que nos queda abierta a la esperanza es el destino heroico de la juventud. El sacrificio es nuestro mejor estímulo; la redención espiritual de las juventudes americanas nuestra única recompensa, pues sabemos que nuestras verdades lo son -y dolorosas- de todo el continente. Que en nuestro país una ley -se dice- la de Avellaneda, se opone a nuestros anhelos. Pues a reformar la ley, que nuestra salud moral los está exigiendo.

La juventud vive siempre en trance de heroísmo. Es desinteresada, es pura. No ha tenido tiempo aún de contaminarse. No se equivoca nunca en la elección de sus propios maestros. Ante los jóvenes no se hace mérito adulando o comprando. Hay que dejar que ellos mismos elijan sus maestros y directores, seguros de que el acierto ha de coronar sus determinaciones. En adelante solo podrán ser maestros en la futura república universitaria los verdaderos constructores de alma, los creadores de verdad, de belleza y de bien.

La juventud universitaria de Córdoba cree que ha llegado la hora de plantear este grave problema a la consideración del país y de sus hombres representativos.

Los sucesos acaecidos recientemente en la Universidad de Córdoba, con motivo de elección rectoral, aclara singularmente nuestra razón en la manera de apreciar el conflicto universitario. La Federación Universitaria de Córdoba cree que debe hacer conocer al país y América las circunstancias de orden moral y jurídico que invalidan el acto electoral verificado el 15 de junio. El confesar los ideales y principios que mueven a la juventud en esta hora única de su vida, quiere referir los aspectos locales del conflicto y levantar bien alta la llama que está quemando el viejo reducto de la opresión clerical. En la Universidad Nacional de Córdoba y en esta ciudad no se han presenciado desordenes; se ha contemplado y se contempla el nacimiento de una verdadera revolución que ha de agrupar bien pronto bajo su bandera a todos los hombres libres del continente. Referiremos los sucesos para que se vea cuanta vergüenza nos sacó a la cara la cobardía y la perfidia de los reaccionarios. Los actos de violencia, de los cuales nos responsabilizamos íntegramente, se cumplían como en el ejercicio de puras ideas. Volteamos lo que representaba un alzamiento anacrónico y lo hicimos para poder levantar siquiera el corazón sobre esas ruinas. Aquellos representan también la medida de nuestra indignación en presencia de la miseria moral, de la simulación y del engaño artero que pretendía filtrarse con las

apariencias de la legalidad. El sentido moral estaba oscurecido en las clases dirigentes por un fariseísmo tradicional y por una pavorosa indigencia de ideales.

El espectáculo que ofrecía la Asamblea Universitaria era repugnante. Grupos de amorales deseosos de captarse la buena voluntad del futuro rector exploraban los contornos en el primer escrutinio, para inclinarse luego al bando que parecía asegurar el triunfo, sin recordar la adhesión públicamente empeñada, en el compromiso de honor contraído por los intereses de la Universidad. Otros -los más- en nombre del sentimiento religioso y bajo la advocación de la Compañía de Jesús, exhortaban a la traición y al pronunciamiento subalterno. (¡Curiosa religión que enseña a menospreciar el honor y deprimir la personalidad! ¡Religión para vencidos o para esclavos!). Se había obtenido una reforma liberal mediante el sacrificio heroico de una juventud. Se creía haber conquistado una garantía y de la garantía se apoderaban los únicos enemigos de la reforma. En la sombra los jesuitas habían preparado el triunfo de una profunda inmoralidad. Consentirla habría comportado otra traición. A la burla respondimos con la revolución. La mayoría expresaba la suma de represión, de la ignorancia y del vicio. Entonces dimos la única lección que cumplía y espantamos para siempre la amenaza del dominio clerical.

La sanción moral es nuestra. El derecho también. Aquellos pudieron obtener la sanción jurídica, empotrarse en la Ley. No se lo permitimos. Antes de que la iniquidad fuera un acto jurídico, irrevocable y completo, nos apoderamos del Salón de Actos y arrojamos a la canalla, solo entonces amedrentada, a la vera de los claustros. Que es cierto, lo patentiza el hecho de haber, a continuación, sesionada en el propio Salón de Actos de la Federación Universitaria y de haber firmado mil estudiantes sobre el mismo pupitre rectoral, la declaración de la huelga indefinida.

En efecto, los estatutos reformados disponen que la elección de rector terminará en una sola sesión, proclamándose inmediatamente el resultado, previa lectura de cada una de las boletas y aprobación del acta respectiva. Afirmamos sin temor de ser rectificados, que las boletas no fueron leídas, que el acta no fue aprobada, que el rector no fue proclamado, y que, por consiguiente, para la ley, aún no existe rector de esta universidad.

La juventud Universitaria de Córdoba afirma que jamás hizo cuestión de nombres ni de empleos. Se levantó contra un régimen administrativo, contra un método docente, contra un concepto de autoridad. Las funciones públicas se ejercitaban en beneficio de determinadas camarillas. No se reformaban ni planes ni reglamentos por temor de que alguien en los cambios pudiera perder su empleo. La consigna de “hoy para ti, mañana para mí”, corría de boca en boca y asumía la preeminencia de estatuto universitario. Los métodos docentes estaban viciados de un estrecho dogmatismo, contribuyendo a mantener a la Universidad apartada de la Ciencia y de las disciplinas modernas. Las lecciones, encerradas en la repetición interminable de viejos textos, amparaban el espíritu de rutina y de sumisión. Los cuerpos universitarios, celosos guardianes de los dogmas, trataban de mantener en clausura a la juventud, creyendo que la conspiración del silencio puede ser ejercitada en contra de la Ciencia. Fue entonces cuando la oscura Universidad Mediterránea cerró sus puertas a Ferri, a Ferrero, a Palacios y a otros, ante el temor de que fuera perturbada su plácida ignorancia. Hicimos entonces una santa revolución y el régimen cayó a nuestros golpes.

Creímos honradamente que nuestro esfuerzo había creado algo nuevo, que por lo menos la elevación de nuestros ideales merecía algún respeto. Asombrados, contemplamos entonces cómo se coaligaban para arrebatar nuestra conquista los más crudos reaccionarios.

No podemos dejar librada nuestra suerte a la tiranía de una secta religiosa, no al juego de intereses egoístas. A ellos se nos quiere sacrificar. El que se titula rector de la Universidad de San Carlos ha dicho su primera palabra: “prefiero antes de renunciar que quede el tendal de cadáveres de los estudiantes”. Palabras llenas de piedad y amor, de respeto reverencioso a la disciplina; palabras dignas del jefe de una casa de altos estudios. No invoca ideales ni propósitos de acción cultural. Se siente custodiado por la fuerza y se alza soberbio y amenazador. ¡Armoniosa lección que acaba de dar a la juventud el primer ciudadano de una democracia Universitaria!. Recojamos la lección, compañero de toda América; acaso tenga el sentido de un presagio glorioso, la virtud de un llamamiento a la lucha suprema por la libertad; ella nos muestra el verdadero carácter de la autoridad universitaria, tiránica y obcecada, que ve en cada petición un agravio y en cada pensamiento una semilla de rebelión.

La juventud ya no pide. Exige que se le reconozca el derecho a exteriorizar ese pensamiento propio de los cuerpos universitarios por medio de sus representantes. Está cansada de soportar a los tiranos. Si ha sido capaz de realizar una revolución en las conciencias, no puede desconocérsele la capacidad de intervenir en el gobierno de su propia casa.

La juventud universitaria de Córdoba, por intermedio de su Federación, saluda a los compañeros de la América toda y les incita a colaborar en la obra de libertad que inicia.

21 de junio de 1918

Enrique F. Barros, Horacio Valdés, Ismael C. Bordabehere, presidente. Gurmensisdo Sayago, Alfredo Castellanos, Luis M. Méndez, Jorge L. Bazante, Ceferino Garzón Maceda, Julio Molina, Carlos Suárez Pinto, Emilio R. Biagosch, Angel J. Nigro, Natalio J. Saibene, Antonio Medina Allende, Ernesto Garzón.

Contenido

CIUDADANÍA UNIVERSITARIA.....	2
DERECHOS ESTUDIANTILES	2
DERECHOS ACADÉMICOS.....	2
DERECHOS SOCIALES	3
DERECHOS POLÍTICOS.....	4
COGOBIERNO FCQ-UNC.....	4
<i>LA UNC</i>	4
Órganos que implican a toda la UNC.....	4
<i>LA FCQ</i>	6
TEXTOS DE TRABAJO Y REFLEXIÓN	7
CUATRO FRAGMENTOS SOBRE EL MANIFIESTO LIMINAR	8
1. <i>Manifestar, declarar</i>	8
2. <i>La potencia de una frase</i>	8
3. <i>"Universalidad nacional"</i>	9
4. <i>Derecho de Universidad</i>	10
REFORMA UNIVERSITARIA, UNIVERSIDAD Y CIENCIA	11
RECALCULANDO...	14
MANIFIESTO DE LA FEDERACIÓN UNIVERSITARIA DE CÓRDOBA - 1918	15

Unidad 1 - La construcción del conocimiento científico

Contenidos: La Ciencia como una herramienta válida para el crecimiento del Hombre. Fundamentos del Trabajo Científico: la iniciación de una investigación. El aspecto acumulativo. La emisión de hipótesis. Planteamiento de experimentos para la contrastación de las hipótesis.

Objetivo: Comenzar a reflexionar sobre cómo se construye el conocimiento, y en particular, el conocimiento científico. Al finalizar esta sección, usted debería haber sumado algunos elementos teóricos mínimos que le permitan responder ¿qué es la ciencia? ¿cómo se construye el conocimiento científico? ¿es la ciencia una herramienta que garantiza conocer la verdad?

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=59949>

La ciencia, los científicos

¿Alguna vez ha reflexionado o ha intentado definir las palabras ciencia o científico? Más allá de la definición del diccionario, la ciencia es algo tan presente en nuestra vida cotidiana que, instintivamente, se podría pensar que su significado es evidente. El físico y filósofo Alan Chalmers (nacido en 1939), describe esta percepción de la siguiente manera:



En la era moderna se siente un gran aprecio por la ciencia. Aparentemente, existe la creencia generalizada de que hay algo especial en la ciencia y en los métodos que utiliza. Cuando a alguna afirmación, razonamiento o investigación se le denomina “científica” o “científico”, se pretende dar a entender que tiene algún tipo de mérito o una clase especial de fiabilidad.

Sin embargo, si exploramos un poco más, los rasgos o características que definen a esa ciencia, que tiene tanta aceptación social, no son unánimes. Se registran importantes discusiones y diferencias entre los epistemólogos¹ acerca de cuáles son los rasgos que la caracterizan. Para analizar esto, le proponemos la siguiente actividad:

► Actividad 1

1) Clasifique los elementos de la siguiente lista en dos grupos, uno en donde incluya los que usted considera “científicos” y en otro las que considere “no científicos”:

- realizar un experimento en donde se observa un cambio de color
- desarrollar elementos de electrónica
- cocinar un alimento
- observar constelaciones
- practicar un deporte
- comer galletas
- buscar la forma de convertir el plomo en oro
- desarrollar un nuevo software

¹ Epistemología es el nombre que damos, actualmente, a la disciplina que se ocupa del conocimiento. Aunque a lo largo del tiempo y en diferentes lugares las preguntas han cambiado, algunos de los interrogantes más insistentes han sido: ¿Qué significa conocer? ¿Cómo es el proceso del conocimiento? ¿Quién conoce? ¿Hasta dónde es posible confiar de lo que sabemos? En mayor o menor medida, todo ser humano se ha hecho preguntas similares, por lo que todos somos un poco epistemólogos.

2) ¿Qué criterio utilizó para hacer esta clasificación?

3) Ahora compare esta lista con la de sus compañeros. ¿Son las listas idénticas? ¿Han utilizado el mismo criterio?

4) Lea los siguientes testimonios y revise sus listas ¿cambiaría algunos elementos de grupo?

<p><i>En nuestra panadería, cocinamos panes y tortas siguiendo la misma receta desde hace muchos años.</i></p> 	<p><i>En nuestro grupo de investigación, desarrollamos nuevos alimentos y estudiamos los efectos de distintos aditivos en la cocción de los mismos. Por ejemplo, el desarrollo de panes libres de gluten, o el empleo de nuevos aditivos que mejoren el leudado de tortas.</i></p> 
<p><i>Uno de los trabajos de los astrónomos consiste en la observación de objetos y fenómenos celestes, generalmente mediante instrumental automatizado que se encuentra en observatorios y complejos astronómicos, o a bordo de satélites.</i></p> 	<p><i>Lisa: Que lindo ésto, ¿no? ¿Qué piensas Nelson?</i> <i>Nelson: ¿Qué pienso de qué?</i> <i>Lisa: De lo que sea...</i> <i>Nelson: Nada.</i> <i>Lisa: ¿Qué sientes, qué tienes adentro ahora?</i> <i>Nelson: Tripas, y cosas negras... y como 30 galletas...</i> <i>Lisa: ¡Nelson, por Dios! ¡Debes pensar y sentir cosas!</i> <i>¡Mira donde estamos! Una verde colina, estrellas brillando, la luna sobre nosotros como diciend...</i> <i>*Nelson la besa*</i></p> 

Así, podríamos presentar muchos ejemplos y contraejemplos en donde una misma actividad podría ser considerada (o no) como “científica”. Si la tarea de cocinar un alimento es idéntica, ¿por qué es científica cuando se realiza en un instituto de investigación y no lo es cuando se hace en una panadería? Vemos entonces que definir ciencia no es tan simple, ya que depende de muchas cuestiones. Pareciera que la definición de ciencia no sólo depende de “lo que se hace”, sino “quiénes” lo hacen, “cómo” lo hacen, “cuándo” y “dónde” lo hacen...

Englobar todas estas características en una sola definición es muy complicado. Es por esto que, a la hora de analizar la ciencia y el conocimiento, deben ser comprendidos como actividades humanas. Como toda actividad humana, es cambiante y también lo es su definición. El científico irlandés John D. Bernal (1901-1971) afirmaba que la ciencia es de naturaleza cambiante y que lo es en mayor medida que cualquier otra ocupación humana.

La ciencia está cambiando muy rápidamente, dado que es uno de los logros más recientes de la humanidad... y, por esto, la definición de ciencia ha ido cambiando a lo largo del tiempo. En el albor de la civilización, era únicamente un aspecto del mundo del mago, del cocinero o del forjador, y sólo en el siglo XVIII comenzó a adquirir cierto estado de independencia. Con frecuencia, es más fácil reconocer a los científicos que saber qué es la ciencia. Realmente una definición fácil sería: **Ciencia es lo que los científicos hacen**



Seguramente usted tiene una noción o definición de qué es un científico, o al menos puede plantear algunas de sus características.

► Actividad 2

Escriba cinco características que asocie a la palabra científico. Compárelas con las elecciones de sus compañeros. ¿Cuáles fueron las palabras más frecuentes en su comisión?

Muy posiblemente, esta elección de palabras cambie con el tiempo ya que, a lo largo de la carrera, seguramente usted conozca cada vez más el mundo de los científicos y las actividades que realizan, lo que lo llevará a elaborar otra definición

A los fines de este curso, podemos decir que los **científicos** son aquellas personas que se dedican a realizar actividades sistemáticas² para la obtención o generación de conocimiento. Solemos llamar **investigación** a este proceso. Es importante volver a destacar que esta definición no es absoluta, sino que es la que el equipo docente de este curso ha decidido considerar.

Existen múltiples formas de obtener o generar conocimiento y esto puede hacerse desde muchísimas áreas. En la página <https://uncuencia.unc.edu.ar/> podrá encontrar algunas de las investigaciones que se están llevando a cabo en la Universidad Nacional de Córdoba; no solo en

² El término "sistemático" se refiere a que el trabajo o una tarea se da ordenadamente, siguiendo un método o sistema.

el área de la química, sino también en otras muy diferentes, como la historia, el teatro, la economía, etc.

La investigación y el método científico

Como establecimos anteriormente, investigar implica realizar tareas de manera sistemática para poder generar u obtener conocimiento. La sistematización de pasos o etapas durante el desarrollo de la investigación es necesaria para *validar* los resultados que se obtengan; es decir, ayuda a que el conocimiento que se obtenga tenga “valor científico”. Esta seguidilla de pasos es lo que suele conocerse como **método científico**. Seguramente, usted ya tiene una idea sobre qué versa el método científico. Para trabajar sobre este concepto, le preponemos la siguiente actividad

► Actividad 3

Dividirse en grupos, y cada grupo trabajará uno de los siguientes relatos. El objetivo es que cada grupo confeccione un esquema del método científico, basándose en la sucesión cronológica de los hechos que se relatan. Le sugerimos que el esquema tenga el formato de “diagrama de flujo”. Posteriormente, comparar los esquemas de cada grupo.

1- El caso de Semmelweis

Ignaz Semmelweis (se pronuncia '*zemulvais*'), un físico de origen húngaro, realizó trabajos entre 1844 y 1848 en el Hospital General de Viena. Como miembro del equipo médico de la Primera División de Maternidad del hospital, Semmelweis se sentía angustiado al ver que una gran proporción de las mujeres que habían dado a luz en esa división contraían una seria y con frecuencia fatal enfermedad conocida como fiebre puerperal o fiebre de sobreparto. En 1844, en la Primera División, 260 de un total de 3.157 madres -un 8,2 % - murieron de esa enfermedad; en 1845, el índice de muertes era del 6,8 %, y en 1846, del 11,4 %. Estas cifras eran sumamente alarmantes, porque en la adyacente Segunda División de Maternidad del mismo hospital, en la que se hallaban instaladas casi tantas mujeres como en la Primera, el porcentaje de muertes por fiebre puerperal era mucho más bajo: 2,3, 2,0 y 2,7 en los mismos años. En un libro que escribió más tarde sobre las causas y la prevención de la fiebre puerperal, Semmelweis relata sus esfuerzos por resolver este terrible rompecabezas. Empezó por examinar varias explicaciones del fenómeno corrientes en la época; rechazó algunas que se mostraban incompatibles con hechos bien establecidos; a otras las sometió a contrastación.

Una opinión ampliamente aceptada atribuía las olas de fiebre puerperal a “influencias



epidémicas” que se describían vagamente como “cambios atmosférico-cósmicos-telúricos”, que se extendían por distritos enteros y producían la fiebre puerperal en mujeres que se hallaban de sobreparto. Pero, ¿cómo -argüía Semmelweis- podían esas influencias haber infestado durante años la División Primera y haber respetado la Segunda? Y, ¿cómo podía hacerse compatible esta concepción con el hecho de que mientras la fiebre asolaba el hospital, apenas se producía caso alguno en la ciudad de Viena o sus alrededores. Una epidemia de verdad, como el cólera, no sería tan selectiva. Finalmente, Semmelweis señala que algunas de las mujeres internadas en la División Primera que vivían lejos del hospital se habían visto sorprendidas por los dolores de parto cuando iban de camino y habían dado a luz en la calle; sin embargo, a pesar de estas condiciones adversas, el porcentaje de muertes por fiebre puerperal entre estos casos de “parto callejero” era más bajo que el de la División Primera.

Según otra opinión, una causa de mortandad en la División Primera era el hacinamiento. Pero Semmelweis señala que, de hecho, el hacinamiento era mayor en la División Segunda; en parte, como consecuencia de los esfuerzos desesperados de las pacientes para evitar que las ingresaran en la tristemente célebre División Primera.

Semmelweis descartó asimismo dos conjeturas similares haciendo notar que no había diferencias entre las dos divisiones en lo que se refería a la dieta y al cuidado general de las pacientes.

En 1848 una comisión designada para investigar el asunto atribuyó la frecuencia de la enfermedad en la División Primera a las lesiones producidas por los reconocimientos poco cuidadosos a que sometían a las pacientes los estudiantes de medicina, todos los cuales realizaban sus prácticas de obstetricia en esta división. Semmelweis señala, para refutar esta opinión, que (a) las lesiones producidas naturalmente en el proceso del parto son mucho mayores que las que pudiera producir un examen poco cuidadoso; (b) las comadronas que recibían enseñanzas en la División Segunda reconocían a sus pacientes de modo muy análogo, sin por ello producir los mismos efectos; (c) cuando, respondiendo al informe de la comisión, se redujo a la mitad el número de estudiantes y se restringió al mínimo el reconocimiento de las mujeres por parte de ellos, la mortalidad, después de un breve descenso, alcanzó sus cotas más altas.

Se acudió a varias explicaciones psicológicas. Una de ellas hacía notar que la División Primera estaba organizada de tal modo que un sacerdote que portaba los últimos auxilios a una moribunda tenía que pasar por cinco salas antes de llegar a la enfermería: se sostenía que la aparición del sacerdote, precedido por un acólito que hacía sonar una campanilla, producía un efecto terrorífico y debilitante en las pacientes de las salas y las hacía así más propicias a contraer la fiebre puerperal. En la División Segunda no se daba este factor adverso, porque el sacerdote tenía acceso directo a la enfermería. Semmelweis decidió someter a prueba esta suposición. Convenció al sacerdote de que debería dar un rodeo y suprimir el toque de campanilla para conseguir que llegara a la habitación de la enferma en silencio y sin ser observado. Pero la mortalidad no decreció en la División Primera.

A Semmelweis se le ocurrió una nueva idea: las mujeres, en la División Primera, yacían de espalda, en la Segunda, de lado. Aunque esta circunstancia le parecía irrelevante, decidió, aferrándose a un clavo ardiendo, probar a ver si la diferencia de posición resultaba significativa. Hizo, pues, que las mujeres internadas en la División Primera se acostaran de

lado, pero, una vez más, la mortalidad continuó.

Finalmente, en 1847, la casualidad dio a Semmelweis la clave para la solución del problema. Un colega suyo, Kolletschka, recibió una herida penetrante en un dedo, producida por el escalpelo de un estudiante con el que estaba realizando una autopsia, y murió después de una agonía durante la cual mostró los mismos síntomas que Semmelweis había observado en las víctimas de la fiebre puerperal. Aunque por esa época no se había descubierto todavía el papel de los microorganismos en ese tipo de infecciones, Semmelweis comprendió que la “materia cadavérica” que el escalpelo del estudiante había introducido en la corriente sanguínea de Kolletschka había sido la causa de la fatal enfermedad de su colega, y las semejanzas entre el curso de la dolencia de Kolletschka y el de las mujeres de su clínica llevó a Semmelweis a la conclusión de que sus pacientes habían, muerto por un envenenamiento del mismo tipo: los portadores de la materia infecciosa, porque él y su equipo solían llegar a las salas inmediatamente después de realizar disecciones en la sala de autopsias, y reconocían a las parturientas después de haberse lavado las manos sólo de un modo superficial, de modo que éstas conservaban a menudo un característico olor a suciedad.

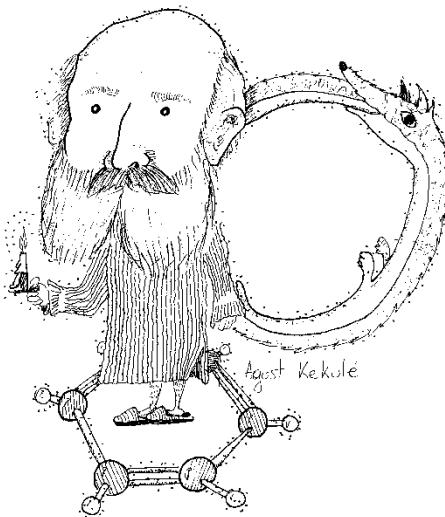
Una vez más, Semmelweis puso a prueba esta posibilidad. Argumentaba él que si la suposición fuera correcta, entonces se podría prevenir la fiebre puerperal destruyendo químicamente el material infeccioso adherido a las manos. Dictó, por tanto, una orden por la que se exigía a todos los estudiantes de medicina que se lavaran las manos con una solución de cal clorurada antes de reconocer a ninguna enferma. La mortalidad puerperal comenzó a decrecer, y en el año 1848 descendió hasta el 1,27% en la División Primera, frente al 1,33% de la Segunda.

En apoyo de su idea, o, como también diremos, de su hipótesis, Semmelweis hace notar además que con ella se explica el hecho de que la mortalidad en la División Segunda fuera mucho más baja: en ésta las pacientes estaban atendidas por comadronas, en cuya preparación no estaban incluidas las prácticas de anatomía mediante la disección de cadáveres.

La hipótesis explicaba también el hecho de que la mortalidad fuera menor entre los casos de “partos callejeros”: a las mujeres que llegaban con el niño en brazos casi nunca se las sometía a reconocimiento después de su ingreso, y de este modo tenían mayores posibilidades de escapar a la infección. Asimismo, la hipótesis daba cuenta del hecho de que todos los recién nacidos que habían contraído la fiebre puerperal fueran hijos de madres que habían contraído la enfermedad durante el parto; porque en ese caso la infección se le podía transmitir al niño antes de su nacimiento, a través de la corriente sanguínea común de madre e hijo, lo cual, en cambio, resultaba imposible cuando la madre estaba sana. Posteriormente, las experiencias clínicas llevaron pronto a Semmelweis a ampliar su hipótesis. En una ocasión, por ejemplo, él y sus colaboradores, después de haberse desinfectado cuidadosamente las manos, examinaron primero a una parturienta aquejada de cáncer cervical ulcerado; procedieron luego a examinar a otras doce mujeres de la misma sala, después de un lavado rutinario, sin desinfectarse de nuevo. Once de las doce pacientes murieron de fiebre puerperal. Semmelweis llegó a la conclusión de que la fiebre puerperal podía ser producida no sólo por materia cadavérica, sino también por “materia pútrida procedente de organismos vivos”.

2- El caso de Kekulé

A mediados del siglo XIX se conocía la fórmula molecular del benceno (C_6H_6), pero no cómo se disponían los átomos en su estructura química. Entre 1857 y 1858 el alemán Friedrich August Kekulé, que por ese entonces tenía 28-29 años, desarrolló una teoría sobre la estructura química. Esta nueva teoría sobre la estructura de los átomos de carbono permitió que se comprendieran mejor las moléculas orgánicas y sus reacciones, facilitando las investigaciones sobre la síntesis química y la producción de los compuestos orgánicos a partir de 1860. Esto provocó que, años más tarde, después de que el mismo Kekulé propusiera una estructura atómica circular del benceno, comenzara la producción en masa de productos derivados del carbono y la aparición de los plásticos.



Friedrich August Kekulé hizo sus estudios post-doctorales de química en París, Suiza y Londres, y cuando vivía en la capital inglesa, solía pasar las veladas charlando con su amigo y colega Hugo Mueller en Islington. A menudo hablaban de química, y luego Kekulé volvía a su casa en Clapham Common, al otro lado de la ciudad, en los autobuses de la época: un ómnibus arrastrado por un caballo. Una noche de verano, durante el camino de regreso a casa, Kekulé cayó en una ensueño acompañada por el ruido de los cascos del caballo y el movimiento del carro. Según él mismo cuenta, vio cómo unos átomos de carbono bailoteaban delante de sus ojos y se combinaban entre ellos.

De vez en cuando, dos átomos pequeños se unían y formaban otro átomo mayor; un átomo grande abrazaba a dos átomos más pequeños. Átomos aún mayores se hacían con tres e incluso cuatro de los pequeños o se unían por pares; mientras todo el conjunto seguía en danza, Kekulé vio cómo los átomos más grandes conformaban una cadena, arrastrando a los más pequeños consigo por fuera de la cadena. Cuando el conductor gritó ¡Clapham Road!, Kekulé despertó y pasó la noche dibujando esquemas sobre lo que había soñado. Este fue el origen de su Teoría estructural de la química orgánica.

Siete años más tarde Kekulé tendría otro sueño (en alemán, *Kekulés Traum*), uno de los sueños más famosos de la historia de la ciencia. En esta ocasión, Kekulé ya no vivía en Londres sino en Gante, Bélgica, en cuya universidad fue profesor. Sentado en su estudio a oscuras, frente a la chimenea, seguía pensando en la estructura del benceno, aún irresoluta.

Se durmió y vio de nuevo a los átomos bailando ante sus ojos, largas filas de átomos moviéndose como serpientes. De pronto vio cómo una de aquellas serpientes se mordía su propia cola, el famoso símbolo de la alquimia conocido como uróboros, la serpiente que muerde su propia cola, resolviendo así, en un sueño, el misterio de la estructura del anillo del benceno.

3- El caso de Fleming

La penicilina fue el primer antibiótico empleado en medicina y su descubrimiento es atribuido a Alexander Fleming, quien junto a otros científicos médicos obtuvieron el premio Nobel de medicina en 1945, mención más que merecida tras semejante aporte. El descubrimiento de la penicilina ocurrió de una forma un tanto casual y fue relatada por el propio Fleming, quien en la mañana del 28 de septiembre de 1928 se encontraba estudiando cultivos de bacterias en el sótano del laboratorio del Hospital St. Mary, en Londres.

Fleming se encontraba estudiando bacterias de estafilococo para entonces, pero, luego de ausentarse casi por un mes de la ciudad de Londres, olvidó una placa de petri en la que se contenían bacterias cerca de una ventana abierta. Al regresar a sus experimentos, se encontró con que su experimento se había estropeado pues las muestras se habían contaminado con una especie de moho que había entrado con el viento.

La curiosidad de Fleming hizo que el científico en lugar de tirar su experimento arruinado a la basura, colocase su placa de petri al microscopio. Lo que observó fue que no solo el moho había contaminado todo el contenido de la placa, sino que alrededor de éste, había un claro, una zona limpia en la que el moho había matado a las bacterias. Luego de identificar el moho como hongos de *Penicillium*, Fleming fue optimista acerca de los claros resultados: el *Penicillium* eliminaba las mortales bacterias *Staphylococcus* de una vez por todas.

Aunque, al poco tiempo, nuestro héroe perdió un poco la confianza al cuestionarse acerca de cuán posible era utilizar este hongo como antibiótico en realidad y cuán seguro era para el cuerpo humano, sus numerosas investigaciones, pruebas y ensayos clínicos le dieron la seguridad necesaria para desarrollar y completar el descubrimiento. En este punto, mucho tuvieron que ver sus colegas universitarios, entre ellos, Sir Howard Florey y Ernst Chain, ambos de la Universidad de Oxford y con quienes comparte el Nobel.

Finalmente, los colegas de Fleming demostraron que la penicilina podía utilizarse perfectamente en los humanos como antibiótico. Orvan Hess y Bumstead Juan fueron las primeras personas en utilizar la penicilina como antibiótico y los resultados fueron un completo éxito. Desde entonces, los antibióticos de penicilinas han salvado una enorme cantidad de vidas en el mundo entero.

Como podrá haber observado, los diagramas obtenidos para cada caso presentan similitudes y diferencias. Si revisamos de manera crítica los descubrimientos científicos a lo largo de la historia, podremos ver que “el método” empleado en cada caso es diferente.

A finales de los años 60, Paul Feyerabend (se pronuncia ‘faiagabent’) publicó su libro “contra el método” en el cual expresaba su postura “anarquista”. Para él, no existía ni puede existir un método general y único válido para todas las ciencias en todos los tiempos. El científico no sólo puede utilizar cualquier metodología que le resulte conveniente para resolver



los problemas que se plantea, sino inventar otros nuevos sobre la marcha o tomarlos prestado de otros saberes o prácticas si le resulta conveniente.

"La historia en general, y la historia de las revoluciones en particular, es siempre más rica en contenido, más variada, más multilateral y más viva e ingeniosa de lo que incluso el mejor historiador y el mejor metodólogo pueden imaginar... ¿Vamos a creer realmente que las simples e ingenuas reglas que los metodólogos tienen por guía sean capaces de explicar tal 'laberinto de interacciones'?

Si bien podría pensarse que "todo vale" a la hora de llevar a cabo una investigación, no todo es igual. Si analizamos el caso de Kekulé, el soñar fue una parte importantísima de la metodología que siguió. Sin embargo, para validar la estructura circular del benceno debió hacer muchos otros experimentos y analizar otras evidencias. En el ámbito científico, no es igual de válido decir "soñé que esta molécula es circular" a decir "analizando los datos de los experimentos, puedo concluir que esta molécula tiene una estructura circular".

Otro de los postulados que se vieron refutados es el de pensar al método general como técnica para el descubrimiento. Es decir, imaginar que esta secuencia ordenada de pasos que siguen las investigaciones es una forma de llegar a descubrimientos científicos. Desafortunadamente, debemos decir que no es, pese a los deseos de quien se inicia en la investigación, una herramienta para descubrir, no señala el camino de los hallazgos científicos, importantes o no.

El método científico es simplemente, la forma de justificar lo que se dice en las investigaciones, de fundamentar porqué se lo dice. Todo conocimiento debe dar razón de lo que afirma. Si no lo hace, no pasa de ser mera opinión. El método científico es el que permite dar esas razones.

Prácticas epistémicas

Antonio García-Carmona presenta a las **prácticas epistémicas**³ como "las formas socialmente organizadas e intencionadamente establecidas, que emplean los miembros de una comunidad para proponer, comunicar, evaluar y legitimar el conocimiento dentro de un marco disciplinar". Sin embargo, resalta además la importancia del aprendizaje y desarrollo de prácticas no-epistémicas que influyen en el éxito de la construcción de conocimiento científico.

Así, se considera que las prácticas se aprenden mediante la participación e interacción con otros miembros de la misma comunidad de aprendizaje, con lo cual, el conocimiento es concebido como un producto negociado entre las personas de un grupo social, a partir de discusiones basadas en razonamiento, persuasión, uso de datos, etc. Esto supone, en definitiva, alejarse de una visión de la ciencia como una actividad descontextualizada y éticamente neutral.

³ Antonio García-Carmona, Prácticas no-epistémicas: ampliando la mirada en el enfoque didáctico basado en prácticas científicas, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 18(1), 1108 (2021). http://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2021.v18.i1.1108

Prácticas epistémicas de ciencia establecidas

- Formular preguntas
- Desarrollar y usar modelos
- Planificar y llevar a cabo investigaciones
- Analizar e interpretar datos
- Usar pensamiento matemático y computacional
- Elaborar explicaciones científicas
- Participar en la argumentación a partir de pruebas
- Obtener, evaluar y comunicar información

Relación de algunos factores no-epistémicos que influyen o forman parte de las prácticas científicas

- 1) Cooperación y colaboración científica
 - 2) Relaciones profesionales y personales en la comunidad científica
 - 3) Comunicación científica
 - 4) Papel de la comunidad científica en la aceptación de nuevos conocimientos
 - 5) Ética en la investigación científica
 - 6) Búsqueda de fondos para la investigación
-
- 1) Es difícil encontrar un descubrimiento científico reciente que pueda atribuirse a un único científico o científica. El progreso de la ciencia se consigue gracias al trabajo de muchas personas que trabajan, de forma coordinada, cooperativa y colaborativa, en equipos, comunidades y redes científicas.
 - 2) El éxito de un proyecto de investigación depende, en buena medida, de las relaciones personales entre los miembros del equipo, del compromiso que adquieren con la investigación y de cómo se superan posibles conflictos durante el desarrollo de esta. Además, la perspectiva de género se instituye como una cuestión prioritaria y transversal, que tiene que ser considerada en todos los aspectos del proceso de investigación.
 - 3) Una de las tareas básicas de las científicas y científicos es difundir los hallazgos de sus investigaciones, así como consultar, interpretar y discutir los de otros colegas. Es importante entonces saber *cómo* dar a conocer esas conclusiones, junto con el proceso seguido para llegar a ellas, a fin de que puedan ser entendidas, evaluadas y criticadas por otras personas.
 - 4) El conocimiento científico es el producto final de la investigación científica y, aunque susceptible de sufrir modificaciones a causa de nuevas pruebas, puede considerarse objetivo una vez establecido. Sin embargo, su construcción y proceso de aceptación están impregnados de subjetividad. Por ello, se aplican mecanismos de coevaluación y evaluación externa rigurosos para garantizar la validez y aumentar la objetividad de las conclusiones científicas (evaluación por pares, foros de discusión, intersubjetividad, etc.).
 - 5) A lo largo de la historia de la ciencia se han llevado a cabo numerosas investigaciones científicas éticamente reprobables; especialmente en las realizadas con seres humanos, es por

ello que en la actualidad existen comités éticos para velar por el desarrollo de buenas prácticas en las investigaciones que se realicen (por ejemplo, en la biomedicina).

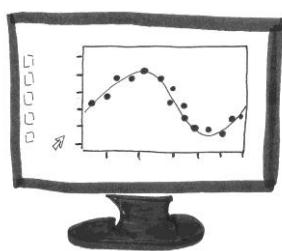
6) Una de las principales tareas de los equipos científicos al definir una línea de investigación es buscar financiación para desarrollarla. Y es bien sabido que tal financiación estará condicionada, entre otros aspectos, por la coyuntura económica, política y social del momento; el *establishment* científico dominante; etc. Por tanto, es razonable pensar que dicha práctica, claramente extra-científica, condiciona en gran medida la fabricación de conocimiento científico.

Los modelos y las teorías en Química

Los “modelos” son una de las principales herramientas de la investigación en química en la actualidad. Durante su carrera, posiblemente, escuchará nombrar a muchos de ellos. El modelo de bolas de billar de un gas, el modelo atómico de Bohr, el modelo de distribuciones gaussianas en estadística, el modelo de interacción llave-cerradura en una reacción enzimática, o el modelo de doble hélice del ADN son solo algunos ejemplos concretos.

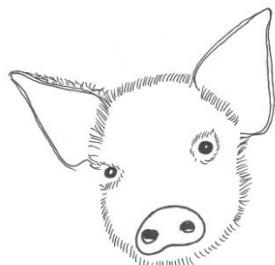
Los científicos pasan mucho tiempo construyendo, probando, comparando y revisando modelos, ya que son valiosas herramientas. El uso tan amplio que se les da a los modelos dentro de la química hace que sea difícil dar una definición cerrada. En líneas generales podríamos decir que modelo es *cualquier representación sustituta, en cualquier medio simbólico, que permite pensar, hablar, aprender o actuar con rigor y profundidad sobre el sistema que se está estudiando*. Veamos algunos ejemplos:

“usamos modelos a escala de algunos compuestos para poder entender cómo se acomodan esos átomos en el espacio”



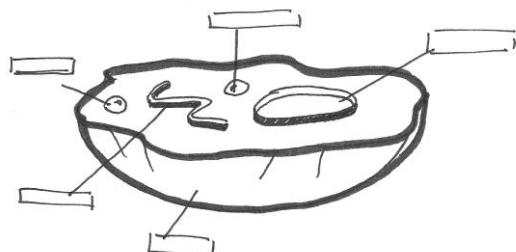
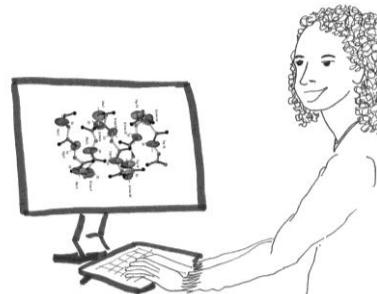
“luego de recolectar mis datos, uso modelos matemáticos para analizar si siguen algún patrón y poder obtener alguna generalización”

“pensar las partículas de un gas *como si fueran* bolas de billar me permite entender y hacer cálculos sobre cómo estas colisionan” (modelo analógico)



“usamos la piel de la oreja del cerdo para evaluar fármacos que se aplican en la piel, debido a la similitud de los tejidos epiteliales (de la piel) con los de los humanos”

“usando la computadora y por medio de muchas ecuaciones, podemos modelar átomos o moléculas y estudiar, por ejemplo, como interactúan entre ellas”



“Solemos utilizar dibujos esquemáticos para estudiar las partes y componentes de distintas células”

Suele pensarse, erróneamente, que los modelos son simplificaciones o meros calcos fenomenológicos del objeto que reemplazan; pero como vemos, en química podemos considerar modelos a las maquetas, las imágenes, las tablas, los símbolos, las redes, las analogías... siempre que habiliten, a quien los usa, a describir, explicar, predecir e intervenir el objeto de estudio.

Los modelos son entidades abstractas que guardan una relación de semejanza (analógica) con los sistemas reales que representan. Es decir, los modelos son como el sistema real representado, en algún grado y sentido. Esto implica además una mirada perspectivista: un modelo solo capta ciertos aspectos de la realidad, y qué aspectos capta (y cuáles no) depende de la perspectiva adoptada, que a su vez depende de las intenciones y objetivos de quien construye el modelo. Esto implica que no es concebible un modelo que capture todos los aspectos de un fenómeno. Y esto es más cierto cuanto más complejo es el fenómeno en cuestión. Así, si se pretende alcanzar una comprensión mínimamente profunda y compleja de un fenómeno se impone el pluralismo teórico (que se contrapone a toda forma de reduccionismo), esto es, resulta obligado recurrir a diversos modelos que capturen diferentes aspectos del fenómeno estudiado.

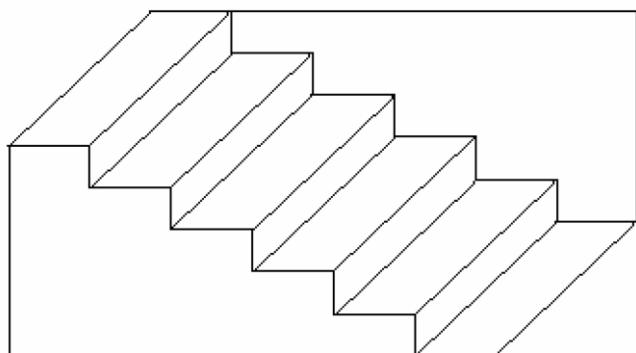
Las observaciones y el mito de la objetividad

Podría pensarse que, cuando uno “observa” algo, nuestros ojos funcionan como una cámara fotográfica, captando la realidad del mundo que nos rodea, o de lo que se desea investigar.

En su expresión más fuerte, la opinión común mantiene que los hechos del mundo exterior nos son dados directamente a través del sentido de la vista. Solo tenemos que ponernos frente al mundo y registrar lo que hay en él para ver. Puedo constatar que hay una pizarra en la pared o que mi lapicera es azul con simplemente mirar lo que hay delante de mis ojos.

Una opinión tal, puede apoyarse en la descripción de cómo funciona el ojo. Si esto fuera todo, lo que se ve estaría determinado por la naturaleza de lo que se mira y todos los observadores tendrían la misma experiencia visual, al enfrentarse a la misma escena. Sin embargo, hay muchas pruebas que indican que, sencillamente, esto no es así. Dos observadores que vean el mismo objeto desde el mismo lugar en las mismas circunstancias físicas no tienen necesariamente idénticas experiencias visuales, aunque las imágenes que se produzcan en sus respectivas retinas sean prácticamente idénticas. Hay un sentido importante en el que no es necesario que los dos observadores “vean” lo mismo.

Algunos ejemplos sencillos ilustrarán la cuestión.



La mayoría de nosotros, cuando miramos por primera vez la figura, vemos el dibujo de una escalera en la que resulta visible la superficie superior de los escalones. Pero no es éste el único modo de poder verlo. También, se puede ver sin dificultad como una escalera en la que resulta visible la parte inferior de los escalones. Además, si se mira el dibujo durante algún tiempo, por lo general se encuentra, involuntariamente, que cambia la visión frecuentemente de una escalera vista desde arriba a una escalera vista desde abajo y viceversa. Y, no obstante, parece razonable suponer que, puesto que el objeto que contempla el observador sigue siendo el mismo, las imágenes de la retina no varían.

El hecho de que el dibujo se vea como una escalera vista desde arriba o como una escalera vista desde abajo parece depender de algo más que de la imagen que hay en la retina del observador. Probablemente, no hayan puesto en duda la afirmación de que la figura parece una escalera de algún tipo. Sin embargo, los resultados de los experimentos realizados con miembros de varias tribus africanas, cuyas culturas no incluyen la costumbre de dibujar objetos tridimensionales mediante dibujos bidimensionales con perspectiva, indican que los miembros de estos grupos no

habrían considerado que la figura sea una escalera sino una disposición bidimensional de líneas. La naturaleza de las imágenes formadas en las retinas de los observadores es relativamente independiente de su cultura. Además, parece seguirse que las experiencias perceptuales que los observadores tienen en el acto de ver no están especialmente determinadas por las imágenes de las retinas.

En este ejemplo, vemos como las observaciones no son independientes de los modelos o teorías desde las cuales se hacen.



En nuestra cultura la creencia en la objetividad ocupa el lugar de dogma, de verdad incuestionable. Esta concepción considera al conocimiento como mero reflejo de la naturaleza y supone una mirada sin observador.

Independientemente de la metodología que se utilice, el abordaje que hacen los científicos sobre la realidad siempre está mediado por las teorías o modelos a los cuales suscribe. Por ende, no es posible garantizar que mediante la ciencia o el método científico pueda accederse a una verdad objetiva.

Por todo esto, es importante recordar siempre que todos los contenidos que abordaremos en ésta y en las otras asignaturas, no constituyen verdades, sino modelos o esquemas teóricos desde los cuales interpretamos el mundo.



► Actividad 4

Reseña en un pequeño párrafo (no más de 10 renglones) o en cuadro sinóptico las ideas principales de esta unidad temática.

Contenido

RECURSOS	1
LA CIENCIA, LOS CIENTÍFICOS.....	2
Actividad 1	2
Actividad 2	4
LA INVESTIGACIÓN Y EL MÉTODO CIENTÍFICO	5
Actividad 3	5
1- <i>El caso de Semmelweis</i>	5
2- <i>El caso de Kekulé</i>	8
3- <i>El caso de Fleming</i>	9
Prácticas epistémicas	10
LOS MODELOS Y LAS TEORÍAS EN QUÍMICA.....	12
LAS OBSERVACIONES Y EL MITO DE LA OBJETIVIDAD	14
Actividad 4	16

Unidad 2 – La materia

Contenidos: Concepto y propiedades. Estructura Interna. Estados de Agregación. Cambios de Estado. Sistemas Materiales. Criterios de Clasificación: macro y microscópicos. Fases. Componentes. Sustancias puras: elementos y compuestos químicos. Soluciones. Clasificación de los Sistemas Materiales según el tamaño de las partículas. Propiedades de las Soluciones y Suspensiones. Propiedades de la Materia: intensivas y extensivas. Relaciones: Masa, Peso, Densidad en sustancias puras y en soluciones. Presión de vapor.

Objetivo: que usted pueda conocer algunos aspectos de la naturaleza de la materia y sus propiedades asociadas. Además, se introduce el concepto de energía, sistemas materiales, estados de agregación que le permitirán reconocer algunas transformaciones de la materia en los procesos naturales.

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNtamwfzNVIBWzBGBXk1fePg>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32329>

Materia y energía

Desde el comienzo de la humanidad, hombres y mujeres observaron en el mundo que los rodeaba la ocurrencia de diversos fenómenos e intentaron explicarlos. La observación llevó a la elaboración de las más variadas hipótesis y especulaciones acerca del origen de los hechos observados. Las personas observaban, se preguntaban y elaboraban respuestas acerca de entes comunes del mundo material, como el aire, el agua, las rocas, el viento, el fuego, etc.

Con el correr del tiempo, las personas registraron sus observaciones, especulaciones e hipótesis. Es así como se tomó conocimiento de las diversas ideas y acciones que surgieron para el estudio del entorno. Las respuestas e hipótesis se modificaban a medida que se incrementaba el conocimiento, a través de los diferentes períodos del desarrollo de las ciencias, demostrándose posteriormente que algunas se fundamentaban en la magia y/o la mística y otras en sencillas demostraciones empíricas. Cuando el nivel de conocimiento permitió reconocer la importancia de los estudios sistemáticos tales como la medición y la experimentación, éstos se incorporaron como procedimientos imprescindibles para dar respuestas válidas, y es entonces cuando la química aparece como una ciencia, la ciencia de la materia y de sus cambios.

Desde tiempos inmemoriales, el hombre observó que, en muchos fenómenos, los cambios en los cuerpos materiales estaban asociados a alguna forma de energía. Era común generar fuego quemando carbón o madera seca; con ese fuego se podía cocinar la carne, calentar agua colocando una olla sobre la llama y observar que el agua se convertía en vapor y que éste estaba caliente y quemaba la piel.

Si bien el concepto intuitivo de energía siempre estuvo asociado al concepto de materia, el estudio sistemático de este hecho surge recién con la física clásica de Newton y su aplicación tecnológica se desarrolla con la llamada revolución industrial, impulsada por el esfuerzo de inventores y personas prácticas que trataban de obtener mejores “máquinas de trabajar” y de científicos que trataban de explicar lo que sucedía.

► Actividad 1

- 1) Observe los materiales presentes en su entorno. Compare sus características, a fin de encontrar semejanzas y diferencias.
- 2) ¿De qué están formados los cuerpos u objetos que nos rodean?
- 3) Todos los objetos que ha observado ¿Tienen masa? ¿Tendrán peso?
- 4) La masa ¿será la misma para todos? ¿De qué dependerá? ¿Qué puede comentar del peso? ¿De qué va a depender?
- 5) Como casos particulares, ¿cuáles son las semejanzas y diferencias entre un trozo de aluminio y uno de hierro?
- 6) ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre: a) agua destilada, b) agua de lluvia, c) agua mineral, d) agua de río, e) agua de manantial?
- 7) Defina con sus palabras cuerpo, objeto, materia, materiales y sistema material.
- 8) A partir del conocimiento cotidiano, ¿sabe si algunos de los términos del inciso 7 se utilizan como sinónimos?

- 9) A partir de sus conocimientos de química, ¿puede reconocer las diferencias entre algunos de estos términos?
- 10) ¿Alguna vez se preguntó cómo es la materia por dentro? Dicho de un modo más específico: ¿La estructura externa de los cuerpos es la misma que la estructura interna?

Escriba sus respuestas y conclusiones.

► Actividad 2

- 1) ¿Qué es la materia? Discuta este concepto con su grupo de trabajo y con su docente.

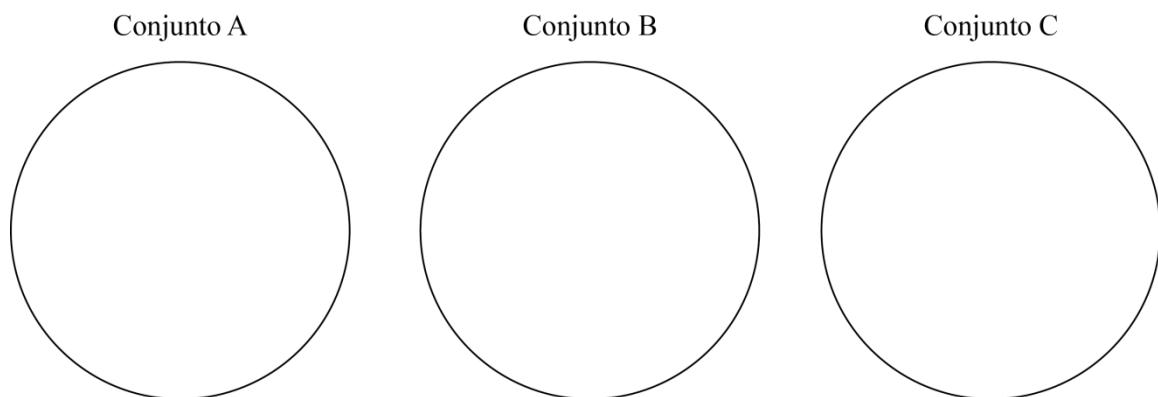
- 2) ¿Qué es la energía? Discuta este concepto con su grupo de trabajo y con su docente.

- 3) Con los siguientes ejemplos

luz	una idea	los sentimientos	energía calórica
sal de mesa	oxígeno	la muerte	un aplazo
una proteína	agua	la atmósfera	un pensamiento
un conocimiento	arena	la vida	energía cinética

Forme tres conjuntos definidos de la siguiente manera:

- Conjunto A: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales usted no tenga dudas de que son materia.
- Conjunto B: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales usted no tenga dudas de que no son materia.
- Conjunto C: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales a usted le falten algunos datos, tenga dudas de que sean materia o que no pueda decir nada en referencia a su naturaleza.



Considerando las actividades y discusiones realizadas podemos afirmar que:

Materia es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio y tiene masa

► **Actividad 3**

Compare esta definición con sus respuestas dadas en las actividades 1 y 2, y revise si algunos de sus conceptos previos se han modificado.

Lea y analice el siguiente texto:

La mayoría de las personas tiene al menos una idea intuitiva de qué es la energía y sabe qué debe hacer para obtenerla y así poder realizar cualquier actividad. La energía es necesaria para hacer funcionar el ascensor de un edificio, para ahorrarnos el trabajo manual de cortar un trozo de madera, para hacer funcionar una motocicleta, para correr, para jugar y hasta para mantenernos vivos mientras dormimos.

A modo de ejemplo reconocemos que una garrafa de gas butano y una pila son generadores de energía, pero mientras el primero sirve para cocinar los alimentos, la segunda puede hacer funcionar una linterna.

Tenemos una idea aproximada de que los cuerpos que nos rodean tienen una propiedad que llamamos energía que está, de alguna manera, almacenada en ellos. También reconocemos que dependiendo de la calidad de la materia (esto es, del tipo de sustancia), del diseño experimental y de las condiciones operativas, la energía producida tendrá diferentes manifestaciones. Podrá aparecer como energía térmica o calórica, energía cinética o de movimiento, energía potencial, energía nuclear o atómica o energía radiante, entre otras. Cabe destacar que, en condiciones adecuadas, las diferentes formas en que se presenta la energía pueden convertirse entre sí.

► **Actividad 4**

Cuando realiza una tarea en la que se consume energía, ¿qué sucede con ésta? ¿se pierde? ¿se transforma? ¿se genera?

La cantidad de energía contenida en un cuerpo es una medida de su capacidad para realizar un trabajo. A partir de esto, podemos decir que la materia actúa como un contenedor o un reservorio de energía.

La energía es una medida de la cantidad de trabajo y/o calor que un sistema puede hacer o producir

► Actividad 5

- 1) Compare la respuesta dada por usted en el inciso 2 de la actividad 2 con esta definición de energía y revise si algunos de sus conceptos previos se han modificado.

A partir de los conceptos anteriormente desarrollados, podemos reconocer que el término energía es muy usado aun cuando representa un concepto abstracto. A diferencia de la materia, la energía no se puede ver, tocar, oler o pesar; aunque se la reconoce por sus efectos.

- 2) Mencione algunos efectos producidos por distintas formas de energía

Anteriormente mencionamos que la energía es la capacidad de producir trabajo. Pero... ¿qué es trabajo? En el estudio de la mecánica, el trabajo es “fuerza por distancia”, pero se verá más adelante que hay otros tipos de trabajo. Todas las formas de energía son capaces de hacer trabajo. Analizaremos, a modo de ejemplo, algunas formas de energía:

- *Energía radiante del Sol:* La energía solar es la fuente primaria de energía de la Tierra y es la responsable del calentamiento de la atmósfera y de la superficie del planeta, del crecimiento de las plantas a través de un proceso denominado fotosíntesis y de los patrones de clima.
- *Energía química:* Es una forma de energía almacenada en las uniones químicas presentes en la materia. Esta cantidad está determinada por el tipo y organización de los átomos en la sustancia. Cuando las sustancias participan en reacciones químicas, esta energía se libera, almacena o convierte en otras formas de energía.
- *Energía potencial:* Es la energía que depende de la posición de un objeto y de su masa. Por ejemplo, mientras mayor sea la altitud de un objeto respecto de la superficie terrestre, mayor será su energía potencial gravitatoria.
- *Energía cinética:* Es la energía debida al movimiento de un objeto y depende tanto de su masa como de la velocidad del mismo. Por ejemplo, mientras mayor sea la velocidad de un cuerpo, mayor será su energía cinética.
- *Energía térmica:* Es la energía asociada con el movimiento aleatorio de los átomos y las moléculas. En general, la energía térmica se puede calcular a partir de mediciones de temperatura. Cuanto mayor sea la energía cinética de los átomos y moléculas en una muestra de materia, mayor será su energía térmica y estará más caliente.

- *Energía nuclear*: Es una forma de energía almacenada entre las partículas elementales que constituyen el núcleo del átomo (protones y neutrones).
- *Energía eléctrica*: Es la energía asociada con la interacción entre partículas con carga eléctrica.

Como se mencionó anteriormente, todas las formas de energía pueden intercambiarse. Se siente calor cuando se está bajo el sol porque su energía radiante se convierte en energía térmica en la piel. Cuando se hace ejercicio, la energía química almacenada en el cuerpo se utiliza para producir la energía cinética del movimiento. Cuando una pelota comienza a rodar hacia abajo en una colina, su energía potencial se convierte en cinética.

Los científicos han llegado a la conclusión de que a pesar de que la energía puede asumir muchas formas que son mutuamente interconvertibles, la energía no se puede destruir ni crear. Cuando una forma de energía desaparece, alguna otra forma de energía de igual magnitud debe aparecer. En consecuencia, es posible enunciar la **ley de conservación de la energía**:

La energía total del universo permanece constante

Estados de agregación de la materia

Para cualquier sustancia o mezcla se reconocen cuatro estados físicos o estados de agregación de la materia: **sólido, líquido, gaseoso y plasmático**¹. En este curso, nos enfocaremos exclusivamente en los primeros tres estados.

Intuitivamente, todos conocemos algunas de las características distintivas de los sólidos, líquidos y gases. Los gases no tienen forma ni volumen definidos y adoptan la forma del recipiente que los contiene. Los líquidos fluyen con facilidad, pero, al igual que los sólidos, tienen un volumen definido. Los sólidos son rígidos y exhiben una tendencia a conservar su forma aún en caso de ser sometidos a la acción de grandes fuerzas. Por ejemplo, a presión atmosférica, 18 g de agua ocupan un volumen de 18 mL a 4 °C y 18 g de hielo ocupan 19,7 mL a 0 °C. En cambio, no podemos expresar cuál es el volumen que ocupan 18 g de vapor de agua ya que depende del recipiente que lo contenga, puesto que un gas ocupa todo el espacio disponible, por grande que sea el recipiente.

El estado de agregación de la materia está determinado por la temperatura y la presión externa. Como veremos más adelante, estas variables pueden ser modificadas para producir un cambio de estado.

► Actividad 6

Busque en un libro de texto, en el glosario o en Internet las características de los diferentes estados de agregación y construya un cuadro comparativo con las mismas.

¹ El plasma es un gas compuesto de iones. Como se verá más adelante, en la Unidad *Naturaleza eléctrica y estructura interna del átomo*, los átomos o moléculas pueden perder o ganar electrones para formar iones cargados, que en su estado gaseoso constituyen el estado plasmático de la materia.

La descripción anterior de los estados de agregación de la materia fue realizada desde un punto de vista macroscópico. Ahora le proponemos analizar dichos estados de agregación desde el punto de vista microscópico. Para tal fin le presentamos las siguientes actividades:

► Actividad 7

- 1) Dibuje una molécula de agua, tal como la imagina.
 - 2) ¿Presenta algún estado de agregación una única molécula de agua o necesita de otras moléculas de agua? Discuta con su docente.
 - 3) Para cada uno de los estados de agregación (sólido, líquido y gas), construya la imagen microscópica correspondiente.

► Actividad 8

Analice atentamente el siguiente párrafo, extraiga las características microscópicas de cada uno de los estados de agregación y compárelas con las imágenes que realizó en la actividad anterior.

El comportamiento macroscópico de los distintos estados de agregación puede ser interpretado a través del ordenamiento de la estructura microscópica de cada uno de ellos. En el estado sólido, las unidades de materia (partículas) que lo constituyen se unen entre sí porque las fuerzas de cohesión (atracción) son mayores que las fuerzas de repulsión. Debido a esto se obtiene un estado de agregación ordenado, en donde las partículas ocupan posiciones fijas. Como consecuencia de la fuerte atracción entre las partículas que conforman el sólido es muy difícil que se liberen partículas del mismo. Sin embargo, hay algunas sustancias sólidas, como el alcanfor y la naftalina, que pueden ser detectadas por los receptores olfativos.

En el estado gaseoso, las partículas presentan un gran desorden y las fuerzas de cohesión entre ellas son prácticamente despreciables, de modo que pueden recorrer libremente grandes distancias sin chocar entre ellas, y por ende ocupan todo el volumen del recipiente que las contiene.

El estado líquido puede ser considerado como un estado intermedio entre los dos anteriores. Sus partículas se agrupan con cierta regularidad y no ocupan posiciones fijas, sino que gozan de cierta libertad para moverse. En la superficie, algunas moléculas poseen una mayor energía para vencer las fuerzas de cohesión que las mantienen unidas y logran escapar al estado gaseoso.

Conceptos generales sobre el estado gaseoso

► Actividad 9

- 1) A continuación, le presentamos algunos ejemplos de la vida diaria donde podemos encontrar compuestos en estado gaseoso:
 - a) Una garrafa con gas carbónico (CO_2) de uso familiar para fabricar soda.
 - b) Un tubo de oxígeno para uso medicinal.
 - c) El aire que respiramos

¿Puede dar algunos otros ejemplos de la vida cotidiana donde haya sistemas gaseosos presentes?

En función de lo que respondió, ¿cómo identificaría un sistema gaseoso? ¿Qué características considera que son indispensables para decir que un sistema se encuentra en estado gaseoso? Discuta con su docente.

- 2) Los sistemas gaseosos tienen la particularidad que pueden ser caracterizados, fenomenológicamente, a través de la observación directa de las variables que lo definen. ¿Cuáles son los términos que se asocian generalmente con el estado gaseoso?

Para poder conectar la realidad macroscópica con la imagen microscópica de un sistema gaseoso, se necesita la ayuda de algún modelo teórico adecuado. Por esta razón, le planteamos el concepto de “gas ideal” como una aproximación que nos ayuda a predecir cómo se espera que se comporten los sistemas gaseosos reales. El término “gas ideal” se refiere a un gas hipotético que se considera que:

“...está formado por partículas, sean átomos o moléculas, las cuales pueden ser consideradas como masas puntuales, por lo cual el espacio ocupado por éstas es despreciable con respecto al volumen del recipiente. Además, no se tienen en cuenta las interacciones de atracción y repulsión”

entre ellas. En estas condiciones, las partículas se mueven a gran velocidad en todas las direcciones, lo cual define la energía cinética del sistema gaseoso y, por ende, su temperatura. La presión ejercida por el gas es el efecto de los incontables choques de las partículas contra las paredes del recipiente y también entre sí (aunque la frecuencia de estos choques es despreciable comparada con la frecuencia de los choques con las paredes). Un aumento de la temperatura del sistema se ve reflejado en un incremento de la velocidad de las partículas del gas, lo cual conlleva a una mayor frecuencia de golpes de las partículas sobre las paredes o, lo que es lo mismo, una mayor presión del sistema...”

► Actividad 10

Le proponemos que lea atentamente la siguiente situación y subraye tres conceptos que crea que definen a un sistema gaseoso:

A temperatura ambiente se recoge oxígeno en un recipiente adecuado. La presión ejercida sobre las paredes del recipiente al finalizar la experiencia es de 575 mm Hg y el volumen ocupado por el gas es 176 mL.

Discuta la respuesta con sus compañeros y su docente.

Ahora bien, más allá de estas tres variables, un sistema no tendrá el mismo comportamiento si posee mayor o menor cantidad de sustancia gaseosa. Por lo que, más allá de lo subrayado en el ejercicio anterior, también deberemos tener en cuenta la cantidad de materia presente en nuestro sistema gaseoso. Estas cuatro variables se denominan variables de estado:

MAGNITUD	DEFINICIÓN
Volumen (V)	Espacio tridimensional que ocupa el gas
Temperatura (T)	Medida de la velocidad a la que se mueven las partículas de gas
Presión (P)	Fuerza que ejerce el gas por unidad de área de las paredes del recipiente
Cantidad de materia (n)	Cantidad de partículas del gas

El estado del sistema gaseoso, definido a través de sus cuatro variables, se mantendrá indefinidamente si no se modifica alguna de éstas. Sin embargo, al cambiar alguna de estas variables se obtiene, como mínimo, la modificación de alguna de las otras tres.

Cuando un sistema gaseoso se comporta como “gas ideal”, estas modificaciones de sus variables se pueden predecir y calcular utilizando una fórmula matemática llamada “ecuación de estado de los gases ideales” como veremos en la UT 5: Relaciones y funciones.

Propiedades de la materia

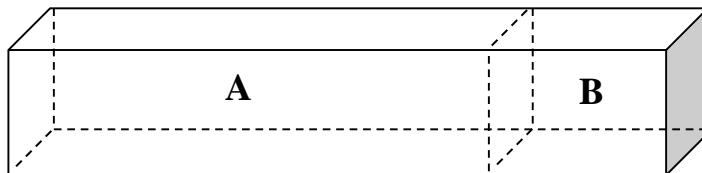
Propiedades intensivas y extensivas

Para entender y comprender mejor las definiciones anteriores necesitamos conocer cuáles son las propiedades de la materia. Las propiedades de una determinada sustancia nos permiten identificarla, caracterizarla y, por ende, distinguirla de otras sustancias.

Podemos hacer una primera división de las propiedades de la materia teniendo en cuenta la dependencia o no de las mismas con la cantidad de materia:

- **Propiedades extensivas:** son aquellas propiedades que dependen de la cantidad de materia. Por ejemplo: la masa, el peso, el volumen, cantidad de calor absorbido o cedido, etc.
- **Propiedades intensivas:** son aquellas propiedades que no dependen de la cantidad de materia. Por ejemplo: la densidad, el peso específico, la temperatura, la dureza, capacidad de un compuesto de producir dióxido de carbono y agua, la capacidad de un elemento de combinarse con el oxígeno de la atmósfera, etc.

Consideré un sistema compuesto en su totalidad por la misma sustancia y separado en dos partes por una superficie imaginaria como se muestra en la siguiente figura:



Cada parte, a su vez, puede ser considerada un sistema independiente. Se tiene así el sistema **A**, el sistema **B** y el sistema **S** que es el resultado de unir ambos. La masa o cantidad de materia del sistema **S** es una propiedad extensiva porque es la suma de las masas: $m_S = m_A + m_B$

Si la masa del sistema **A** es igual a 0,75 kg y la del sistema **B** es igual a 0,25kg, la masa del sistema **S** será de 1,00 kg.

Siguiendo con el ejemplo anterior, analicemos qué sucede con la temperatura:

Si se coloca un termómetro en el sistema **A** y nos indica una temperatura $t_A = 27^\circ\text{C}$, al colocarlo en el sistema **B** también indicará $t_B = 27^\circ\text{C}$, y ésta será la misma temperatura del sistema total, $t_S = 27^\circ\text{C}$.

Vemos en este ejemplo cómo la temperatura es independiente de la extensión del sistema que se considera y cómo además caracteriza al sistema. La temperatura es una propiedad intensiva que especifica el estado térmico del sistema.

Otra propiedad intensiva es la concentración de sales en agua, en un S.M. homogéneo. Si el sistema **A** tiene 10 gramos de sal disuelta por cada litro de agua ($\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$), el sistema **B** tendrá el mismo valor y ese será el valor de la propiedad en todo el sistema **S**.

Debido a que las propiedades intensivas son independientes de la extensión del sistema material considerado, resultan más apropiadas para caracterizarlo. Cabe aclarar que esta caracterización no necesariamente implica la identificación de la/s sustancia/s que lo componen.

Usualmente estas propiedades están expresadas cuantitativamente en tablas como la siguiente:

SUSTANCIA	DENSIDAD a 20 °C (g·mL ⁻¹)	PUNTO DE FUSIÓN a 1 atm (°C)	PUNTO DE EBULLICIÓN a 1 atm (°C)
Aluminio	2,7	658	2467
Antimonio	6,7	630	1587
Bario	3,5	725	1897
Bismuto	9,8	271	1560

Las tablas son excelentes elementos de consulta. Observe que en la tabla anterior se indican explícitamente las condiciones en que fueron determinados los valores de dichas propiedades. Por ejemplo, el punto de ebullición del aluminio es 2467 °C cuando es determinado a 1 atm de presión.

► Actividad 11

Clasifique las siguientes propiedades en intensivas o extensivas.

Masa Densidad

Color

Peso

Volumen

Calor liberado al quemar papel

Dureza

Brillo

Capacidad del hierro de reaccionar con oxígeno

INTENSIVAS	EXTENSIVAS
.....
.....
.....
.....
.....

Mencione otros ejemplos de propiedades intensivas y extensivas y justifique en cada caso.

Propiedades físicas y químicas

Podemos considerar otro criterio para clasificar las propiedades de la materia según se modifique o no su estructura química.

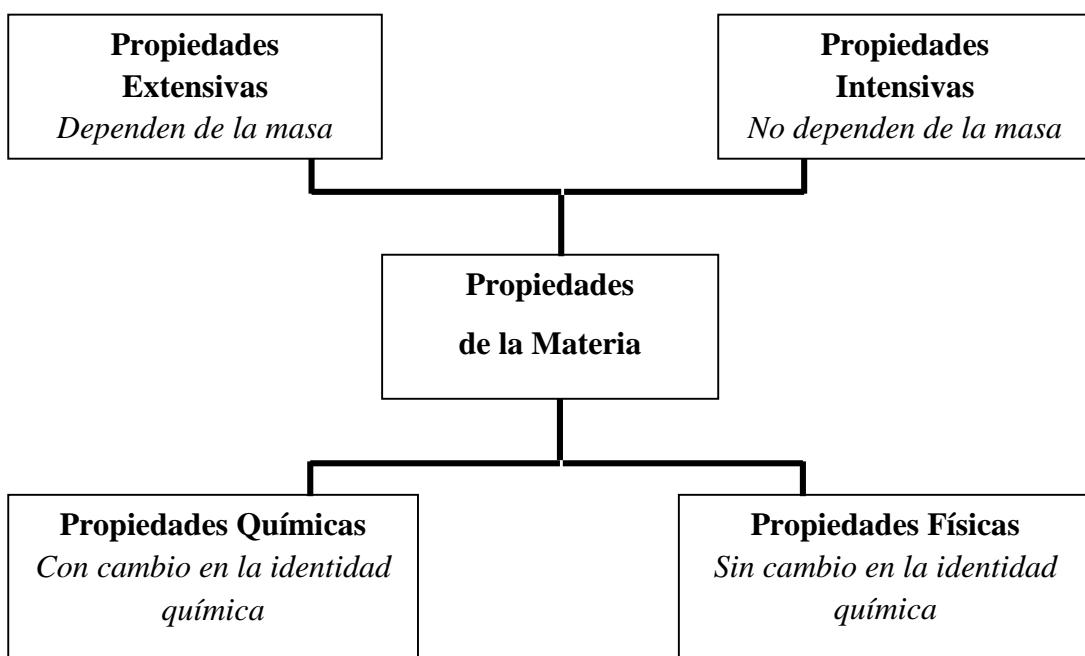
- **Propiedades físicas:** son aquellas que pueden ser medidas u observadas sin modificar la identidad química de la sustancia analizada. Ejemplos de propiedades físicas son: la

maleabilidad, la dureza, el punto de ebullición, el punto de fusión, la densidad, etc.

- **Propiedades químicas:** se refieren a la capacidad de una sustancia de transformarse en otra.

Por ejemplo, una propiedad química del gas hidrógeno es que reacciona con oxígeno (se quema en presencia de éste) para producir agua. Una propiedad química del metal zinc es que éste reacciona con los ácidos para producir el gas hidrógeno. Otras propiedades químicas son: la inflamabilidad (la capacidad de una sustancia para arder en presencia de oxígeno), la toxicidad, la capacidad de reaccionar con diversas sustancias para enmohercerse, corroerse, explotar, etc.

Tenga en cuenta que las clasificaciones de las propiedades de la materia en intensivas y extensivas o en físicas y químicas son independientes entre sí.



Si bien existen muchas propiedades físicas, como por ejemplo la conductividad eléctrica, la conductividad térmica, la solubilidad, el punto de fusión, el punto de ebullición, el volumen, etc., en un primer momento centraremos nuestra atención en la masa, el peso, la densidad, el peso específico y la temperatura.

Peso y masa

► Actividad 12

Si una persona está en la Tierra o en la Luna, ¿variará su masa? Y su peso, ¿variará o no?

La magnitud que define la cantidad de materia de un cuerpo es la **masa**, cuya unidad en el Sistema Internacional (S.I.) es el kg. Es importante no confundirla con el **peso**, que es la fuerza con que un objeto es atraído por un cuerpo celeste (en general la Tierra).

Estas dos variables son a menudo utilizadas indistintamente, aunque conceptualmente esto es incorrecto. La masa es una propiedad que no depende de factores externos al objeto, mientras que el peso sí lo es. Sin embargo, existe una relación directamente proporcional entre el peso y la masa:

$$p = m \cdot g$$

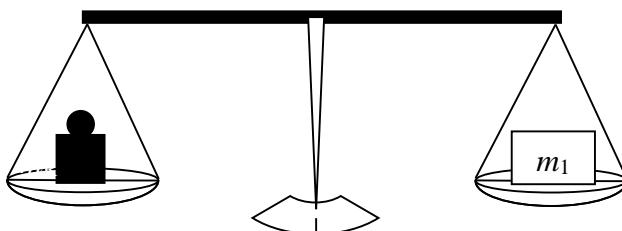
donde g es la aceleración de la gravedad. En la superficie de la Tierra, g es una magnitud constante dentro del 1% con un valor aproximadamente igual a $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. En otro cuerpo celeste esta constante tendrá otro valor. Por ejemplo, en la Luna la aceleración de la gravedad es aproximadamente igual a la sexta parte de la aceleración de la gravedad de la Tierra.

Hasta aquí hemos definido las propiedades masa y peso. Ahora veremos los procedimientos que nos permiten determinar sus valores.

Pesar significa determinar la masa de un objeto por medio de una balanza o de otro instrumento equivalente. En la práctica, esta medición implica comparar la masa del objeto en cuestión con una masa conocida.

Medir el peso de un objeto, que no es lo mismo que pesar, implica determinar la fuerza con que el mismo es atraído por un cuerpo celeste, habitualmente la Tierra. Esto puede realizarse utilizando un dinamómetro, instrumento que se basa en el estiramiento de un resorte.

Analice la siguiente situación: considere que un cuerpo con masa m_1 se coloca en una balanza de dos platillos con brazos iguales. Para pesar este cuerpo debemos colocar en el otro platillo cuerpos con una masa total conocida m_R (pesas de referencia) hasta que los dos platillos queden a la misma altura, lo cual se indica por la aguja vertical de la balanza según la siguiente figura:



Esto implica que el peso del cuerpo considerado (p_1) es igual al peso total de las pesas de referencia (p_R):

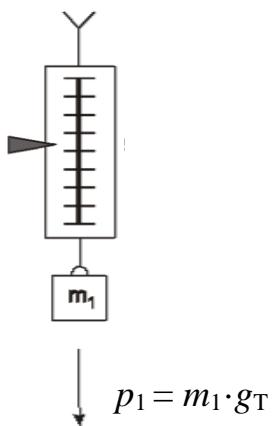
$$p_1 = p_R$$

$$m_1 \cdot g_T = m_R \cdot g_T$$

siendo g_T la aceleración de la gravedad en la Tierra. Cancelando g_T en ambos miembros encontramos que:

$$m_1 = m_R$$

Si ahora colgamos el mismo cuerpo de masa m_1 de un dinamómetro podemos determinar el peso del cuerpo dependiendo de cuánto se estire el resorte.



Suponga ahora que realizamos estas mediciones sobre la superficie de la Luna. Cuando colocamos el cuerpo de masa m_1 y las pesas de referencia en la balanza, los platillos quedarán otra vez a la misma altura puesto que ambos son atraídos por la Luna con la misma fuerza. Esto es:

$$p_{1,L} = p_{R,L}$$

$$m_1 \cdot g_L = m_R \cdot g_L$$

donde el subíndice L se refiere a la Luna. Entonces:

$$m_1 = m_R$$

Por lo tanto, las masas determinadas en la Tierra y en la Luna son iguales.

¿Qué pasa con la medida hecha con el dinamómetro? Como el dinamómetro determina la fuerza de atracción en forma absoluta, es decir, sin comparar masas, la fuerza de atracción estará dada por:

$$p_{1,L} = m_1 \cdot g_L$$

Si despejamos m_1 de la expresión del peso en la Tierra y lo reemplazamos en esta última:

$$p_{1,L} = p_1 \frac{g_L}{g_T}$$

Considerando que $g_L < g_T$, podemos concluir que el peso en la Luna es menor que en la Tierra.

► Actividad 13

Calcule el peso de un astronauta en la Tierra y en la Luna, sabiendo que su masa es igual a 150 kg (dato: $g_L = 1,6249 \text{ m s}^{-2}$).

Como vimos anteriormente, las propiedades intensivas son más apropiadas para caracterizar una sustancia. La densidad y el peso específico son dos propiedades intensivas que pueden relacionarse con la masa y el peso, respectivamente, y que son de gran utilidad para los químicos. Analicemos a continuación estas propiedades.

Densidad y peso específico

Ahora estamos en condiciones de preguntarnos: ¿el peso de un cuerpo es una propiedad que sirve para caracterizar la sustancia de la que está compuesto?

Es habitual escuchar que el plomo “es muy pesado”, más pesado que el hierro, y que éste lo es más que la madera. La madera flota en el agua, pero el hierro no, se hunde. Sin embargo, considerando el significado estricto de las palabras utilizadas, un objeto A es más pesado que uno B sólo si su peso es mayor.

Desde este punto de vista, es incorrecto decir “el plomo es más pesado que el hierro”, ya que un tornillo grande de hierro puede pesar mucho más que un pequeño remache de plomo puesto que el peso es una magnitud extensiva. Por esto, su valor se refiere a un cuerpo particular y no sirve para calificar a la sustancia de la que está constituido. No tiene sentido el concepto de “el peso del plomo”. Tendría sentido “el peso de tal cuerpo de plomo”. Sin embargo, algo quieren indicar las personas que dicen “el hierro se hunde en el agua porque el hierro es más pesado que el agua”, sólo que no es la forma correcta de expresarlo.

► Actividad 14

- 1) ¿Ha comprobado que un cuerpo macizo de hierro arrojado al agua se hunde? ¿Siempre?
- 2) ¿Qué piensa de la explicación: “eso ocurre porque el hierro es más pesado que el agua”? ¿Conoce alguna mejor?
- 3) ¿Qué concepto correcto sugeriría para reemplazar al de “peso del hierro” en la explicación anterior?
- 4) ¿Cómo se explica el hundimiento del hierro mientras que la madera flota en el agua?
- 5) ¿Por qué un barco no se hunde?

► Actividad 15

En la siguiente tabla se informan los volúmenes y masas de diferentes cuerpos de hierro. Complete las columnas en blanco (dato: $N = \text{kg m s}^{-2}$).

Volumen (m^3)	Masa (kg)	Peso (N)	Peso/Volumen (N/m^3)
0,00001 (o 1×10^{-5})	0,0786		
0,00002 (o 2×10^{-5})	0,1572		
0,00003 (o 3×10^{-5})	0,2358		
0,00004 (o 4×10^{-5})	0,3144		
0,00005 (o 5×10^{-5})	0,3930		

Analice el significado del cociente Peso/Volumen. ¿Se trata de una magnitud intensiva o extensiva?

Se denomina **peso específico** al cociente $p_e = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$, lo cual nos indica que se trata de una propiedad intensiva del sistema, característica de la sustancia que lo compone.

Cabe aclarar que el vocablo específico se utiliza para indicar que la magnitud está referida a una cantidad determinada de materia; en este caso, el peso específico es el peso por unidad de volumen de la sustancia dada. Durante el desarrollo de este curso Ud. encontrará definiciones del mismo tenor para otras magnitudes.

Hemos visto que el cociente entre dos propiedades extensivas, como lo son el peso y el volumen, nos da como resultado una propiedad intensiva: el peso específico. De la misma manera, si se realiza el cociente entre la masa y el volumen de un cuerpo se obtiene otra propiedad intensiva

denominada **densidad**, dada por el cociente $\delta = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}}$. La densidad también es una propiedad intensiva característica de la sustancia.

A veces se la denomina densidad volumétrica haciendo hincapié en el concepto “por unidad de volumen”. De acuerdo con la acepción utilizada para el término específico, también es correcto, aunque poco usual, llamar a la densidad masa específica.

Las unidades en el Sistema Internacional (S.I.) de estas dos magnitudes son:

$$\text{unidad SI de peso específico} = \frac{\text{unidad SI de fuerza}}{\text{unidad SI de volumen}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$\text{unidad SI de densidad} = \frac{\text{unidad SI de masa}}{\text{unidad SI de volumen}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Resumiendo los conceptos dados:

- El peso (p) de un cuerpo de una sustancia dada, aumenta proporcionalmente con el aumento de su volumen V (relación directamente proporcional), estando p y V relacionados por la constante p_e , según:

$$p = p_e \cdot V$$

- La masa (m) de un cuerpo de una sustancia dada, aumenta proporcionalmente con el aumento de su volumen V (relación directamente proporcional), estando m y V relacionados por la constante δ , según:

$$m = \delta \cdot V$$

Para sólidos, líquidos y gases tanto p_e como δ son independientes de la masa, del volumen y del peso de los cuerpos; dependen sólo de la sustancia que los constituye y de las condiciones de presión y temperatura. Sin embargo, se debe tener en cuenta que, para los sólidos y líquidos, la variación con la temperatura y presión de p_e y δ es prácticamente despreciable mientras que los gases muestran variaciones enormes en los valores de estas propiedades cuando la temperatura y la presión cambian.

► Actividad 16

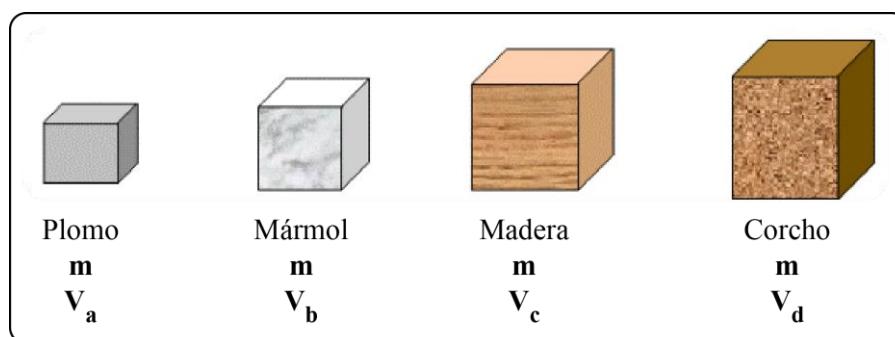
Los siguientes cubos tienen el mismo volumen, pero diferentes masas. ¿Cuál es el más denso y cuál el menos denso?

¿Cuál tiene mayor peso específico y cuál menor?

11.34 g Plomo	1.00 g Agua	0.24 g Corcho	0.0013 g Aire	0.00009 g Hidrógeno
------------------	----------------	------------------	------------------	------------------------

Coloque imaginariamente estos cubos en un recipiente con agua, ¿cuál/es flotaría/n? Explique.

¿Qué pasaría con la densidad y con el peso específico, si tenemos ahora cubos que tienen la misma masa y diferentes volúmenes?



Temperatura y calor

La temperatura de un cuerpo y cuánto calor gana o pierde son consideraciones importantes en diversas aplicaciones técnicas. Los términos temperatura y calor se usan frecuentemente y todos entendemos su significado general. Cuando prendemos el calefactor para calentar la casa, aumenta la temperatura; cuando ponemos algo en la heladera para enfriarlo, baja su temperatura. Sin embargo, muchas veces nos resulta difícil dar una definición precisa de estos dos términos. Por ejemplo, si usted tiene dos recipientes de agua a temperaturas suficientemente diferentes, usted podría decir cuál está más caliente o tiene una temperatura mayor tocando ambos recipientes con su mano. Note que esto es una comparación o medida relativa. Usted está comparando cuán caliente o fría está el agua en los recipientes relativo a la temperatura de su mano. Por lo tanto, podemos decir que la **temperatura** es una medida de cuán caliente o frío está un cuerpo.

Con respecto al calor, sabemos que está asociado a la transferencia de energía. Cuando ponemos la mano en un recipiente con agua, la mano siente frío o calor cuando la energía es transferida desde la mano o hacia ella, respectivamente. De esta manera podemos decir que el **calor** es la cantidad de energía transferida desde un cuerpo a otro a causa de una diferencia de temperatura. Esta transferencia de energía ocurre hasta que las temperaturas de ambos cuerpos se igualan. A este estado se lo denomina equilibrio térmico.

Es importante entender la diferencia entre energía térmica y calor. La energía térmica está contenida en los cuerpos mientras que el calor es una forma de transferencia de energía entre los cuerpos. Comúnmente se habla de “flujo de calor” del objeto caliente al objeto frío. A pesar de que el término calor en sí mismo implica transferencia de energía. Por costumbre se utilizan términos como “calor absorbido” o “calor liberado” para describir los cambios energéticos que ocurren durante un proceso.

Los químicos solemos expresar la energía y el calor en calorías, cuyo símbolo es cal. Una **caloría** se define como la energía que se requiere para elevar de 14,5 °C a 15,5°C la temperatura de 1,00 g de agua y es, aproximadamente, la energía que proporciona un fósforo.

La Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC) ha recomendado que se abandone la caloría como unidad de energía y se utilice el joule (J), que es la unidad correspondiente en el S.I. Sin embargo, su uso está tan generalizado que resulta difícil abandonarla. En esta guía utilizaremos indistintamente ambas unidades. La relación entre ellas es:

$$1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}$$

¿Cómo medimos la temperatura de un sistema?

Seguramente usted ya sabe que la temperatura se puede medir con un termómetro; por ejemplo, para medir la temperatura de un recipiente con agua se coloca un termómetro de mercurio en contacto con el agua, se espera que alcance el equilibrio térmico y se lee el valor en la escala de ese termómetro. ¿Cómo se construye la escala de ese termómetro?

Para comenzar debemos considerar que la sustancia que se usa dentro del termómetro tiene la propiedad de expandirse o contraerse al cambiar su temperatura, lo cual resulta en un cambio en la altura del líquido dentro del capilar del termómetro. Entonces, para establecer esta escala de temperatura necesitamos dibujar marcas sobre el termómetro y subdivisiones entre ellas dependiendo de la altura del nivel del líquido dentro del capilar. Diversas escalas de temperatura asignan valores diferentes a estas marcas en la escala.

Particularmente, en la escala Celsius se definen dos marcas correspondientes al punto de fusión (cero de la escala) y al punto de ebullición del agua a 1 atm de presión (100 °C) y se divide este intervalo en 100 partes iguales. Cada una de estas partes se define como la unidad de medida, el grado Celsius o grado centígrado (°C).

Otras escalas de temperatura

- Kelvin (K) es la unidad del sistema internacional para medir temperaturas. Esta escala se relaciona con la escala Celsius de la siguiente forma:

$$T(K) = \frac{1\text{K}}{1^\circ\text{C}} T(^\circ\text{C}) + 273,15 \text{ K}$$

Esta es una escala absoluta, la cual fue definida a partir de propiedades físicas de la materia y no sólo en términos relativos como es el caso de la escala Celsius. Esto hace que en la escala Kelvin no haya valores de temperatura negativos, es decir cero kelvin es la menor temperatura alcanzable.

En la guía de gases retomaremos este tema y analizaremos más profundamente el significado físico de la escala Kelvin.

- Fahrenheit: esta escala es la usada en países como Estados Unidos y se relaciona con la escala Celsius a través de la siguiente función lineal:

$$T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9^{\circ}\text{F}}{5^{\circ}\text{C}} T(^{\circ}\text{C}) + 32^{\circ}\text{F}$$

Sistemas materiales

Ya conocemos que existen conceptos como materia y energía. Además, sabemos que la materia posee diferentes estados de agregación. Ahora podemos preguntarnos: ¿cómo se estudia la materia?

La Química como disciplina tiene como objeto de estudio analizar propiedades y transformaciones de la materia.

Ahora le vamos a presentar un problema de la vida cotidiana para repasar algunos conceptos.

Supongamos que necesita conocer si:

- a-** El agua del tanque de su casa es apta para el consumo familiar.
- b-** Una persona tiene anemia.
- c-** La leche que dejó fuera de la heladera es apta para el consumo.
- d-** La vinchuca que encontró en el campo está infectada.
- e-** El nivel de plomo en sangre de una persona es muy elevado.
- f-** El jarabe para la tos que guardó en la alacena de la cocina el mes pasado todavía puede ser utilizado.

Todas estas preguntas sólo tendrán una respuesta adecuada consultando con profesionales químicos, bioquímicos, farmacéuticos, bromatólogos, etc. Son ellos quienes le indicarán cómo debe llevar el material para su estudio; este deberá cumplir una serie de requisitos previos que cada profesional especificará. Estas indicaciones previas han sido estudiadas por los investigadores y se han establecido las normas que garantizarán que los resultados obtenidos sean válidos, es decir, reproducibles y comparables con otros resultados obtenidos en iguales condiciones de trabajo.

Es obvio que para cada caso existen requisitos específicos, pero en general todos se relacionan con:

- a-** El tamaño de la muestra, porque de ella depende el método de estudio a emplear.
- b-** La forma de obtener una muestra representativa del material en estudio.

Ambos requisitos se integran en la definición de **sistema material** (S.M.)

La porción de materia aislada del medio circundante
con fines de estudio

El químico utiliza distintos criterios de clasificación de sistemas materiales según los objetivos de su estudio.

Sistemas abiertos, cerrados o aislados

Cuando se observa un sistema material debe prestarse atención al medio que lo rodea, sin olvidar que entre ambos existe una superficie de contacto que en la mayoría de los casos es visible. Dicha superficie de contacto es importante porque permite considerar el pasaje de materia y/o de energía del sistema material al medio o viceversa. De acuerdo a la interacción con el medio que los rodea, los sistemas materiales pueden clasificarse como:

- **Abiertos:** aquellos donde hay transferencia de materia y energía entre el sistema y el medio.
Ejemplo: agua hirviendo en un jarro sin tapa.
- **Cerrados:** aquellos donde sólo hay intercambio de energía entre el sistema y el medio.
Ejemplo: agua caliente en un jarro herméticamente tapado.
- **Aislados:** aquellos donde no hay intercambio ni de materia ni de energía entre el sistema y el medio. Ejemplo: vaso térmico utilizado para conservar líquidos a temperatura constante (termo o vaso Dewar).

En el caso de los sistemas aislados, donde no hay intercambio de energía con el medio ambiente, el principio de conservación de la energía se verifica dentro del sistema, mientras que en los sistemas abiertos y cerrados, donde hay intercambio de energía con el medio, la verificación del principio de conservación de la energía solo es posible si se considera el medio ambiente que rodea a estos sistemas.

► Actividad 17

Clasifique los siguientes sistemas materiales en abiertos, cerrados o aislados:

una célula	el planeta Tierra
la Luna	agua hirviendo en una olla a presión
un sachet de leche pasteurizada	un paquete de café envasado al vacío
un perro	un termo con agua caliente y sin tapa
agua con hielo dentro de una conservadora	un envase cerrado de medicamento

Esta clasificación de los sistemas materiales se realizó teniendo en cuenta su interacción con el medio que los rodea. Éste no es el único criterio que permite clasificar a los sistemas materiales.

Sistemas homogéneos y heterogéneos

Si ahora consideramos al sistema material en sí mismo; independientemente de si es un S.M. abierto, cerrado o aislado; éste puede ser clasificado de acuerdo a las características de la materia que lo compone, ya sea considerando su aspecto macroscópico o su composición química.

Cuando se considera su aspecto macroscópico, los S.M. se clasifican en:

- **Homogéneos:** son aquellos que presentan las mismas propiedades intensivas en toda su extensión. Ejemplos: agua contenida en un vaso, aire dentro de una botella, un clavo de hierro.
- **Heterogéneos:** son aquellos que presentan diferentes propiedades intensivas en distintos puntos de su extensión. Ejemplos: agua con varios trozos de hielo, mármol, corcho natural, agua con aceite.

Un S.M. heterogéneo puede ser considerado como la unión de dos o más S.M. homogéneos diferentes, cada uno de los cuales recibe la denominación de **fase**. Es importante aclarar que un S.M. homogéneo presenta una única fase.

Aun cuando un sistema homogéneo se encuentre dividido en porciones (por ejemplo, 5 clavos de hierro, 2 monedas de bronce, o 12 hielos), todas esas porciones tienen las mismas propiedades intensivas, y por lo tanto son una única fase.

Un caso particular de S.M. heterogéneo se presenta cuando una de las fases es un líquido y la otra fase es sólida y se encuentra finamente dividida y dispersa en el seno de la fase líquida. Este tipo de S.M. heterogéneo se denomina **suspensión**. Como ejemplo de suspensión podemos mencionar una mezcla de agua con arena.

► Actividad 18

Clasifique los siguientes sistemas materiales en homogéneos y heterogéneos:

Jugo de naranja exprimido	Mármol
Jugo de naranja artificial	Tinta
Algodón	El butano contenido en un encendedor
Un vaso conteniendo soda	El gas contenido en un tubo de GNC
Arena	Una cadena de oro
Agua de mar	

Sustancias puras y mezclas

Cuando se considera su composición química, los S.M. se clasifican en:

- **Sustancias puras:** son aquellas cuya composición es definida y fija, es decir, que están formadas por unidades de materia iguales (átomos o moléculas).

- **Mezclas:** son sistemas materiales formados por dos o más sustancias puras, cada una de las cuales se denomina **componente**.

La composición de una mezcla puede variar, se pueden hacer un número grande de mezclas diferentes de alcohol y agua con tan sólo variar las cantidades relativas de las dos sustancias utilizadas. Esto último no es análogo a cambiar las cantidades relativas de átomos presentes en las unidades de materia de una sustancia pura, ya que si las cambiamos, estamos cambiando la naturaleza de la sustancia en cuestión. Por ejemplo: al cambiar las cantidades relativas de átomos de H y O en el H_2O , ya no tendremos agua sino otro compuesto (ej. H_2O_2 , agua oxigenada).

Otro ejemplo de mezclas son las formadas por NaCl y agua:

- a- Salmuera: contiene mucha cantidad de sal y poca cantidad de agua.
- b- Agua de mar: contiene bastante sal disuelta en agua.
- c- Solución o suero fisiológico: contiene muy poca sal disuelta en gran cantidad de agua.

Sustancias elementales y compuestos

A su vez, las sustancias puras pueden subdividirse en:

- **Sustancias elementales:** son sustancias formadas por un solo tipo de átomo. Las sustancias elementales pueden ser atómicas, por ejemplo argón (Ar), neón (Ne), hierro (Fe), sodio (Na), helio (He) o moleculares, por ejemplo oxígeno (O_2), azufre (S_8), yodo (I_2) o fósforo (P_4). Grafito y diamante están formados solo por átomos de carbono (C).
- **Compuestos** son sustancias formadas por más de un tipo de elemento. Los compuestos pueden ser moleculares, por ejemplo agua (H_2O), dióxido de carbono (CO_2), butano (C_4H_{10}), aspirina ($\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$) o iónicos, por ejemplo óxido de calcio (CaO), cloruro de sodio (NaCl).

► Actividad 19

Identifique si los siguientes ejemplos corresponden a sustancias puras o a mezclas. En este último caso indique los componentes que la forman:

Aire	Tierra
Agua	Jugo de naranja
Diamante	Dióxido de carbono

En los siguientes ejemplos, se presentarán distintos sistemas materiales, que serán clasificados de manera independiente, de acuerdo a los distintos criterios anteriormente desarrollados.

Sistema material 1: Una bolita de naftalina.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia con el medio ambiente y esto se manifiesta a partir del sentido del olfato. Obviamente, si el sistema intercambia materia, también intercambiará energía.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. homogéneo.
 - De acuerdo a su composición química: ésta es una sustancia pura (naftaleno, C₁₀H₈)
- El sistema presenta una única fase y un único componente.

Sistema material 2: Un vaso conteniendo un clavo de hierro y una barra de azufre.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia y energía con su entorno
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades intensivas en diferentes regiones (el clavo y la barra).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta dos fases (el clavo de hierro y la barra de azufre) y dos componentes (hierro y azufre).

Sistema material 3: Un vaso tapado conteniendo un clavo de hierro y una barra de azufre.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. cerrado. El sistema intercambia solamente energía.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades intensivas en diferentes regiones (el clavo, la barra y el aire).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta tres fases (el clavo de hierro, la barra de azufre y el aire) y más de tres componentes: hierro, azufre y los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.).

IMPORTANTE: Como se desprende de los dos últimos ejemplos, *siempre que se estudie un sistema abierto, la fase gaseosa no será considerada como parte del sistema*, a menos que se aclare lo contrario. En los sistemas cerrados y aislados, por el contrario, la fase gaseosa se deberá tener en cuenta en la clasificación de los mismos.

Sistema material 4: Un termo cerrado conteniendo sal de cocina disuelta en agua hasta la mitad de su volumen y un trozo pequeño de hielo.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. aislado. El sistema no intercambia materia ni energía.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades representativas en diferentes regiones (sal de cocina disuelta en agua, el trozo de hielo y el aire).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta tres fases (sal de cocina disuelta en agua, el trozo de hielo y el aire) y más de tres componentes: sal de cocina (NaCl), agua (presente en las tres fases), y los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.).

NOTA: A los fines prácticos de la presente guía, se considerarán a los S.M. contenidos en termos o recipientes de poliestireno expandido (telgopor) tapados, como sistemas perfectamente aislados

sin intercambio de energía con el medio ambiente, aunque esto no sea del todo exacto en la práctica (ej. el agua para mate contenida en un termo con el tiempo se enfriá).

Sistema material 5: Un sachet de solución fisiológica (cloruro de sodio disuelto en agua) que está siendo administrando a un paciente internado.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia (solución fisiológica que sale del envase hacia el paciente) y energía con el medio.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: Se trata de un S.M. homogéneo.
- De acuerdo a su composición química: es una mezcla.

Presenta una sola fase y dos componentes: NaCl y agua.

► Actividad 20

Mencione cinco S.M. homogéneos y cinco S.M. heterogéneos utilizando ejemplos de la vida diaria.

► Actividad 21

Indique de acuerdo a sus conocimientos en qué estado de agregación se encuentran los siguientes sistemas materiales a temperatura y presión ambiente.

nafta	porcelana	diamante
hierro	nitrógeno	aluminio

► Actividad 22

Determine cuántas fases (F) y componentes (C) hay en los siguientes ejemplos de S.M. Justifique sus respuestas.

- 1) Agua con arena (F:C:
- 2) Agua con 6 cubitos de hielo (F: C:
- 3) Un trozo de carbón (F:..... C:.....)
- 4) Agua con 3 cubitos de hielo (F: C:

► Actividad 23

Analice la siguiente experiencia:

A un litro de agua se le agrega la cantidad necesaria de sal común de mesa (NaCl) de modo que cierta masa del sólido permanezca depositada en el fondo del recipiente. Indique el número de fases que presenta el sistema. ¿Cuáles son los componentes de cada fase?

► Actividad 24

Clasifique cada uno de los siguientes sistemas materiales como sustancia elemental, compuesto o mezcla, justificando su respuesta:

oro	metano (CH_4)	cerveza	acero
agua salada	té	mercurio	escombros
bronce (aleación Cu-Sn)	agua de lluvia	madera	plomo
vinagre	óxido de zinc	sangre	aire

► Actividad 25

Indique cuáles de los siguientes S.M. son homogéneos y heterogéneos:

Agua azucarada	Un trozo de mármol
Aire contenido en un neumático	Una viruta de acero inoxidable
Soda contenida en un vaso	Un trozo de gelatina

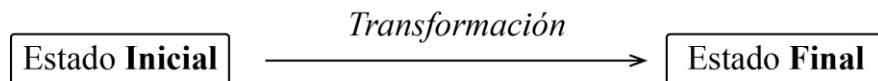
► Actividad 26

Clasifique los siguientes sistemas materiales utilizando los distintos criterios establecidos en esta guía. En los casos en que sea posible, enumere las fases y componentes presentes en cada sistema.

- 1) Un recipiente de poliestireno expandido (telgopor) tapado, conteniendo helado de dulce de leche granizado.
- 2) El tanque de nafta de un automóvil, lleno hasta la mitad.
- 3) Los cubitos de hielo contenidos en una cubetera.
- 4) Un sifón de soda.
- 5) Una botella tapada conteniendo etanol y agua hasta la mitad de su volumen.

Transformaciones y fenómenos de la materia

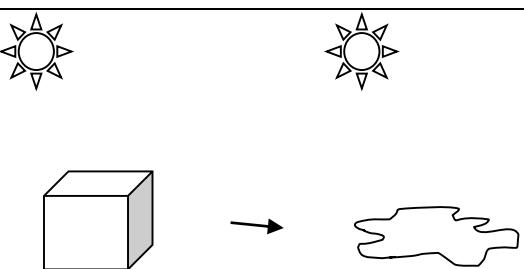
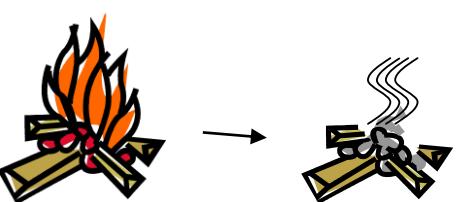
Una **transformación** es un proceso que conecta un estado inicial o previo de la materia con un estado final o posterior y se representa de la siguiente manera:



Cuando una transformación puede ser detectada por los sentidos, se la denomina **fenómeno**. Por lo tanto, una transformación no siempre es un fenómeno, pero un fenómeno siempre es una transformación. Cuando la transformación no modifica ninguna propiedad observable por los sentidos, se necesita de un dispositivo experimental que permita detectar el cambio.

Las transformaciones pueden clasificarse en físicas y químicas. En las **transformaciones físicas** no cambia la identidad o naturaleza química de la materia, mientras que en las **transformaciones químicas** ocurre un cambio en la naturaleza química de la materia.

A continuación, se muestran dos transformaciones muy comunes observadas en la naturaleza, que de hecho son fenómenos.

Fenómeno físico	Fenómeno químico
 <p>Cuando se deja un bloque de hielo al sol, éste se derrite. El calor del sol hace que el agua pase del estado sólido al estado líquido, pero tanto en el estado inicial como en el final la sustancia es la misma.</p>	 <p>Cuando se quema un tronco, la sustancia que se tiene inicialmente (madera) se transforma en otra (cenizas y gases) con propiedades químicas y físicas diferentes.</p>

Son transformaciones físicas: el calentamiento de un metal, la división de un trozo de madera, la expansión de un gas, la caída de un cuerpo, la evaporación de una masa de agua y los cambios de estado de agregación de una sustancia.

Son transformaciones químicas: la descomposición del agua (H_2O) para dar hidrógeno gaseoso (H_2) y oxígeno gaseoso (O_2); la digestión estomacal donde los alimentos ingeridos se degradan a sustancias más sencillas (carbohidratos, proteínas, grasas) para poder ser absorbidos, la combustión del butano (C_4H_{10}) que se emplea en los encendedores, en los que cuando se enciende la chispa, se observa la inflamación del gas en presencia del oxígeno (O_2) del aire y se produce principalmente dióxido de carbono (CO_2) y vapor de agua (H_2O).

► Actividad 27

A continuación, se presentan dos ejemplos cotidianos que incluyen transformaciones físicas y químicas. Diga para cada etapa si se trata de una transformación física o química. Indique además cuáles son fenómenos.

Durante el proceso de fotosíntesis	Transformación
<i>La hoja incorpora CO_2 del aire y la raíz toma el H_2O del suelo</i>	
<i>El H_2O y el CO_2 se transforman en nutrientes para la planta</i>	
<i>El O_2 generado en el proceso es liberado a la atmósfera</i>	

Durante el proceso de arranque o encendido de un automóvil	Transformación
Se inyecta nafta en un carburador	
La nafta se mezcla con aire	
La mezcla se quema	
Los productos de la combustión <i>se expanden en el cilindro</i>	

► Actividad 28

Indique para cada ejemplo de la tabla la apariencia o condición inicial y final del S.M. y qué tipo de cambio los conecta. Asimismo, identifique los fenómenos y las transformaciones. Consulte con sus compañeros y con su docente.

Ejemplo	Condición Inicial	Tipo de Cambio	Condición Final
Un bloque de hielo al sol			
Azúcar que se carameliza			
Azúcar que se funde			
Rotura de una copa			
Evaporación del alcohol			
Agua destilada en una olla al fuego			
Disolución de sal en agua			
Manteca expuesta al sol una hora			
Manteca expuesta al sol diez días			
Cocción de un bizcochuelo			

Cambios de estados de agregación

Como ya hemos visto más arriba, se reconocen tres estados físicos o estados de agregación de la materia. Estos son: sólido, líquido y gaseoso. Los pasajes entre los distintos estados físicos de la materia se denominan cambios de estados de agregación y pueden ocurrir cuando se modifican los valores de presión y temperatura. Analicemos a modo de ejemplo los siguientes casos:

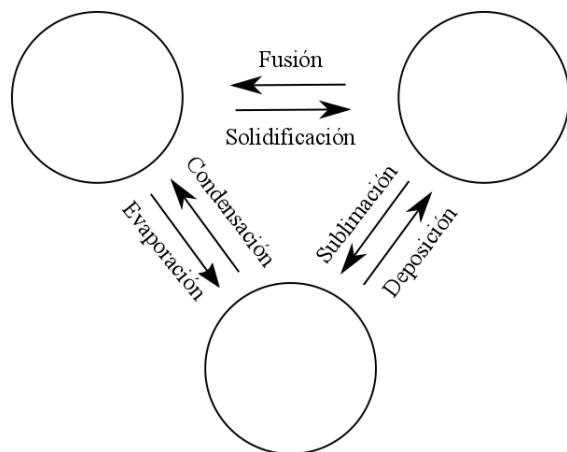
- Si tomamos un cubito de hielo, lo colocamos en un recipiente y lo dejamos a temperatura ambiente, se observa el pasaje de sólido a líquido. Posteriormente, si se coloca el recipiente sobre la hornalla encendida de la cocina, se observa el pasaje del estado líquido al estado gaseoso. Estos fenómenos físicos se produjeron únicamente con un aumento de temperatura mientras se mantuvo constante la presión.
- Usted habrá observado que en el interior de los encendedores hay una sustancia que está en

estado líquido (butano). Cuando presionamos la llave de un encendedor se libera butano gaseoso lo cual genera una disminución de la presión interna provocando el cambio de estado líquido a gaseoso del butano en el interior del encendedor.

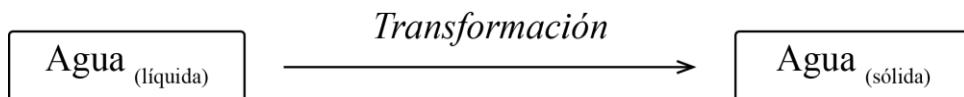
Cabe aclarar que aunque suelen usarse como sinónimos, existe una diferencia entre vapor y gas. Si bien todo vapor es un gas, los vapores se pueden licuar con sólo aumentar la presión externa, mientras que los gases que no son vapores, no pueden licuarse aumentando sólo la presión sino que además se necesita disminuir la temperatura.

► Actividad 29

Construya las imágenes microscópicas de los tres estados de agregación del agua en los círculos dados de acuerdo con lo indicado para cada transformación.



Desde el punto de vista microscópico el siguiente cambio de estado de agregación,



puede describirse de la siguiente manera: el agua líquida, al perder una cierta cantidad de energía, comienza a pasar de un estado menos ordenado a otro más ordenado (agua sólida). Esto ocurre porque las moléculas de agua disminuyen su velocidad (energía térmica) a tal punto que las fuerzas de atracción entre partículas (átomos, moléculas, etc.) empiezan a ser considerables y el sólido comienza a formarse.

La temperatura a la cual comienza a observarse la formación de agua sólida es única a una presión dada y este valor de temperatura se mantiene constante mientras que coexisten ambos estados de agregación. Es decir, la temperatura durante el proceso de solidificación del agua se mantiene constante y su valor define el **punto de fusión** del agua. Particularmente, el agua líquida solidifica a 0 °C cuando la presión atmosférica es de 1 atm. En forma general, *la temperatura de un sistema durante un cambio de estado de cualquier tipo se mantiene constante*.

Para realizar un análisis más detallado de los cambios de estado necesitamos tener en cuenta a la energía como variable. Para ello lea y analice el siguiente párrafo:

La absorción o liberación de una determinada cantidad de calor se puede visualizar a través de los cambios de temperatura producidos y/o por medio de un cambio en el estado de agregación del sistema en estudio. La cantidad de calor intercambiado durante un cambio de estado se utiliza para romper o formar nuevas interacciones y por ello la temperatura se mantiene constante. Esta cantidad de calor es específica de cada sustancia y de cada cambio de estado. Por ejemplo, se puede definir:

Calor de fusión (q_f) = cantidad de calor necesaria para transformar un gramo de una sustancia sólida en líquida.

Calor de vaporización (q_v) = cantidad de calor necesaria para transformar un gramo de una sustancia líquida en gaseosa.

Vacío, sistemas evacuados y presión de vapor

Por definición, podemos decir que vacío es la ausencia total de materia en un determinado espacio. Como eliminar la totalidad de la materia es técnicamente muy complicado, en la práctica denominamos vacío a la condición de una región donde la densidad de partículas es muy baja (por ejemplo, el espacio interestelar). Cuando se “hace vacío” sobre un sistema cerrado o aislado, en realidad lo que se está haciendo es reducir notablemente la presión interna. En esta situación se dice que el sistema está *evacuado*.

Presión de vapor

Se ha comprobado experimentalmente que cuando se tiene agua líquida contenida en un recipiente a temperatura ambiente, éste no es el único estado de agregación, sino que coexiste también el estado gaseoso. Este hecho es una evidencia de que las moléculas de agua tienen una tendencia a escapar del estado líquido al gaseoso. Esta tendencia también puede observarse en otras sustancias, tanto líquidas como sólidas. Así como las moléculas tienen una tendencia a escapar de la superficie del sólido o líquido (fase condensada) a la fase gaseosa, las moléculas de la fase gaseosa que estén cerca de la superficie tienen una cierta tendencia a volver a la fase condensada.

Cuando consideramos un líquido o un sólido en un recipiente cerrado a una temperatura determinada, estas tendencias se igualan y por lo tanto la presión de la fase vapor en contacto con la superficie se mantiene constante. Este valor de presión, a esa temperatura, se define como la **presión de vapor** de esa sustancia.

La presión de vapor de una sustancia se mide en un recipiente cerrado de paredes rígidas, el cual se ha evacuado previamente.

A medida que aumenta la temperatura aumenta el número de moléculas en estado gaseoso sobre la superficie del líquido y por lo tanto la presión de vapor. *La presión de vapor depende únicamente de la temperatura y de la naturaleza de la sustancia.*

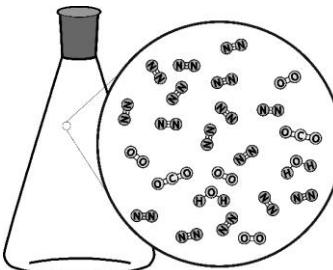
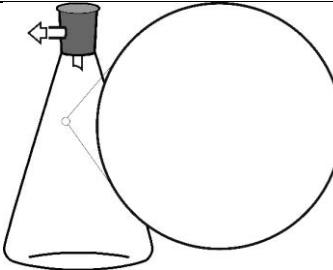
Los siguientes datos experimentales muestran lo expresado:

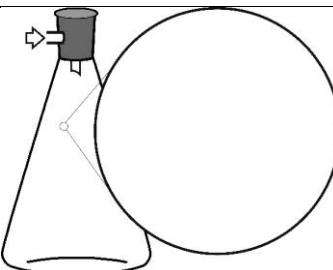
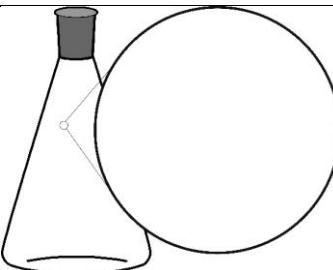
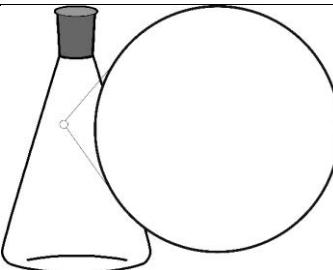
Valores de la presión de vapor (atm) a diferentes temperaturas (°C)									
	-20	0	20	40	60	80	100	120	140
Agua	0,0010*	0,0060	0,0230	0,0728	0,1965	0,4671	0,9990	1,9570	3,5613
Cloroformo	0,0249	0,0789	0,2080	0,4758	0,9717	1,8000	3,1066	5,0871	7,8453
Acetona	0,0301	0,0939	0,2460	0,5618	1,1496	2,1513	3,7402	6,1159	9,4968

* Este valor corresponde al agua sólida

► Actividad 30

A fin de poder visualizar estos conceptos, le proponemos la siguiente actividad: Esquematicice en la columna de la derecha la situación experimental que se describe en la columna de la izquierda. A modo de ejemplo, hemos graficado la primera situación. Analice además las fases y componentes del sistema.

Situación	Esquema	Fases y Componentes
1) Supongamos que tenemos un recipiente de vidrio como se muestra en la figura. Se cierra el sistema poniéndole una tapa. ¿Qué hay en su interior?		Una única fase, la fase gaseosa, con múltiples componentes (todos los compuestos que conforman la atmósfera, como oxígeno, nitrógeno, dióxido de carbono, etc.)
2) El sistema anterior es evacuado conectándolo a una bomba de vacío.		

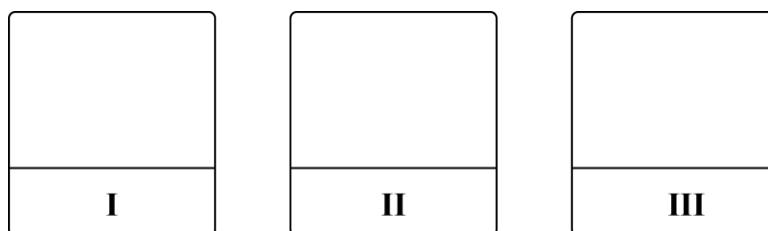
3) Sin retirar el tapón, se agrega agua al sistema hasta completar un cuarto del volumen del recipiente y se espera unos minutos.		
4) El sistema anterior es calentado hasta que se alcanza una temperatura de 70°C.		
5) El sistema anterior se conecta a una bomba de vacío durante unos minutos y luego se desconecta mientras aún hay líquido en el recipiente		

Suponga que se repite el experimento de la actividad anterior, pero se omite el paso 2. Realice nuevamente el análisis de fases y componentes en cada etapa. Si le es útil, realice nuevamente los esquemas. ¿Qué diferencias encuentra entre los casos de las actividades 1 y 2?

Suponga que se tiene el sistema planteado en la situación 1 de la primera actividad. Proponga libremente una secuencia de cambios a realizar en el sistema. Esquematice y realice nuevamente el análisis de fases y componentes en cada etapa. Compare y discuta con sus compañeros y docente las diferentes propuestas elaboradas.

► Actividad 31

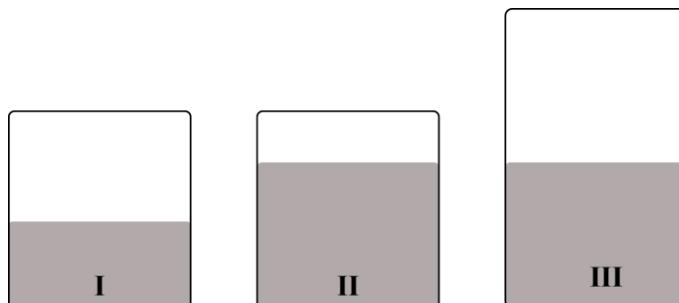
Tres recipientes de igual volumen, **I**, **II**, **III**, a 20 °C, fueron cerrados herméticamente conteniendo el mismo volumen de agua, cloroformo y acetona, respectivamente, en estado líquido. Analice la situación y represente con puntos la cantidad de moléculas en fase gaseosa sobre la superficie del líquido en cada uno de los casos. ¿En cuál de los tres recipientes hay mayor cantidad de moléculas? ¿Por qué?



Otro ejemplo interesante para entender lo que estamos aprendiendo es analizar los datos de la presión de vapor de estos sistemas a 0 °C: las presiones de vapor de agua líquida, cloroformo y acetona son 4,56 Torr, 59,96 Torr y 71,36 Torr, respectivamente. Si repetimos esta observación a otras temperaturas, veremos que siempre el agua líquida tiene una presión de vapor menor respecto del cloroformo y de la acetona. Esto nos indica que las moléculas de agua tienen mayores fuerzas de cohesión en el seno del líquido, es decir mayores atracciones intermoleculares que las moléculas de cloroformo o acetona.

► Actividad 32

Se tienen tres recipientes (I, II y III) con las siguientes características: los recipientes I y II son iguales mientras que el III posee un volumen mayor. A los recipientes II y III se les agrega la misma cantidad de acetona mientras que al recipiente I se le agrega una cantidad menor.



Teniendo en cuenta que la temperatura en los tres recipientes es la misma, ordénelos de acuerdo a:

- el número de moléculas presentes en la fase gaseosa.
- la presión de vapor de la acetona.

De acuerdo a su respuesta anterior: ¿la presión de vapor de una sustancia es una propiedad extensiva o intensiva?

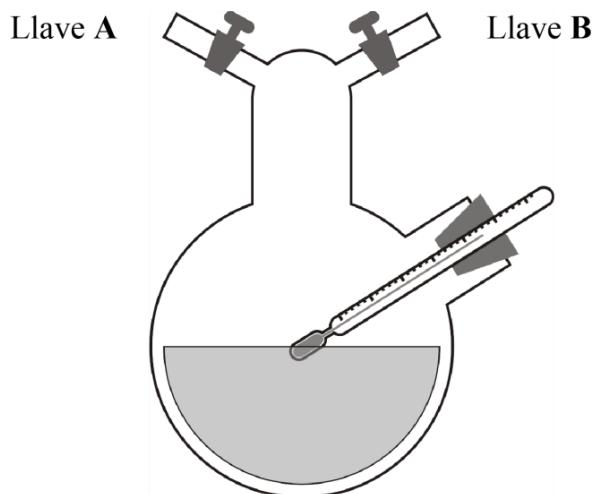
Como se dijo previamente, la presión de vapor de un líquido aumenta conforme se incrementa la temperatura. Mientras que un recipiente cerrado contenga una sustancia en estado líquido o sólido ¿existe un límite en el valor de la presión de vapor que puede poseer esa sustancia?

Para todo líquido existe una temperatura a la cual comienza a hervir denominada punto de ebullición. El **punto de ebullición** es la temperatura a la cual la presión de vapor del líquido iguala a la presión externa. Particularmente, el **punto de ebullición normal** es aquel determinado a 1 atm de presión externa. En la siguiente tabla se indican los puntos de ebullición normal de diversas sustancias:

Sustancia	Punto de ebullición normal (°C)
Oxígeno (líquido)	-186
Nitrógeno (líquido)	-196
Hidrógeno (líquido)	-212
Helio (líquido)	-269
Hierro	2861
Mercurio	357
butano	-0,5
etanol	78

► Actividad 33

El siguiente diseño experimental consta de un balón de dos llaves, conteniendo un líquido puro. Una de las llaves (llave A) está conectada a una bomba de vacío y la otra (llave B) conecta el interior del balón con el ambiente, permitiendo igualar la presión interna del balón con la presión atmosférica del lugar en el que se realiza la experiencia.



Se cuenta además con un mechero a gas, para calentar el balón cuando la situación experimental lo requiera, y con un termómetro para registrar los cambios de temperatura que ocurran.

Condiciones experimentales: la llave A permanece cerrada y la llave B se encuentra abierta. El experimento se realiza en un medio ambiente con una presión atmosférica de 720 Torr. El balón es calentado con el mechero registrándose la temperatura.

Observación experimental: Cuando el líquido puro absorbe calor la temperatura aumenta hasta llegar a un valor constante de 78 °C que se mantiene mientras haya líquido en ebullición en el balón.

1. ¿Cuál es la presión de vapor de esta sustancia a 78 °C?

- 2.** ¿Por qué la temperatura del sistema se mantiene constante en 78 °C?

- 3.** ¿Se puede determinar alguna propiedad física intensiva con esta experiencia? De ser así, ¿cuál es?

- 4.** ¿Qué diferencias observaría si la misma experiencia se realizara a nivel del mar (760 Torr)?

► **Actividad 34**

Utilizando los datos de presión de vapor de agua, acetona y cloroformo previamente tabulados, indique para cada una de estas sustancias:

- a) El intervalo de temperatura más pequeño en el que se encuentra el punto de ebullición normal.
- b) El valor de presión externa para que hierva a 20 °C.
- c) El estado de agregación en el que se encuentra a 1 atm de presión externa y 80 °C de temperatura.

► **Actividad 35**

Utilizando el sistema experimental descripto en la actividad 31 se realizó la siguiente experiencia:

Condiciones experimentales: el experimento se realiza en un ambiente con una presión atmosférica de 1 atm. Manteniendo abierta la llave B del balón se disminuye la temperatura del sistema.

Observación Experimental: se observa la aparición de un sólido.

- 1.** Explique el fenómeno observado

- 2.** A medida que aumenta la cantidad de sólido formado, ¿se observará algún cambio en la temperatura? ¿el sistema absorberá o liberará energía?

- 3.** Analice si cambios de volumen o forma del recipiente tendrían influencia en las observaciones experimentales.

Posteriormente, se mantiene la temperatura del balón por debajo del punto de fusión del sólido, se cierra la llave B y se abre la llave A disminuyendo la presión adentro del balón.

Observación Experimental: se observa que el sólido desaparece lentamente sin observarse la aparición de líquido.

4. Explique lo observado.

5. Analice si cambios de volumen o forma del recipiente tendrán influencia en las observaciones experimentales.

► **Actividad 36**

La vida diaria nos muestra algunos ejemplos de cambios de estado. Analice el cambio que ocurre cuando se introduce un recipiente con agua líquida a 20 °C en el congelador de una heladera a –4 °C. Basándose en su experiencia cotidiana determine las condiciones del cambio.

Discuta con su docente la posibilidad de estimar el valor de cada una de las siguientes variables en el estado inicial (agua líquida fuera del congelador de la heladera) y en el estado final (agua sólida dentro del congelador de la heladera). Complete el siguiente cuadro.

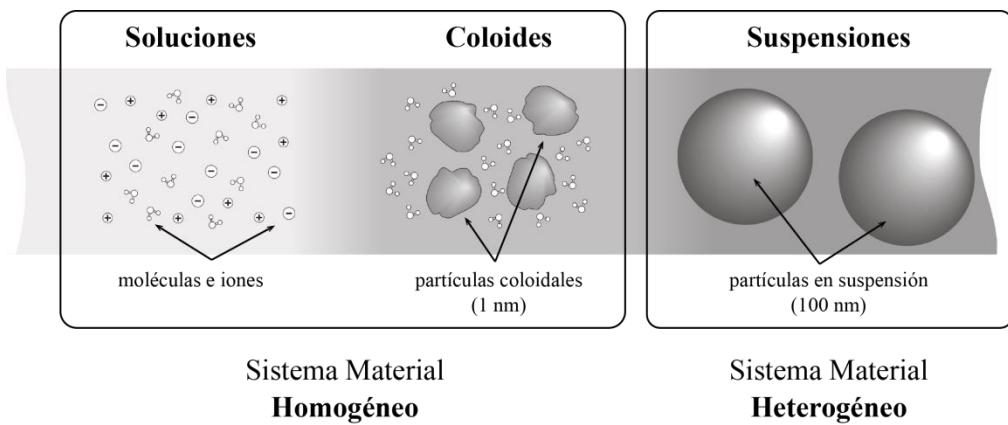
	ESTADO INICIAL	ESTADO FINAL
Presión de la atmósfera		
Presión de vapor del agua		
Temperatura		
Volumen		
Masa		

Soluciones y coloides

Dentro del conjunto de las mezclas homogéneas existen algunas que presentan un gran número de partículas distribuidas uniformemente en un medio continuo.

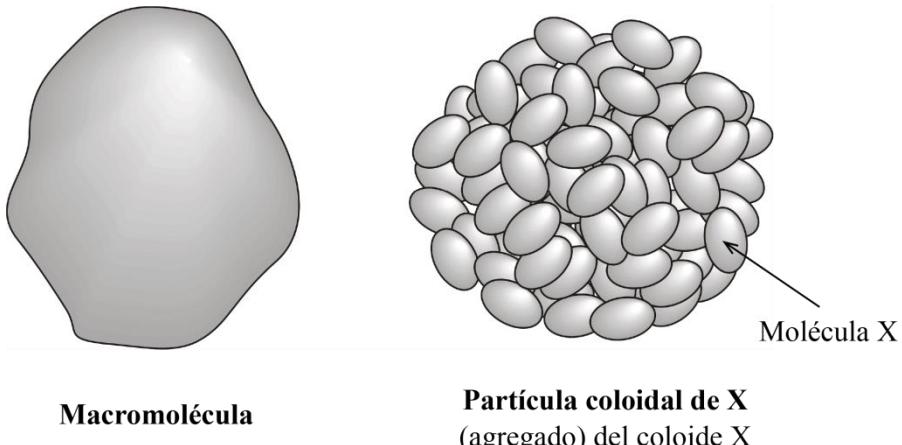
Las soluciones poseen partículas con un tamaño inferior a 1 nm mientras que los coloides presentan partículas en el intervalo entre 1 nm y 100 nm. Estos límites no deben ser considerados como absolutos, puesto que se los ha tomado sobre la base del poder resolutivo del mejor microscopio posible, usando luz azul para el caso de las partículas más grandes y del ultramicroscopio, para el de las más pequeñas. Por ello, no es de extrañar que las propiedades de la materia en el estado

coloidal sean comunes, en unos casos, con las de las suspensiones y, en otros, con las de las soluciones verdaderas.



Las partículas coloidales pueden ser o bien conglomerados de partículas pequeñas, o bien moléculas muy grandes de algunas sustancias, cuyo tamaño cae dentro de los límites de los sistemas coloidales. Estas moléculas se denominan macromoléculas.

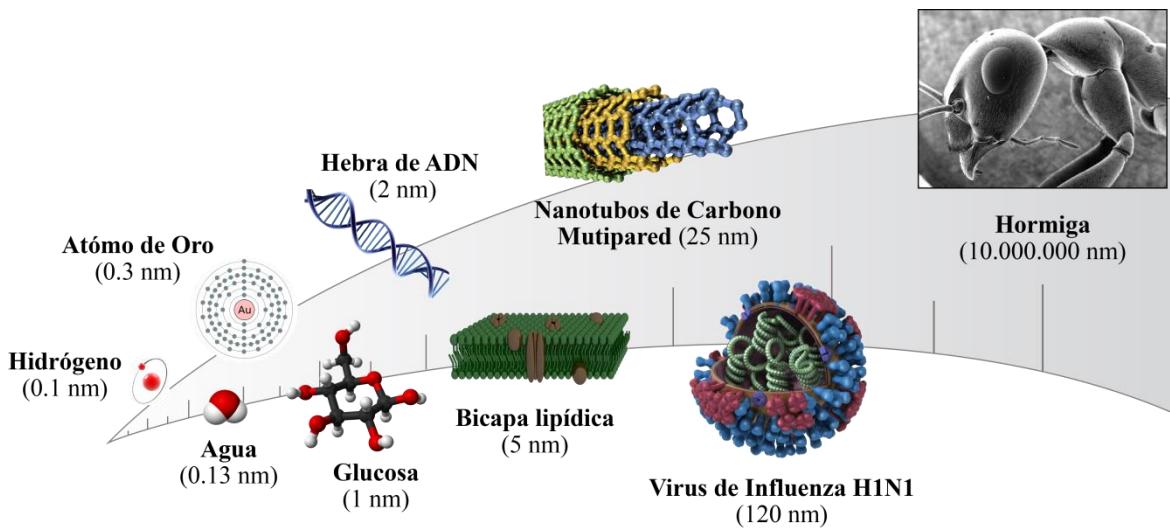
Partículas Coloidales



En el caso de las soluciones líquidas y sólidas, con frecuencia es conveniente considerar una sustancia, llamada solvente, de forma diferente a las otras, denominadas solutos. Normalmente, la fracción de solvente es mayor que la de cada uno de los solutos.

En el caso de los coloides, al conjunto de partículas distribuidas uniformemente se lo denomina **fase dispersa** y al medio en que están distribuidas se lo denomina **fase continua**. Cabe destacar que el término “fase” en este contexto no se corresponde con la definición dada anteriormente. Tenga en cuenta que estamos hablando de un sistema homogéneo, el cual por definición presenta una única fase.

Para tomar dimensión acerca del tamaño que tienen los sistemas coloidales y poder compararlos con otro tipo de sistemas, se presenta la siguiente gráfica que permite evidenciar los tamaños y analizarlos de forma comparativa:



Estudio de las propiedades de los sistemas coloidales y de las soluciones

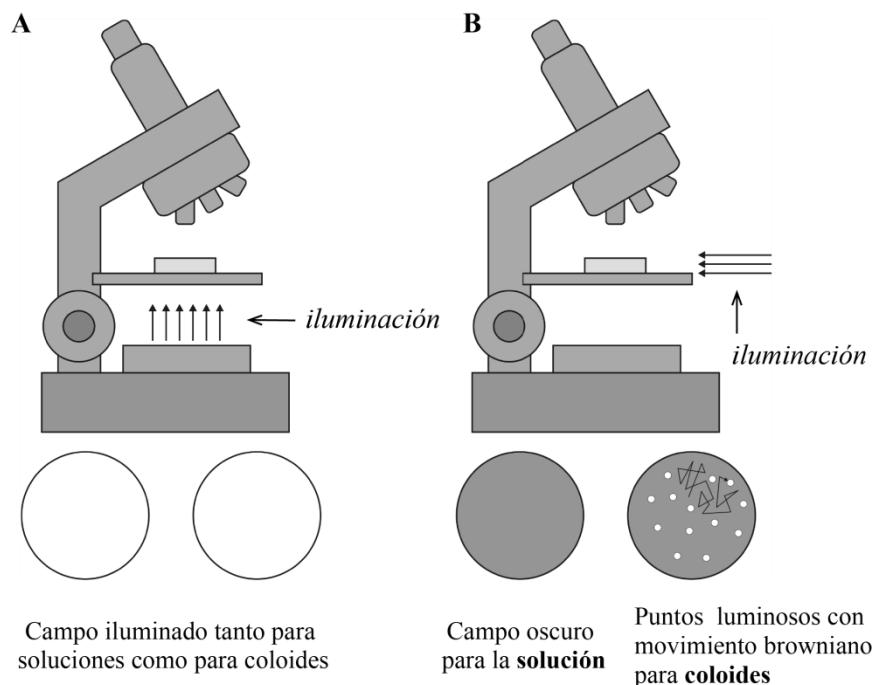
Debido al pequeño tamaño de partículas, tanto los coloides como las soluciones son homogéneos. Ud. se preguntará entonces, cómo es posible distinguir si un dado sistema material homogéneo es un coloide o una solución. La respuesta a este interrogante radica en que la diferencia de tamaño les confiere ciertas propiedades distintivas que permiten identificarlos y, eventualmente separar sus componentes.

Una de las principales técnicas de identificación es la observación microscópica. El microscopio es un instrumento óptico que tiene una o varias lentes que permiten obtener una imagen aumentada de un objeto. Este instrumento puede utilizarse:

- con iluminación paralela a su eje (ver gráfico A)
- con iluminación perpendicular a su eje, condiciones en que se denomina ultramicroscopio (ver gráfico B)

Es conveniente destacar que la modificación de la iluminación no incrementa el aumento del microscopio.

<p>En las soluciones verdaderas, utilizando el microscopio común o el ultramicroscopio no es posible distinguir las partículas disueltas.</p>	<p>Los sistemas coloidales se comportan como las soluciones verdaderas, cuando son observados con el microscopio común. Pero, con el ultramicroscopio se observan puntos luminosos sobre un fondo oscuro, debido a la dispersión de la luz.</p>
---	---



Los puntos luminosos observados con el ultramicroscopio se mueven rápidamente, al azar y en zigzag. A este movimiento se lo denomina movimiento Browniano, en homenaje a Robert Brown, quien lo descubrió en 1827.

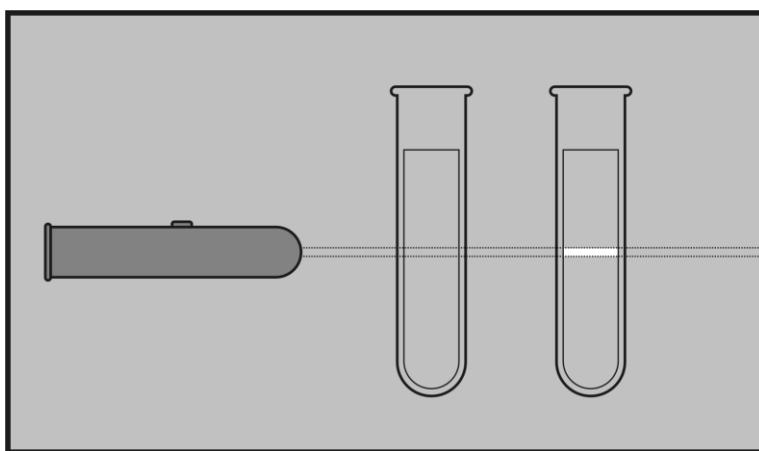
Dichos puntos son las partículas presentes en la fase dispersa (conglomerados de moléculas o macromoléculas individuales) y su movimiento aleatorio se debe a que sobre su superficie colisionan incesantemente las moléculas de la fase continua.

Es importante aclarar que las partículas del soluto en una solución verdadera también presentan movimiento browniano, sólo que el mismo no puede ser observado debido a que el tamaño de dichas partículas no permite la dispersión de la luz.

No es indispensable utilizar un ultramicroscopio para detectar las propiedades coloidales, basta colocar soluciones verdaderas y sistemas coloidales dentro de tubos de ensayo e iluminarlos (dentro de una habitación oscurecida) con un haz fino de rayos paralelos dirigido perpendicularmente al tubo.

En la solución verdadera **no** es posible observar la trayectoria de los rayos de luz.

En el sistema coloidal **sí** es posible observar la trayectoria de los rayos de luz (efecto Tyndall)



Consulte con el docente la explicación del fenómeno observado.

Algunos ejemplos de sistemas coloidales

La presentación de los sistemas coloidales introducida en esta guía no es completa, pero nos permite interconectar los sistemas materiales comúnmente utilizados por los químicos. Con la finalidad de introducir las distintas técnicas de identificación y/o separación de los sistemas coloidales, hemos utilizado siempre ejemplos en los cuales la fase dispersa es un sólido mientras que la fase continua es un líquido, sistemas a los cuales se los denomina **soles**. Sin embargo, existen otros tipos de sistemas coloidales que reciben distintos nombres dependiendo de los estados de agregación de las fases que los componen. Ud. seguramente ha oído hablar de ellos, aunque nunca antes los haya reconocido como sistemas coloidales. A continuación, mencionamos algunos:

- *Humo*: Está constituido por una fase continua gaseosa y una fase dispersa sólida. Ej.: Hollín o polvo fino en el aire
- *Aerosol*: Al igual que el humo, posee una fase continua gaseosa, pero la fase dispersa es líquida. Ej.: fijadores para el cabello, spray, niebla.
- *Espuma*: La fase continua es líquida y la dispersa es gaseosa. Ej.: crema batida, merengue.
- *Emulsión líquida*: Ambas fases se presentan en estado líquido. Ej.: leche, mayonesa.
- *Emulsión sólida*: La fase continua es sólida y la fase dispersa líquida. Ej.: manteca.
- *Espuma sólida*: La fase continua es sólida y la fase dispersa es gaseosa. Ej.: merengue horneado.

Contenido

MATERIA Y ENERGÍA	2
Actividad 1.....	2
Actividad 2.....	3
Actividad 3.....	4
Actividad 4.....	4
Actividad 5.....	5
ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA.....	6
Actividad 6.....	6
Actividad 7.....	7
Actividad 8.....	7
Actividad 9.....	8
Actividad 10.....	9
PROPIEDADES DE LA MATERIA.....	10
<i>Propiedades intensivas y extensivas</i>	10
Actividad 11.....	11
<i>Propiedades físicas y químicas</i>	11
Actividad 12.....	12
Actividad 13.....	14
Actividad 14.....	15
Actividad 15.....	15
Actividad 16.....	17
SISTEMAS MATERIALES	19
<i>Sistemas abiertos, cerrados o aislados</i>	20
Actividad 17.....	20
<i>Sistemas homogéneos y heterogéneos</i>	21
Actividad 18.....	21
<i>Sustancias puras y mezclas</i>	21
<i>Sustancias elementales y compuestos</i>	22
Actividad 19.....	22
Actividad 20.....	24
Actividad 21.....	24
Actividad 22.....	24
Actividad 23.....	24
Actividad 24.....	25
Actividad 25.....	25
Actividad 26.....	25
TRANSFORMACIONES Y FENÓMENOS DE LA MATERIA.....	25
Actividad 27.....	26
Actividad 28.....	27
<i>Cambios de estados de agregación</i>	27
Actividad 29.....	28
<i>Vacío, sistemas evacuados y presión de vapor</i>	29
<i>Presión de vapor</i>	29
Actividad 30.....	30
Actividad 31.....	31
Actividad 32.....	32
Actividad 33.....	33
Actividad 34.....	34
Actividad 35.....	34
Actividad 36.....	35
SOLUCIONES Y COLOIDES	35
<i>Estudio de las propiedades de los sistemas coloidales y de las soluciones</i>	37

Unidad 2 – La materia – Respuestas a actividades

► Actividad 6

Busque en un libro de texto, en el glosario o en Internet las características de los diferentes estados de agregación y construya un cuadro comparativo con las mismas.

PROPIEDADES	ESTADO SOLIDO	ESTADO LIQUIDO	ESTADO GASEOSO
MASA	Tienen masa y ocupan un lugar en el espacio		
VOLUMEN	Tienen volumen propio No se adaptan al volumen del recipiente	Tienen volumen propio No se adaptan al volumen del recipiente	No tienen volumen propio y ocupan todo el espacio disponible Se adaptan al volumen del recipiente
FORMA	Tienen forma propia No se adaptan a la forma del recipiente	No tienen forma propia Se adaptan a la forma del recipiente	No tienen forma propia Se adaptan a la forma del recipiente
COMPRENSIBILIDAD	Prácticamente no se comprimen	Prácticamente no se comprimen	Sí se comprimen
EXPANSIBILIDAD	No se expanden	No se expanden	Sí se expanden
DISPOSICION DE LAS PARTICULAS	Ordenadas en la red Orden determinado de partículas, muy cercanas entre sí	Partículas cercanas unas de otras Conjunto desordenado de partículas muy cercanas entre sí	Partículas muy alejadas entre sí Extremadamente desordenadas, mucho espacio vacío entre ellas

► Actividad 11

Clasifique las siguientes propiedades en intensivas o extensivas.

INTENSIVAS	EXTENSIVAS
Dureza, densidad, brillo, color, capacidad del hierro de oxidar con el oxígeno	Masa, peso, volumen, calor liberado al quemar papel

► Actividad 13

Calcule el peso de un astronauta en la Tierra y en la Luna, sabiendo que su masa es igual a 150 kg (dato: $g_L = 1,6249 \text{ m s}^{-2}$).

Tierra: 1470 N – Luna: 244 N

► Actividad 15

En la siguiente tabla se informan los volúmenes y masas de diferentes cuerpos de hierro. Complete las columnas en blanco (dato: $N = \text{kg m s}^{-2}$).

Volumen (m^3)	Masa (kg)	Peso (N)	Peso/Volumen (N/m^3)
$1,00 \times 10^{-5}$	0,0786	0,77028	77028
$2,00 \times 10^{-5}$	0,1572	1,54056	77028
$3,00 \times 10^{-5}$	0,2358	2,31084	77028
$4,00 \times 10^{-5}$	0,3144	3,08112	77028
$5,00 \times 10^{-5}$	0,3930	3,8514	77028

Analice el significado del cociente Peso/Volumen. ¿Se trata de una magnitud intensiva o extensiva? Es una magnitud intensiva

► Actividad 16

Los siguientes cubos tienen el mismo volumen, pero diferentes masas. ¿Cuál es el más denso y cuál el menos denso?

¿Cuál tiene mayor peso específico y cuál menor?

Al ser V es igual en todos, a mayor masa, mayor peso específico. El plomo es el que tiene mayor peso específico y el hidrógeno el menos

Coloque imaginariamente estos cubos en un recipiente con agua, ¿cuál/es flotaría/n? Explique.

Corcho, aire e hidrógeno

¿Qué pasaría con la densidad y con el peso específico, si tenemos ahora cubos que tienen la misma masa y diferentes volúmenes?

La densidad y el peso específico son propiedades intensivas, es decir, no dependen de la cantidad de materia considerada.

► **Actividad 17**

Clasifique los siguientes sistemas materiales en abiertos, cerrados o aislados:

ABIERTOS	CERRADOS	AISLADOS
<ul style="list-style-type: none"> - una célula - un perro - un termo con agua caliente y sin tapa - la luna - el planeta Tierra 	<ul style="list-style-type: none"> - un paquete de café envasado al vacío - un envase cerrado de medicamentos - un sachet de leche pasteurizada - agua hirviendo en una olla a presión (vapor) 	<ul style="list-style-type: none"> - agua con hielo dentro de una conservadora

► **Actividad 18**

Clasifique los siguientes sistemas materiales en homogéneos y heterogéneos:

SISTEMAS HOMOGÉNEOS	SISTEMAS HETEROGENEOS
<ul style="list-style-type: none"> - tinta - el gas contenido en un tubo de GNC - algodón - cadena de oro - jugo de naranja artificial (filtrado) - agua de mar 	<ul style="list-style-type: none"> - jugo de naranja exprimido (jugo + pulpa) - mármol - un vaso conteniendo soda (agua + gas) - arena - el butano contenido en un encendedor

► **Actividad 19**

Identifique si los siguientes ejemplos corresponden a sustancias puras o a mezclas. En este último caso indique los componentes que la forman:

SUSTANCIAS PURAS	MEZCLAS
<ul style="list-style-type: none"> - agua (H_2O) - diamante (C) - dióxido de carbono (CO_2) 	<ul style="list-style-type: none"> - aire (78% de nitrógeno, 21% de oxígeno y el 1% restante se compone de gases varios. - tierra - jugo de naranja (H_2O, minerales, moléculas orgánicas, etc.)

► Actividad 22

Determine cuántas fases (F) y componentes (C) hay en los siguientes ejemplos de S.M. Justifique sus respuestas.

- 1) Agua con arena (F: 2 C: más de 2)
- 2) Agua con 6 cubitos de hielo (F: 2 C: 1)
- 3) Un trozo de carbón (F: 1 C: 1)
- 4) Agua con 3 cubitos de hielo (F: 2 C: 1)

► Actividad 23

Analice la siguiente experiencia:

A un litro de agua se le agrega la cantidad necesaria de sal común de mesa (NaCl) de modo que cierta masa del sólido permanezca depositada en el fondo del recipiente. Indique el número de fases que presenta el sistema. ¿Cuáles son los componentes de cada fase?

Dos fases. Fase líquida compuesta por agua y sal, fase sólida compuesta por sal.

► Actividad 24

Clasifique cada uno de los siguientes sistemas materiales como sustancia elemental, compuesto o mezcla, justificando su respuesta:

SUSTANCIAS PURAS		MEZCLA
SUSTANCIA ELEMENTAL	COMPUESTO	
- oro (Au)	- metano (CH_4)	- agua salada (H_2O y NaCl)
- mercurio (Hg)	- óxido de zinc	- té
- plomo (Pb)		- cerveza
		- madera
		- sangre
		- escombros
		- aire
		- vinagre
		- agua de lluvia
		- acero
		- bronce

► Actividad 25

Indique cuáles de los siguientes S.M. son homogéneos y heterogéneos:

SISTEMAS HOMOGENEOS	SISTEMAS HETEROGENEOS
<ul style="list-style-type: none"> - agua azucarada - aire contenido en un neumático - una viruta de acero inoxidable - un trozo de gelatina 	<ul style="list-style-type: none"> - soda contenida en un vaso - un trozo de mármol

► Actividad 26

Clasifique los siguientes sistemas materiales utilizando los distintos criterios establecidos en esta guía. En los casos en que sea posible, enumere las fases y componentes presentes en cada sistema.

- 1) Un recipiente de poliestireno expandido (telgopor) tapado, conteniendo helado de dulce de leche granizado.
 - De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: es un S.M. aislado. El sistema no intercambia materia ni energía.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta dos fases sólidas diferentes (helado de dulce de leche y los trozos de chocolate).
 - De acuerdo a su composición química: es una mezcla, presenta muchos de tres componentes (ingredientes del helado).
- 2) El tanque de nafta de un automóvil, lleno hasta la mitad.
 - De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia y energía con el entorno.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: es un S.M. homogéneo. El sistema presenta una única fase, la fase nafta. Si bien existe el vapor de la nafta, al ser un sistema abierto el mismo no se considera.
 - De acuerdo a su composición química: es una mezcla, presenta los componentes propios de la nafta.
- 3) Los cubitos de hielo contenidos en una cubetera.
 - De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia y energía con el entorno.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: es un S.M. homogéneo. El sistema presenta los cubitos de hielo, fase sólida.

- De acuerdo a su composición química: es una sustancia pura, compuesto (moléculas de agua).
- 4) Un sifón de soda.
- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: es un S.M. cerrado. El sistema sólo intercambia energía.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta dos fases: fase líquida (agua) y la fase gaseosa (burbujas, aire).
 - De acuerdo a su composición química: es una mezcla, presenta más de tres componentes: agua, dióxido de carbono, los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.) y del agua potable (minerales).
- 5) Una botella tapada conteniendo etanol y agua hasta la mitad de su volumen.
- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: es un S.M. cerrado. El sistema sólo intercambia energía.
 - De acuerdo a su aspecto macroscópico: es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta dos fases: la fase líquida (etanol y agua) y la fase gaseosa (aire ocupando la mitad de su volumen).
 - De acuerdo a su composición química: es una mezcla, que presenta más de tres componentes. La fase líquida presenta dos componentes (etanol y agua) y la fase gaseosa, los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.).

► Actividad 27

A continuación, se presentan dos ejemplos cotidianos que incluyen transformaciones físicas y químicas. Diga para cada etapa si se trata de una transformación física o química. Indique además cuáles son fenómenos.

Durante el proceso de fotosíntesis	Transformación
<i>La hoja incorpora CO₂ del aire y la raíz toma el H₂O del suelo</i>	Física
<i>El H₂O y el CO₂ se transforman en nutrientes para la planta</i>	Química
<i>El O₂ generado en el proceso es liberado a la atmósfera</i>	Física

Durante el proceso de arranque o encendido de un automóvil	Transformación
Se inyecta nafta en un carburador	Física
La nafta se mezcla con aire	Física
La mezcla se quema	Química
Los productos de la combustión se expanden en el cilindro	Física

► Actividad 28

Indique para cada ejemplo de la tabla la apariencia o condición inicial y final del S.M. y qué tipo de cambio los conecta. Asimismo, identifique los fenómenos y las transformaciones. Consulte con sus compañeros y con su docente.

Ejemplo	Condición Inicial	Tipo de Cambio	Condición Final
Un bloque de hielo al sol	Hielo	Físico (Fusión)	Agua en estado líquido
Azúcar que se carameliza	Azúcar	Químico	Azúcar caramelizada
Azúcar que se funde	Azúcar	Físico (Fusión)	Azúcar fundida
Rotura de una copa	Copa entera	Físico	Copa rota
Evaporación del alcohol	Alcohol líquido	Físico (Evaporación)	Alcohol en estado gaseoso
Agua destilada en una olla al fuego	Agua destilada	Físico (Evaporación)	Agua destilada gaseosa
Disolución de sal en agua	Sal y agua separadas	Físico (Disolución)	Sal disuelta en agua
Manteca expuesta al sol una hora	Manteca sólida	Físico (Fusión)	Manteca derretida
Manteca expuesta al sol diez días	Manteca sólida	Químico	Manteca rancia
Cocción de un bizcochuelo	Ingredientes mezclados	Químico	Bizcochuelo

► Actividad 30

A fin de poder visualizar estos conceptos, le proponemos la siguiente actividad: Esquematice en la columna de la derecha la situación experimental que se describe en la columna de la izquierda. A modo de ejemplo, hemos graficado la primera situación. Analice además las fases y componentes del sistema.

Situación	Esquema	Fases y Componentes

<p>1) Supongamos que tenemos un recipiente de vidrio como se muestra en la figura. Se cierra el sistema poniéndole una tapa. ¿Qué hay en su interior?</p>		<p>Una única fase, la fase gaseosa, con múltiples componentes (todos los compuestos que conforman la atmósfera, como oxígeno, nitrógeno, dióxido de carbono, etc.)</p>
<p>2) El sistema anterior es evacuado conectándolo a una bomba de vacío.</p>		<p>Cero fases, sin componentes</p>
<p>3) Sin retirar el tapón, se agrega agua al sistema hasta completar un cuarto del volumen del recipiente y se espera unos minutos.</p>		<p>Dos fases, líquida y gaseosa. Un único componente, agua</p>
<p>4) El sistema anterior es calentado hasta que se alcanza una temperatura de 70°C.</p>		<p>Dos fases, líquida y gaseosa. Un único componente, agua</p>
<p>5) El sistema anterior se conecta a una bomba de vacío durante unos minutos y luego se desconecta mientras aún hay líquido en el recipiente</p>		<p>En el instante que se desconecta la bomba, una fase (líquida) y un componente. Unos momentos después, dos fases, porque aparece la fase gaseosa</p>

► Actividad 33

1. ¿Cuál es la presión de vapor de esta sustancia a 78 °C?

720 Torr

2. ¿Por qué la temperatura del sistema se mantiene constante en 78 °C?

Porque es un cambio de estado de agregación a esa temperatura

3. ¿Se puede determinar alguna propiedad física intensiva con esta experiencia? De ser así, ¿cuál es?

Punto de ebullición

4. ¿Qué diferencias observaría si la misma experiencia se realizara a nivel del mar (760 Torr)?

Dado que la presión atmosférica es mayor, el punto de ebullición será mayor

► Actividad 34

Utilizando los datos de presión de vapor de agua, acetona y cloroformo previamente tabulados, indique para cada una de estas sustancias:

- El intervalo de temperatura más pequeño en el que se encuentra el punto de ebullición normal: Agua 100-120 °C, Cloroformo 60-80 °C, Acetona 40-60 °C
- El valor de presión externa para que hierva a 20 °C: Agua 0,0230 atm, Cloroformo 0,2080 atm, Acetona 0,2460 atm
- El estado de agregación en el que se encuentra a 1 atm de presión externa y 80 °C de temperatura: Agua líquido, Cloroformo gaseoso, Acetona gaseoso

► Actividad 36

La vida diaria nos muestra algunos ejemplos de cambios de estado. Analice el cambio que ocurre cuando se introduce un recipiente con agua líquida a 20 °C en el congelador de una heladera a -4 °C. Basándose en su experiencia cotidiana determine las condiciones del cambio.

Discuta con su docente la posibilidad de estimar el valor de cada una de las siguientes variables en el estado inicial (agua líquida fuera del congelador de la heladera) y en el estado final (agua sólida dentro del congelador de la heladera). Complete el siguiente cuadro.

	ESTADO INICIAL	ESTADO FINAL
Presión de la atmósfera	1 atm	1 atm
Presión de vapor del agua	0,0230 atm	0,0050 atm
Temperatura	20 °C	-4 °C
Volumen		Aumenta ligeramente
Masa		Sin cambios

Unidad 3 – Biología

Contenidos: Conceptos acerca de lo que es vida. Principios unificadores de la Biología. Célula, la unidad básica de los seres vivos. Forma, tamaño y estructura de las células. Las partes estructurales generales de una célula eucariota. División celular: mitosis.

Objetivo: conocer cómo están constituidos los seres vivos y la importancia de la energía en el funcionamiento de sus organismos. Además, se estudiará la célula, sus organelas y el proceso de mitosis.

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNtO8SFTtOUCPpGBfLF6xO3w>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32260>

Introducción

Conceptos acerca de la **biología** y los seres vivos

La biología es uno de los campos de estudio de las ciencias naturales y, como tal, al igual que las ciencias sociales, el arte, la filosofía, las costumbres, las creencias, forma parte de la cultura de un conjunto particular de las sociedades, situadas en una época determinada. Así, las ciencias naturales son un cuerpo de conocimientos que integran un sistema de valores, creencias y prácticas sociales que deben ser comprendidas en el momento histórico y social en el cual se desarrollan.

Si bien la etimología de la palabra BIOLOGÍA (del griego $\beta\acute{\iota}\omega\varsigma$ [bíos], «vida», y $-λογία$ [-logía], «estudio o ciencia») nos sugiere como definición “la ciencia que estudia la vida”; en realidad la biología estudia los “seres vivos”. ¿Por qué decimos que estudia “los seres vivos” y no “la vida”? Hay varios motivos, pero principalmente porque “la vida” no existe como un *ente* estudiável. De ahí que la pregunta sobre “*la vida*” se ha abordado principalmente desde la filosofía. En cambio, “los seres vivos” sí son entes que habitan el mundo, lo que facilita su estudio.

¿Encuentra alguna relación entre el párrafo anterior y el concepto de sistema material que estudió en la unidad anterior?

Ahora bien, desde la biología podemos preguntarnos: ¿cómo definimos qué son los seres vivos? ¿Cómo se distingue un ser vivo de uno que no lo está? ¿Existe alguna característica común entre ellos? Si la hay, ¿esta con qué está relacionada? ¿Con su constitución? ¿Con su comportamiento? ¿Con los procesos que realiza?

Intentaremos aproximar algunas respuestas en los próximos párrafos.

Relación entre materia, energía y los seres vivos

Hace más de 2500 años, los filósofos griegos concebían al hombre como un microcosmos dentro del universo. Cada ser humano, de acuerdo a la concepción griega, estaba constituido por los mismos elementos que el resto del Cosmos: tierra, aire, fuego y agua. Tal como se vio en la unidad anterior, en la actualidad el conocimiento que tenemos sobre la **materia** se ha hecho más complejo. Sabemos, por ejemplo, que todos los organismos vivos que conocemos están compuestos de hidrógeno (el elemento químico más liviano y el primero en ser formado luego del *Big Bang*), carbono, nitrógeno, oxígeno, fósforo, entre otros.

Además de su composición química, e independientemente de la forma, la complejidad, el tiempo y el lugar en el que se desarrollan; todos los organismos vivos conocidos capturan, transforman, almacenan y utilizan **energía** para vivir. A partir de esto, se plantea otro interrogante: ¿de dónde proviene la energía? Podemos decir que la fuente primaria de energía utilizada por la mayoría de los organismos es el **sol**.

► Actividad 1

Sobre la base de los conceptos presentados, ¿cómo piensa que los seres vivos capturan, transforman, guardan y utilizan la energía?

Teniendo en cuenta el siguiente esquema ¿cómo relacionaría las imágenes presentadas, de acuerdo al flujo de la energía en la cadena alimenticia?



La **energía solar** capturada por las plantas y algunas bacterias es utilizada para convertir el dióxido de carbono (CO_2) y el agua (H_2O) en oxígeno molecular (O_2) y moléculas más complejas (como por ejemplo almidón o celulosa). Así, la luz del sol es convertida en **energía química**, mediante un proceso denominado fotosíntesis. Los animales se nutren de estas moléculas producidas por las plantas, así como de otras previamente consumidas por otros animales; y lo mismo hacen las bacterias y otros microorganismos presentes en el suelo, el agua o presentes dentro de otros organismos. La energía química es utilizada por los seres vivos y puede, a su vez, transformarse en **otras formas de energía** como, por ejemplo, eléctrica, calórica, lumínica, etc. Estas diversas formas de energía permiten el desarrollo de distintos procesos vitales, tales como locomoción (movimiento), regulación de la temperatura, crecimiento, reproducción, etc. De manera que existe un **intercambio continuo de materia y energía** entre todos los seres vivos y su ambiente, constantemente alimentados (en forma directa o indirecta) por la energía proveniente del sol.

Pero, ¿cómo este proceso diferencia los seres vivos de los no vivos? Al considerar la manera en que la energía se captura, transforma, almacena y utiliza, podemos inferir que, para este intercambio, es necesario que los organismos cuenten con:

- mecanismos que **controlen o regulen** el flujo energético;
- mecanismos que indiquen **cómo hacerlo** (esto implica información), y
- mecanismos que **conserven y transmitan** esa información.

Existen elementos o estructuras (**proteínas**) que regulan el flujo de la energía y la materia, y estructuras que almacenan la información acerca de cómo hacerlo (**ADN, ácido desoxirribonucleico**). La secuencia de estos procesos es una de las características básicas que distingue a los seres vivos de los no vivos.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto anteriormente, podemos decir que un *ser vivo* es un sistema que captura, transforma, almacena y utiliza la energía y la materia obtenida del ambiente que lo rodea, de un “modo” determinado y ordenado. Ese “modo”, está direccionado por una información que se conserva y transmite para lograr su continuidad.

Con relación al párrafo anterior y a la clasificación de los sistemas materiales analizados en la unidad anterior ¿Qué tipo de sistema material considera que son los seres vivos?

Principios unificadores de la Biología

Una serie de principios definen a todos los seres vivos y son, por lo tanto, comunes a todos ellos.

(i) Todos los seres vivos obedecen a las leyes de la Física y la Química

La composición química de los sistemas vivos y las reacciones químicas “vitales” que tienen lugar dentro de ellos obedecen las mismas leyes de la Física y la Química que rigen a los sistemas no vivos.

(ii) Todos los seres vivos requieren de energía

Los organismos vivos, son “conversores” de energía: la energía que ingresa, ya sea en forma de luz solar o de energía química almacenada en los alimentos, es transformada y utilizada para llevar adelante los numerosos procesos que constituyen las actividades del organismo, como así también, para la síntesis de la enorme diversidad de moléculas y estructuras que de ellos forman parte.

(iii) Todos los seres vivos evolucionan

Existe un extenso volumen de evidencias acumuladas de que la Tierra tiene una larga historia (aproximadamente 4.500 millones de años) y de que todos los organismos vivos conocidos en la actualidad, se originaron en el curso de esa historia, a partir de organismos anteriores, mediante un proceso conocido como **evolución biológica**. Esto significa que, la aparición de los seres vivos sobre la Tierra implicó una transición desde reacciones puramente químicas a entidades autónomas y auto-reproductoras capaces de evolucionar. Cómo tuvo lugar este proceso es algo que aún no se conoce y, también, es desconocida la naturaleza de los primeros sistemas vivos. Los mecanismos que explican la transformación y diversificación de las especies se hallan todavía bajo intensa investigación científica.

(iv) Todos los seres vivos están formados por células

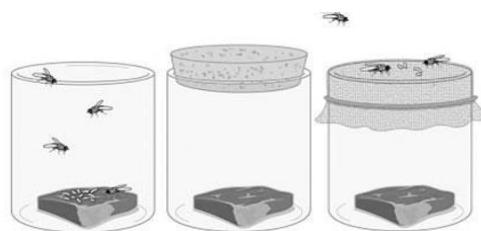
El último principio básico de la Biología se refiere a que **todos los organismos vivos están compuestos de una o más unidades esenciales, conocidas como células**. Al avanzar en esta unidad temática, se abordará con más detalle qué son las células y cuáles son sus principales componentes. Por ahora, sólo basta con entenderlas como las unidades mínimas de los seres vivos, compuestas de una gran variedad de moléculas, que se encuentran organizadas en distintas estructuras, que desarrollan una multitud de procesos, que transforman energía en forma compleja, pero ordenada.

El hecho de que todos los organismos estén formados por células, es de central importancia porque determina una **uniformidad básica** de todos los sistemas vivos y demuestra un **origen común**. Queda implícito así, que **las células sólo pueden surgir de células pre-existentes**. El sentido unificador de este principio, se manifiesta, a su vez, al considerar que las células constituyentes de organismos tan diferentes, como pueden ser una bacteria, una lombriz, una planta, o el hombre, presentan estructuras y componentes similares. Sin embargo, el proceso evolutivo ha resultado en una increíble diversificación biológica, con el surgimiento y existencia de organismos diversos.

¿Pueden los seres vivos surgir de manera espontánea?

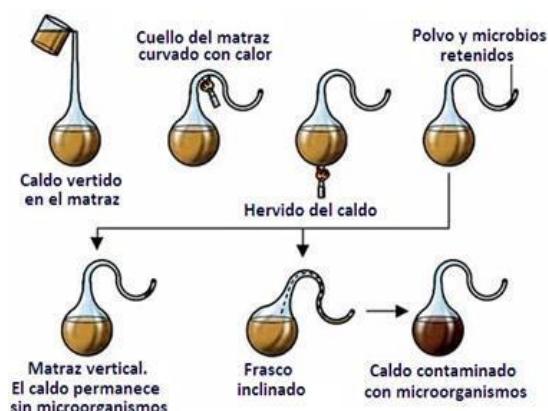
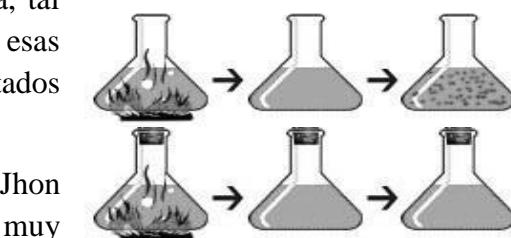
La abiogénesis o arqueobiosis es el nombre con que se conoció la teoría biológica existente desde la antigüedad (Aristóteles, entre otros, la menciona) que sostenía que tanto animales como vegetales surgen de manera espontánea. Esta teoría, postulaba que la vida está compuesta por “átomos vitales”. Tales “átomos vitales” huían de los seres muertos (o porciones de éstos) y se reagrupaban para crear otros organismos vivos. Hoy entendemos que esta idea no es válida, pero ¿cómo se llegó a construir tal conocimiento? Varios científicos, a lo largo de la historia, se preguntaron sobre estos fenómenos y diseñaron experimentos para tratar de entender y explicar mejor que es era que realmente pasaba.

Francesco Redi (1626-1698) fue uno de los primeros en cuestionar esta teoría. Diseñó un experimento simple, con el objetivo de demostrar que la carne de los animales muertos no puede engendrar gusanos, a menos que sean depositados en ésta huevos de animales. Para llevar a cabo este experimento, colocó un trozo de carne en tres frascos iguales. Dejó el primero abierto, el segundo sellado con un corcho y al tercero lo cubrió con un trozo de tela bien atada, tal como muestra la figura de la derecha. Si se observan esas imágenes, ¿qué explicación se podría dar a los resultados del experimento realizado por Redi?



Posteriormente, Lazzaro Spallanzani (1729-1799) y Jhon Needhan (1713-1781), a través de experimentos muy similares, aportaron más conocimiento. Observando la imagen de la derecha, ¿podría explicar ambos experimentos? Agregar distintas notas explicativas para considerar sus similitudes y diferencias.

Finalmente, Louis Pasteur (1822-1895) fue quien, con sus experimentos, logró terminar de refutar la teoría de la generación espontánea. Él demostró que en el aire pueden encontrarse numerosos microorganismos y que cualquier materia no viviente se puede contaminar a causa de las bacterias presentes en el aire. También, comprobó que estos organismos no pueden aparecer si los objetos que se desean estudiar han sido cuidadosamente esterilizados. En su experimento, utilizó caldos generados a base de levadura de cerveza, agua, azúcar, orina y jugo de remolacha, los colocó en matraces de cuello largo, los cuales podían ser fácilmente curvados.



La última figura muestra el procedimiento que Pasteur siguió. ¿Ud. podría explicar lo realizado?

Célula, la unidad básica de los seres vivos

Tal como se mencionó anteriormente, uno de los principios unificadores de la Biología establece que todos los seres vivos están formados por una o más células. La célula es **la unidad mínima de los seres vivos**. Esto significa que en esta se realizan todos los procesos que hacen posible la transformación de la materia a partir de energía, a través de una compleja y ordenada secuencia de reacciones químicas, que constituyen lo que se conoce como **metabolismo celular**. Un correcto funcionamiento de este metabolismo, confiere a la célula la capacidad de realizar sus funciones vitales fundamentales. Estas son: la captación y transformación de la energía (nutrición), y el mantenimiento y transmisión (reproducción) del material genético (ADN). Este último, almacena la información genética que le permite a la célula llevar a cabo el metabolismo celular. Estas dos funciones hacen que las células posean, necesariamente, la capacidad esencial de interaccionar con el medio ambiente y con otras células.

Es importante considerar que existen, como componentes de las células, fundamentalmente, cuatro tipos de moléculas: los glúcidos, los lípidos, las proteínas y los ácidos nucleicos. Estas moléculas, son las que en conjunto permiten a las células cumplir con todas las funciones celulares y una importante parte del metabolismo celular está destinada a su síntesis.

En un contexto histórico, es a partir del descubrimiento de las células en el siglo XVII y con el aporte de numerosos científicos, se logró establecer lo que hoy se conoce como **teoría celular**. Ésta enuncia que la célula es **la unidad morfológica, fisiológica y genética** de todos los seres vivos.

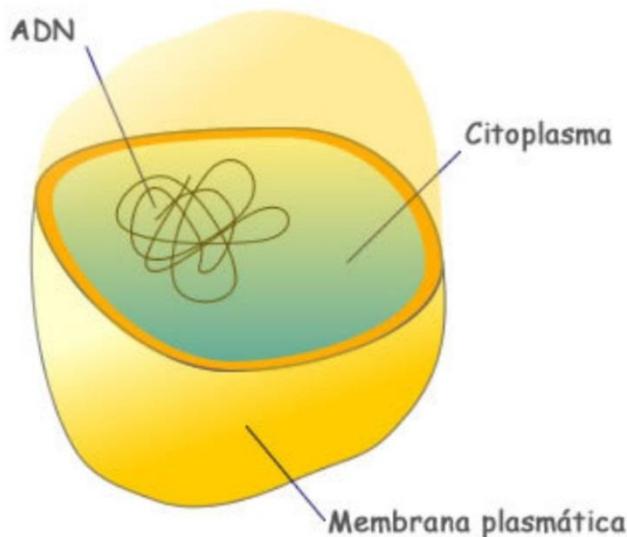
- Morfológica, porque la célula forma la estructura de cualquier individuo, organismo o planta.
- Fisiológica, porque la célula realiza las funciones vitales del cuerpo de todos los seres vivos.
- Genética, porque poseen el material hereditario de los genes que contienen las instrucciones para el funcionamiento celular.

Forma, tamaño y estructura de las células

Para conocer la estructura de una célula, se debe entender que todas están constituidas por tres elementos básicos: la **membrana plasmática**, el **citoplasma** y el **material genético** (ADN). Una excepción son los glóbulos rojos de los mamíferos, que al madurar no presentan núcleo celular y carecen de material genético en el interior del citoplasma.

Estos tres elementos les permiten a las células la realización de sus funciones básicas:

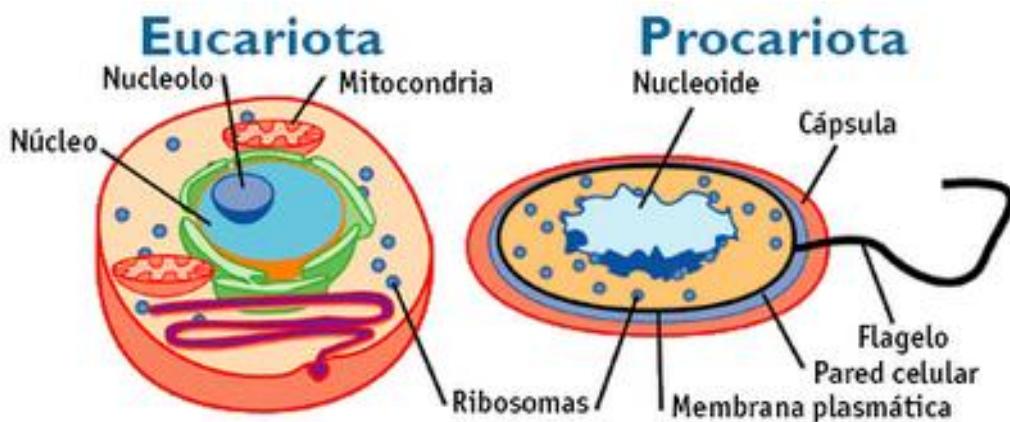
- La membrana plasmática le permite una interacción regulada con su entorno y con otras células.
- El citoplasma contiene todo el material y las estructuras necesarias para llevar a cabo un correcto funcionamiento celular.
- El material genético almacena la información de cómo funcionar y permite la transmisión de dicha información.



Tomando como base estos tres elementos, se pueden comenzar a considerar otros componentes celulares y distinguir diferentes tipos de células. Algunas células contienen su material genético libre en el citoplasma y, otras, lo tienen contenido dentro de una estructura denominada **núcleo**. En este sentido, se pueden distinguir dos tipos de células: células **procariotas** (sin núcleo) y células **eucariotas** (con núcleo). Las bacterias son ejemplos de células procariotas, mientras que las células constituyentes de los animales, las plantas y los hongos, son típicas células eucariotas.

Las células eucariotas, en general, poseen estructuras conocidas como **organelas** y algunas de estas son: las **mitocondrias**, el **retículo endoplásmático**, el **aparato de Golgi**, los **lisosomas**, entre otras.

Las células **procariotas** son estructuralmente simples. En éstas el material genético (ADN) se encuentra enrollado en el citoplasma, en una región llamada nucleoide (por ser semejante al núcleo) y en contacto directo con el contenido celular. Poseen sólo algunas organelas, no poseen mitocondrias y están rodeadas por una **pared celular** rígida. Además, algunas de éstas poseen una cápsula que rodea la pared celular y protege aún más la superficie de la célula.



Anécdotas sobre el descubrimiento de la célula

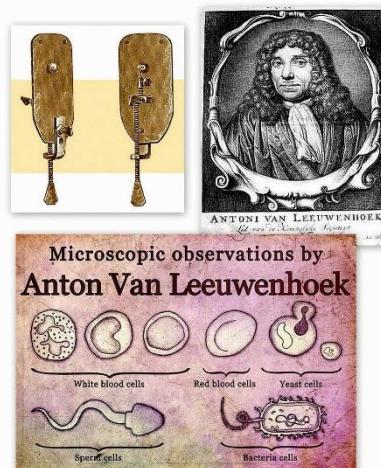
Los primeros conocimientos sobre la célula datan de 1665, fecha en que Robert Hooke (1635-1703), físico y astrónomo británico, publicó los resultados de sus observaciones sobre tejidos vegetales.

Hooke construyó un microscopio de 50 aumentos y describió las estructuras que observó en una lámina de corcho (figura derecha). La forma de las estructuras observadas, le recordaron a las celdas de los panales de abejas, por lo que las llamó células, que significa celdillas o pequeñas celdas.



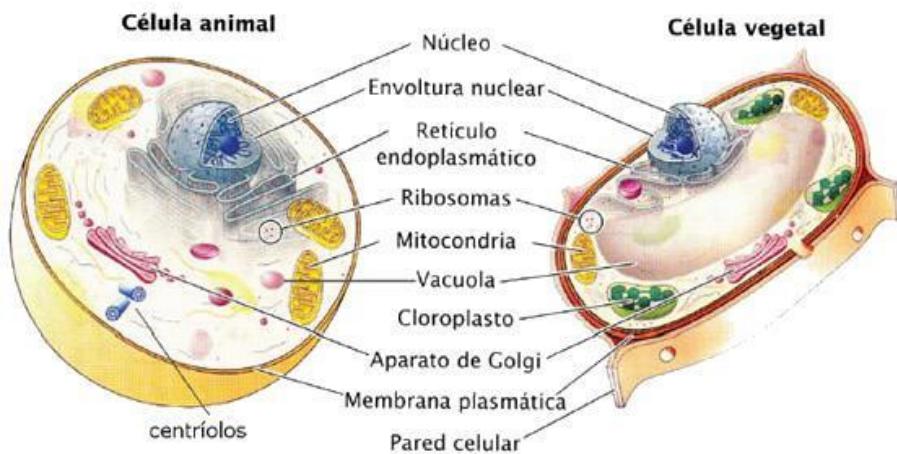
En realidad, Hooke no observó células, sino paredes celulares. El corcho es un tejido muerto, por lo que sólo quedan las paredes celulares rígidas del tejido vegetal. Hooke observó los "huecos" que las células habían ocupado y, por esto, no pudo describir las estructuras en su interior.

Contemporáneo al trabajo de Hooke, Anton van Leeuwenhoek (1632 –1723) construyó un microscopio de 200 aumentos, con el que visualizó por primera vez pequeños organismos vivos como protozoos, levaduras, espermatozoides, glóbulos rojos de la sangre

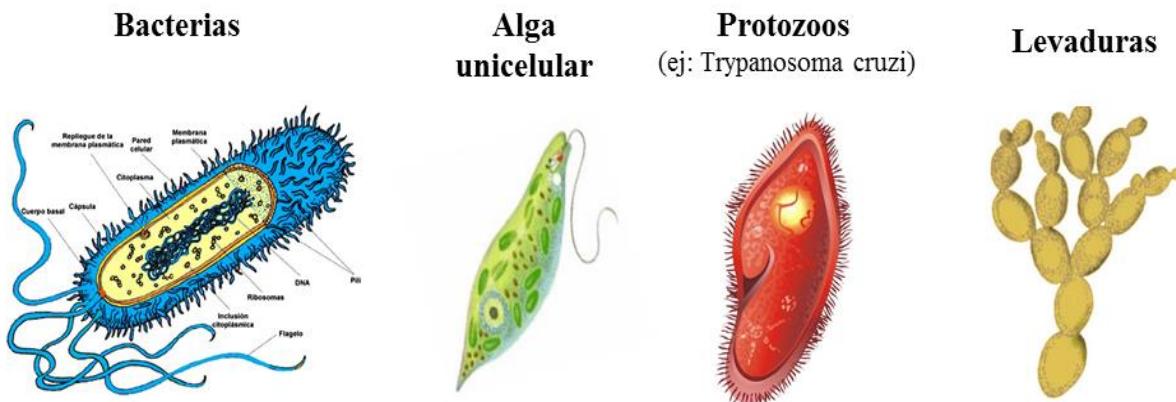


En particular, las **células vegetales**, un tipo de células eucariotas, poseen estructuras características llamadas **cloroplastos**, que contienen toda la maquinaria necesaria para llevar a cabo la transformación de la energía lumínica, proveniente del sol, en energía química. Esto permite ver la importancia que tienen en las células los procesos metabólicos, que dan lugar a la transformación de la energía.

La siguiente figura presenta en forma esquemática dos tipos de células: una célula animal y una célula vegetal. En esta figura se observan los elementos comunes y distintivos entre éstas.

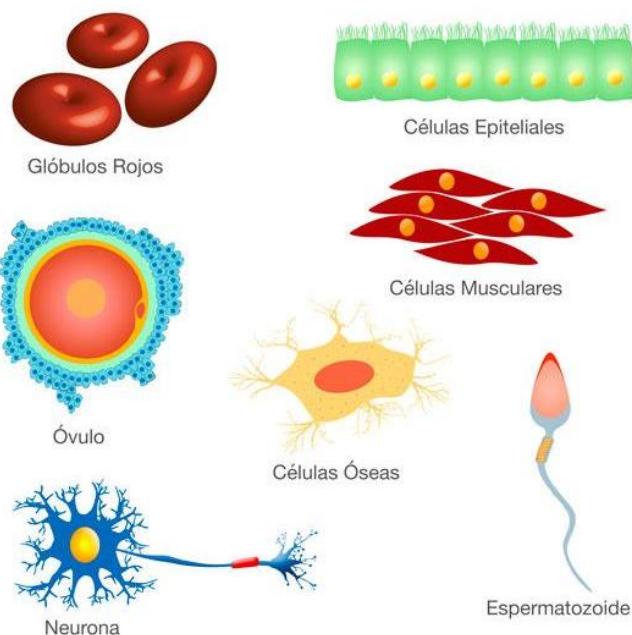


Tal como se mencionó anteriormente, los seres vivos pueden estar constituidos por una sola célula o por varias, y así, se pueden distinguir los organismos **unicelulares** de los **pluricelulares**. A continuación, se presentan algunas figuras a modo de ejemplos de organismos unicelulares. ¿Les resultan conocidos? ¿Conoce algún otro ejemplo? A partir de lo expuesto, surge una pregunta: ¿todos los organismos unicelulares son procariotas?



Como se puede ver en las figuras, las células presentan una gran variedad de **formas**. En los organismos unicelulares, las células cumplen todas las funciones del organismo y las formas que pueden adoptar están en relación con su modo de vida y el ambiente al cual se han adaptado. En los organismos pluricelulares, cada uno de los tipos de células que los componen se ha ido especializando en funciones diferentes y específicas que, en conjunto, hacen al funcionamiento del organismo como un todo. Esta **diferenciación** entre las células de un organismo pluricelular puede claramente observarse en las formas que cada una de estas adopta en relación con su función específica.

Si se observa la siguiente figura, que esquematiza a células que componen el cuerpo humano, se puede ver que éstas presentan formas sumamente variadas. El cuerpo humano está formado por aproximadamente 7×10^{13} células, que pertenecen a 200 tipos de células con formas y funciones diferentes.



Otro aspecto importante, es el **tamaño** de las células. Una célula típica tiene aproximadamente un tamaño de 10 μm . En la cabeza pequeña de un alfiler, de un milímetro cúbico, cabrían, por lo tanto, un millón de células. Como se puede apreciar, son realmente pequeñas y sólo pueden observarse, como se detallará en las próximas secciones de esta unidad temática, con el uso de microscopios. Pero también, existen células más grandes y algunas, inclusive, se pueden ver a simple vista. Por ejemplo, si se abre un gajo de naranja o mandarina, se pueden observar esas celdillas con forma de bolsitas alargadas, las cuales son un tipo especial de células. En el cuerpo humano, hay también células de dimensiones muy grandes; por ejemplo: una neurona motora, si bien posee un cuerpo celular muy pequeño, de dimensiones microscópicas, presenta prolongaciones (denominadas axones), que pueden medir más de un metro, la longitud para transmitir un impulso nervioso desde la espina dorsal hasta los músculos de las piernas.

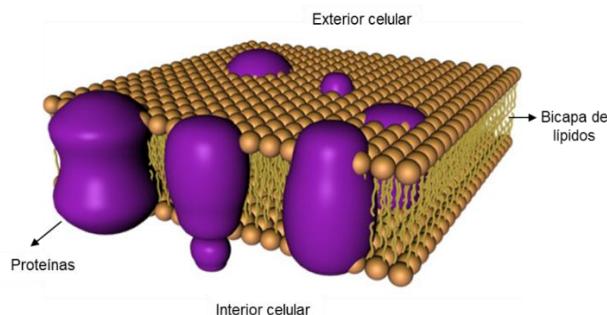
Partes estructurales generales de una célula eucariota

Como se detalló previamente, dentro de la **estructura general** de una célula, existen organelas que son fundamentales. Para poder entender cómo cada una de éstas cumple una función correlacionada directamente con su estructura y cómo, todas en conjunto, permiten el funcionamiento global de la célula. A continuación, se profundizará en cada de éstas:

Membrana plasmática

Es una delgada capa formada por dos láminas de lípidos que delimita o “envuelve” a toda la célula. Esta estructura está formada por dos láminas de fosfolípidos, glucolípidos y proteínas que rodean, limitan la forma y contribuyen a mantener el equilibrio entre el interior (medio intracelular) y el exterior (medio extracelular) de las células; de manera análoga a como la piel recubre el cuerpo humano. A través de esta membrana, la célula se **comunica** con el exterior e **intercambia nutrientes y mensajes o señales**, y regula la entrada y salida de muchas sustancias. Para cumplir esta función, existen toda una serie y gran variedad de proteínas específicas, intercaladas en esta bicapa de lípidos, que funcionan como receptores, mediante los cuales la célula puede determinar las condiciones del medio ambiente, reconocer otras células y transportar moléculas. Así, algunas proteínas forman canales transportadores, a través de los cuales ciertas moléculas o nutrientes son incorporados de manera específica. Otras, pueden identificar organismos invasores, como bacterias y virus, en cuyo caso la membrana funciona como una barrera para la célula. Otros tipos de receptores tienen la función de reconocer y permitir la comunicación con otras células.

La siguiente figura esquematiza la estructura de la membrana plasmática, en la cual se puede ver cómo es la estructura de una membrana y algunos de sus componentes.



Núcleo

Las células eucariotas (del griego *eu* verdadero, *carion* núcleo) poseen su material genético protegido en un orgánulo denominado **núcleo**. En forma muy simple, el núcleo es un compartimento, en general esférico u oval, que envuelve, separa y protege el material genético. La **membrana o envoltura nuclear** consta de dos bicapas de lípidos: la membrana nuclear interna y la membrana nuclear externa. El espacio entre las membranas se llama espacio perinuclear y es una región que se continúa con el lumen (interior) del retículo endoplasmático. Además de la bicapa lipídica, está formada por proteínas que permiten la comunicación y el transporte de moléculas, pero ahora desde el interior del núcleo al citoplasma celular y viceversa.

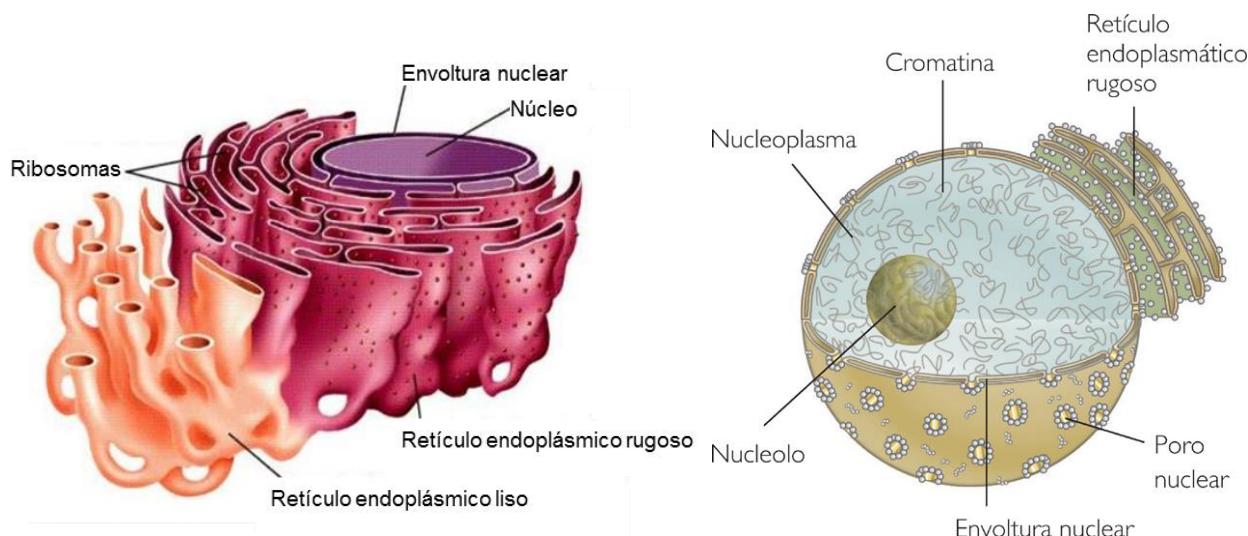
Como se mencionó previamente, cuando se habla de material genético, se hace referencia al **ADN**, que es una molécula, cuya estructura es tan particular, que permite el almacenamiento, la transmisión y la expresión de la información genética necesaria para el funcionamiento de la célula. La función del núcleo, es mantener la integridad de las unidades de información que contiene (los **genes**) y controlar las actividades celulares, por medio de la regulación de la expresión genética. Por esto, se dice que el núcleo es el **centro de control** de la célula.

El material genético nuclear está organizado en moléculas lineales de ADN de gran longitud, las que se unen a proteínas particulares formando estructuras organizadas conocidas como **cromatina**. De esta manera, cuando una célula se divide, la cromatina se condensa y forma **cromosomas**, los cuales son visibles al microscopio óptico (esto podrá apreciarse en el trabajo práctico).

Si se tomaran todas las moléculas de ADN contenidas en el núcleo de una célula humana, dejando de lado las proteínas que las organizan en cromatina, y se colocaran una atrás de la otra, se podría alcanzar un largo aproximado de dos metros. Esta aproximación, da idea de la organización y energía que se requiere para acomodar el ADN dentro del núcleo de una célula eucariota, que en general mide unos 10 μm de diámetro. Para dimensionar lo que esto representa, una analogía sería pensar en cómo se podría meter un piolín de un kilómetro de largo dentro de una pelota de tenis.

Como una particularidad, se puede mencionar que, en el cuerpo humano, los glóbulos rojos son las únicas células sin núcleo ni ADN nuclear.

En la siguiente figura se muestra un dibujo esquemático del núcleo y su relación estructural a través de la membrana nuclear con el **retículo endoplasmático**.



Retículo endoplasmático

Desde un punto de vista estructural, el retículo endoplasmático (RE) es como una gran red o laberinto de membranas que rodean al núcleo y se extienden a muchas regiones del citoplasma. Este complejo de membranas, constituye una parte considerable del volumen total del citoplasma en muchas células.

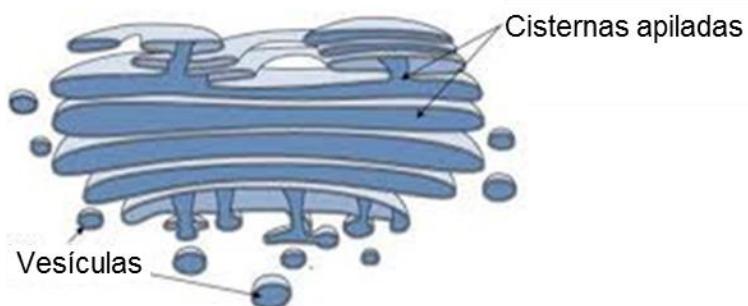
El espacio interno que encierra las membranas se denomina luz del RE y forma un único compartimento interno, que tiene incluso continuidad con el compartimento que se forma entre las membranas externa e interna de la envoltura nuclear.

Dentro del RE, se pueden distinguir dos regiones diferentes: el **RE rugoso** y el **RE liso**. Aunque estas regiones tienen diferentes funciones, sus membranas están conectadas y sus espacios internos son continuos. En el RE liso se sintetizan los lípidos y en el RE rugoso se lleva a cabo la mayor parte de la síntesis de proteínas. En particular, la síntesis de proteínas se realiza en los **ribosomas**. La superficie externa del RE rugoso, está “salpicada” de ribosomas, que aparecen como gránulos oscuros y es lo que le da el “aspecto rugoso”.

Aparato de Golgi

En 1876, el italiano Bartolomeo Camilo Golgi, al estudiar y examinar células nerviosas, obtuvo evidencias de la existencia de una red irregular de fibrillas, cavidades y gránulos en el interior del cuerpo celular que, en su honor, en adelante se denominaría **aparato de Golgi**. El aparato o complejo de Golgi está presente en todas las células eucariotas y, desde el punto de vista de su estructura, está formado por pilas de sacos membranosos y aplazados llamados cisternas.

El mismo se encarga de la modificación, distribución y envío de proteínas y lípidos, que han sido sintetizados previamente en el RE. Los clasifica y “etiqueta” para enviarlos a donde corresponda, ya sea fuera o dentro de la célula. Por eso, sus cisternas están en estrecha relación con el RE. A su vez, en ciertas regiones, las cisternas pueden distenderse en los extremos, formando bulbos, por estar llenas de productos celulares que, posteriormente, se desprenden en forma de vesículas y son transportados fuera del complejo, hacia otras partes internas de la célula o hacia la membrana plasmática, para ser exportadas al exterior. En la siguiente figura se esquematiza el aparato de Golgi.



Lisosomas

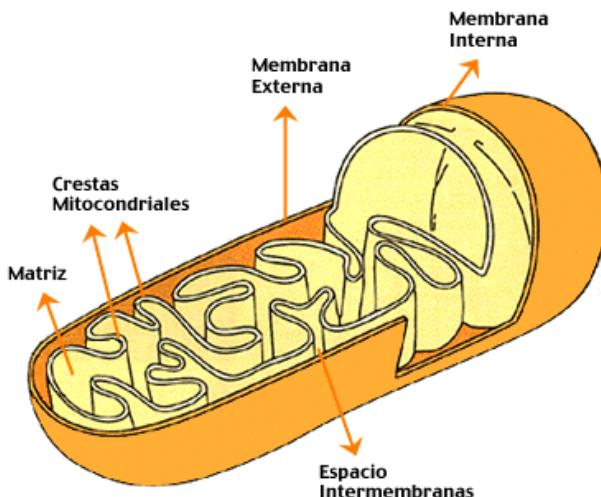
Estructuralmente, los **lisosomas** son pequeños sacos dispersos en el citoplasma, rodeados de una membrana y contienen proteínas, denominadas enzimas líticas, que degradan las moléculas presentes en el material celular “ingerido” (digestión celular).

Los componentes celulares sometidos a un proceso de envejecimiento y desgaste deben ser conducidos a las “**centrales de reciclaje**”. Las proteínas, por ejemplo, son “desarmadas” en sus piezas elementales, los aminoácidos, que pueden ser re-utilizados para la síntesis de nuevas proteínas. Los orgánulos “deteriorados” son envueltos y dirigidos a estos orgánulos especializados, los lisosomas, con los que se fusionan y son literalmente “engullidos y degradados”.

Mitocondrias y cloroplastos

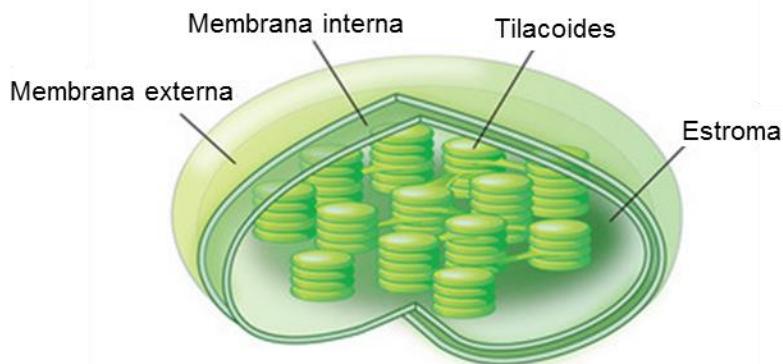
Las mitocondrias son orgánulos especializados en los que se produce una conversión energética conocida como **respiración celular**. Casi todos los seres vivos necesitan respirar oxígeno, y en estas organelas se termina de producir la **combustión** de los azúcares y grasas, que las células captan a manera de nutrientes. Este proceso de combustión, como todos los procesos en la célula, está controlado y promovido por enzimas. La energía que se libera, en parte se pierde como calor y, en parte, se almacena en una molécula muy característica, llamada adenosintrifosfato (ATP), que funciona como una especie de pila energética. Las moléculas de ATP son utilizadas por otras proteínas en diferentes procesos celulares que requieren de energía, tales como: construir o degradar otras moléculas, transportar materiales a través de las membranas, realizar movimientos dentro de la célula, etc. Una vez agotadas, las “pilas” de ATP retornan a la mitocondria para ser recargadas. Es importante mencionar que en la respiración celular se genera CO₂ y H₂O.

Las mitocondrias pueden adoptar diferentes formas, pero están siempre rodeadas por dos membranas, la más interna de las cuales se pliega hacia adentro, formando **crestas**, que son las superficies en donde se acomodan, de manera secuencial, las proteínas encargadas de promover las reacciones implicadas en la respiración celular. La siguiente figura presenta en forma esquemática la estructura de las mitocondrias.



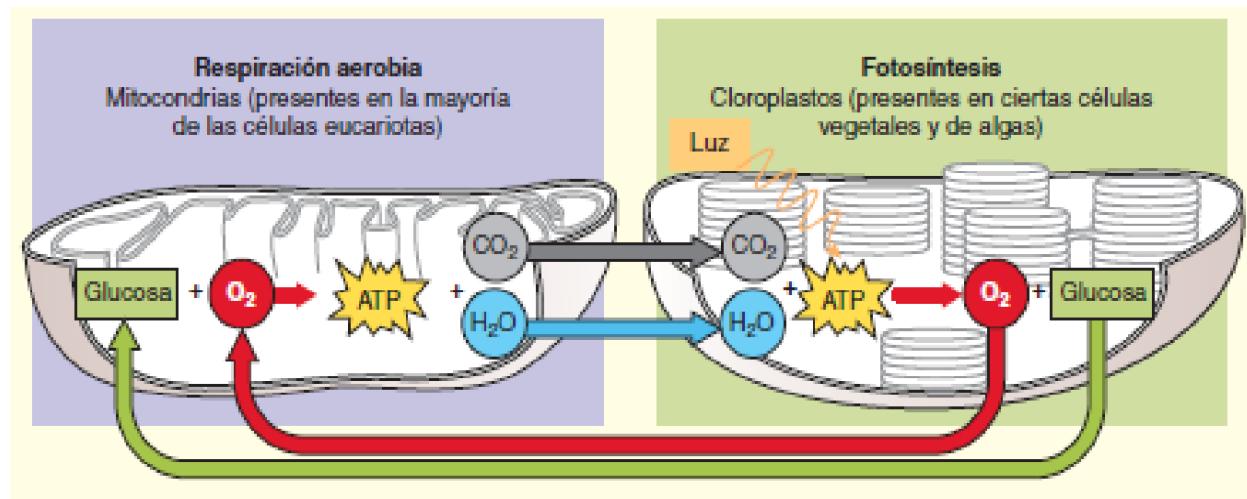
En las células vegetales, en el fitoplancton y en algunas bacterias, existen otros orgánulos que son también conversores de energía, los **cloroplastos**. En estos, la energía lumínica proveniente de sol

es transformada en energía química, es decir, en moléculas de ATP. Para realizar dicha conversión, los cloroplastos poseen estructuras especiales, llamadas **tilacoides**, en las que se encuentran presentes complejos de proteínas y pigmentos, como la clorofila, que captan la energía lumínica y la almacenan en las moléculas de ATP. La energía almacenada, es luego utilizada para síntesis de moléculas orgánicas, tales como la glucosa, a partir de CO₂ y H₂O. Dicho proceso de **síntesis** de moléculas de glucosa y O₂, a partir la energía de la luz, se denomina **fotosíntesis**. En la siguiente figura, se puede observar la estructura de los cloroplastos de la célula vegetal.



Como se puede apreciar, a través de los procesos de respiración celular, las células utilizan O₂ y glucosa para sintetizar moléculas ricas en energía, tales como el ATP y, como un producto de desecho, se produce CO₂ y H₂O. Por lo tanto, la síntesis de la glucosa, en la fotosíntesis, y su descomposición, en la respiración celular, son procesos que se complementan entre sí. Se podría decir que, en ambos casos, se trata del mismo proceso, pero en sentido inverso.

La síntesis y la “degradación” de los componentes a base de carbono, a partir de CO₂, en moléculas orgánicas complejas (fotosíntesis), y vuelta a CO₂ (respiración), es parte de lo que comúnmente se llama **el ciclo global del carbono**. En el siguiente esquema se representa el ciclo mencionado.

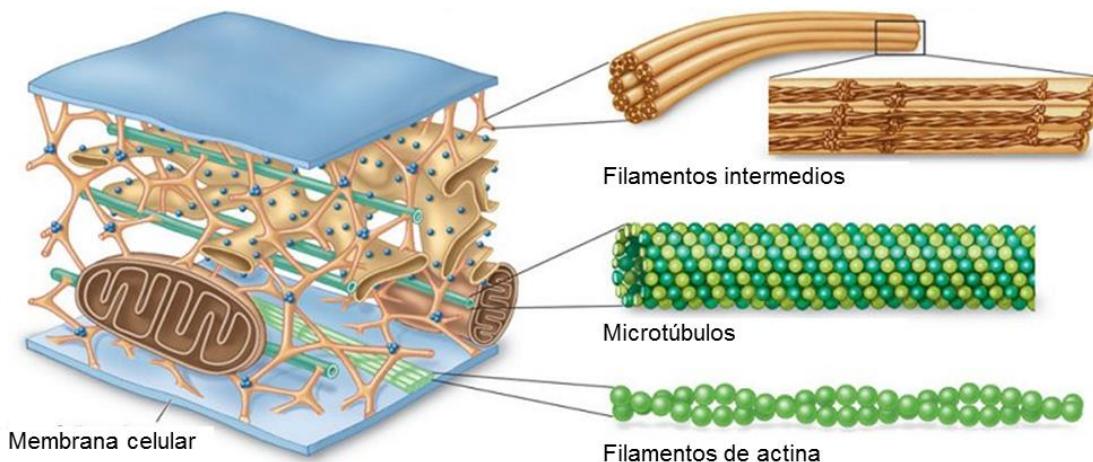


Citoesqueleto

Las células constan de un andamiaje, una especie de esqueleto, formado por distintos tipos de filamentos de proteínas. Este esqueleto o más específicamente citoesqueleto (*cito* es un prefijo que

proviene del latín y hace alusión a célula), les proporciona a las células su resistencia mecánica, su forma y su capacidad para moverse.

El citoesqueleto es muy dinámico y está en continuo movimiento. Está constituido por proteínas ordenadas, en estructuras tipo filamentos, como se muestra en la figura.

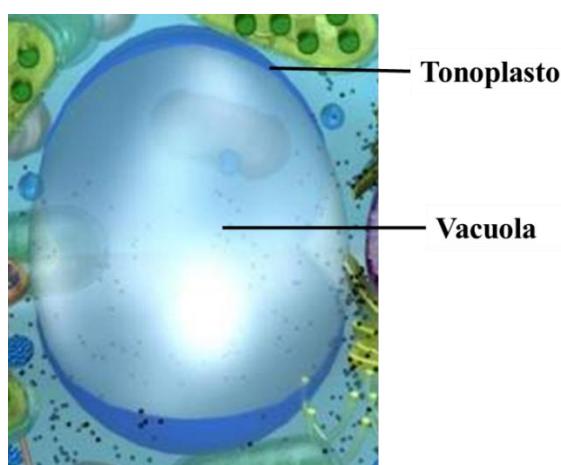


Además de tener una función estructural, el citoesqueleto está implicado en el movimiento de los cromosomas durante la división celular y en los movimientos de moléculas dentro de la célula y en los movimientos de las células en el organismo.

Vacuola

Las vacuolas son estructuras celulares variables en número y forma, constituidas por una membrana (llamada tonoplasto) y un contenido interno. En general, las células vegetales presentan una única o unas pocas vacuolas de gran tamaño. Por su parte, las células animales no siempre poseen vacuolas y, en caso de tenerlas, éstas presentan tamaño pequeño.

El volumen de la vacuola abarca el 80- 90% del volumen celular. Su función no es solo almacenar agua, sino que también se encarga de regular el intercambio de agua entre el interior y el exterior celular, lo que le permite a la célula tener los niveles de agua adecuados para cumplir su función.



► Actividad 2

Para comprender el concepto de célula, sus componentes y función, se propone que trabajen en grupo y comparan una célula con una ciudad. ¿Cómo cada una de sus partes podrían ser comparadas con el equivalente de una ciudad? ¿Qué correspondería al núcleo, a las mitocondrias y cloroplastos, a los microtúbulos, etc.? Discutir y dibujar.

Ciclo celular

Todas las células se originan a partir de otras pre-existentes, pero... ¿cómo?

De acuerdo a lo que se ha detallado sobre los principios de la teoría celular, el cuarto de éstos dice que las células se originan a partir de otras células. Este proceso se produce a través de lo que se conoce como **división celular**, el cual forma parte del **ciclo celular**.

El **ciclo celular** es un conjunto de eventos que van desde el **nacimiento** al **crecimiento** de la célula y culmina en su **división**. Para que ocurra una apropiada división y proliferación, toda célula eucariota debe seguir un correcto programa genético, el cual hace que ésta pase por diferentes **fases** y finalice en la división celular. La progresión del ciclo celular en las células eucariotas se asocia con la expresión de un conjunto de genes específicos, los cuales codifican para proteínas que controlan el normal funcionamiento del ciclo celular o participan en procesos metabólicos unidos a él. Para asegurar una apropiada división, las proteínas que están íntimamente involucradas en su regulación deben ser expresadas dentro de una ventana de tiempo en el ciclo celular. En un ciclo celular la célula se divide en dos, y cada una de las células formadas cuenta con los elementos estructurales y funcionales que le permiten repetir el proceso de crecimiento y división. Sin embargo, para que esto suceda se necesita la replicación o duplicación del genoma, la distribución equitativa de la masa celular y una segregación precisa de cromosomas.

La duración del ciclo celular varía dependiendo de los diferentes seres vivos y de los diferentes tipos celulares. Por ejemplo, en algunas bacterias crecidas en medios muy nutritivos, es de unos 20 minutos, en las levaduras de 2 a 3 horas, en un fibroblasto en cultivo unas 20 horas y en las células hepáticas cada un año.

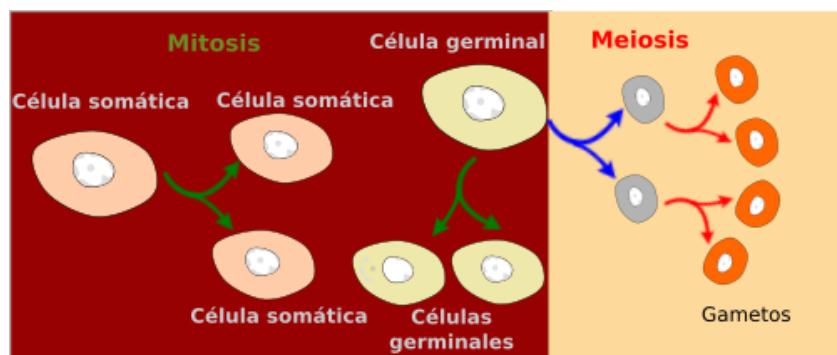
La importancia del ciclo celular la vemos, por ejemplo, en el cuerpo humano, donde **se regeneran constantemente** los epitelios (como el intestinal o la piel), las células sanguíneas (eritrocitos y leucocitos); algunas células pueden accionar su ciclo celular como mecanismo de defensa (los hepatocitos en la regeneración del hígado); todo ello para mantener no solo la integridad, renovando células desgastadas, sino también las funciones biológicas adecuadas del organismo frente a las condiciones que le impone el ambiente. Pero también tengamos presente que hay células que luego de su formación inicial y crecimiento no continúan con el proceso de división, tal es el caso de los glóbulos rojos de nuestra sangre y las células de nuestros músculos, las que, una vez que maduran se diferencian para cumplir su función y ya no se dividen.

Mitosis-Meiosis

Hay dos tipos principales de células en los organismos animales: las **células somáticas** y las **células germinales**. Cada célula somática o germinal puede proliferar y terminar su ciclo celular dividiéndose y convirtiéndose en dos células hijas con la misma dotación génica que su antecesora por un proceso denominado **mitosis**. Las células somáticas producen otras células somáticas y las células germinales producen otras células germinales. Sin embargo, las células germinales pueden originar gametos (óvulos y espermatozoides). Esta distinción es importante porque sólo las células germinales pueden entrar en un proceso denominado **meiosis**, mediante el cual se consiguen cuatro gametos haploides a partir de una célula germinal diploide.

Tengamos en cuenta que, por **división mitótica**, una célula origina dos nuevas células hijas, con las mismas características morfológicas, fisiológicas y genéticas de la célula pre-existente. De esta manera, el objetivo de la división mitótica es conseguir la duplicación de la célula, de modo que las dos células hijas reciban una dotación cromosómica idéntica a la de su progenitora.

Por su lado, la **meiosis** permite que a partir de una célula progenitora, que también ha duplicado su material genético, se formen cuatro células. En consecuencia, luego de dos divisiones sucesivas, las cuatro descendientes tendrán la mitad del material genético (**células haploides**) con respecto a la célula progenitora (**célula diploide**).



Fases del ciclo celular

En el ciclo celular se identifican dos partes principales, la Interfase y la Fase M o División Celular

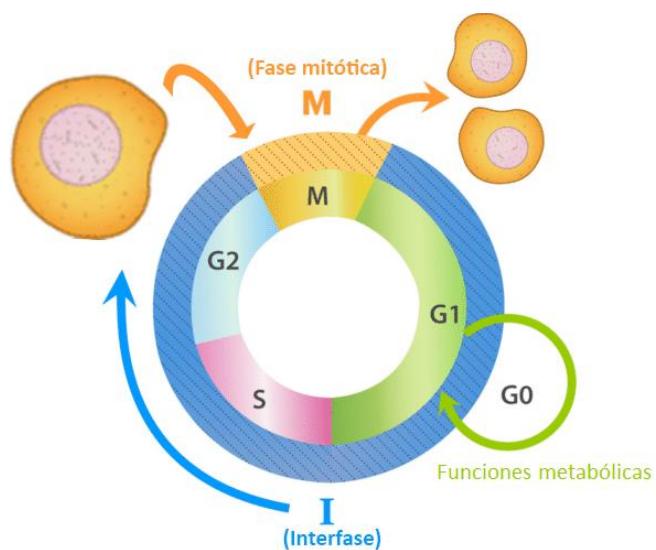
Interfase

aquí la célula crece, hace una copia del ADN y se prepara para la división Se distinguen 3 etapas:

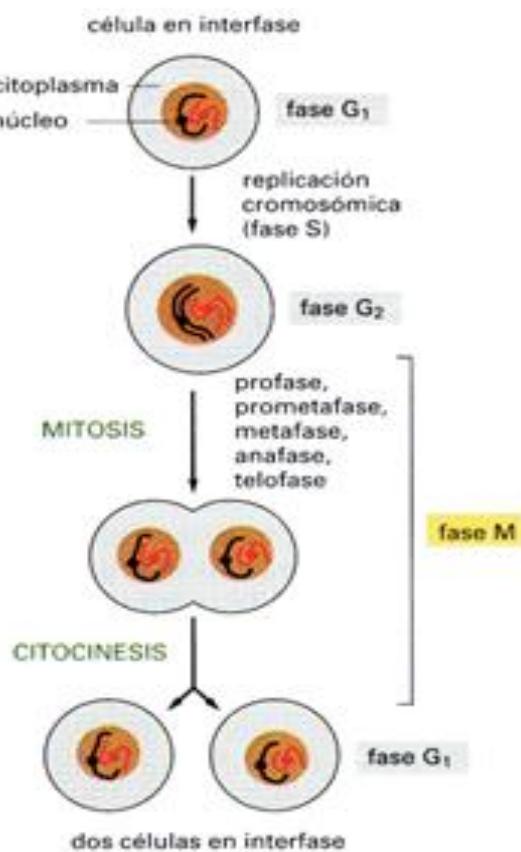
- Etapa G1: la célula crece físicamente y sintetiza componentes moleculares que necesitará en etapas posteriores.
- Etapa S: la célula sintetiza una copia completa del ADN en su núcleo, proceso conocido como “replicación”. También duplica una estructura de organización de microtúbulos llamada centríolos, los que ayudan a separar el ADN durante mitosis. El ADN en el núcleo no se encuentra aislado, sino que está estrechamente ligado a proteínas, llamadas **histonas** (ADN + histonas = **cromatina**),
- Etapa G2: la célula crece, multiplica organelas y reorganiza su contenido para que inicie la mitosis.

Fase M o división celular

Incluye la **Mitosis**, donde la célula condensa el ADN en cromosomas que luego separa en dos grupos y la **Citocinesis**, proceso por el que la célula divide su citoplasma para formar dos células nuevas e idénticas a ella



Después de la citocinesis las células hijas pueden entrar en etapa G1 y seguir preparándose para su división, o pueden entrar en la etapa G0, en cuyo caso no se dividen. La etapa G0 es como un estado de reposo en cuanto a la división, pero la célula sí realiza sus funciones en el tejido en el que se encuentra. Una vez en G0, algunas células pueden volver a entrar en el ciclo y seguir dividiéndose, pero otras permanecen en G0 indefinidamente.



Mitosis

En función de cómo y dónde se localiza el ADN dentro de una célula eucariota durante la división mitótica y las estructuras específicas que se generan, se pueden distinguir **5 fases de la mitosis** que se describen a continuación:

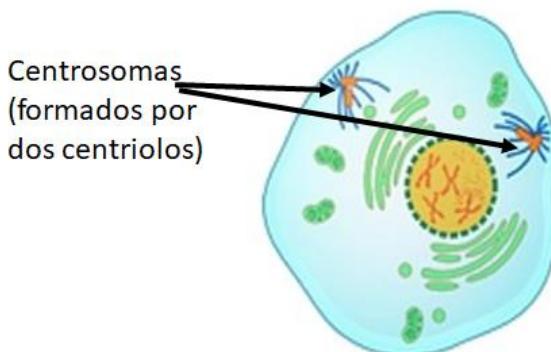
Profase

Durante la profase, ocurren tres eventos: se forma el huso mitótico, desaparece la envoltura nuclear y la cromatina se condensa y se compacta aún más, lo cual se puede observar al microscopio óptico como estructuras discretas e independientes, conocidas como **cromosomas**. Gracias a este nivel de compactación que alcanza la cromatina, el material genético se puede repartir, de manera eficiente, en las células hijas resultantes. Este proceso de compactación es fundamental y sin él no se podría llevar a cabo la división sin riesgo de pérdida de material genético.

Uno de los hechos más tempranos de la profase en las células animales es la duplicación del centrosoma (orgánulo celular compuesto por dos centriolos dispuestos perpendicularmente). Los dos centrosomas hijos (cada uno con dos centriolos, los cuales se duplicaron en la Interfase) migran hacia extremos opuestos de la célula.

Los centrosomas actúan como centros organizadores de unas estructuras fibrosas llamadas microtúbulos. De esta forma, se forma el huso mitótico que tiene dos polos que emanan microtúbulos.

La envoltura nuclear desaparece para que los microtúbulos interactúen con los cromosomas y, también, desaparece el nucleolo.

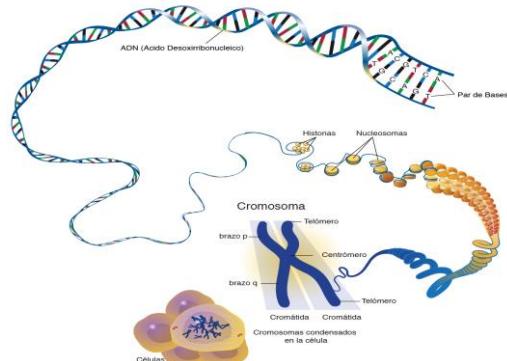


Los cromosomas

Los cromosomas son estructuras altamente organizadas. La condensación de la cromatina es indispensable para que los cromosomas no sufran alteraciones generadas debido a los movimientos del huso mitótico. Los cromosomas replicados están formados por dos cromátidas hermanas (dos copias idénticas), unidas a través del centrómero (región de un cromosoma compuesta por secuencias de ADN especializadas).

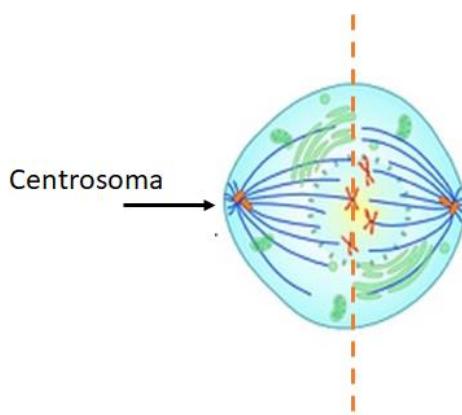


Cada especie, posee un número característico de cromosomas: su **número cromosómico**. Por ejemplo, una célula somática humana posee 46 cromosomas, el chimpancé 48, una abeja 16, la mosquita de la fruta 8, el ratón 40, el gato 38, una jirafa 62, el maíz 20, y, así, se podrían analizar todos los seres vivos y caracterizarlos por un número cromosómico que le es específico.



Prometafase

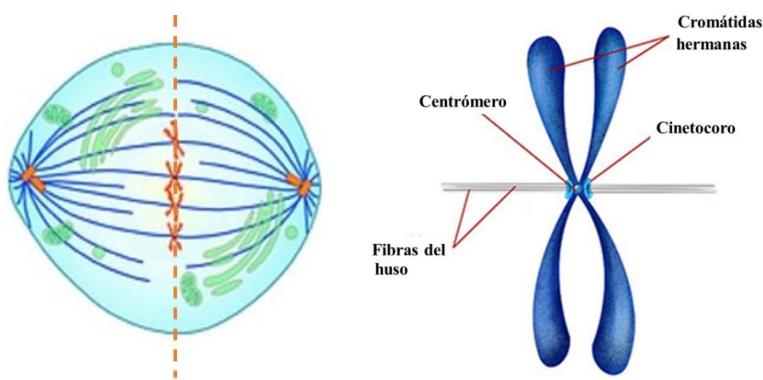
La prometafase se caracteriza por un movimiento activo que dirige a los cromosomas al plano ecuatorial o ecuador celular (línea imaginaria que es equidistante de los dos centrosomas que se encuentran en los dos polos del huso mitótico), ayudados por los microtúbulos. El inicio de la prometafase se reconoce por la interacción del huso mitótico con los cromosomas duplicados debido a la disolución de la envoltura nuclear que ocurrió en la profase.



Metafase

Los centrómeros de los cromosomas se congregan en el plano ecuatorial. Este alineamiento equilibrado en la línea media del huso se debe a las fuerzas iguales y opuestas que se generan por los cinetocoros (estructura proteica situada sobre los cromosomas, ver figura).

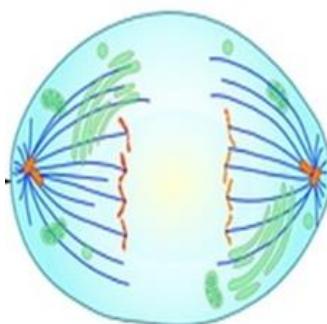
Dado que una separación cromosómica correcta requiere que cada cinetocoro esté asociado a un conjunto de microtúbulos, los cinetocoros que no están anclados generan una señal para evitar la progresión prematura hacia anafase antes de que todos los cromosomas estén correctamente anclados y alineados en la placa ecuatorial. Esta señal activa “el control o revisión” del proceso de mitosis.



Anafase

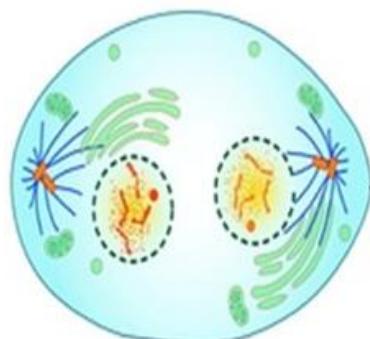
Una vez que todos los cromosomas se encuentran en el ecuador celular formando la placa metafásica, los centrómeros, que mantenían unidas a las cromátidas hermanas, se escinden permitiendo que cada cromátida migre hacia los centrosomas respectivos. Se alargan los microtúbulos no asociados a los cinetocoros, empujando a los centrosomas (y al conjunto de cromosomas que tienen asociados) hacia los extremos opuestos de la célula.

Al finalizar esta fase, la célula ha conseguido separar dos juegos idénticos de material genético en dos grupos definidos, cada uno alrededor de un centrosoma.



Telofase

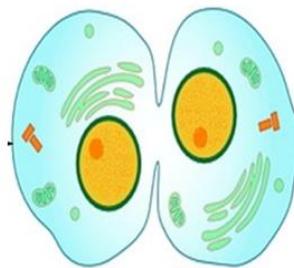
Los microtúbulos unidos a los cinetocoros desaparecen y los cromosomas quedan libres en ambos extremos celulares. Los microtúbulos no unidos a cinetocoros continúan alargándose, estirando aún más la célula. En ese momento, los cromosomas agrupados en los polos opuestos de la célula comienzan a descondensarse y la envoltura nuclear se vuelve a formar, y también, se restablece el nucleolo.



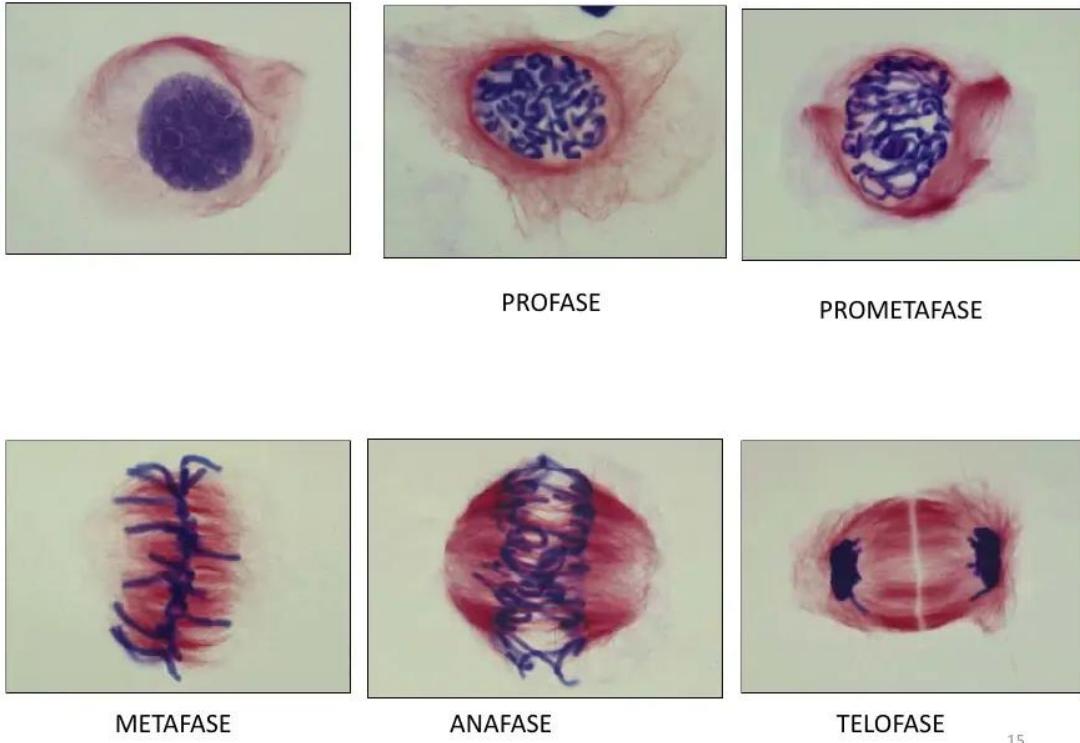
Citocinesis

Es la última etapa de la división celular. El citoplasma se divide para dar lugar a dos células hijas completamente independientes. En este proceso, un cinturón de proteínas filamentosas formado a nivel del ecuador celular, se contrae y da lugar a un surco de división que se va haciendo progresivamente más profundo, hasta que la cintura que se forma llega a tocar los microtúbulos, que aún quedan remanentes del huso mitótico, y finalmente, la célula se estrangula y da lugar a dos células hijas.

En las células vegetales todo el proceso mencionado anteriormente es similar, solo que hay

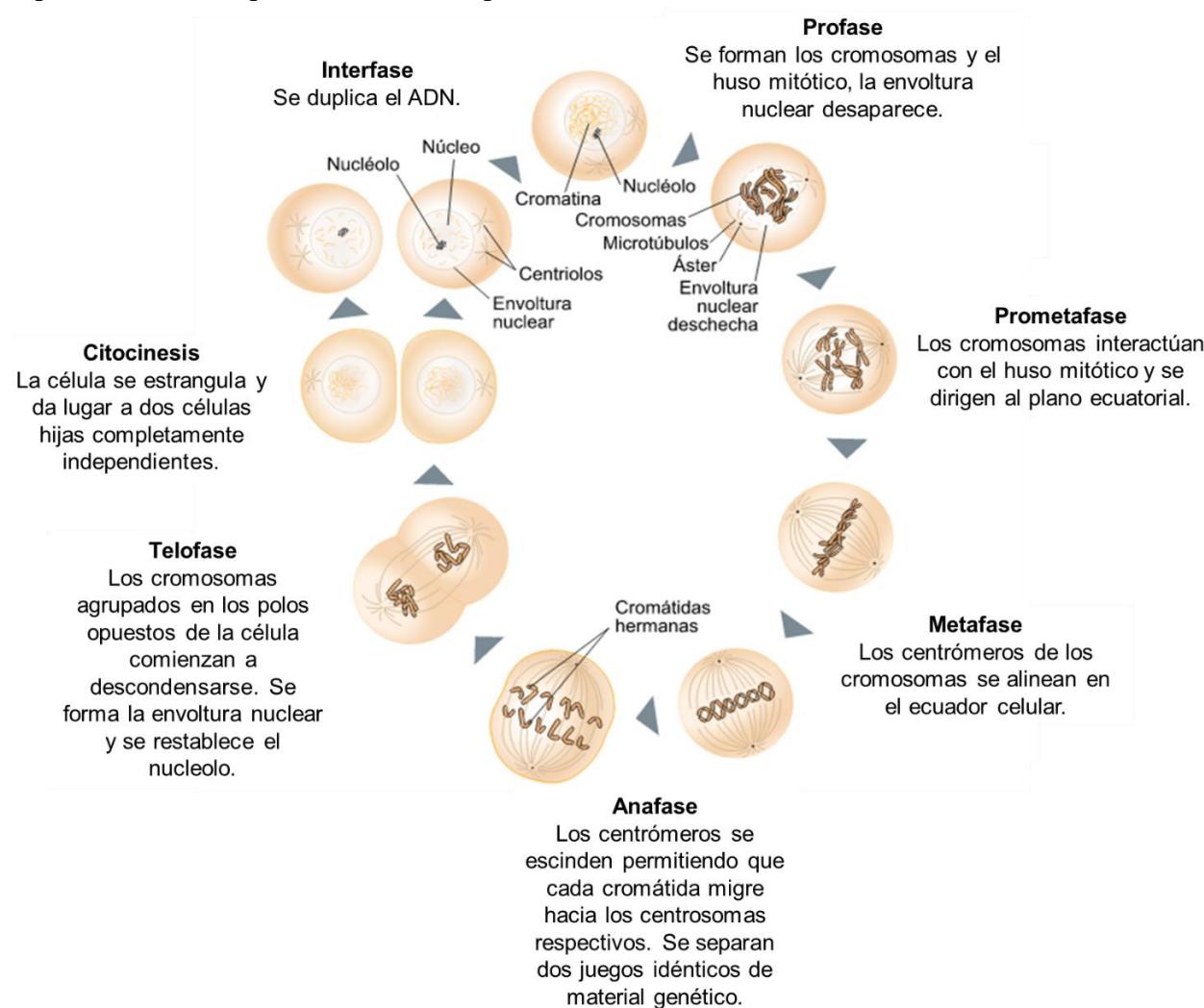


cambios significativos en la Citocinesis debido a la presencia de la pared celular.

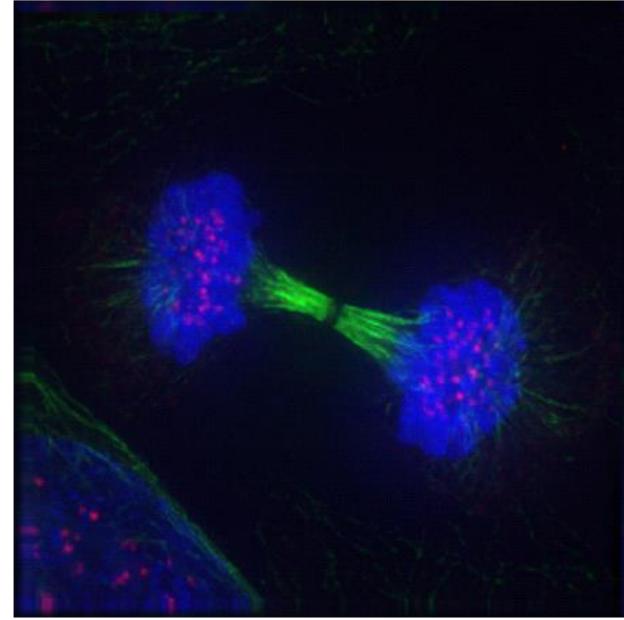
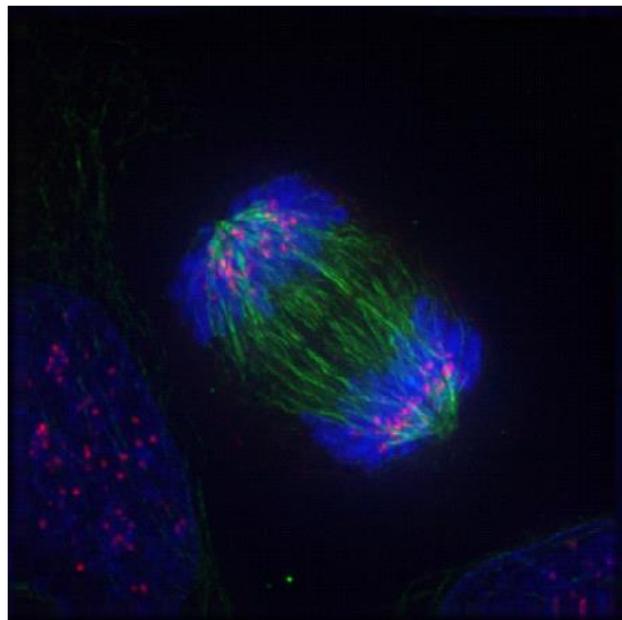
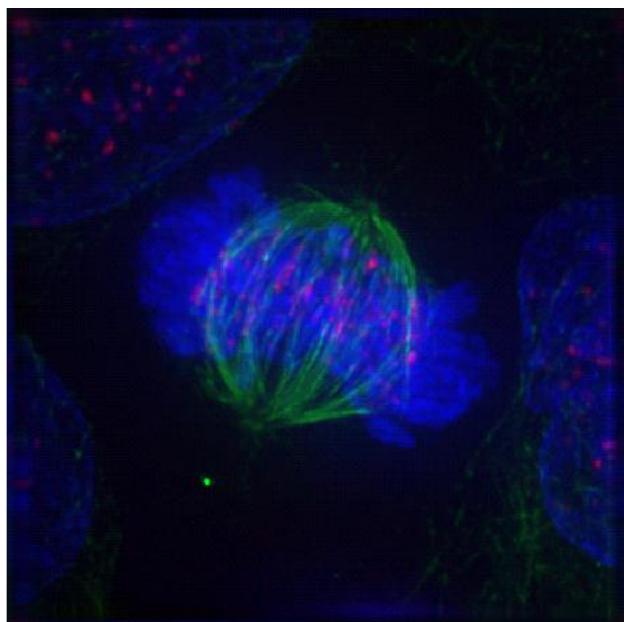
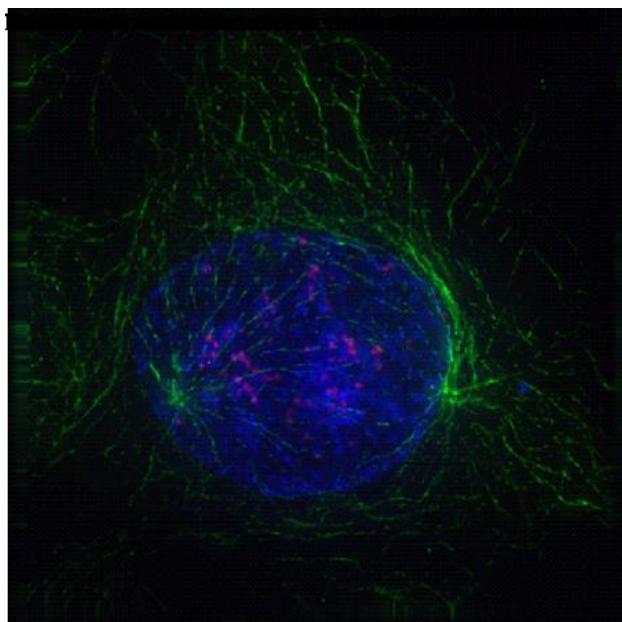


15

En la siguiente figura se resumen las diferentes fases de la división celular y se muestra una representación esquemática del aspecto de las células en cada una de estas fases



En la siguiente figura se presentan imágenes reales de las fases de la mitosis, obtenidas por microscopía utilizando marcadores fluorescentes.



► Actividad 3

Completar el cuadro indicando en qué fase de la división celular ocurre cada proceso

Reorganización de membranas nucleares	
Los cromosomas se alinean en el plano medio de la célula (plano ecuatorial)	
Duplicación del material genético	
Separación de centrómeros	
Condensación de la cromatina	
Anclaje de los microtúbulos a los centrómeros	
Desorganización de la membrana nuclear	
Migración de los cromosomas en polos opuestos	

En síntesis, es importante distinguir que, en los organismos unicelulares, la **división mitótica** constituye un mecanismo de reproducción por sí mismo, ya que da origen a nuevos organismos. En tanto que, en los organismos pluricelulares, la mitosis permite la reproducción de las células del cuerpo, llamadas somáticas, que necesitan reproducirse para permitir el crecimiento del organismo, alcanzar el desarrollo, formar tejidos y órganos, reemplazar o regenerar las partes envejecidas, desgastadas y muertas.

En este sentido, un organismo pluricelular se origina a partir de una única célula madre, el **huevo o cigoto**, que se forma por la unión de dos gametas haploides (por ejemplo, el óvulo y el espermatozoide), en el proceso de **fecundación**. En el cigoto, se restablece el número diploide de cromosomas. A partir del huevo, se forma todo el cuerpo completo, por divisiones mitóticas. Por lo tanto, todas las células del cuerpo se han producido por mitosis y tienen la misma dotación genética que el huevo original.

Para profundizar en la comprensión de los aspectos que han sido desarrollados, se propone discutir con el docente y los compañeros, los siguientes interrogantes:

¿Por qué los humanos NO son una bola de células iguales?

Una célula nerviosa, ¿tiene la misma información genética que una célula del riñón o de la piel?

Por otro lado ¿ha observado lo que sucede cuando se cicatriza una herida?

El ciclo celular, un proceso que debe ser sumamente regulado

El correcto funcionamiento del ciclo celular no se limita a originar nuevas células, sino también, asegurar que el proceso se realice en forma pertinente y con la **regulación adecuada**. Esto quiere decir que, además de reproducirse, la formación de nuevas células, permite al organismo mantenerse en un constante equilibrio, lo que previene desórdenes que puedan perjudicar su salud

(**enfermedades congénitas, cáncer**, etc.). Existen numerosas moléculas, entre estas muchas proteínas, que están específicamente dedicadas al control del ciclo celular.

Entonces, ¿qué ocurriría si estas moléculas se alteran?

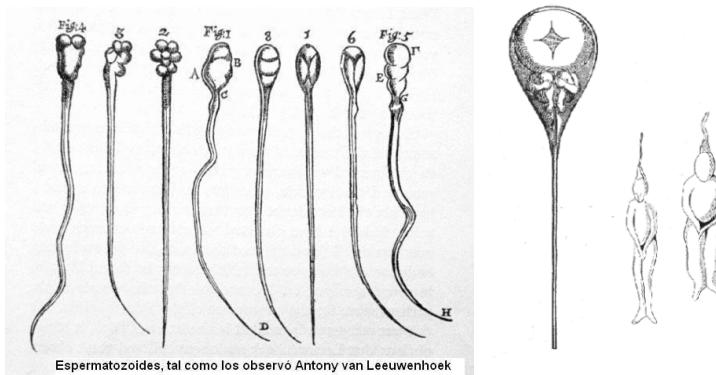
Para que se pueda comprender la importancia de esta regulación, cabe destacar que existen fármacos (principios activos o sustancias con actividad farmacológica) que pueden detener el ciclo celular en un punto determinado, con todas las consecuencias que esto supone. Por ejemplo, algunos de estos fármacos frenan la síntesis de ADN, otros inhiben la síntesis de proteínas que controlan el ciclo celular o inhiben la síntesis de proteínas estructurales que forman parte de la maquinaria del citoesqueleto que participa en la división.

Parte del proceso de “malignización” que conlleva al cáncer, supone la desregulación del control de la división celular. De hecho, las células cancerígenas se caracterizan por una alta y desregulada tasa de división, con respecto a la mayor parte de las células somáticas normales. Por esa razón, los fármacos afectan en mayor proporción a las células cancerígenas, en comparación con las normales, y se utilizan en los tratamientos quimioterapéuticos.

Sin embargo, es necesario considerar que también resultan afectadas las células normales y, a raíz de esto, se presentan algunos eventos adversos o indeseados, tales como: náuseas, vómitos, pérdida del cabello, entre otros, que ocurren en las personas que se encuentran bajo tratamiento anticancerígenos. Esos efectos no deseados de la terapia, también se vinculan con la regulación del ciclo celular. Tal como se mencionó, estos efectos se deben a que los fármacos, si bien actúan en mayor medida sobre las células con alta tasa de división, también actúan sobre las células normales, que igualmente se dividen mucho, como algunas del sistema digestivo o las que forman los folículos del cabello.

La teoría de los homúnculos que "explicaba" la reproducción animal

En 1677, el fabricante de lentes holandés Anton van Leeuwenhoek (1632-1723) descubrió espermatozoides vivos –*animálculos*, como él los llamó– en el semen de varios animales, incluido el del hombre. Muchos adeptos entusiastas mirando a través del "espejo mágico de Leeuwenhoek" (su microscopio casero) imaginaban ver, dentro de cada espermatozoide humano, una criatura diminuta, un *homúnculo* u "hombrecito".



Las teorías de la época, planteaban que esta pequeña criatura, era un futuro ser humano, en miniatura. Una vez que se implantaba en el vientre, el pequeño ser comenzaba a nutrirse, por lo que la única

contribución de la madre era sólo la de servir de incubadora para el feto en crecimiento. Esta teoría sostenía que cualquier semejanza que un niño pudiera tener con su madre, se debía a las "influencias prenatales del vientre". Ahora bien, ¿cómo se formó el homúnculo? A partir de esto, surgió entonces la siguiente postura: todos los organismos (pasados, presentes y los que nacerán en el futuro) existen desde siempre, desde el primer acto creador, uno dentro de otro sucesivamente, como una muñeca rusa, y están a la espera de ser activados, mediante la fecundación. Esta teoría se conoció como la **teoría preformista**. El rol de la unión de las células sexuales, es decir la fecundación, sería sólo el de activar el crecimiento del germen.

Durante la misma década de 1670, otro holandés, Régnier de Graaf (1641-1673), describió por primera vez el folículo ovárico, la estructura en la cual se forma el óvulo humano. Sus adeptos, los **ovistas**, muy por el contrario, sostenían que era el óvulo femenino el que contenía el futuro ser humano en miniatura; los animáculos del líquido seminal del macho simplemente estimulaban su crecimiento.

Tanto *ovistas*, como *preformistas*, sostenían que, si cada homúnculo tenía dentro de sí otro ser humano, perfectamente formado –pero más pequeño–, dentro de éste debía haber otro, y así sucesivamente, debía contener hijos, nietos y bisnietos, todos ellos en reserva, para un uso futuro. Éstos eran tan infinitamente pequeños, que no se podrían observar, ni con la ayuda del microscopio.

Aunque estas teorías hoy parezcan descabelladas, fueron muy aceptadas en su época para explicar la reproducción animal.

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS	1
RECURSOS	1
INTRODUCCIÓN.....	2
<i>Conceptos acerca de la biología y los seres vivos.....</i>	2
<i>Relación entre materia, energía y los seres vivos.....</i>	2
Actividad 1.....	2
<i>Principios unificadores de la Biología</i>	4
CÉLULA, LA UNIDAD BÁSICA DE LOS SERES VIVOS.....	6
FORMA, TAMAÑO Y ESTRUCTURA DE LAS CÉLULAS.....	6
PARTES ESTRUCTURALES GENERALES DE UNA CÉLULA EUCARIOTA.....	10
<i>Membrana plasmática</i>	10
<i>Núcleo</i>	11
<i>Retículo endoplasmático</i>	12
<i>Aparato de Golgi</i>	12
<i>Lisosomas</i>	13
<i>Mitocondrias y cloroplastos</i>	13
<i>Citoesqueleto.....</i>	14
<i>Vacuola.....</i>	15
Actividad 2.....	16
CICLO CELULAR	16
<i>Mitosis-Meiosis</i>	17
<i>Fases del ciclo celular.....</i>	17
Actividad 3.....	25
<i>El ciclo celular, un proceso que debe ser sumamente regulado</i>	25

Unidad 3 – Biología – Respuestas a actividades

► Actividad 3

Completar el cuadro indicando en qué fase de la división celular ocurre cada proceso

Reorganización de membranas nucleares	Telofase
Los cromosomas se alinean en el plano medio de la célula (plano ecuatorial)	Metafase
Duplicación del material genético	Interfase
Separación de centrómeros	Anafase
Condensación de la cromatina	Profase
Anclaje de los microtúbulos a los centrómeros	Prometafase
Desorganización de la membrana nuclear	Profase
Migración de los cromosomas en polos opuestos	Anafase

Unidad 4 – Números reales

Contenidos: Naturales, enteros, racionales, irracionales. Propiedades. Operaciones fundamentales. Adición. Multiplicación. Potenciación. Radicación. Logaritmo. Propiedades y manejo algebraico. Ejercicios de aplicación. Multiplicación y división por potencias de diez. Notación exponencial.

Objetivo: Brindar las herramientas matemáticas básicas para operar con números reales. Se espera que al finalizar el módulo, usted sea capaz de realizar operaciones que involucren radicación, potenciación y logaritmos; ya sea en ejemplos numéricos o algebraicos

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNt1uGCTkxp2yruqHn8RbQFG>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32955>

Nota

Al final de esta guía se encuentran cuatro anexos: Símbolos matemáticos utilizados, cómo convertir de expresión decimal a fracción, uso de la calculadora y los casos de factoreo. Se recomienda consultarlos cuando sea necesario.

Clasificación de los números reales

La noción de número es una de las más antiguas y fundamentales de la ciencia. Dicen los antropólogos que algunos pueblos primitivos se valían de piedras para contar sus rebaños. ¿Cuáles son las piedras que utiliza hoy el hombre para contar? Los números naturales.

Convendremos en considerar al cero como número natural. Al conjunto de los números naturales lo designaremos \mathbb{N} y al conjunto de los números naturales no nulos, \mathbb{N}_0 . Ésta, al igual que toda convención, es arbitraria y puede variar de un autor a otro.

El conjunto \mathbb{N} tiene primer elemento; el mismo es cero. ¿Cuál es su último elemento?

De la suma de dos números naturales se obtiene otro número natural, sin embargo, no podemos decir lo mismo de la sustracción. Dé un ejemplo de sustracción de dos números naturales en el que el resultado no sea un número natural.

Para contemplar estos números en los que la sustracción en \mathbb{N} no tiene solución en \mathbb{N} , se define para cada número natural a , un número negativo $-a$ tal que verifica la siguiente propiedad:

$$a + (-a) = 0$$

El número $-a$ se llama opuesto de a .

Así, por ejemplo:

El opuesto de 5 es -5 porque $5 + (-5) = 0$

El opuesto de 1 es -1 porque

El opuesto de 0 es

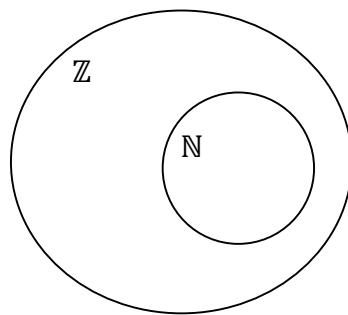
El conjunto de los elementos opuestos a los elementos de \mathbb{N}_0 es \mathbb{Z}^- , definido como: $\mathbb{Z}^- = \{-1; -2; -3; \dots\}$.

El conjunto formado por los números naturales y los negativos es el conjunto \mathbb{Z} (enteros).

$$\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z}$$

Indicaremos con \mathbb{Z}_0 el conjunto de los números enteros no nulos.

¿Tiene el conjunto \mathbb{Z} primer elemento? ¿Y último? ¿Cuántos números forman el conjunto \mathbb{Z} ?



Le proponemos a continuación que piense si siempre es posible efectuar una división en \mathbb{Z} , es decir, cualquier división en de números enteros ¿tiene como resultado un número entero?

$$6 : 3 = 2 \text{ (El resultado pertenece a } \mathbb{Z})$$

$$0 : 2 = 0 \text{ (El resultado pertenece a } \mathbb{Z})$$

$$3 : 2 =$$

$$11 : 5 =$$

Para contemplar estos casos en los que el resultado de la división en \mathbb{Z} no pertenece a \mathbb{Z} , se introduce otro conjunto numérico, llamado conjunto de números racionales, expresado como \mathbb{Q} . Al conjunto de los racionales no nulos se lo indica como \mathbb{Q}_0 .

Un número racional b es aquel que puede expresarse como el cociente de dos números enteros m y n , siendo $n \neq 0$.

Recuerde que la división por cero no está definida

$$\mathbb{Q} = \left\{ b / b = \frac{m}{n} \wedge m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{Z}_0 \right\}$$

Por ejemplo: $\frac{6}{2}$ es racional, porque 6 y 2 son enteros.

$\frac{-8}{5}$ es racional, porque -8 y 5 son enteros.

$\frac{0}{3}$ es racional, porque 0 y 3 son enteros.

4 es racional, porque se puede expresar como $\frac{4}{1}$; 4 y 1 son enteros.

0,3 es racional, porque se puede expresar como $\frac{3}{10}$; 3 y 10 son enteros.

0,555... es racional, porque se puede expresar como $\frac{5}{9}$; 5 y 9 son enteros.

Una aclaración sobre la notación: 0,555... (siguen los cincos) se puede expresar como 0,5, y 2,565656... como $2,\overline{56}$.

En el Anexo 2 se encuentran las reglas para expresar a números decimales como fracciones.

Todo número racional puede escribirse como una expresión decimal periódica o limitada.

Por ejemplo: $\frac{37}{33}=1,121212\dots$, o también $1,\overline{12}$ Decimal periódica pura

$\frac{32}{90}=0,3555\dots$, o también $0,\overline{35}$ Decimal periódica mixta

$\frac{9}{20}=0,45$ Decimal limitada

$\frac{12}{4}=3$ Decimal limitada

$\frac{7}{1}=7$ Decimal limitada

2,5 es una expresión decimal del número racional $\frac{25}{10}$. ¿Son 25 y 10 los únicos enteros que definen a este número racional? Demuéstrelo. ¿Cuántos pares de enteros pueden definir al número racional 2,5? ¿Qué conclusión extrae?

A continuación establecemos cuándo dos expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ representan el mismo número racional.

$$\frac{m}{n} \wedge \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}; \frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow m \cdot q = n \cdot p$$

Por ejemplo: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, porque $2 \cdot 6=3 \cdot 4$

$\frac{-2}{3}=\frac{-4}{6}$, porque $(-2) \cdot 6=3 \cdot (-4)$

$\frac{-2}{3}=\frac{6}{-9}$, porque $(-2) \cdot (-9)=3 \cdot 6$

$$\frac{6}{2} = \frac{3}{1}, \text{ porque } 6 \cdot 1 = 3 \cdot 2$$

$$\frac{0}{-2} = \frac{0}{5}, \text{ porque } 0 \cdot 5 = 0 \cdot (-2)$$

$$\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}, \text{ porque } 3 \cdot 5 = (-5) \cdot (-3)$$

Recuerde que, para $b \neq 0$, $\frac{a}{-b} \equiv \frac{-a}{b} \equiv -\frac{a}{b}$

Introduciremos ahora el conjunto de los números fraccionarios \mathbb{F} .

$$\mathbb{F} = \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$$

Esto significa que los números fraccionarios son todos aquellos números racionales no enteros.

Por ejemplo: $\frac{2}{3}$ es fraccionario

$\frac{8}{2}$ no es fraccionario, porque $\frac{8}{2} = 4$, y 4 es entero

$-\frac{8}{7}$ es fraccionario

$-\frac{15}{5}$ no es fraccionario, porque $-\frac{15}{5} = -3$, y -3 es entero

► Actividad 1

Indicar cuáles de los siguientes números racionales son iguales:

$$\frac{7}{5}; \frac{1}{2}; 1.\bar{4}; 1,4; 0,5; \frac{-7}{4}; \frac{-1}{-2}; \left(1 + \frac{4}{9}\right); 7,5; \frac{21}{15}; \frac{14}{-8}; \frac{a}{9}; \frac{3a}{27}; \frac{c}{3d}; \frac{3c}{d}; \frac{5c}{15d}; \left(2 + \frac{56}{90}\right); 2,5\bar{6}; \frac{236}{90}$$

¿Pueden representarse todos los números que conoce mediante una expresión decimal limitada o periódica? Vamos a ver un ejemplo:

No hace falta que le presentemos al número π . Usualmente se utiliza para los cálculos numéricos el valor de 3,14 o, si uno es más preciso, el de 3,1416. Pero, ¿cuál es el verdadero valor de π ? Una calculadora le podrá informar, con diez cifras: 3,141592654. Una computadora dice que las primeras doscientas cifras de π son:

3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862
08998628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481
11745028410270193852110555964462294895493038196.

Y así podríamos seguir (se han calculado millones de cifras) sin encontrar ninguna periodicidad.
¿Podrá entonces escribirse a π como el cociente entre dos números enteros?

Los números cuya expresión decimal no es limitada o periódica, forman el conjunto de los números irracionales \mathbb{I} .

Además de π , existen muchos otros ejemplos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135\dots ; \sqrt{3} = 1,7321\dots ; \sqrt{5} ; \sqrt{6} ; e = 2,718281\dots ; \sqrt[3]{2} ; \sqrt[3]{3} ; \sqrt[4]{2} ; \log_{10} 3 = 0,47712125\dots$$

La unión de los conjuntos \mathbb{I} y \mathbb{Q} constituye el conjunto de los números reales \mathbb{R} .

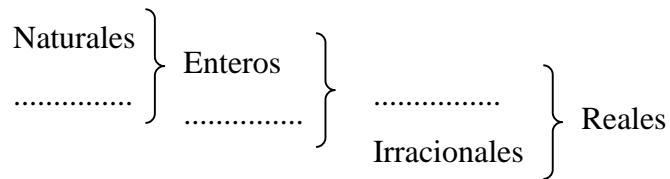
$$\mathbb{I} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$$

Aclaración: π no es igual a 3,14; ni igual a 3,141592654; ni tampoco al número de 200 cifras. Todas ellas son aproximaciones, al ser π un número irracional no puede ser representado exactamente con una expresión decimal limitada o periódica.

Una aclaración más. Cuando uno habla de números positivos, se refiere a los mayores a cero, sin incluirlo. Asimismo, los negativos son los números menores a cero, sin incluirlo.

► Actividad 2

a) Complete el siguiente cuadro



b) Haga el diagrama de conjuntos de esta situación

c) Diga cuáles de los siguientes números son enteros, naturales, racionales o irracionales (pueden pertenecer a más de una categoría)

$$0 ; 7,21220014\dots ; -1,5 ; \frac{7}{4} ; \pi ; 1,55665566\dots ; -2\sqrt{2} ; -0,2\bar{3} ; -4 ; \frac{12}{4} ; 5 ; -\frac{20}{3} ; -\sqrt[3]{5}$$

Los trucos y las curiosidades numéricas interesan a los hombres desde hace muchos siglos. El siguiente truco numérico es similar a uno que aparece en un papiro egipcio del siglo XIX antes de Cristo.

1. Elija un número.
2. Súmele siete.
3. Multiplique el resultado por dos.
4. Réstele ocho.
5. Divida el resultado por dos.
6. Réstele el número que eligió.

Independientemente del número elegido, siempre se obtiene el mismo resultado. Verifiquemos que esto se cumple, partiendo de distintos números.

1. Elija un número.	6	2	5	1080
2. Súmele siete.	13	9	12	1087
3. Multiplique el resultado por dos.	26	18	24	2174
4. Réstele ocho.	18	10	16	2166
5. Divida el resultado por dos.	9	5	8	1083
6. Réstele el número que eligió.	3	3	3	3

En los cuatro casos obtenemos como resultado 3. Esto nos podría hacer pensar que siempre será así, independientemente del número elegido. Cuidado con este tipo de razonamientos. Nunca se puede hacer una afirmación de este tipo basándose solamente en un resultado numérico. En nuestro caso en particular, haber obtenido el mismo resultado en cuatro casos analizados no es suficiente para demostrar que, cualquiera sea el número que se elija para comenzar, obtendremos tres.

¿De qué forma podremos demostrar que ello será siempre así?

Repasemos nuevamente el truco, pero de una forma ligeramente diferente. En vez de elegir un número específico al comenzar, dibujaremos un cuadrado que lo represente. Para representar a cada una de las unidades que debamos sumar o restar utilizaremos círculos.

1. Elija un número. 
2. Súmele siete. 
3. Multiplique el resultado por dos. 
4. Réstele ocho. 
5. Divida el resultado por dos. 
6. Réstele el número que eligió. 

Ahora sí, tenemos una demostración de que el resultado es siempre tres, ya que la representación anterior vale para cualquier número.

Hemos extraído lógicamente una conclusión a partir de una situación general (que comprende a todos los casos particulares). Hemos razonado deductivamente.

Los matemáticos, en lugar de usar cuadrados y círculos, prefieren usar una letra del alfabeto para representar al número elegido y los números para representar a las unidades que se deben sumar, restar, multiplicar o dividir.

Veamos la demostración anterior escrita con los símbolos del álgebra.

1. Elija un número. a
2. Súmele siete. $a + 7$
3. Multiplique el resultado por dos. $2(a + 7) = 2a + 14$
4. Réstele ocho. $2a + 14 - 8 = 2a + 6 ; 2a + 6 = 2(a + 3)$
5. Divida el resultado por dos. $a + 3$
6. Réstele el número que eligió. $a + 3 - a = 3$

Adición y multiplicación en \mathbb{R}

Aquí se resumen las propiedades fundamentales de la adición y la multiplicación en \mathbb{R} .

Propiedad ($\forall a, b, c \in \mathbb{R}$)	Adición	Multiplicación
Ley de cierre	$a+b \in \mathbb{R}$	$a \cdot b \in \mathbb{R}$
Asociativa	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Comutativa	$a+b = b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Existencia de elemento neutro	Es el número cero $a+0=a$	Es el número uno $a \cdot 1=a$
Existencia de inverso	Inverso aditivo u opuesto de a es $-a$ $a+(-a)=0$	Inverso multiplicativo o recíproco de a (para $a \neq 0$) es a^{-1} $a \cdot a^{-1}=1$
Distributiva de la multiplicación respecto de la adición	$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	

Es importante notar que $ab \equiv a \cdot b \equiv a \times b$

Recordemos además que en el conjunto \mathbb{R} se define la relación de igualdad, la cual presenta las siguientes propiedades:

Propiedades ($\forall a, b, c \in \mathbb{R}$)		
Reflexiva	$a=a$	
Simétrica	$a=b \Rightarrow b=a$	
Transitiva	$a=b \wedge b=c \Rightarrow a=c$	
Uniforme	Adición $a=b \Rightarrow a+c=b+c$	Multiplicación $a=b \Rightarrow a \cdot c=b \cdot c$

A esta última propiedad usted la ha empleado constantemente para resolver ecuaciones, “despejando términos”. Por ejemplo:

$$x-10=8 \quad \text{Para despejar } x, \text{ sumamos a ambos miembros } 10$$

$$x-10+10=8+10 \quad \text{Sumando en ambos miembros, resulta}$$

$$x=18$$

Otro caso:

$$5x=10 \quad \text{Para despejar } x, \text{ multiplicamos ambos miembros por } \frac{1}{5}$$

$$5x \cdot \frac{1}{5} = 10 \cdot \frac{1}{5}$$

Aplicando propiedad asociativa

$$\left(5 \cdot \frac{1}{5}\right)x = 2$$

Resolviendo

$$x = 2$$

Sobre la base de estas propiedades, se demuestra la ley cancelativa, para la adición y para la multiplicación.

Ley ($\forall a, b, c \in \mathbb{R}$)	Adición	Multiplicación
Cancelativa	$a + b = c + b \Rightarrow a = c$	$\forall b \neq 0 : a \cdot b = c \cdot b \Rightarrow a = c$
Anulación del producto		$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$

Es importante definir la diferencia entre números reales:

$$\forall a, b \in R : a - b = a + (-b)$$

Por ejemplo:

$$5 - \frac{1}{4} = 5 + \left(-\frac{1}{4}\right)$$

► Actividad 3

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y commutativa en la resta.

Recordemos a continuación la división entre números reales.

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \wedge b \neq 0; a : b = a \cdot b^{-1}$$

Así, por ejemplo, tenemos: $4 : 5 = 4 \cdot \frac{1}{5}$

¿Por qué imponemos la condición $b \neq 0$?

► **Actividad 4**

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y conmutativa en la división.

► **Actividad 5**

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En este último caso, justifique las respuestas con un contraejemplo (alguna situación en la que no se cumpla lo expresado).

- 1) $a \cdot 0 = 0$
- 2) $(-a) \cdot (-b) = -(ab)$
- 3) $a + (-b + c) = a - b + c$
- 4) $a : (b + c) = a : b + a : c \quad \text{con } b + c \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$
- 5) $a - (b + c) = a - b + c$
- 6) $(b + c) : a = b : a + c : a \quad \text{con } a \neq 0$
- 7) Si $a = -2$ y $b = 0$ entonces $a : b = 0$
- 8) $\forall a \in \mathbb{R}, \frac{a}{-a} = -1$
- 9) $\forall a \in \mathbb{R}_0, a : a^{-1} = 1$
- 10) $\forall a \in \mathbb{R}, (a^{-1})^{-1} = a$
- 11) $a \cdot (-b) = ab$
- 12) $a \cdot (b - c) = ab - ac$
- 13) La ecuación $2x = 1$ tiene solución en \mathbb{Z} .
- 14) $-(-a) = a$
- 15) $a - b = -(b - a)$
- 16) $a : b = 1 : (b : a) \quad \text{con } a \neq 0, b \neq 0$
- 17) $\forall a \in \mathbb{R}, a \cdot a^{-1} = 1$

Insistiremos un poco más en la aplicación de las leyes cancelativa y de anulación del producto. Si, por ejemplo, consideramos la ecuación:

$$5x + 4 + 2x = 2 + 4 + 5x$$

¿Podemos simplificar los sumandos 4? ¿Y los sumandos $5x$ que también se repiten en ambos miembros? ¿Es correcta esta última cancelación?

En efecto, es posible cancelar porque en la suma se verifica la ley cancelativa sin ninguna restricción.

Veamos este otro ejemplo:

$$2x + 5 = 3x + 5 \quad \text{efectuamos la cancelación}$$

$$2x = 3x \quad (\text{a})$$

$$2x - 3x = 0 \quad \text{¿Qué propiedad se aplicó?}$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

Ahora bien, si en el caso (a) se hubiera decidido aplicar la ley cancelativa de la multiplicación, se tendría:

$2x = 3x$ y se obtiene que:

$2 = 3$ que evidentemente es incorrecto

¿Dónde está el error?

No se ha tenido en cuenta la restricción de esta ley:

No se pueden cancelar los factores iguales a cero

¿De dónde surge esta restricción? Cuando cancelamos en el paso (a), lo que estamos haciendo en realidad es multiplicar por $\frac{1}{x}$ en ambos miembros para obtener $2\frac{x}{x} = 3\frac{x}{x}$ y luego suponemos que

el factor $\frac{x}{x}$ vale 1. Éste es el error, ya que no se tuvo en cuenta que x vale cero y por lo tanto $\frac{1}{x}$ y

$\frac{x}{x}$ no están definidos.

Entonces cuando se emplee la ley cancelativa de la multiplicación, se debe tener en cuenta que la simplificación no es válida si el factor que se simplifica es igual a 0.

Si no se tiene en cuenta lo anterior se corre el riesgo de “perder” soluciones, como ha ocurrido en el ejemplo anterior.

En cuanto a la ley de anulación del producto. ¿Cómo se la empleará?

Recordémosla.

$$ab=0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$$

Esto significa que se pueden dar estas tres posibilidades:

$$a=0 \wedge b \neq 0$$

$$a \neq 0 \wedge b=0$$

$$a=0 \wedge b=0$$

Esta propiedad facilita la resolución de ecuaciones como la siguiente:

$$(x+2)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0$$

Como el producto es cero, uno de los factores es igual a cero:

$$x+2=0 \quad \text{o bien} \quad x-\frac{1}{5}=0, \text{ por lo tanto}$$

$$x=-2 \quad \text{o bien} \quad x=\frac{1}{5}$$

Verificamos que dichos valores satisfacen la igualdad:

$$\text{para } x=-2 \text{ se tiene} \quad (-2+2)\left(-2-\frac{1}{5}\right)=0$$

$$0 \cdot \left(-\frac{11}{5}\right)=0$$

$$\text{para } x=\frac{1}{5} \text{ se tiene} \quad \left(\frac{1}{5}+2\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)=0$$

$$\frac{11}{5} \cdot 0 = 0$$

Potenciación y radicación en \mathbb{R}

Pasamos a recordar la definición y las propiedades de la potenciación de base real y exponente entero.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a \cdot a \cdot a}_{n \text{ factores}} \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$$

$$a^0 = 1, \quad \forall a \neq 0$$

$$a^{-n} = (a^{-1})^n \quad \forall a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

Propiedades de la potenciación

Distributiva respecto del producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Distributiva respecto del cociente	$(a:b)^n = a^n : b^n$
Producto de potencias de igual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Cociente de potencias de igual base	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Potencia de potencia	$(a^m)^n = a^{mn}$

La potenciación no es distributiva respecto de la suma ni de la resta.

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$

► Actividad 6

Dé ejemplos que muestren que:

- 1) La potenciación no es distributiva respecto de la suma y de la resta.
- 2) La potenciación no es commutativa.
- 3) La potenciación no es asociativa.

► Actividad 7

Demuestre que:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

► Actividad 8

En los siguientes cálculos se han cometido errores al aplicar las propiedades estudiadas. Indique cuáles son y corríjalos.

$$1) \quad (2^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5)^2 = 2^{16}$$

$$2) \quad (a^2)^4 : (a^{-3})^2 = (a^8) : a^{-6} \quad \text{con } a \neq 0$$

$$= 1^{14}$$

$$= 1$$

$$3) \quad \frac{a^4 \cdot (a^2)^6}{(a^9)^2} = \frac{a^4 \cdot a^{12}}{a^{18}} \quad \text{con } a \neq 0$$

$$= a^{-2}$$

$$= (-a)^2$$

$$= a^2$$

$$4) \quad (7 \cdot 2 - 14)^0 + 5^0 = 2$$

$$5) \quad \frac{b^m \cdot b^{2n}}{b^n} = b^m \cdot b^2 \quad \text{con } b \neq 0$$

$$= b^{m+2}$$

► Actividad 9

Aplicando las propiedades de la potenciación demuestre que:

$$1) \quad (a+2)^2 - (a-2)^2 - 4(2a+1) = -4$$

$$2) \quad (3 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2})^3 : (3^{n+2})^3 = 8$$

$$3) \quad (10 \cdot 2^{n+1})^3 : (2^{n+1})^3 = 1000$$

$$4) \quad 2^{2-n} \cdot (2 \cdot 2^{n+1} + 2^{n+2}) = 32$$

$$5) \quad \frac{(a+b)(a-b) - (a^{3-m} : a) : a^{-m}}{-b^2} = 1 \quad \text{con } a \neq 0 \text{ y } b \neq 0$$

En esta misma etapa recordaremos la definición de radicación y sus propiedades.

Dado un número entero n diferente de cero y un número real a , se llama raíz n -ésima de a al número b , tal que la potencia n -ésima de b es igual a a .

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a, \quad n \in \mathbb{Z}_0$$

donde n se llama índice, a radicando y b raíz

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$$

$$\sqrt[2]{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

¿Es siempre posible la radicación en \mathbb{R} ?

Analicemos el siguiente ejemplo para dar respuesta a esta pregunta.

Para calcular $\sqrt{-9}$ tenemos que encontrar un número que elevado al cuadrado sea igual a -9 .

¿Existe algún número real que verifique esa condición? Evidentemente no, ya que el cuadrado de un número real distinto de cero siempre es positivo.

Entonces $\sqrt{-9}$ no tiene solución en \mathbb{R} . En general, esto va a cumplirse para cualquier raíz de índice par y radicando negativo. Como consecuencia de esto último, decimos que la radicación no es cerrada en \mathbb{R} . En caso de ser posible su cálculo en \mathbb{R} , ¿cuántas respuestas obtenemos?

Volvemos a plantear algunos ejemplos para dar respuesta a este interrogante.

$$\sqrt[3]{64} = 4 \Leftrightarrow 4^3 = 64$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$$

Cuando calculamos $\sqrt[4]{16}$ encontramos dos respuestas.

Éstas son 2 y -2 , ya que $2^4 = 16$ y $(-2)^4 = 16$.

Simbólicamente decimos: $\sqrt[4]{16} = \pm 2 \Leftrightarrow (\pm 2)^4 = 16$

Sin embargo, utilizaremos aquí una convención que dice que, **si se debe considerar el doble signo en una raíz de índice par y radicando positivo, se indicará explícitamente con el símbolo correspondiente (\pm) delante del signo radical, de lo contrario se considerará sólo la raíz positiva.**

Todo lo antedicho puede resumirse diciendo:

- 1) Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz no tiene solución en \mathbb{R} .
- 2) Si el índice es impar, la raíz real es única y tiene el signo del radicando.
- 3) Si el índice es par y el radicando es positivo, existen dos raíces reales opuestas (aunque por convención, si no se indica el doble signo explícitamente, se considera la raíz positiva).

Propiedades de la radicación

Distributiva respecto del producto	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad a \geq 0 \wedge b \geq 0 \wedge n \in \mathbb{N}_0$
Distributiva respecto del cociente	$\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} \quad a \geq 0 \wedge b > 0 \wedge n \in \mathbb{N}_0$
Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad a \geq 0 \wedge n, m \in \mathbb{N}_0$
Invariante	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \quad a \geq 0 \wedge n, m, k \in \mathbb{N}_0$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \quad a \geq 0 \wedge n, m, k \in \mathbb{N}_0$
Intercambio de índice y exponente	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n \cdot m]{a^m} \quad a \geq 0 \wedge n, m \in \mathbb{N}_0$

Nótese que las propiedades listadas se definen para raíces de radicando positivo (los llamados radicales aritméticos). En el caso de radicandos negativos estas propiedades no siempre se cumplen y hay que considerar cada caso individualmente, en secciones posteriores se dan ejemplos que tratan con las restricciones de estas propiedades en dichos casos. Es importante tener en cuenta que las mismas son válidas siempre que ambos miembros existan en \mathbb{R} de manera independiente.

La radicación no es distributiva respecto de la suma y la resta

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$$

Nota aclaratoria: Comúnmente se utiliza la expresión $a^{\frac{m}{n}}$ para expresar $\sqrt[n]{a^m}$, lo cual se deduce de la propiedad invariante de la radicación. El cambio entre una y otra expresión es directo. Por ejemplo:

$$\sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{2}} \quad ; \quad \sqrt[3]{8^a} = 8^{\frac{a}{3}} \quad ; \quad \sqrt[4]{\left(\frac{7}{3}\right)^3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$$

Otra expresión frecuentemente utilizada es a^{-1} para expresar $\frac{1}{a}$, que también se deduce de la definición de la potenciación. Por ejemplo:

$$\frac{1}{4} = 4^{-1} ; \quad \frac{1}{6^3} = 6^{-3} ; \quad \frac{1}{\sqrt[5]{9^3}} = 9^{-\frac{3}{5}} ; \quad -\frac{1}{\sqrt{10^5}} = -10^{-\frac{5}{2}}$$

► Actividad 10

Proponga ejemplos mostrando que la radicación no es distributiva respecto de la suma y la resta.

Insistiremos en la aplicación de la propiedad invariante y analizaremos algunos ejemplos de lo que ocurre al intentar aplicarla a raíces de radicando negativo.

Plantaremos algunos ejemplos:

$$\sqrt[8]{2^4} = \sqrt[8:4]{2^{4:4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{5^2} = \dots = \sqrt[12]{5^{\dots}}$$

Esta propiedad permite la simplificación de radicales. Seguramente recordará que las expresiones formadas por el signo radical y una expresión numérica o literal debajo del mismo se llaman radicales.

¿Es siempre posible simplificar un radical? Analicemos los siguientes ejemplos:

1) $\sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{64} = 2$, si aplicamos la propiedad invariante tenemos

$$\sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6:3]{4^{3:3}} = \sqrt[2]{4} = 2, \text{ los resultados coinciden}$$

2) $\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{-32} = -2$

$$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5:5]{(-2)^{5:5}} = -2, \text{ los resultados coinciden}$$

3) $\sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$

$$\sqrt[6:2]{(-8)^{2:2}} = \sqrt[3]{-8} = -2, \text{ vemos que los resultados no coinciden y, por tanto, la simplificación no es válida}$$

Decimos entonces que no siempre es posible simplificar un radical de radicando negativo. Antes de intentar hacerlo debemos recordar que la simplificación de radicales se realiza a través de la

propiedad invariante, y para el caso de radicandos negativos, su aplicación no es válida (al menos sin restricciones). En este caso vemos que, para el caso de radicandos negativos, sólo es válida la simplificación cuando el índice y exponente son impares.

Veamos que sucede cuando el índice y el exponente del radicando coinciden.

a) Radicando positivo:

$$\sqrt[6]{2^6} = \sqrt[6]{64} = 2$$

$$\sqrt[3]{9^3} = \sqrt[3]{729} = 9$$

La raíz es igual a la base de la potencia del radicando (como se desprende de la aplicación de la propiedad invariante).

b) Radicando negativo:

$$\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{4}\right)^3} = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = -\frac{1}{4}$$

$$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{-32} = -2$$

$$\sqrt[2]{(-3)^2} = \sqrt[2]{9} = 3$$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)} = \frac{1}{5}$$

Vemos que en el caso de tener un radicando negativo (cuando la propiedad invariante no se puede aplicar sin restricciones) la simplificación no siempre es válida, sólo lo es cuando el índice y exponente que se simplifican son impares.

Si en vez de considerar el signo del radicando, analizamos los ejemplos anteriores considerando qué ocurre si el índice es par o impar se tiene lo siguiente:

- a) Cuando el índice es impar la raíz es igual a la base de la potencia del radicando.
- b) Cuando el índice es par la raíz es el valor absoluto de la base de la potencia.

Simbólicamente, esto se plantea de la siguiente forma:

Si el índice es impar: $\sqrt[n]{a^n} = a$

Si el índice es par: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

En particular: $\sqrt{a^2} = |a|$

Creemos conveniente recordar que:

El valor absoluto, también llamado módulo, de un número real a se denota $|a|$ y se define mediante:

$$|a| = \begin{cases} a, & \forall a \geq 0 \\ -a, & \forall a < 0 \end{cases}$$

Por ejemplo:

$$|5| = 5$$

$$|0| = 0$$

$$\left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

A continuación, le presentaremos un ejemplo resuelto para que usted se familiarice un poco más con la forma de operar con expresiones que contienen un valor absoluto.

Supongamos que Ud. necesita obtener la mínima expresión de:

$$\frac{a}{3} \sqrt{25^2(b+1)} - 5\sqrt{a(ab+a)}$$

donde lo único que sabe es que $b > 0$.

Procedemos de la siguiente manera:

$$\frac{a}{3} \sqrt{25^2(b+1)} - 5\sqrt{a(ab+a)} =$$

Se distribuye la raíz cuadrada del primer término y se extrae a como factor común en la raíz cuadrada del segundo término

$$\frac{a}{3} \sqrt{25^2} \sqrt{b+1} - 5\sqrt{a^2(b+1)} =$$

Se distribuye la raíz cuadrada del segundo término

$$\frac{a}{3} 25\sqrt{b+1} - 5\sqrt{a^2} \sqrt{b+1} =$$

Como se vio anteriormente, $\sqrt{a^2} = |a|$, por lo tanto, se realiza el reemplazo en el segundo término

$$\frac{25}{3}a\sqrt{b+1} - 5|a|\sqrt{b+1} =$$

Se extrae $\sqrt{b+1}$ como factor común

$$\sqrt{b+1} \left(\frac{25}{3}a - 5|a| \right)$$

Si no sabemos nada acerca del signo de a , no podemos avanzar más y la expresión obtenida en el último paso es la mínima expresión.

Ahora vamos a plantear dos casos:

- 1) En el caso en que $a \geq 0$, de acuerdo con la definición de valor absoluto dada anteriormente, se cumple que $|a| = a$, por lo tanto, al realizar ese reemplazo en la expresión obtenida, se tiene que:

$$\sqrt{b+1} \left(\frac{25}{3}a - 5|a| \right) = \sqrt{b+1} \left(\frac{25}{3}a - 5a \right) = \sqrt{b+1} \left(\frac{10}{3}a \right)$$

- 2) En el caso en que $a < 0$, se cumple que $|a| = -a$, por lo tanto, al realizar ese reemplazo en la expresión obtenida, se tiene:

$$\sqrt{b+1} \left(\frac{25}{3}a - 5|a| \right) = \sqrt{b+1} \left(\frac{25}{3}a + 5a \right) = \sqrt{b+1} \left(\frac{40}{3}a \right)$$

Vemos por lo tanto que, si conocemos el signo de una expresión encerrada entre barras de módulo, podemos aplicar la definición para seguir avanzando en la resolución.

► Actividad 11

Lea atentamente el siguiente planteo. En él se deslizó un error. Encuéntrelo.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{-27} + \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-25} + (-2)^3 \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 \right)^{-2} = \\
 & = \sqrt[3]{(-8)(-27)} + \sqrt{(-4)(-25)} + (-8) \cdot \left(\frac{-4}{5} \right)^{-2} = \\
 & = \sqrt[3]{216} + \sqrt{100} + (-8) \cdot \left(-\frac{5}{4} \right)^2 = \\
 & = 6 + 10 + (-8) \cdot \frac{25}{16} =
 \end{aligned}$$

$$= 6 + 10 + \left(-\frac{25}{2}\right) =$$

$$= 6 + 10 - \frac{25}{2} =$$

$$= \frac{7}{2}$$

► Actividad 12

Calcule:

$$1) \quad \frac{\left(1-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right) : \left(\frac{2}{3}-2\right)^2} =$$

$$2) \quad \frac{1-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right)^2 : \frac{2}{3} - 2^2} =$$

$$3) \quad \left(\frac{1+\sqrt[3]{9}}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1-\sqrt[3]{-9+1}}{6}\right)^2 + \left(\frac{8-\sqrt[5]{32}}{3}\right)^{-3} =$$

$$4) \quad \frac{\left(\sqrt{1-0,64}:10\right) \cdot (0,1)^{-2}}{\sqrt{1,7}} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$$

$$5) \quad \sqrt{1-0,8} + 0,1 : 0,1 =$$

$$6) \quad \left(\sqrt{1-0,8} + 0,1\right) : 0,1 =$$

$$7) \quad \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2 \cdot 32}} + \frac{1}{5} : (-3-2)^2}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

8) $\sqrt{(-2-4)^2} + \frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^{-2} =$

9) $\left| \left(\frac{-3}{2} \right)^2 \right|^{-1} : \frac{1}{27} + 1 =$

► Actividad 13

Calcule y lleve a su mínima expresión:

1) $\sqrt[4]{4} - \sqrt[4]{8} - \sqrt[3]{8} =$

2) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{5} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$

3) $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} =$

4) $3 \cdot \sqrt{3} - (2 + a) \cdot \sqrt{3} + a \cdot \sqrt{3} =$

5) $2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} =$

6) $3x\sqrt{7^2(y+1)} - \frac{1}{4}\sqrt{x(xy+x)} =$

7) $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3} \cdot (1 + \sqrt[4]{81}) =$

8) $a \cdot \sqrt[4]{a} + 2 \cdot \sqrt[4]{a^5} =$

► Actividad 14

Exprese paso a paso las propiedades aplicadas en la resolución de la ecuación:

$$(x^2 - 1) \cdot (x + 3) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0 \quad \dots$$

$$x^2 = 1 \quad \vee \quad x = -3 \quad \dots$$

$$x = \pm 1 \quad \vee \quad x = -3 \quad \dots$$

► Actividad 15

Resuelva las siguientes ecuaciones en \mathbb{R} :

a) $x(x^2 - 4) = 0$

b) $(x^2 - 2)(x^2 - 9) = 0$

c) $x(x^2 - 5)(x^3 + 1) = 0$

Potenciación de exponente racional

En este párrafo recordaremos la potenciación de exponente racional.

$$\left. \begin{array}{l} a^{\frac{n}{d}} = \sqrt[d]{a^n} \\ \\ a^{-\frac{n}{d}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{n}{d}} = \frac{1}{\sqrt[d]{a^n}} \end{array} \right\} \text{ si } n \in \mathbb{Z} \wedge d \in \mathbb{Z}_0 \wedge a \in \mathbb{R}^+$$

Además, si $\frac{n}{d} > 0 \Rightarrow 0^{\frac{n}{d}} = 0$

En ambos casos si $a \in \mathbb{R}^-$, ¿Qué condiciones deben verificar n y d para que $a^{\frac{n}{d}}$ exista en \mathbb{R} ?

Nos ayudaremos con algunos ejemplos para contestar a este interrogante.

1) $(-8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^2} =$

$= \sqrt[3]{64} = 4$

2) $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} =$

$= -2$

3) $(-64)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{-64}$ No tiene solución en \mathbb{R} .

4) $(-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$ No tiene solución en \mathbb{R} .

► Actividad 16

Calcule:

1) $16^{0,25} =$

2) $16^{-0,25} =$

3) $\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right) : 2^{\frac{1}{6}} =$

4) $\left(5 \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{-1}{3}} : 5^{-1} =$

5) $\left(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}}\right)^2 =$

6) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)(-1)}\right]^{-2} =$

► Actividad 17

Exprese como potencia de exponente fraccionario y calcule.

1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{27} =$

2) $\frac{(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})^4}{\sqrt[5]{8}} =$

3) $\frac{5 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt{125} \cdot \sqrt{27}} =$

4) $\sqrt{\frac{a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}} =$

5) $\sqrt[7]{\sqrt[4]{2^{-1} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)}}^4 =$

6) $\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[5]{3} =$

► Actividad 18

Demuestre que:

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$$

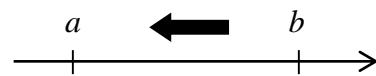
¿Qué condiciones deben cumplir a y b para que estas expresiones pertenezcan al conjunto de los números reales?

Relación de orden en \mathbb{R}

Ahora estableceremos la relación que ordena a los números reales. La misma es: “ $<$ ”. Geométricamente es fácil interpretar esta relación. Seguramente recordará que todo número real tiene su punto representativo en la recta.

La recta es un conjunto ordenado de puntos y existen dos sentidos posibles de recorrerla.

Si consideramos los números a y b , como lo muestra la figura, el primero que encontramos si recorremos la recta de izquierda a derecha es a . Decimos, entonces, que a es menor que b y lo



representamos: $a < b$. Si la recorremos en el otro sentido, primero vemos a b y decimos que b es mayor que a o $b > a$.

De esto podemos observar que decir $a < b$ es equivalente a decir $b > a$.

Entonces ¿qué significado debemos darle a la expresión $a \not> b$? La leeremos “ a no es mayor que b ”. Por lo tanto, a es menor que b o a es igual a b .

$$a < b \quad \vee \quad a = b \quad \text{y esto puede escribirse: } a \leq b.$$

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 5 \leq 7 &\text{ es cierto porque } 5 < 7 \\ -3 \leq -3 &\text{ es cierto porque } -3 = -3 \\ 2 \geq -7 &\text{ es cierto porque } 2 > -7 \\ -9 \leq -3 &\text{ es cierto porque } -9 < -3 \end{aligned}$$

Si ahora efectuamos la diferencia entre el término mayor y el menor de la desigualdad ($a \leq b \Rightarrow b - a$) observamos que en todos los casos la misma es mayor o igual que cero.

$$\begin{aligned} 7 - 5 &= 2 ; 2 \geq 0 \\ -3 - (-3) &= 0 ; 0 \geq 0 \\ 2 - (-7) &= 9 ; 9 \geq 0 \\ -3 - (-9) &= 6 ; 6 \geq 0 \end{aligned}$$

Entonces podemos enunciar la siguiente definición:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : a \leq b \Leftrightarrow (b - a) \notin \mathbb{R}^-$$

► Actividad 19

Determine en cada caso si a es mayor, menor o igual que b

$$1) \quad a = \frac{5}{7} \quad b = \frac{3}{2}$$

$$2) \quad a = -\frac{9}{2} \quad b = \frac{5}{3}$$

$$3) \quad a = \frac{9}{2} \quad b = \frac{5}{3}$$

$$4) \quad a = -\frac{9}{2} \quad b = -\frac{5}{3}$$

$$5) \quad a = 2\sqrt{2} \quad b = \sqrt{3}$$

6) $a = \sqrt{5}$ $b = \sqrt{2}$

7) $a = 1 + 2\sqrt{2}$ $b = 1 + \sqrt{5}$

Antes de continuar, recuerde que:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a > b \Rightarrow \begin{cases} ac > bc & \text{si } c > 0 \\ ac < bc & \text{si } c < 0 \\ ac = bc & \text{si } c = 0 \end{cases}$$

Nos proponemos ahora resolver las siguientes inecuaciones:

1) $x + 3 < 2$ Aplicamos propiedad uniforme, sumando a ambos miembros -3
 $x + 3 + (-3) < 2 + (-3)$ Cancelando
 $x < -1$

2) $2x > 28$ Aplicamos propiedad uniforme, multiplicando ambos miembros por $\frac{1}{2}$.

$$2x \cdot \frac{1}{2} > 28 \cdot \frac{1}{2}$$

Asociamos

$$2 \cdot \frac{1}{2}x > 14$$

Simplificamos

$$x > 14$$

3) $-2x - 1 < 5$ Explique qué propiedades se aplicaron
 $-2x < 5 + 1$

$$-2x \left(-\frac{1}{2}\right) > 6 \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x > -\frac{6}{2}$$

► Actividad 20

Indique si los siguientes razonamientos son correctos. En caso de no serlo, indique el error.

1) $-3a + 4 < -(3b - 7)$

$$-3a + 4 < -3b + 7$$

$$-3a + 4 < -3b + 4 + 3$$

$$-3a < 3(-b + 1)$$

$$-a < -b + 1$$

$$a < b - 1$$

2) $a, b \in \mathbb{R}^+ \wedge a \neq b: a^2 - ab > ab - b^2$

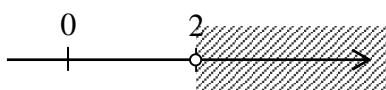
$$a(a - b) > b(a - b)$$

$$a > b$$

3) Se puede afirmar que: $\forall c \in \mathbb{R}_0$, si $a < b$, se verifica que:

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

¿Cómo representamos $x > 2$ en la recta numérica? Ya hemos visto que cuando un número es mayor que otro, aparece a su derecha en la recta numérica. Como x puede tomar todos los valores mayores que 2, la representación de $x > 2$ serán todos los puntos a la derecha del 2. Tenga en cuenta que x no puede tomar el valor 2 (el punto 2 está excluido de la región sombreada); en cambio, si la expresión fuera $x \geq 2$, el punto 2 sí estaría incluido.



Representación gráfica de $x > 2$. El círculo vacío indica que el punto 2 no está incluido.



Representación gráfica de $x \geq 2$. El círculo lleno indica que el punto 2 está incluido.

► **Actividad 21**

Sabiendo que $a, b \in \mathbb{R} \wedge a < b$, establezca qué relación existe entre $(a+b)$ y 2 , siendo $2(a-b) > a^2 - b^2$

► **Actividad 22**

Resuelva las siguientes inecuaciones y grafique en una recta los valores que puede tomar x .

- | | |
|-----------------|---------------------|
| a) $x - 1 > 3$ | b) $x + 3 \geq 5$ |
| c) $3x + 2 < 2$ | d) $5x + 3 < 4 - x$ |

Logaritmo

El logaritmo es la operación que consiste en calcular el exponente conociendo la potencia y la base. Se define según la siguiente ecuación:

$$\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x$$

$$\forall a > 0, a \neq 1 \wedge y > 0$$

Por ejemplo:

$$10^2 = 100 \Leftrightarrow \log_{10} 100 = 2$$

$$\log_2 16 = 4 \Leftrightarrow 2^4 = 16$$

$$5^4 = 625 \Leftrightarrow \log_5 625 = 4$$

Le proponemos que, utilizando la definición de logaritmo, resuelva las siguientes expresiones:

$$\log_a a^x =$$

$$a^{\log_a x} =$$

Los logaritmos poseen propiedades que pueden ser demostradas basándose en la definición de logaritmo y propiedades ya estudiadas. Por ejemplo, demostraremos que

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

de la siguiente forma:

Primeramente, escribimos que

$$\log_a x = b \Rightarrow a^b = x$$
$$\log_a y = c \Rightarrow a^c = y$$

Operando, obtenemos

$$\begin{aligned}\log_a(a^b \cdot a^c) &= \log_a a^b + \log_a a^c \\ \log_a(a^b \cdot a^c) &= b + c \\ \log_a a^{b+c} &= b + c \\ b + c &= \log_a x + \log_a y\end{aligned}$$

Finalmente,

$$\log_a a^{b+c} = \log_a x + \log_a y$$

Ahora intente usted demostrar las siguientes propiedades de los logaritmos:

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^r = r \cdot \log_a x$$

Preste atención al siguiente ejemplo y explique qué propiedad se aplicó en cada caso:

$$\begin{aligned}\log_x 64 + \log_x 8 &= 3 \\ \log_x(64 \cdot 8) &= 3 \\ \log_x 512 &= 3 \\ x^{\log_x 512} &= x^3 \\ 512 &= x^3 \\ \sqrt[3]{512} &= x \\ 8 &= x\end{aligned}$$

La definición de logaritmo es válida para toda base real positiva arbitraria (diferente de 1), pero las bases más utilizadas en los cálculos de nuestro interés son 10 y e (e es igual a 2,718...). A veces se escribe log para representar \log_{10} y ln para \log_e (por ejemplo en las calculadoras); dicha nomenclatura será también adoptada en este curso.

► **Actividad 23**

Calcule cuando sea posible.

a) $\log_a 1 =$

b) $\log_2 64 =$

c) $\log_b b^{\frac{3}{2}} =$

d) $\log_4 2 =$

e) $\log_0 0 =$

f) $\log\left(\frac{1}{27}\right) =$

g) $\log_4 4 =$

h) $\log_{\left(\frac{5}{2}\right)}\left(\frac{125}{8}\right) =$

i) $\log(-9) =$

j) $\log_6 36^0 =$

► **Actividad 24**

Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. La base del logaritmo puede ser cualquiera (siempre que sea >0 y $\neq 1$):

a) $\log_j x = -\log_j\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $\log_j\left(\frac{a \cdot b}{c}\right) = \frac{(\log_j a + \log_j b)}{\log_j c}$

c) $\log_j(a^3 + b^3) = 3(\log_j a + \log_j b)$

d) $\log_j x = \frac{a}{b} \log_j x^{\frac{b}{a}}$

e) $\log_j[(a+b)(a-b)] = \frac{\log_j a}{\log_j b} + \log_j a \cdot \log_j b$

f) $\log_j(\sqrt[3]{a}) = \frac{1}{3} + \log_j a$

g) $\log_j[(a+b)(a-b)] = \log_j(a-b) + \log_j(a+b)$

h) $\log_j(a-2a) = -\log_j a$

i) $\log_j\left(\frac{a}{b} \cdot c\right) = (\log_j a) \cdot (\log_j b + \log_j c)$

j) $\log_j a^b = (\log_j a)^b$

► **Actividad 25**

Calcule el valor de x

$$2\log_3(x-8)=0$$

► Actividad 26

Complete los valores de las variables:

a) $10^x = \frac{1}{2}$ $x =$

b) $3^{2r} = 81$ $r =$

c) $y > 0 ; \log_{10} y = \frac{1}{2}$ $y =$

d) $z > -\frac{1}{3} ; \log_{10}(3z+1) = 4$ $z =$

e) $w > 1 ; \log_2(4w-4) = 5$ $w =$

f) $\log_d 343 = 3$ $d =$

Ejercitación

1) Lleve a su mínima expresión:

a) $\frac{10^3 \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{2}}}{10^5}$

b) $10 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{10}$

c) $\sqrt{\frac{x}{\sqrt{x}}}$

d) $x^3 x^{-\frac{1}{2}} \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{x^2 x^{-3}}$

e) $2\sqrt{27} \cdot 12^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{xy^3} \left(\sqrt{x^5 y} - \sqrt{x^2 y^2} \right)$

g) $4^{\frac{1}{2}} - 125^{\frac{1}{3}} + 2 \cdot 3^0$

h) $\sqrt{\frac{a^2 - c^2 a^2}{1 - c^2}}$

i) $\left[\frac{2}{1 + \sqrt{9}} \right]^{-1} - \left[\frac{6}{1 + \sqrt[3]{-9+1}} \right]^{-2}$

j) $\left(x^{\frac{7}{12}} \cdot \sqrt[6]{\left(\sqrt[6]{\frac{x^4}{x^9}} \right)^4} \right)^{-6}$

2) Resuelva:

a) $\left(\frac{a^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{3^{(pq+q)}}{3^{(pq+p)}} \cdot \frac{3^{2p}}{3^{2q}}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2}$

d) $\sqrt[3]{\left(\frac{10}{27} + 2\right)^2}$

e) $\left(\frac{\sqrt[5]{x^4} \sqrt[4]{y^3}}{\sqrt[3]{z^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

f) $\frac{10^{(x+y)} \cdot 10^{(y-z)} \cdot 10^{(y+1)}}{10^{(y+1)} \cdot 10^{(2y+1)}}$

g) $\frac{ba^2 - b^2}{a^2 - a\sqrt{b}}$

h) $-\frac{1}{2}\sqrt{2ax} \cdot \frac{3}{2}\sqrt[5]{\frac{1}{4}a^2 \cdot x^3}$

i) $\frac{\sqrt{(a+b)}}{(a+b)^{\frac{1}{5}}}$

3) Determine cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas:

a) $(a+2)^2 - (a-2)^2 - 4(2a+1) = -4$

b) $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 6$

c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = 3 \cdot \sqrt[4]{3}$

d) $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt{\log(a^2 - b^2)} = \frac{1}{2} [\log(a+b) + \log(a-b)]$

f) $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt[3]{x-y}} = \sqrt[6]{x-y}$

4) Calcule el valor de x :

a) $\sqrt{\frac{x^2 - y^2}{1 - y^2}} - \log_{10}\left(10^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{1}{2}$

b) $\sqrt{9^x} = 27$

$$\text{c) } -x + \log_5\left(\frac{1}{125}\right) = \frac{\log_4\left(0,1 \cdot \frac{5}{2}\right)}{\log_{\frac{1}{3}} 3}$$

$$\text{d) } \frac{3x-2}{x-1} = \frac{3x-1}{x+1}$$

Autoevaluación

1) Dada la siguiente expresión, con $m > 0$.

$$\frac{m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{2m} \cdot \sqrt[3]{4m^2}}{2 \cdot \sqrt[4]{m^5}}$$

su expresión equivalente es

- a) $m \sqrt[3]{m}$ b) $\frac{m}{\sqrt[4]{m}}$ c) $-\frac{1}{2\sqrt[4]{m}}$ d) $-\frac{1}{2}$

2) Dadas las siguientes afirmaciones:

- I) $\forall a \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 : a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}} = 0$
- II) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 : (b+c) \div a = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$
- III) $\forall a \in \mathbb{R}^+ : (-\sqrt{a})^{-1} = -\frac{\sqrt{a}}{a}$
- IV) $\forall b, c \in \mathbb{R} \wedge c \neq 0 : \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2c$

Son correctas:

- a) Sólo I y II b) Sólo II y IV c) Sólo II y III d) Sólo I, III y IV

3) $\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0$, se verifica que $a < b$ cuando:

- a) $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ b) $c^a > c^b$

c) $\log_{10} x^a < \log_{10} x^b \quad \forall x / x \in \mathbb{R} \wedge x > 1$ d) $\sqrt[a]{c} < \sqrt[b]{c}$

4) La expresión que resulta de resolver

$$\log(x^2 - 1) = a$$

es:

a) $x = \frac{10^{(a+1)}}{2}$ b) $x = \pm\sqrt{10^a + 1}$ c) $x = 10^{a+1}$ d) $x = \pm\sqrt{10^{(a+1)}}$

Anexo 1: Símbolos utilizados

/	tal que	\exists	existe
>	es mayor que	\nexists	no existe
<	es menor que	$\exists!$	existe y es único
\geq	es mayor o igual a	\forall	para todo
\leq	es menor o igual a	\Rightarrow	implica
=	es igual a	\Leftrightarrow	si y sólo si
\neq	es diferente de	∞	infinito
\equiv	es equivalente a	\pm	más menos
\cong	es congruente a	//	es paralelo a
\approx	es aproximadamente igual a	\perp	es perpendicular a
\propto	es proporcional a	\angle	es oblicuo respecto de
\in	pertenece a	\mathbb{R}	conjunto de los números reales
\notin	no pertenece a	\mathbb{R}^+	conjunto de los números reales positivos
\cap	intersección	\mathbb{R}^-	conjunto de los números reales negativos
\cup	unión	\mathbb{N}	conjunto de los números naturales
\supset	incluye a	\mathbb{N}_0	conjunto de los números naturales no nulos
\subset	está incluido en	\mathbb{Z}	conjunto de los números enteros
\supseteq	incluye ampliamente a	\mathbb{Q}	conjunto de los números racionales
\subseteq	está incluido ampliamente en	\mathbb{I}	conjunto de los números irracionales
$\not\subseteq$	no está incluido en	\mathbb{F}	conjunto de los números fraccionarios
\emptyset	conjunto vacío	Σ	sumatoria
\wedge	y		
\vee	o		

Anexo 2: Conversión de expresión decimal a fracción

Para representar una expresión decimal como una fracción existen tres casos posibles:

Número decimal exacto

Para expresar un número decimal exacto en forma de fracción, se escribe en el numerador el número decimal sin la coma, y en el denominador un 1 seguido por tantos ceros como cifras después de la coma tenga el número.

$$0,7 = \frac{7}{10} ; \quad 0,36 = \frac{36}{100} ; \quad 1,584 = \frac{1584}{1000}$$

Número periódico puro

Para expresar un número periódico puro en forma de fracción, se escribe en el numerador el número decimal sin la coma menos la parte entera, y en el denominador tantos 9 como cifras tenga el período.

$$0,\overline{7} = \frac{7}{9} ; \quad 0,\overline{36} = \frac{36}{99} ; \quad 1,\overline{584} = \frac{1584-1}{999}$$

Número periódico mixto

Para expresar un número periódico mixto en forma de fracción, se escribe en el numerador el número decimal sin la coma menos la parte no periódica (también sin la coma), y en el denominador tantos 9 como cifras tenga el período seguido de tantos 0 como cifras haya fuera del período en la parte decimal.

$$0,3\overline{7} = \frac{37-3}{90} ; \quad 0,72\overline{36} = \frac{72336-723}{99000} ; \quad 12,3\overline{584} = \frac{123584-123}{9990}$$

Ejercicio 1

Exprese como fracciones

- | | | |
|-----------|-----------|-------------|
| a) 0,3 | b) 0,3̄ | c) 1,2̄5 |
| d) 1,5̄15 | e) 9,13̄4 | f) 0,0023̄5 |

Anexo 3: Uso de la calculadora

Si quisiéramos calcular el resultado de

$$\frac{3+2}{4}$$

¿Qué debiéramos ingresar en la calculadora?

- a)
- b)

La respuesta correcta es b), ya que la calculadora científica separa en términos de acuerdo a los signos de más y de menos, al igual que debemos hacer nosotros. De tal forma, si pusiésemos la opción a), en realidad estaríamos diciendo

$$3 + \frac{2}{4}$$

Que es algo diferente a lo que deseamos.

De la misma manera, si quisiéramos calcular el resultado de

$$\frac{3}{2 \times 5}$$

¿Cuál sería la forma correcta de hacerlo en la calculadora?

- a)
- b)
- c)

La notación exponencial, que se analizará en la guía de La Medición, puede utilizarse en cualquier calculadora científica con una tecla dedicada para ello, que normalmente puede encontrarse en alguna de estas dos formas:

Por ejemplo, para introducir el número $1,4 \times 10^5$, se debe ingresar, dependiendo del rótulo que tenga la calculadora en la tecla,

o

Si bien puede ingresarse como

O algo similar, dependiendo de la calculadora, no es aconsejable hacerlo porque el número de teclas utilizadas es mayor, lo que aumenta la posibilidad de equivocarse.

Anexo 4: Casos de factoreo

Muchas de las expresiones con las que hemos trabajado hasta ahora son *polinomios*. Un polinomio se define como una suma de diferentes potencias de una dada variable (o variables).

En más de un caso, es útil operar sobre un polinomio con el fin de expresarlo como un producto de diferentes factores. Tener factorizado un polinomio sirve para —entre otras cosas— encontrar o visualizar sus raíces (los valores de las variables que hacen que el polinomio valga cero), analizar cuándo ese polinomio toma valores positivos o negativos, resolver inecuaciones de grado 2 o mayor, resolver ecuaciones fraccionarias, etc. Es decir, es importante aprender a factorear porque en muchos otros temas de Matemáticas, más de una vez necesitaremos trabajar con multiplicaciones en vez de sumas y restas.

Factor común

Este caso de factoreo se aplica cuando hay términos en un polinomio que tienen factores en común. Este factor en común puede ser un monomio, o bien una estructura más compleja, tal como como un polinomio. Por ejemplo:

i) $3x + ax - x$ (en este caso, el factor común es x)

$$= x \cdot (3 + a - 1)$$

ii) $2x + 8a$

$$= 2x + (4 \cdot 2)a$$

$$= 2(x + 4a)$$

(en este caso, el factor común es el número 2 que, como podemos ver, también se encuentra presente en el número 8, ya que este puede ser expresado como $4 \cdot 2$)

iii) $3(x - 3) - h(x - 3)$ (en este caso, el factor común es $x - 3$)

$$= (3 - h)(x - 3)$$

iv) $3hx + 9h - 15ah$ (en este caso, el factor común es $3h$)

$$= 3h(x + 3 - 5a)$$

Ejercicio 1

Extraiga el factor común para llegar a una expresión más sencilla.

1) $7a^2 - 5ab$

-
- 2) $7x^3 - bx^2$
 3) $8x - 4x^2 + 2x^3$
 4) $x^2yz^3 - 3xy^4z^2$
 5) $ca^2 + fab$
 6) $150d + 75d^2x - 300dx^2$

Factor común por agrupación de términos

Este caso de factoreo es similar al anterior, pero ahora no todos los términos tienen un mismo factor común. Este caso lo aplicamos si los términos de una expresión pueden agruparse en dos o más grupos con un factor común en cada grupo. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & 3hx + 5t - 9h + 25 \\ & = (3hx - 9h) + (5t + 25) \\ & = 3h(x - 3) + 5(t + 5) \end{aligned}$$

(en este caso podemos agrupar los términos que tienen en común el factor $3h$ por un lado y, por otro, a los términos que tienen en común el factor 5)

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & ab - 2b + 3a - 6 \\ & = ab - 2b + 3a - 2 \cdot 3 \\ & = (ab + 3a) - (2b + 2 \cdot 3) \\ & = a(b + 3) - 2(b + 3) \end{aligned}$$

(en este caso, podemos agrupar los términos que tienen en común el factor a por un lado y, por otro, a los términos que tienen en común el factor 2)

Ahora bien, el problema anterior (ii) tiene ahora dos términos con un mismo factor en común ($b + 3$), por lo que podemos extraer ahora este factor común de modo que la expresión quede de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & = a(b + 3) - 2(b + 3) \\ & = (a - 2)(b + 3) \end{aligned}$$

En este ejemplo, como primer paso también podrían haberse agrupado los términos que contienen el factor b por un lado y los términos contienen el factor 3 por el otro. ¿A qué resultado se habría llegado? ¿Cómo se resolvería si seguimos ese camino?

Ejercicio 2

Extraiga el/los factores comunes para llegar a una expresión más sencilla.

- 1) $p^2 + pk + pr - kr$
- 2) $-t + 3x^3 - 9 + 12t$
- 3) $x + c - 2x + 2c - ax + ac$
- 4) $x^4 + b^4 + x^3 + b^3 + x^2 + b^2 + x + b$

Trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es el trinomio (un polinomio de tres términos) que se obtiene al desarrollar el cuadrado de un binomio. Como se vio anteriormente, el desarrollo del cuadrado de un binomio se realiza de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, solo tenemos que seguir el camino inverso. Esto quiere decir que cualquier expresión del tipo $a^2 + 2ab + b^2$ puede ser expresada como una potencia del tipo $(a+b)^2$. Lo complicado de este caso de factoreo es, quizás, identificar cuándo estamos en presencia de un trinomio cuadrado perfecto. El siguiente ejemplo nos muestra un caso donde fácilmente podemos identificar un trinomio cuadrado perfecto:

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 \\ &= (x+2)^2\end{aligned}$$

Ahora bien, observemos el siguiente caso:

$$\begin{aligned}b^2 - 6b + 9 &= b^2 + (-6)b + 3^2 \\ &= b^2 + (2 \cdot (-3))b + 3^2 \\ &= b^2 + 2 \cdot (-3)b + (-3)^2 \\ &= (b + (-3))^2 \\ &= (b - 3)^2\end{aligned}$$

En este ejercicio tenemos un signo ($-$) que dificulta un poco el procedimiento, pero podemos siempre considerar a la resta como la suma de un número negativo. Del mismo modo, para resolver nuestro problema, debemos recordar que el 9 es tanto el cuadrado de 3, como de -3 .

Hay algunos casos que no son tan evidentes. Por ejemplo, la expresión $9+x+\frac{x^2}{36}$ no parece tener una estructura similar a $a^2+2ab+b^2$. Sin embargo, veamos que, si operamos sobre los términos, podemos aplicar este caso de factoreo:

$$\begin{aligned}
 & 9+x+\frac{x^2}{36} \\
 &= 3^2 + x + \frac{x^2}{6^2} \\
 &= 3^2 + x + \left(\frac{x}{6}\right)^2 \\
 &= 3^2 + 1 \cdot x + \left(\frac{1}{6}x\right)^2 \\
 &= 3^2 + \left(\frac{6}{6}\right)x + \left(\frac{1}{6}x\right)^2 \\
 &= 3^2 + \left(6 \cdot \frac{1}{6}\right)x + \left(\frac{1}{6}x\right)^2 \\
 &= 3^2 + \left((2 \cdot 3) \cdot \frac{1}{6}\right)x + \left(\frac{1}{6}x\right)^2 \\
 &= 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}x + \left(\frac{1}{6}x\right)^2 \\
 &= \left(3 + \frac{1}{6}x\right)^2
 \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Factoree las siguientes expresiones utilizando el caso del trinomio cuadrado perfecto.

- 1) $s^2 - 6s + 9$
- 2) $1 + 2a^3 + a^6$
- 3) $-10pr + p^2r^2 + 25$
- 4) $4 + 4(a+x) + (a+x)^2$
- 5) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

Diferencia de cuadrados

Cuando se tiene una expresión de la forma $a^2 - b^2$, esta se puede factorizar como $(a+b)(a-b)$.

Esta equivalencia se demostró anteriormente en el ejercicio (b)(4) de la Actividad N° 6.

Algunos ejemplos de este caso de factoreo:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & b^2 - 9 \\ &= b^2 - 3^2 \\ &= (b+3)(b-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & -4a^2 + x^4 \\ &= -2^2 a^2 + (x^2)^2 \\ &= -(2a)^2 + (x^2)^2 \\ &= (x^2 - 2a)(x^2 + 2a) \end{aligned}$$

Ejercicio 4

Factoree las siguientes expresiones utilizando el método de la diferencia de cuadrados.

- 1) $-49 + s^4$
- 2) $a^2 - 1$
- 3) $d^6 - 8$
- 4) $a^2 k^4 p^6 - 4$

Existe otro caso de factoreo que se puede aplicar a trinomios que no sean cuadrados perfectos (llamado “factoreo de trinomio de segundo grado”), que se verá en detalle más adelante, en la Unidad Temática *Relaciones y Funciones*.

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES	2
Actividad 1	5
Actividad 2	6
ADICIÓN Y MULTIPLICACIÓN EN \mathbb{R}	8
Actividad 3	10
Actividad 4	11
Actividad 5	11
POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN EN \mathbb{R}	13
<i>Propiedades de la potenciación</i>	14
Actividad 6	14
Actividad 7	14
Actividad 8	15
Actividad 9	15
<i>Propiedades de la radicación</i>	17
Actividad 10	18
Actividad 11	21
Actividad 12	22
Actividad 13	23
Actividad 14	23
Actividad 15	23
<i>Potenciación de exponente racional</i>	24
Actividad 16	25
Actividad 17	25
Actividad 18	25
RELACIÓN DE ORDEN EN \mathbb{R}	25
Actividad 19	26
Actividad 20	28
Actividad 21	29
Actividad 22	29
LOGARITMO	29
Actividad 23	31
Actividad 24	31
Actividad 25	31
Actividad 26	32
EJERCITACIÓN	32
AUTOEVALUACIÓN.....	34
ANEXO 1: SÍMBOLOS UTILIZADOS	36
ANEXO 2: CONVERSIÓN DE EXPRESIÓN DECIMAL A FRACCIÓN	37
<i>Número decimal exacto</i>	37
<i>Número periódico puro</i>	37
<i>Número periódico mixto</i>	37
Ejercicio 1.....	37
ANEXO 3: USO DE LA CALCULADORA	38
ANEXO 4: CASOS DE FACTOREO.....	40
<i>Factor común</i>	40
Ejercicio 1.....	40
<i>Factor común por agrupación de términos</i>	41
Ejercicio 2.....	41
<i>Trinomio cuadrado perfecto</i>	42
Ejercicio 3.....	43

<i>Diferencia de cuadrados.....</i>	44
Ejercicio 4	44

Unidad 4 – Números reales – Respuestas a actividades

► Actividad 1

Indicar cuáles de los siguientes números racionales son iguales:

$$\frac{7}{5} ; \frac{1}{2} ; 1,4 ; 1,4 ; 0,5 ; \frac{-7}{4} ; \frac{-1}{-2} ; \left(1 + \frac{4}{9}\right) ; 7,5 ; \frac{21}{15} ; \frac{14}{-8} ; \frac{a}{9} ; \frac{3a}{27} ; \frac{c}{3d} ; \\ \frac{3c}{d} ; \frac{5c}{15d} ; \left(2 + \frac{56}{90}\right) ; 2,56 ; \frac{236}{90}$$

$$\frac{7}{5} = 1,4 = \frac{21}{15}$$

$$\frac{1}{2} = 0,5 = \frac{-1}{-2}$$

$$1,4 = \left(1 + \frac{4}{9}\right)$$

$$\frac{a}{9} = \frac{3a}{27}$$

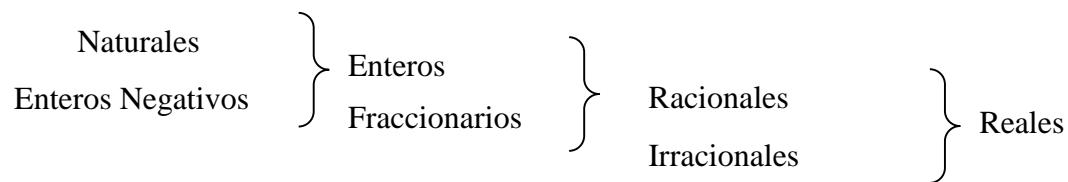
$$\frac{c}{3d} = \frac{5c}{15d}$$

$$\left(2 + \frac{56}{90}\right) = \frac{236}{90}$$

$$\frac{-7}{4} = \frac{14}{-8}$$

► Actividad 2

a) Complete el siguiente cuadro



c) Diga cuáles de los siguientes números son enteros, naturales, racionales o irracionales (pueden pertenecer a más de una categoría)

0 ; $7,21220014\dots$; $-1,5$; $\frac{7}{4}$; π ; $1,55665566\dots$; $-2\sqrt{2}$; $-0,2\bar{3}$; -4 ; $\frac{12}{4}$; 5 ;

$-\frac{20}{3}$; $-\sqrt[3]{5}$

0 : (natural, entero, racional)

$7,21220014\dots$: (irracional)

$-1,5$: (fraccionario, racional)

$\frac{7}{4}$: (fraccionario, racional)

π : (irracional)

$1,55665566\dots$: (fraccionario, racional)

$-2\sqrt{2}$: (irracional)

$-0,2\bar{3}$: (fraccionario, racional);

-4 : (racional, entero)

$\frac{12}{4}$: (natural, entero, racional)

5 : (natural, entero, racional) ;

$-\frac{20}{3}$: (fraccionario, racional);

$-\sqrt[3]{5}$: (irracional)

► Actividad 3

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y commutativa en la resta.

Asociativa:

$$a - (b - c) \neq (a - b) - c$$

$$3 - (4 - 5) \neq (3 - 4) - 5$$

$$3 - (-1) \neq (-1) - 5$$

$$4 \neq -6$$

Commutativa:

$$a-b \neq b-a$$

$$3-4 \neq 4-3$$

$$-1 \neq 1$$

► Actividad 4

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y conmutativa en la división.

Asociativa:

$$a:(b:c) \neq (a:b):c$$

$$3:(4:5) \neq (3:4):5$$

$$\frac{3}{\left(\frac{4}{5}\right)} \neq \frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{5}$$

$$\frac{15}{4} \neq \frac{3}{20}$$

Comutativa:

$$a:b \neq b:a$$

$$3:4 \neq 4:3$$

► Actividad 5

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En este último caso, justifique las respuestas con un contraejemplo (alguna situación en la que no se cumpla lo expresado).

1) $a \cdot 0 = 0$

2) $(-a) \cdot (-b) = -(ab)$

3) $a + (-b+c) = a - b + c$

4) $a:(b+c) = a:b + a:c \quad \text{con } b+c \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

5) $a - (b+c) = a - b + c$

6) $(b+c):a = b:a + c:a \quad \text{con } a \neq 0$

7) Si $a = -2$ y $b = 0$ entonces $a:b = 0$

8) $\forall a \in \mathbb{R}, \frac{a}{-a} = -1$

9) $\forall a \in \mathbb{R}_0, a : a^{-1} = 1$

10) $\forall a \in \mathbb{R}, (a^{-1})^{-1} = a$

11) $a \cdot (-b) = ab$

12) $a \cdot (b - c) = ab - ac$

13) La ecuación $2x = 1$ tiene solución en \mathbb{Z} .

14) $-(-a) = a$

15) $a - b = -(b - a)$

16) $a : b = 1 : (b : a)$ con $a \neq 0, b \neq 0$

17) $\forall a \in \mathbb{R}, a \cdot a^{-1} = 1$

1) V (anulación del producto)

2) F $(-a) \cdot (-b) = (ab)$

3) V

4) F (mal aplicada la propiedad distributiva de la división)

5) F (mal distribuido el signo negativo) $a - (b + c) = a - b - c$

6) V (el denominador puede ser distribuirse)

7) F (No se puede dividir por cero)

8) F (sería verdadera si se restringe a los reales distintos de cero)

9) F (a^2 puede no sea igual a 1)

10) F (si a es igual a cero)

11) F

12) V (propiedad distributiva)

13) F (el resultado no es un número entero)

14) V $-(-a) = a$

15) V $(a - b = -(b - a) = -b + a)$

16) V

-
- 17) F (no se cumple para a igual a cero)

► Actividad 6

Dé ejemplos que muestren que:

- 1) La potenciación no es distributiva respecto de la suma y de la resta.

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

$$(1+2)^2 \neq 1^2 + 2^2$$

$$9 \neq 5$$

$$(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$$

$$(1-2)^2 \neq 1^2 - 2^2$$

$$1 \neq -3$$

- 2) La potenciación no es conmutativa.

$$a^b \neq b^a$$

$$1^2 \neq 2^1$$

$$1 \neq 2$$

- 3) La potenciación no es asociativa.

$$(a^b)^c \neq (a)^{b^c}$$

$$(2^3)^4 \neq (2)^{3^4}$$

$$(8)^4 \neq (2)^{8^1}$$

► Actividad 7

Demuestre que:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{-} \quad (a+b)^2 = (a+b).(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{-} \quad (a+b)^3 = (a+b).(a+b).(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2).(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$\text{-} \quad (-a-b)^2 = ((-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2) = (a^2 + 2ab + b^2) = (a+b)^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- $(a+b)(a-b) = (a^2 - ab + ba - b^2) = a^2 - b^2$

$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

- $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = (a^3 + a^2b + ab^2 - ba^2 - ab^2 - b^3) = a^3 - b^3$

► Actividad 8

En los siguientes cálculos se han cometido errores al aplicar las propiedades estudiadas. Indique cuáles son y corríjalos.

1) $(2^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5)^2 = 2^{16}$

$(2^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5)^2 = (2^4)^2 = 2^8 \neq 2^{16}$

2) $(a^2)^4 : (a^{-3})^2 = (a^8) : a^{-6} \quad \text{con } a \neq 0$

$= 1^{14}$

$= 1$

$(a^2)^4 : (a^{-3})^2 = (a^8) : a^{-6}$

$= a^{14}$

3) $\frac{a^4 \cdot (a^2)^6}{(a^9)^2} = \frac{a^4 \cdot a^{12}}{a^{18}} \quad \text{con } a \neq 0$

$= a^{-2}$

$= (-a)^2$

$= a^2$

$$\frac{a^4 \cdot (a^2)^6}{(a^9)^2} = \frac{a^4 \cdot a^{12}}{a^{18}} = \frac{a^{16}}{a^{18}} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

4) $(7 \cdot 2 - 14)^0 + 5^0 = 2$

$(7 \cdot 2 - 14)^0 + 5^0 = (14 - 14)^0 + 1 = 0^0 + 1 = \text{indefinida}$

La expresión 0^0 no está definida dentro del campo de los números reales.

$$5) \frac{b^m \cdot b^{2n}}{b^n} = b^m \cdot b^2 \quad \text{con } b \neq 0$$

$$= b^{m+2}$$

$$\frac{b^m \cdot b^{2n}}{b^n} = \frac{b^{m+2n}}{b^n} = b^{m+2n-n} = b^{m+n} \neq b^m \cdot b^2$$

► Actividad 9

Aplicando las propiedades de la potenciación demuestre que:

$$1) (a+2)^2 - (a-2)^2 - 4(2a+1) = -4$$

$$\begin{aligned} (a+2)^2 - (a-2)^2 - 4(2a+1) &= \\ (a^2 + 4a + 4) - (a^2 - 4a + 4) - (8a + 4) &= \\ a^2 + 4a + 4 - a^2 + 4a - 4 - 8a - 4 &= \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$2) (3 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2})^3 : (3^{n+2})^3 = 8$$

$$\begin{aligned} (3 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2})^3 : (3^{n+2})^3 &= \\ (3^{n+2} + 3^{n+2})^3 : (3^{n+2})^3 &= \\ (2 \cdot 3^{n+2})^3 : (3^{n+2})^3 &= \\ 2^3 \cdot 3^{3(n+2)} : 3^{3(n+2)} &= \\ 2^3 &= 8 \end{aligned}$$

$$3) (10 \cdot 2^{n+1})^3 : (2^{n+1})^3 = 1000$$

$$\begin{aligned} (10 \cdot 2^{n+1})^3 : (2^{n+1})^3 &= \\ 10^3 \cdot 2^{3(n+1)} : 2^{3(n+1)} &= \\ 10^3 &= 1000 \end{aligned}$$

$$4) 2^{2-n} \cdot (2 \cdot 2^{n+1} + 2^{n+2}) = 32$$

$$\begin{aligned} 2^{2-n} \cdot (2^{n+2} + 2^{n+2}) &= \\ 2^{2-n} \cdot (2 \cdot 2^{n+2}) &= \\ 2^{2-n} \cdot 2^{n+3} &= \\ 2^{2-n+n+3} &= 2^5 = 32 \end{aligned}$$

$$5) \frac{(a+b)(a-b)-(a^{3-m}:a):a^{-m}}{-b^2} = 1 \text{ con } a \neq 0 \text{ y } b \neq 0$$

$$\frac{(a+b)(a-b)-(a^{3-m}:a):a^{-m}}{-b^2} =$$

$$\frac{(a^2-b^2)-(a^{2-m}):a^{-m}}{-b^2} =$$

$$\frac{a^2-b^2-a^{2-m+m}}{-b^2} =$$

$$\frac{a^2-b^2-a^2}{-b^2} = 1$$

► Actividad 10

Proponga ejemplos mostrando que la radicación no es distributiva respecto de la suma y la resta.

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt{1+2} \neq \sqrt{1} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} \neq 1 + \sqrt{2}$$

$$\sqrt[n]{b-a} \neq \sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt{2-1} \neq \sqrt{2} - \sqrt{1}$$

$$1 \neq \sqrt{2} - 1$$

► Actividad 11

Lea atentamente el siguiente planteo. En él se deslizó un error. Encuéntrelo.

$$\sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{-27} + \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-25} + (-2)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}-1\right)^{-2} =$$

$$= \sqrt[3]{(-8)(-27)} + \sqrt{(-4)(-25)} + (-8) \cdot \left(\frac{-4}{5}\right)^{-2} =$$

$$= \sqrt[3]{216} + \sqrt{100} + (-8) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^2 =$$

$$= 6 + 10 + (-8) \cdot \frac{25}{16} =$$

$$= 6 + 10 + \left(-\frac{25}{2}\right) =$$

$$= 6 + 10 - \frac{25}{2} =$$

$$= \frac{7}{2}$$

Las expresiones $\sqrt{-4}$ y $\sqrt{-25}$ no están definidas dentro del campo de los números reales.

► Actividad 12

Calcule:

$$1) \quad \frac{\left(1-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right) : \left(\frac{2}{3}-2\right)^2} =$$

$$= \frac{8}{288 \cdot 3} = \frac{1}{36 \cdot 3} = \frac{1}{108}$$

$$2) \quad \frac{1-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right)^2 : \frac{2}{3} - 2^2} =$$

$$= \frac{-\frac{9}{16}}{-\frac{10}{3}} = \frac{9 \cdot 3}{10 \cdot 16} = \frac{27}{160}$$

$$3) \quad \left(\frac{1+\sqrt{9}}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1-\sqrt[3]{-9+1}}{6}\right)^2 + \left(\frac{8-\sqrt[5]{32}}{3}\right)^{-3} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$4) \quad \frac{(\sqrt{1-0,64}:10) \cdot (0,1)^{-2}}{\sqrt{1,7}} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$5) \quad \sqrt{1-0,8} + 0,1 : 0,1 =$$

$$= \frac{13}{9}$$

$$6) \quad (\sqrt{1-0,8} + 0,1) : 0,1 =$$

$$= \frac{40}{9}$$

$$7) \quad \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2 \cdot 32}} + \frac{1}{5} : (-3-2)^2}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{251}{125}}{\frac{5}{6}} = \frac{251 \cdot 6}{125 \cdot 5}$$

$$8) \quad \sqrt{(-2-4)^2} + \frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^{-2} =$$

$$= 6 + \frac{25}{288}$$

$$9) \quad \left| \left(\frac{-3}{2} \right)^2 \right|^{-1} : \frac{1}{27} + 1 =$$

$$= \frac{4}{9} : \frac{1}{27} + 1 = 13$$

► Actividad 13

Calcule y lleve a su mínima expresión:

1) $\sqrt{4} - \sqrt{8} - \sqrt[3]{8} =$

2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$

3) $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} =$

4) $3 \cdot \sqrt{3} - (2 + a) \cdot \sqrt{3} + a \cdot \sqrt{3} =$

5) $2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} =$

6) $3x\sqrt{7^2(y+1)} - \frac{1}{4}\sqrt{x(xy+x)} =$

7) $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3} \cdot (1 + \sqrt[4]{81}) =$

8) $a \cdot \sqrt[4]{a} + 2 \cdot \sqrt[4]{a^5} =$

1) $\sqrt{4} - \sqrt{8} - \sqrt[3]{8} = 2 - 2\sqrt{2} - 2 = -2\sqrt{2}$

2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt{25} - \sqrt[3]{8} = 5 - 2 = 3$

3) $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 1 + 2\sqrt{5} + 5 - \sqrt{20} = 1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2\sqrt{5} = 6$

4) $3 \cdot \sqrt{3} - (2 + a) \cdot \sqrt{3} + a \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{3} - a \cdot \sqrt{3} + a \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$

5) $2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{27 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} = -\sqrt[3]{2}$

6) $\forall x \geq 0$

$$3x\sqrt{7^2(y+1)} - \frac{1}{4}\sqrt{x(xy+x)} = 21x\sqrt{(y+1)} - \frac{1}{4}x\sqrt{(y+1)} = \frac{83}{4}x\sqrt{(y+1)}$$

$$\forall x < 0$$

$$3x\sqrt{7^2(y+1)} - \frac{1}{4}\sqrt{x(xy+x)} = 21x\sqrt{(y+1)} + \frac{1}{4}x\sqrt{(y+1)} = \frac{85}{4}x\sqrt{(y+1)}$$

7) $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3} \cdot (1 + \sqrt[4]{81}) = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3} - \sqrt[4]{3} \cdot (1 + \sqrt[4]{3^4}) = 2 \cdot \sqrt[4]{3} - 4 \cdot \sqrt[4]{3} = -2 \cdot \sqrt[4]{3}$

8) $a \cdot \sqrt[4]{a} + 2 \cdot \sqrt[4]{a^5} = a \cdot \sqrt[4]{a} + 2 \cdot \sqrt[4]{a \cdot a^4} = 3a \cdot \sqrt[4]{a}$

► Actividad 14

Exprese paso a paso las propiedades aplicadas en la resolución de la ecuación:

$$(x^2 - 1) \cdot (x + 3) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0 \quad \text{Anulación del producto}$$

$$x^2 = 1 \quad \vee \quad x = -3 \quad \text{Uniforme y existencia del opuesto}$$

$$x = \pm 1 \quad \vee \quad x = -3 \quad \text{Radicando positivo, índice par}$$

► Actividad 15

Resuelva las siguientes ecuaciones en \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x(x^2 - 4) = 0 \\ \text{b)} \quad & (x^2 - 2)(x^2 - 9) = 0 \\ \text{c)} \quad & x(x^2 - 5)(x^3 + 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x = 0; \pm 2 \\ \text{b)} \quad & x = \pm\sqrt{2}; \pm 3 \\ \text{c)} \quad & x = 0; -1; \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

► Actividad 16

Calcule:

$$\begin{array}{lll} 1) \quad 16^{0.25} = & 2) \quad 16^{-0.25} = & 3) \quad \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right) : 2^{\frac{1}{6}} = \\ & & \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \\ 4) \quad \left(5 \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{3}} : 5^{-1} = & 5) \quad \left(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = & 6) \quad \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)(-1)}\right]^{-2} = \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll} 1) \quad 2 & 2) \quad \frac{1}{2} & 3) \quad 2^{\frac{7}{6}} & 4) \quad 5^{\frac{4}{9}} & 5) \quad \frac{4}{3} & 6) \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}} \end{array}$$

► Actividad 17

Exprese como potencia de exponente fraccionario y calcule.

$$\begin{array}{lll} 1) \quad \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = & 2) \quad \frac{(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2})^4}{\sqrt[5]{8}} = & 3) \quad \frac{5 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt{125} \cdot \sqrt{27}} = \\ 4) \quad \sqrt[7]{\frac{a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}} = & 5) \quad \sqrt[7]{\sqrt[4]{2^{-1} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^4}} = & 6) \quad \sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[5]{3} = \end{array}$$

1) $3^{\frac{5}{4}}$

2) $2^{\frac{17}{5}}$

3) $5^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{7}{6}}$

4) $a^{\frac{7}{12}}$

5) $2^{-\left(\frac{1}{14}\right)}$

6) $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{1}{5}}$

► Actividad 18

Demuestre que:

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$$

¿Qué condiciones deben cumplir a y b para que estas expresiones pertenezcan al conjunto de los números reales?

Resultado:

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$$

Condiciones:

$$a \neq b \wedge a, b > 0$$

► Actividad 19

Determine en cada caso si a es mayor, menor o igual que b

1) $a = \frac{5}{7}$

b = $\frac{3}{2}$

2) $a = -\frac{9}{2}$

b = $\frac{5}{3}$

3) $a = \frac{9}{2}$

b = $\frac{5}{3}$

4) $a = -\frac{9}{2}$

b = $-\frac{5}{3}$

5) $a = 2\sqrt{2}$

b = $\sqrt{3}$

6) $a = \sqrt{5}$

b = $\sqrt{2}$

7) $a = 1 + 2\sqrt{2}$

b = $1 + \sqrt{5}$

Resultados:

1) $\frac{5}{7} < \frac{3}{2}$ 2) $-\frac{9}{2} < \frac{5}{3}$ 3) $\frac{9}{2} > \frac{5}{3}$ 4) $-\frac{9}{2} < -\frac{5}{3}$

5) $2\sqrt{2} > \sqrt{3}$ 6) $\sqrt{5} > \sqrt{2}$ 7) $1+2\sqrt{2} > 1+\sqrt{5}$

► Actividad 20

Indique si los siguientes razonamientos son correctos. En caso de no serlo, indique el error.

$$\begin{aligned} 1) \quad & -3a + 4 < -(3b - 7) \\ & -3a + 4 < -3b + 7 \\ & -3a + 4 < -3b + 4 + 3 \\ & -3a < 3(-b + 1) \\ & -a < -b + 1 \\ & a < b - 1 \end{aligned}$$

En el anteúltimo paso, al multiplicar por -1 , se debe invertir el signo de la desigualdad:

$$-1(-a > -b + 1)$$

$$a > b - 1$$

2) $a, b \in \mathbb{R}^+ \wedge a \neq b$: $a^2 - ab > ab - b^2$

$$a(a - b) > b(a - b)$$

$$a > b$$

Este resultado asume inicialmente que $a > b$ y por lo tanto, que la diferencia entre $(a - b) > 0$. Si esto no fuera así, el signo de la desigualdad debería invertirse al multiplicar por -1 .

3) Se puede afirmar que: $\forall c \in \mathbb{R}_0$, si $a < b$, se verifica que:

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

Este resultado es correcto, si y sólo si c es un número > 0 . Si $c < 0$, el signo de la desigualdad debería invertirse.

► Actividad 21

Sabiendo que $a, b \in \mathbb{R} \wedge a < b$, establezca qué relación existe entre $(a + b)$ y 2, siendo $2(a - b) > a^2 - b^2$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b) < 2 \cdot (a - b)$$

$$(a + b) > 2$$

En el último paso, se invierte el signo debido a que $a < b$.

► Actividad 22

Resuelva las siguientes inecuaciones y grafique en una recta los valores que puede tomar x .

a) $x - 1 > 3$

b) $x + 3 \geq 5$

c) $3x + 2 < 2$

d) $5x + 3 < 4 - x$

a) $x - 1 > 3$

$$x > 3 + 1$$

$$x > 4$$

b) $x + 3 \geq 5$

$$x \geq 2$$

c) $3x + 2 < 2$

$$3x < 2 - 2$$

$$x < 0$$

d) $5x + 3 < 4 - x$

$$5x + x < 4 - 3$$

$$6x < 1$$

$$x < \frac{1}{6}$$

► Actividad 23

Calcule cuando sea posible.

- a) $\log_a 1 = 0$ b) $\log_2 64 = 6$
- c) $\log_b b^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ d) $\log_4 2 = \frac{1}{2}$
- e) $\log_{10} 0 = \notin$ f) $\log_3 \left(\frac{1}{27} \right) = -3$
- g) $\log_4 4 = 1$ h) $\log_{\left(\frac{5}{2}\right)} \left(\frac{125}{8} \right) = 3$
- i) $\log_3 (-9) = \notin$ j) $\log_6 36^0 = 0$

► Actividad 24

Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. La base del logaritmo puede ser cualquiera (siempre que sea >0 y $\neq 1$):

- a) $\log_j x = -\log_j \left(\frac{1}{x} \right)$ b) $\log_j \left(\frac{a \cdot b}{c} \right) = \frac{\log_j a + \log_j b}{\log_j c}$
- c) $\log_j (a^3 + b^3) = 3(\log_j a + \log_j b)$ d) $\log_j x = \frac{a}{b} \log_j x^{\frac{b}{a}}$
- e) $\log_j [(a+b)(a-b)] = \frac{\log_j a}{\log_j b} + \log_j a \cdot \log_j b$ f) $\log_j (\sqrt[3]{a}) = \frac{1}{3} + \log_j a$
- g) $\log_j [(a+b)(a-b)] = \log_j (a-b) + \log_j (a+b)$ h) $\log_j (a-2a) = -\log_j a$
- i) $\log_j \left(\frac{a}{b} \cdot c \right) = (\log_j a) \cdot (\log_j b + \log_j c)$ j) $\log_j a^b = (\log_j a)^b$

- a) V, b) F, c) F, d) V, e) F, f) F, g) V, h) F, i) F, j) F

► Actividad 25

Calcule el valor de x

$$2 \log_3 (x-8) = 0$$

$$x = 9$$

► Actividad 26

Complete los valores de las variables:

a) $10^x = \frac{1}{2}$ $x =$

b) $3^{2r} = 81$ $r =$

c) $y > 0 ; \log_{10} y = \frac{1}{2}$ $y =$

d) $z > -\frac{1}{3} ; \log_{10}(3z+1) = 4$ $z =$

e) $w > 1 ; \log_2(4w-4) = 5$ $w =$

f) $\log_d 343 = 3$ $d =$

Respuestas:

a) $x = -\log 2$ b) $r = 2$ c) $y = \sqrt{10}$

d) $z = 3333$ e) $w = 9$ f) $d = 7$

Ejercitación

Ejercicios integradores:

1) Lleve a su mínima expresión:

a) $\frac{10^3 \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{2}}}{10^5}$

b) $10 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{10}$

c) $\sqrt{\frac{x}{\sqrt{x}}}$

d) $x^3 x^{-\frac{1}{2}} \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{x^2 x^{-3}}$

e) $2\sqrt{27} \cdot 12^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{xy^3} \left(\sqrt{x^5 y} - \sqrt{x^2 y^2} \right)$

g) $4^{\frac{1}{2}} - 125^{\frac{1}{3}} + 2 \cdot 3^0$

h) $\sqrt{\frac{a^2 - c^2 a^2}{1 - c^2}}$

i) $\left[\frac{2}{1 + \sqrt{9}} \right]^{-1} - \left[\frac{6}{1 + \sqrt[3]{-9+1}} \right]^{-2}$

j) $\left(x^{\frac{7}{12}} \cdot \sqrt[6]{\left(\sqrt[6]{\frac{x^4}{x^9}} \right)^4} \right)^{-6}$

Resultados:

a) $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

b) $10^{\frac{7}{4}}$

c) $x^{\frac{1}{4}}$

d) x^2

e) 36

f) $x^3 y^2 - xy^2 \sqrt{xy}$

g) -1

h) $\sqrt{a^2} = |a|$
 $= a \quad \forall a \geq 0$

i) $\frac{71}{36}$

j) $x^{\frac{13}{2}}$

2) Resuelva:

a) $\left(\frac{a^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{3^{(pq+q)}}{3^{(pq+p)}} \cdot \frac{3^{2p}}{3^{2q}}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2}$

d) $\sqrt[3]{\left(\frac{10}{27} + 2\right)^2}$

e) $\left(\frac{\sqrt[5]{x^4}\sqrt[4]{y^3}}{\sqrt[3]{z^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

f) $\frac{10^{(x+y)} \cdot 10^{(y-z)} \cdot 10^{(y+1)}}{10^{(y+1)} \cdot 10^{(2y+1)}}$

g) $\frac{ba^2 - b^2}{a^2 - a\sqrt{b}}$

h) $-\frac{1}{2}\sqrt{2ax} \cdot \frac{3}{2}\sqrt[5]{\frac{1}{4}a^2 \cdot x^3}$

i) $\frac{\sqrt{(a+b)}}{(a+b)^{\frac{1}{5}}}$

a) $\left(\frac{a^3}{b^6}\right)$

b) 3^{p-q}

c) $\frac{80}{9}$

d) $\frac{2^4}{3^2} = \frac{16}{9}$

e) $x^{\frac{1}{10}} \cdot y^{\frac{3}{8}} \cdot z^{-\frac{1}{3}}$

f) 10^{x-z-1}

g) $\frac{b}{a}(a + \sqrt{b})$

h) $-3 \cdot 2^{-\left(\frac{19}{10}\right)} \cdot a^{\frac{9}{10}} \cdot x^{\frac{11}{10}}$

i) $(a+b)^{\frac{3}{10}}$

3) Determine cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas:

a) $(a+2)^2 - (a-2)^2 - 4(2a+1) = -4$

b) $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 6$

c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = 3 \cdot \sqrt[4]{3}$

d) $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt{\log(a^2 - b^2)} = \frac{1}{2} [\log(a+b) + \log(a-b)]$ f) $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt[3]{x-y}} = \sqrt[6]{x-y}$

- a) V; b) V; c) F; d) F, e) F, f) V

4) Calcule el valor de x :

a) $\sqrt{\frac{x^2 - y^2}{1 - y^2}} - \log_{10}\left(10^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{1}{2}$ b) $\sqrt[3]{9^x} = 27$

c) $-x + \log_5\left(\frac{1}{125}\right) = \frac{\log_4\left(0,1 \cdot \frac{5}{2}\right)}{\log_3 3}$ d) $\frac{3x-2}{x-1} = \frac{3x-1}{x+1}$

a) $x = \pm \frac{7}{6}$

b) $x = 3$

c) $x = -4$

d) $x = \frac{3}{5}$

Autoevaluación

1) Dada la siguiente expresión, con $m > 0$.

$$\frac{m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{2m} \cdot \sqrt[3]{4m^2}}{2 \cdot \sqrt[4]{m^5}}$$

su expresión equivalente es

c) $-\frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{m}}$

2) Dadas las siguientes afirmaciones:

I) $\forall a \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 : a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}} = 0$

II) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0 : (b+c) \div a = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$

III) $\forall a \in \mathbb{R}^+ : (-\sqrt{a})^{-1} = -\frac{\sqrt{a}}{a}$

IV) $\forall b,c \in \mathbb{R} \wedge c \neq 0 : \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2c$

Son correctas:

c) Sólo II y III

3) $\forall a,b,c \in \mathbb{N}_0$, se verifica que $a < b$ cuando:

c) $\log_{10} x^a < \log_{10} x^b \quad \forall x / x \in \mathbb{R} \wedge x > 1$

4) La expresión que resulta de resolver

$$\log(x^2 - 1) = a$$

es:

b) $x = \pm \sqrt{10^a + 1}$

Unidad 5 – Relaciones y funciones

Contenido: Relaciones Directa e Inversamente proporcional. Relaciones y Funciones: Par ordenado. Relaciones. Domino de una relación. Función Inversa. Funciones especiales: lineal y cuadrática. Manejo y ejercicios de aplicación con la calculadora.

Objetivo: Comprender las diferentes formas en las que se relacionan las variables, cómo describir, cuantificar y graficar esas relaciones, haciendo especial énfasis en relaciones directa e inversamente proporcionales, ecuación de la recta y cuadrática.

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNuYzvkIkjOm9jU5yZJAOSRQ>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32331>

Introducción

En la vida cotidiana utilizamos frecuentemente el término “relación” queriendo expresar que existe algún tipo de “conexión o correspondencia entre dos cosas”.

También en las ciencias existen diversos tipos de relaciones entre las variables de un dado fenómeno, por lo que es de suma importancia su estudio y comprensión. Estas variables, por lo general, pueden ser expresadas como cantidades numéricas, por lo que las relaciones matemáticas son una herramienta que todo científico debería manejar.

Algunos ejemplos de la vida cotidiana en los que dos variables se relacionan, son:

- **“La masa de una determinada cantidad de agua se relaciona de alguna manera con el volumen que esa agua ocupa”.** En este caso las variables que se relacionan son la masa y el volumen.
- **“El tiempo que tardamos en recorrer una determinada distancia se relaciona de alguna manera con la velocidad a la que nos movemos”.** En este caso las variables que se relacionan son el tiempo y la velocidad.
- **“Las veces que rebotará contra el piso una pelota de tenis al soltarla desde una determinada altura se relaciona de alguna manera con la altura desde la que la soltamos”.** En este caso las variables que se relacionan son el número de rebotes y la altura.

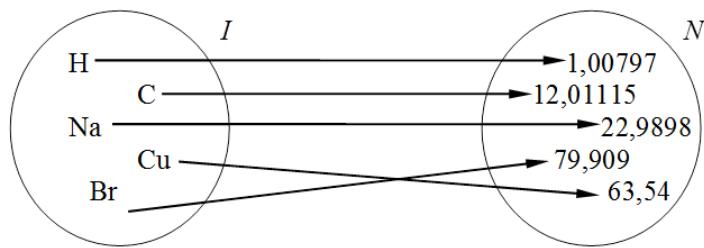
Otros ejemplos de relaciones en el mundo de las ciencias son:

- **“La fuerza con que interactúan dos cargas puntuales en reposo se relacionan de alguna manera con la magnitud de ambas cargas y con la distancia que las separa”.** En este caso las variables que se relacionan son la fuerza entre las cargas, la magnitud de cada carga y la distancia entre ellas.
- **“La fuerza con la que dos cuerpos se atraen (fuerza gravitatoria) se relaciona de alguna manera con sus masas y con la distancia entre ellos”.** En este caso las variables que se relacionan son la fuerza entre los cuerpos, sus masas y la distancia entre ellos.
- **“La presión de un gas contenido en un recipiente cerrado de paredes rígidas se relaciona de alguna manera con la temperatura de dicho sistema”.** En este caso las variables que se relacionan son la presión y la temperatura del gas.

Le proponemos analizar los datos de la siguiente tabla, los cuales se obtuvieron a partir de la Tabla Periódica:

Elementos	H	C	Na	Cu	Br
Masa Atómica (u.m.a.)	1,00797	12,01115	22,9898	63,54	79,909

Aquí vemos que cada elemento tiene una masa atómica dada. Si llamamos a los elementos de la Tabla Periódica el conjunto I , a cuyos elementos llamaremos x , y a las masas atómicas el conjunto N , a cuyos elementos llamaremos y , tendremos lo siguiente:



Se observa que entre los elementos del conjunto I y los del N se establece una relación a la cual representaremos como \mathbf{R} (no confundir con el símbolo \mathbb{R} utilizado para el conjunto de los números reales). En símbolos, esta relación se escribe como:

$$x \mathbf{R} y$$

Vemos que, con dos elementos, uno de cada conjunto y dados en un cierto orden, podemos formar pares de elementos ($x; y$) de los conjuntos I y N . Éstos serán los **pares ordenados**:

$$(H; 1,00797) - (C; 12,01115) - (Na; 22,9898) - (Cu; 63,54) - (Br; 79,909)$$

Estos pares ordenados satisfacen la relación \mathbf{R} .

¿El par ordenado (Cu; 1,00797) cumple con \mathbf{R} ? J.S.R

La relación que vincula los elementos de I con los elementos de N , es el conjunto de pares ordenados que satisface la siguiente relación:

$$\mathbf{R} = \{(x, y) / x \in I \wedge y \in N \wedge x \mathbf{R} y\}$$

► Actividad 1

1) ¿Qué entiende por constante?

2) ¿Qué entiende por variable?

3) Con las siguientes oraciones

“Sólo puede ser letras” “No cambia con el tiempo” “Cambia con el tiempo”

“Son letras como a, b, c y d” “Son letras como x, y, z”

formé cuatro conjuntos de la siguiente manera:

Conjunto A: los elementos que pertenecen a este conjunto son características únicas de las constantes.

Conjunto B: los elementos que pertenecen a este conjunto son características únicas de las variables.

Conjunto C: los elementos que pertenecen a este conjunto aplican tanto a constantes como a variables.

Conjunto D: los elementos que pertenecen a este conjunto no aplican ni a constantes ni a variables.

4) En los conjuntos anteriores agregue otras características que usted crea que relevantes para los diferentes conjuntos dados.

5) Si la aceleración de la gravedad es una constante ¿por qué cambia según nos encontremos en la Tierra o en la Luna?

6) Si la densidad de un cuerpo es una constante ¿por qué cambia con la temperatura?

Una constante es un valor que permanece fijo, no pudiendo cambiar dentro del contexto o la situación donde se la plantea. A pesar de ser fijo, puede no ser conocido, representándose entonces a través de un símbolo.

Una variable es un símbolo que puede tomar diferentes valores dentro de cierto conjunto dado, pudiendo depender de otras variables y/o ciertas constantes.

Relación directamente proporcional

Las relaciones directamente proporcionales son quizás las que más utilizamos de manera intuitiva en la vida diaria. Estas relaciones se definen de forma matemática como

$$y = k \cdot x$$

en donde x e y son las variables, y k es la constante de proporcionalidad, definida como

$$k = \frac{y}{x}$$

Para una mayor comprensión de las relaciones directamente proporcionales analice el siguiente ejemplo y su desarrollo:

Un estudiante se propuso medir la cantidad de agua que recolectaba desde la canilla de la pileta de su cocina. Para ello, con la canilla totalmente abierta, puso un recipiente debajo del chorro de agua durante diferentes cantidades de tiempo (medidas con un cronómetro). Luego de cada recolección pesaba el recipiente conteniendo el agua utilizando una balanza de cocina. En todos los casos, a la

masa pesada le restaba la masa del recipiente vacío, previamente determinada. Con estos datos construyó la siguiente tabla:

$x \equiv$ tiempo [s]	$y \equiv$ masa de agua [g]
10,0	1200
15,0	1800
25,0	3000

¿Qué relación podemos establecer entre el tiempo que el estudiante recoge agua y el la masa de agua que recoge?

Vemos en la tabla la relación entre dichas variables (x **R** y). Realizamos los cocientes entre y y x se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1200 \text{ g}}{10,0 \text{ s}} = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \quad \frac{1800 \text{ g}}{15,0 \text{ s}} = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \quad \frac{3000 \text{ g}}{25,0 \text{ s}} = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se observa a partir de los cocientes realizados que $\frac{y}{x} = \text{constante}$. Esta constante se denomina constante de proporcionalidad siendo igual a $120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$. Es importante tener en cuenta que será válida solo en este caso, con este nivel de apertura de canilla. La misma medida realizada en otra canilla puede arrojar un valor de k distinto.

$$\frac{y}{x} = k$$

Esto significa que y varía en forma proporcional y directa con respecto a x , o lo que es lo mismo, y es directamente proporcional a x :

$$y = k \cdot x$$

Entonces a cada valor de x le corresponde un valor de y , tal que $\frac{y}{x} = k$. Con todo esto vemos que si

$k = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ y $x = 33,0 \text{ s}$, ¿qué valor tomará y ?

$$y = (120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}) (33,0 \text{ s}) = 3960 \text{ g}$$

¿Qué pasa si ahora el alumno recolecta agua durante 40 s?

$$x = 40 \text{ s} \quad k = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \quad y = ?$$

$$y = (120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}) (40 \text{ s}) = 4800 \text{ g}$$

¿Cuál será la variable dependiente en el problema?

Como se ve, según el planteo del problema la masa de agua que vamos a recolectar “depende” del tiempo que dejemos el recipiente bajo el chorro de agua. Por lo tanto, la variable y es la dependiente, por lo que x es la variable independiente.

Es decir que, conociendo la variable independiente (el tiempo que se deja el recipiente bajo el chorro de agua) y la constante de proporcionalidad, el estudiante podría calcular qué masa se recolecta sin tener que medirla (variable dependiente).

¿Qué ocurre si ahora deseamos recolectar 900 g de agua?

$$y = 900 \quad k = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \quad x = ?$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación $y = k \cdot x$ por $\frac{1}{k}$ (aplicando la propiedad uniforme), obtenemos:

$$x = y \left(\frac{1}{k} \right)$$

Si definimos una nueva constante k' , de tal forma que $k' = \frac{1}{k}$, la ecuación anterior se podría reescribir:

$$x = k' \cdot y$$

Entonces, ¿se puede decir que x también es directamente proporcional a y ?

La respuesta es sí.

¿El par ordenado $(0; 0)$, satisface **R**?

Si reemplazamos los valores de x e y por $(0; 0)$ se observa que la igualdad se mantiene, por lo que el par ordenado satisface la relación.

$$0 = k \cdot 0$$

Este par ordenado $(0; 0)$ forma parte de todas las relaciones directamente proporcionales, independientemente del valor de la constante de proporcionalidad k . De todas formas, no puede ser utilizado para el cálculo de k , ya que la división por cero no está definida.

¿Qué ocurriría con una relación $y = k \cdot x$ si $k < 0$? ¿Es una relación directamente proporcional? ¿Qué ocurre con la variable y cuando la variable x aumenta?

Una relación de forma $y = k \cdot x$ es directamente proporcional para todo valor de $k \neq 0$, no importa si es un valor positivo o negativo. En caso $k < 0$, al aumentar el valor de la variable x , el valor absoluto de la variable y aumentará en forma proporcional, como se muestra en el siguiente ejemplo.

Imagine un dispensador de agua cuya canilla tiene una pérdida a ritmo constante, al que en un momento dado se lo equipa con un bidón de 20 litros de agua (tiempo = 0). En la siguiente tabla se define como variable x el tiempo, y como variable y el cambio de volumen en el bidón del dispensador a dichos tiempos (volumen a un tiempo dado – volumen inicial).

$x \equiv$ tiempo [h]	$y \equiv$ diferencia de volumen [L]
2	-3,6
3	-5,4
5	-9,0

$$k = \frac{-3,6 \text{ L}}{2 \text{ h}} = -1,8 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1} \quad k = \frac{5,4 \text{ L}}{3 \text{ h}} = -1,8 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$k = \frac{-9,0 \text{ L}}{5 \text{ h}} = -1,8 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1} \quad k = -1,8 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

Como se puede observar, en el contexto en el que está planteado este problema, el valor de la constante de proporcionalidad es negativo.

Relación inversamente proporcional

Como es fácil suponer, las relaciones directamente proporcionales no son las únicas relaciones matemáticas que existen. Otra de las relaciones matemáticas que seguramente hemos empleado de manera intuitiva alguna vez, y que es muy utilizada en el campo de las ciencias, es la relación inversamente proporcional. Estas relaciones se definen de forma matemática como

$$y = \frac{k}{x}$$

en donde x e y son las variables y k es la constante de proporcionalidad, definida como

$$k = y \cdot x$$

Para una mayor comprensión de las relaciones inversamente proporcionales analice el siguiente ejemplo y su desarrollo.

Una persona recorre todos los días una cierta distancia d . Cada día lo hace con una rapidez diferente y observa que si aumenta su rapidez tarda menos tiempo en llegar a su meta. La recopilación de datos de tres días de medición es mostrada en la siguiente tabla:

$x \equiv$ rapidez [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]	$y \equiv$ tiempo [s]
20	25,0
8	62,5
10	50,0

La relación que vincula estas dos variables (x R y), ¿es directamente proporcional?

Como ya se vio en el ejercicio anterior, para que la relación sea directamente proporcional debe cumplirse en todos los casos que $\frac{y}{x} = k$. Veamos qué ocurre en este caso:

$$\frac{25,0 \text{ s}}{20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1,25 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1} \quad \frac{62,5 \text{ s}}{8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 7,81 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1} \quad \frac{50 \text{ s}}{10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 5,00 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$$

Puede observarse que no se obtiene un valor constante al hacer el cociente entre las variables, por lo que la relación que existe **no es directamente proporcional**.

El primer par ordenado cumple con la siguiente relación: $x \cdot y = 500 \text{ m}$ ¿Qué ocurre con los demás pares ordenados?

Par (20; 25) $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 25 \text{ s} = 500 \text{ m}$

Par (8; 62) $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 62 \text{ s} = 500 \text{ m}$

Par (10; 50) $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 50 \text{ s} = 500 \text{ m}$

Se observa que en todos los casos se cumple que $x \cdot y = 500 \text{ m}$.

¿Cuál es la distancia que debe recorrer esta persona todos los días?

Como lo expresa el enunciado del problema el hombre recorre siempre una misma distancia d, la cual es constante, y es igual a 500 m.

Entonces llamaremos a esta constante k constante de proporción inversa, la cual queda definida como:

$$k = y \cdot x$$

De la relación existente entre estas variables se puede llegar a la siguiente igualdad,

$$y = \frac{k}{x} \equiv k \cdot \left(\frac{1}{x} \right)$$

lo que se define como relación inversamente proporcional. Se dice que una variable es inversamente proporcional a otra, si entre las dos se establece esa relación.

Cuando la relación entre x e y es inversamente proporcional, si una de las variables cambia, la otra deberá cambiar de forma **proporcional** para que se satisfaga $k = y \cdot x$.

Observe que para que la relación sea inversamente proporcional no es suficiente que mientras una variable aumente la otra disminuya. Deben cumplir con $k = y \cdot x$.

¿Qué ocurriría con una relación $y \cdot x = k$ si $k < 0$? ¿Es una relación inversamente proporcional? ¿Qué ocurre con la variable y cuando la variable x aumenta?

De igual manera que en una relación directamente proporcional, una relación de forma $y = \frac{k}{x}$ es inversamente proporcional para todo valor de $k \neq 0$, no importa si k es un valor positivo o negativo.

En caso de que $k < 0$, al aumentar el valor de la variable x , el valor de la variable y aumentará de tal forma que la relación se mantenga.

► Actividad 2

Se tomaron varios objetos de hierro y se midieron sus masas y volúmenes, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

objeto	$V \equiv$ volumen [cm ³]	$m \equiv$ masa[g]
1	123,0	960,1
2	250,2	1947,8
3	14,8	115,9
4	38,2	298,0
5	70,7	551,4

- a) ¿Existe algún tipo de relación entre los valores del volumen y de la masa? En caso afirmativo, diga qué tipo de relación es.
- b) ¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad?
- c) ¿Cuál es su significado?
- d) ¿Cuál es el valor de la masa de un clavo de hierro que tiene un volumen de 1,5 cm³?

► Actividad 3

El estado de una muestra de un gas ideal es caracterizado por el valor que toman las llamadas “variables de estado”. Estas son: presión (P), volumen (V), temperatura (T) y cantidad de sustancia (n). Los valores de estas variables de estado están relacionados entre sí por la llamada “ecuación de estado de los gases ideales”:

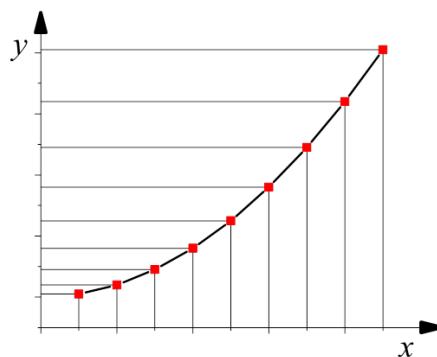
$$P V = n R T$$

donde R es una constante universal, conocida como la constante de los gases. Recuerde que siempre que nos refiramos a la ecuación de estado de los gases ideales la temperatura estará expresada en K (kelvins) y la cantidad de sustancia n en moles. Este último concepto se abordará con detalle más adelante, en la UT 10: El Mol. No se preocupe si no le resultan familiares estos conceptos, por ahora nos centraremos en los aspectos matemáticos de la ecuación.

- a) ¿Qué tipo de relación habrá entre el volumen y la presión si las demás variables permanecen constantes?
- b) ¿Y entre el volumen y la temperatura?
- c) ¿Y entre la presión y la temperatura?
- d) Para cada caso exprese la constante de proporcionalidad.

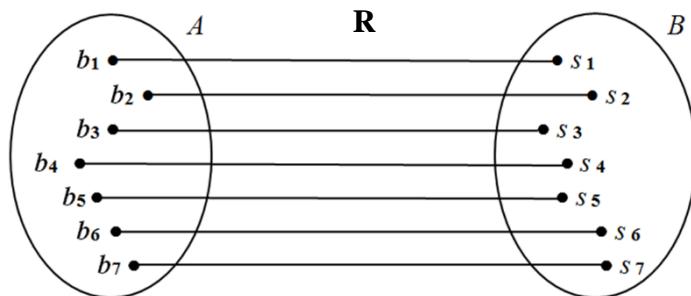
El concepto de función y representación gráfica

Para aquellos que alguna vez vieron o utilizaron algún tipo de relación matemática es casi automático el relacionarlas con una representación gráfica. Los gráficos de las relaciones son muy útiles, ya que permiten a simple vista tener una idea aproximada de cómo se relacionan las variables. Estos se construyen representando los valores de cada elemento de los conjuntos X e Y en rectas perpendiculares. En esta representación gráfica cada par ordenado perteneciente a la relación se corresponde con un punto del plano cuyas coordenadas (en el sistema de ejes definido por estas rectas) son respectivamente los elementos del par ordenado, como se muestra en la siguiente figura:

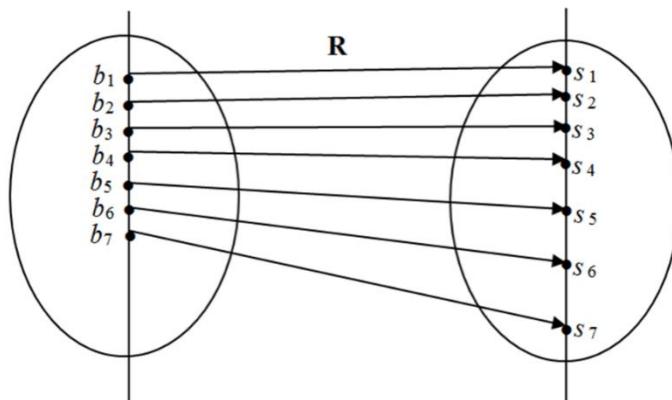


Representación gráfica de relaciones y funciones

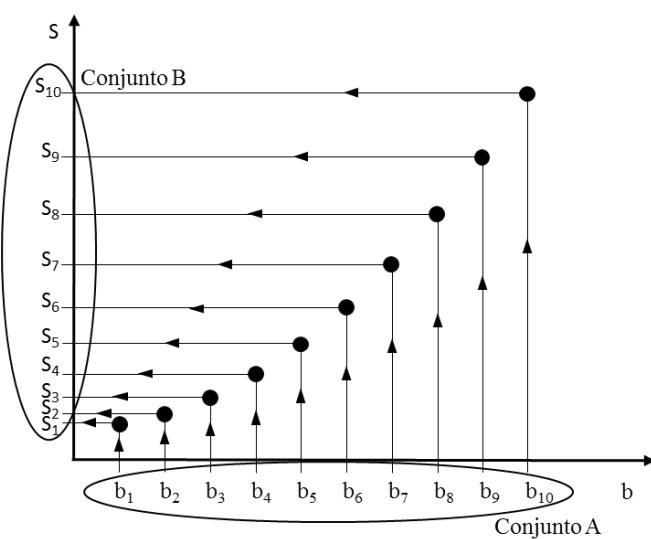
Para empezar, utilicemos dos conjuntos A y B que se relacionan a través de una determinada relación \mathbf{R} .



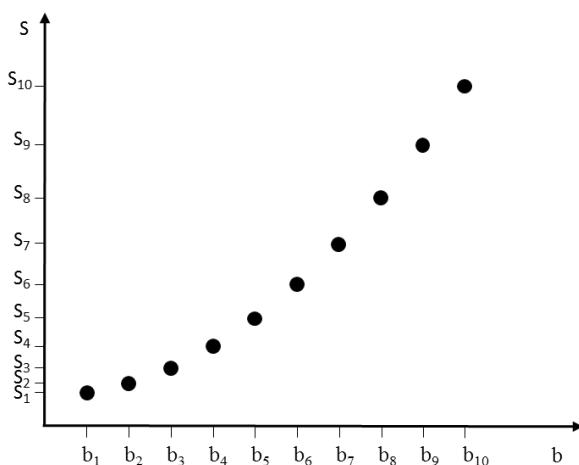
Veamos ahora cómo son las representaciones gráficas. Como nosotros nos interesamos en relaciones entre conjuntos numéricos, será más útil para trabajar alinear los elementos de cada conjunto sobre una recta numérica, de la siguiente manera:



Pero este gráfico también puede ser transformado en otro que será más sencillo de interpretar, reubicando las rectas de la siguiente manera:



De esta manera, obtenemos la representación gráfica de la relación existente entre los elementos del conjunto A y B .



Note que en esta representación gráfica cada par ordenado perteneciente a la relación se corresponde con un punto del plano cuyas coordenadas (en el sistema de ejes definido por estas rectas) son respectivamente los elementos del par ordenado.

Note también que a cada par ordenado de números reales le corresponde un único punto del plano y a cada punto de un plano le corresponde un único par ordenado de números reales.

A partir de este gráfico, se puede llegar a un valor de s a partir de su correspondiente valor de b . Entonces, en la anterior representación gráfica podemos identificar dos conjuntos:

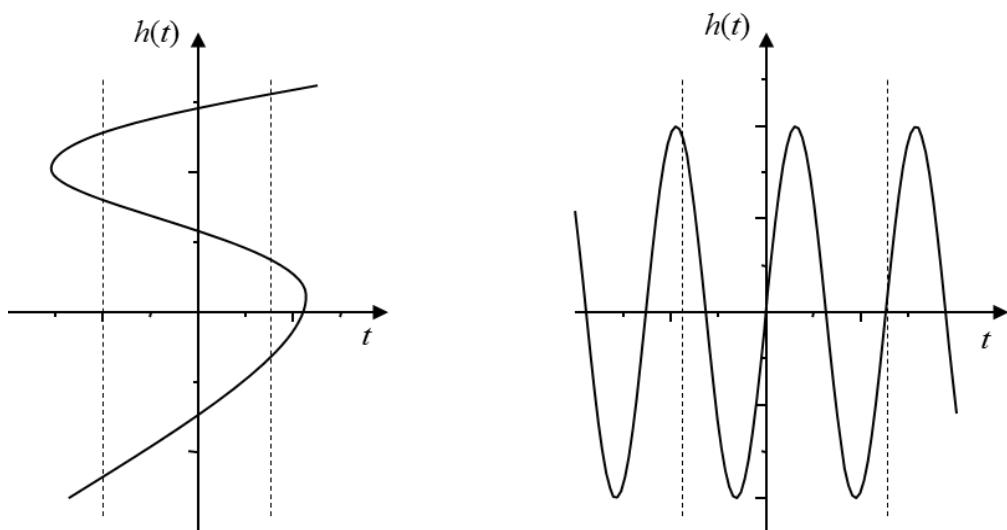
A: conjunto de partida de la *relación*
B: conjunto de llegada de la *relación*

y esto se puede simbolizar como:

$$\mathbf{R}: A \rightarrow B$$

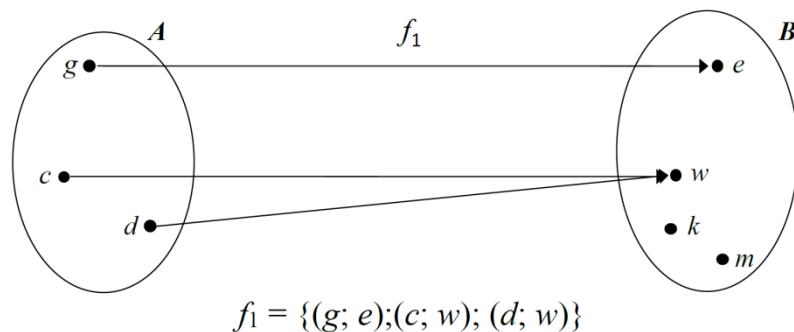
Hasta el momento se mostraron diferentes tipos de relaciones. Una función puede considerarse como un caso particular de relación o de correspondencia matemática, cuando un elemento x que pertenece a un conjunto X ($x \in X$) se relaciona con un (y sólo un) elemento y que pertenece a un conjunto Y ($y \in Y$) determinando su valor, se puede decir que y es función de x , lo que se denota como $y = f(x)$. Es decir, no pueden existir dos pares ordenados pertenecientes a la relación que tengan el mismo primer elemento.

Esta condición puede verificarse de manera muy simple gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales representando los elementos de A con puntos en el eje t , los elementos de B con puntos en el eje $h(t)$ y trazando rectas verticales por los puntos del eje t que correspondan a elementos del conjunto de partida.

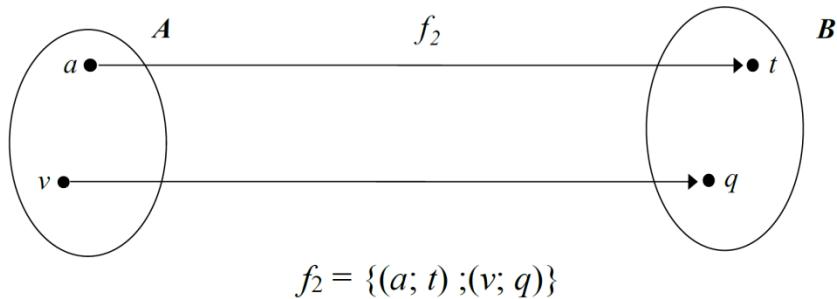


Así, son funciones los siguientes ejemplos:

a)



b)



Si denominamos:

A como el conjunto de los números reales y B como el conjunto de los números reales

la relación y “es el cuadrado de” x es una función porque a cada elemento del conjunto A le corresponde a lo sumo un elemento de B .

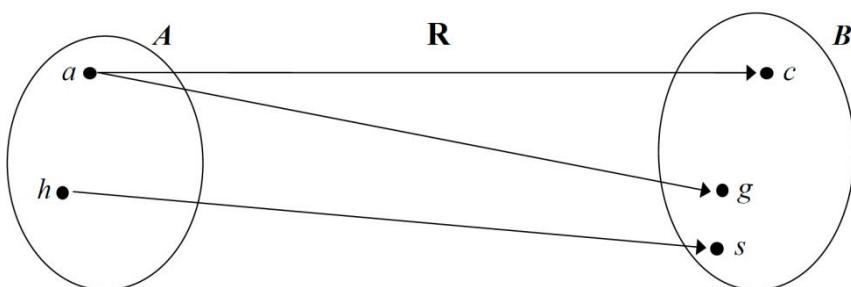
Decimos que f es una función de A en B y se simboliza:

$$f: A \rightarrow B$$

¿Qué sucede si a un elemento de A le corresponden dos o más elementos de B ? En este caso no podremos hablar de funciones, sino solamente de relaciones.

¿Toda función es una relación? ¿Toda relación es una función?

La siguiente, ¿es una función?



Representación gráfica de una relación directamente proporcional

Cuando nos referimos a las relaciones directamente proporcionales, llegamos a la siguiente expresión general:

$$y = a x$$

La relación directamente proporcional es por lo tanto una función.

Si y es una función de x , decimos que $y = f(x)$, y por lo tanto:

$$f(x) = a x$$

Entonces, x será la variable independiente e y la variable dependiente de esta función.

Por ejemplo: supongamos que a tiene un valor igual a 3, tal que:

$$f(x) = 3 x$$

Tomemos ahora algunos valores arbitrarios de x , y entonces los valores de $f(x)$ serán calculados como:

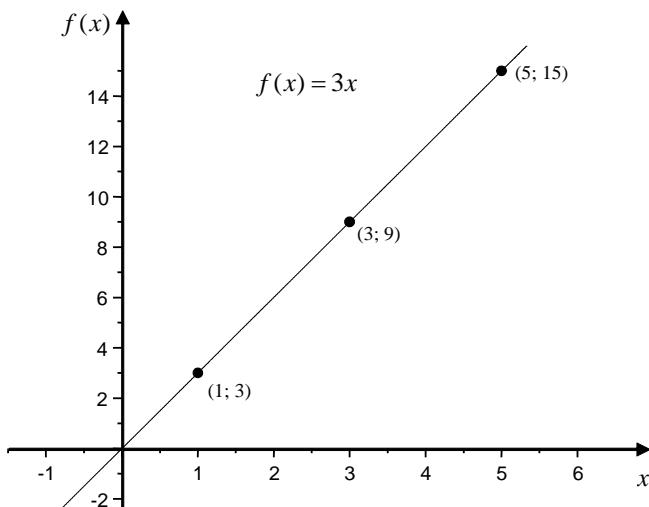
- para $x = 1$, tenemos que $f(1) = 3(1)$, por lo tanto, $f(1) = 3$;
 para $x = 3$, obtenemos $f(3) = 9$; y
 para $x = 5$, $f(5) = 15$.

Cada valor de x forma parte de un cierto subconjunto llamado dominio (llamémosle x_1, x_2, x_3 , etc.), y cada valor de $f(x)$ es parte de un cierto subconjunto llamado imagen (llamémosle $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$, etc.). En las próximas páginas se ampliarán estos conceptos de dominio e imagen.

Entonces podemos formar los siguientes pares de números:

$$\begin{aligned} (x_1; f(x_1)) &= (1; 3) \\ (x_2; f(x_2)) &= (3; 9) \\ (x_3; f(x_3)) &= (5; 15) \end{aligned}$$

Si llevamos estos puntos a un sistema de ejes cartesianos, obtendremos:



Notamos que los puntos están graficados sobre una recta, y esa recta pasa por otros puntos que no han sido calculados (por ejemplo: (2; 6), (4; 12), etc.). Además, esta recta pasa por el punto (0; 0), lo que implica que corta a ambos ejes en el valor igual a cero (para $x = 0$, obtenemos $y = 0$).

Queda claro que al graficar una relación directamente proporcional $f(x) = ax$, se obtiene una recta que pasa por el origen.

Representación gráfica de una relación inversamente proporcional

Por otro lado, cuando nos referimos a las relaciones inversamente proporcionales, llegamos a la siguiente expresión:

$$y = \frac{a}{x}$$

la cual también cumple con que a cada valor de x le corresponde uno solo de y , siendo por lo tanto una función. Es por ello que, a x se la considera como la variable independiente e y como la variable dependiente, rescribiéndola como:

$$f(x) = \frac{a}{x}$$

Por ejemplo: supongamos que a tiene un valor igual a 3, tal que:

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

Tomemos ahora algunos valores arbitrarios de x , y entonces los valores de $f(x)$ serán calculados como:

para $x = 1$, tenemos que $f(1) = \frac{3}{1}$, por lo tanto, $f(1) = 3$;

para $x = 3$, obtenemos $f(3) = 1$;

para $x = 10$, $f(10) = \frac{3}{10}$;

para $x = 25$, $f(25) = \frac{3}{25}$;

Entonces podemos formar los siguientes pares de números:

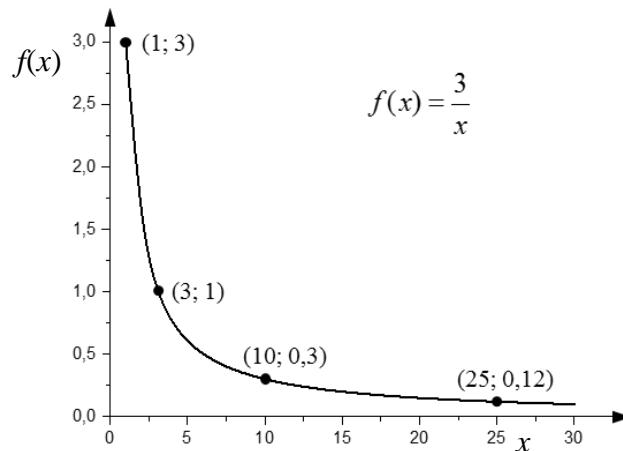
$$(x_1; f(x_1)) = (1; 3)$$

$$(x_2; f(x_2)) = (3; 1)$$

$$(x_3; f(x_3)) = \left(10; \frac{3}{10}\right)$$

$$(x_4; f(x_4)) = \left(25; \frac{3}{25}\right)$$

Si llevamos estos puntos a un sistema de ejes cartesianos, obtendremos:



Notamos que la curva, llamada hipérbola, posee la particularidad que no corta a ninguno de los dos ejes cartesianos, sino que se approxima continuamente tanto al eje x como al eje y es decir que la

distancia entre la curva y los ejes tiende a ser 0, a medida que se extienden indefinidamente. Este tipo de rectas a los que una curva se aproxima continuamente se les llama *asíntota*.

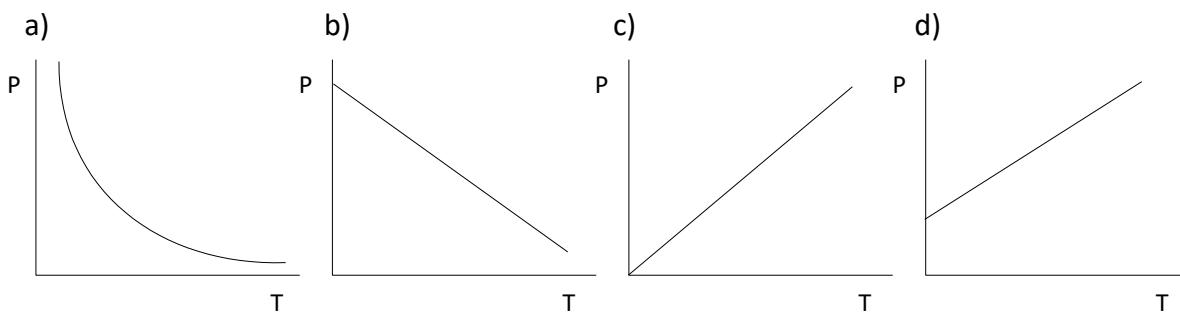
Queda claro que al graficar una relación inversamente proporcional $f(x) = \frac{a}{x}$, se obtiene una hipérbola, teniendo los dos ejes cartesianos como asíntotas. ¿Qué pasará con los valores negativos de x ?

► Actividad 4

Un químico estudió el comportamiento de un gas en su laboratorio a través de distintos experimentos como se detallan a continuación:

i) Experimento 1:

Manteniendo una cantidad de gas constante dentro de un recipiente de paredes rígidas, se midió la presión del gas a diferentes temperaturas. Los resultados de presión y temperatura expresada en kelvins fueron graficados para su análisis. Considerando la ecuación de estado de los gases ideales mencionada anteriormente ($P V = n R T$) ¿cuál de los siguientes gráficos representa los datos medidos por el químico en este experimento?

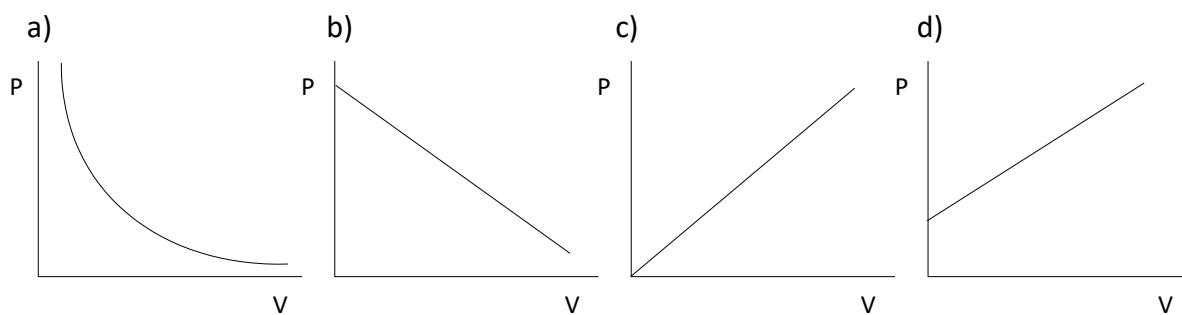


ii) Experimento 2:

El químico repite el experimento 1, manteniendo la misma cantidad de gas, pero en este caso utiliza un recipiente de menor volumen. De igual forma, los resultados de presión y temperatura expresada en kelvins fueron graficados para su análisis. Realice un gráfico de los resultados que se obtendrían en este segundo experimento. ¿Qué cambiaría con respecto al gráfico del primer experimento? Agregue al gráfico realizado los resultados que corresponderían al experimento 1.

iii) Experimento 3:

Una dada cantidad de un gas se mantiene a temperatura constante dentro de un recipiente que posee un émbolo móvil (imagine una jeringa). Se realizaron cambios de volumen al sistema y se midió la presión del gas en cada caso. Los resultados fueron graficados para su análisis. Considerando la ecuación de estado de los gases ideales mencionada anteriormente ($P V = n R T$) ¿cuál de los siguientes gráficos representa los datos medidos por el químico en este experimento?



iv) Experimento 4:

El químico repite el experimento 3, manteniendo la misma temperatura, pero esta vez utilizando una mayor cantidad de gas. De igual forma los resultados fueron graficados para su análisis. Realice un gráfico de los resultados que se obtendrían en este cuarto experimento. ¿Qué cambiaría con respecto al gráfico del tercer experimento? Agregue al gráfico realizado los resultados que corresponderían al experimento 3.

Dominio e imagen

Hemos definido una relación como un conjunto de pares ordenados, cuyos primeros elementos pertenecen todos a un cierto conjunto *A*, llamado conjunto de partida y cuyos segundos elementos pertenecen todos a un cierto conjunto *B*, llamado conjunto de llegada. Ahora bien... ¿La inversa se da? Es decir... ¿Todo elemento del conjunto de partida es primer elemento de algún par ordenado perteneciente a la relación? ¿Todo elemento del conjunto de llegada es segundo elemento de algún par ordenado perteneciente a la relación?

Pese a lo que en principio uno podría imaginar, la respuesta es **NO**.

Imaginemos que **R** es una relación que aplica \mathbb{R} en \mathbb{R} , lo cual se simboliza:

$$\mathbf{R} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

Esto quiere decir que tanto el conjunto de partida como el de llegada son el conjunto de los números reales.

Pero, por ejemplo, si definimos a **R** como la relación: "...es la raíz cuadrada de...", lo que simbólicamente podemos representar como: $y = \sqrt{x}$, tenemos que no todos los elementos del conjunto de partida pueden ser primeros elementos de un par ordenado perteneciente a la misma. ¿Por qué? (Recuerde las propiedades de la radicación).

Entonces vemos que los primeros elementos de los pares ordenados pertenecientes a la relación son elementos de un cierto subconjunto del conjunto de partida al cual se le da el nombre de **DOMINIO**. Análogamente, los segundos elementos de los pares ordenados pertenecientes a la relación son elementos de un cierto subconjunto del conjunto de llegada al cual se le da el nombre de **IMAGEN**.

Damos ahora las definiciones formales:

DOMINIO de una relación **R**, es el conjunto $\text{Dom}(\mathbf{R})$ formado por los primeros elementos de cada par ordenado perteneciente a la relación.

IMAGEN de una relación **R** es el conjunto $\text{Im}(\mathbf{R})$ formado por los segundos elementos de cada par ordenado perteneciente a la relación.

A continuación, se presentan diferentes ejemplos en donde se definen dominio y/o imagen de distintas relaciones:

Ejemplo 1: Encuentre dominio e imagen de la relación “y es el logaritmo de x”.

Solución:

La expresión matemática que representa esta relación es:

$$\mathbf{R}: y = \log(x)$$

El dominio de esta relación está formado por todos los números pertenecientes al conjunto de los números reales, exceptuando el cero y los reales negativos, puesto que el logaritmo de cero o de un número negativo no está definido en el conjunto de los números reales, como se vio en la unidad de Números Reales.

Expresado de otra manera:

$$\text{Dom}(\mathbf{R}) = \{x / x \in \mathbb{R} \wedge x > 0\}$$

La imagen de la relación serán los valores que puede adquirir la variable y. En este caso y puede adoptar cualquier valor dentro del conjunto de los números reales, por lo tanto:

$$\text{Im}(\mathbf{R}) = \{y / y \in \mathbb{R}\}$$

Ejemplo 2: Encuentre el dominio de la relación “y es el cuadrado de x”.

Solución:

La expresión matemática que representa esta relación es:

$$\mathbf{R}: y = x^2$$

El dominio de esta relación está formado por todos los números pertenecientes al conjunto de los números reales, ya que cualquier número real puede ser elevado al cuadrado, entonces:

$$\text{Dom}(\mathbf{R}) = \{x / x \in \mathbb{R}\}$$

Por otro lado, la imagen de la relación serán los valores que pueda adoptar la variable dependiente y. Sabemos que cualquier número real elevado al cuadrado da como resultado un número mayor o igual a cero, por lo que la imagen de la relación es:

$$\text{Im}(\mathbf{R}) = \{y / y \in \mathbb{R} \wedge y \geq 0\}$$

Dominio e imagen en funciones

Dado que las funciones son casos particulares de las relaciones, los conceptos de dominio e imagen también se aplican en funciones. Para conocer el dominio o la imagen de una función debemos proceder de igual manera que en el caso de una relación. Vemos el siguiente ejemplo:

Dada la siguiente función matemática encontrar dominio e imagen.

$$f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 1$$

El dominio de la función será el conjunto de los valores que x puede tomar para que la función esté definida. Como se puede observar x puede adoptar cualquier valor dentro del conjunto de los números reales y la función siempre estará definida. Esto se expresa de manera simbólica como:

$$\text{Dom}(f(x)) = \{x / x \in \mathbb{R}\}$$

Por otro lado, vemos que la función es una suma de términos siempre positivos, ya que la variable x está elevada a exponentes pares, y que tiene un valor mínimo cuando x se anula, siendo este igual a 1 (esto será tratado en detalle más adelante). Expresando esto de manera simbólica quedaría:

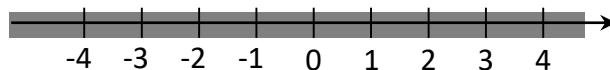
$$\text{Im}(\mathbf{R}) = \{y / y \in \mathbb{R} \wedge y \geq 1\}$$

En secciones posteriores se estudian diferentes tipos de funciones en los que será posible calcular valores de Dominio e Imagen.

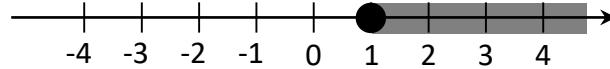
Representación gráfica de dominio e imagen

Hasta el momento utilizamos expresiones formales simbólicas para definir los conjuntos de dominio e imagen de relaciones y funciones. Otra manera de representar estos conjuntos es de forma gráfica utilizando conceptos y herramientas ya utilizadas en Relación de Orden en \mathbb{R} , dentro del capítulo de Números Reales. Si representamos al conjunto de los números reales como todos los puntos que conforman una recta, podemos expresar qué elementos de ese conjunto (o qué puntos de esa recta) pertenecen al dominio o imagen de una dada relación o función como se muestran en los siguientes ejemplos:

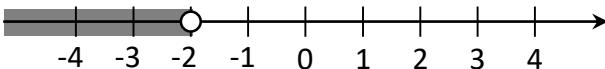
a) $\text{Dom } f = \{x / x \in \mathbb{R}\}$



b) $\text{Dom } f = \{s / s \in \mathbb{R} \wedge s \geq 1\}$



c) $\text{Dom } f = \{t / t \in \mathbb{R} \wedge t < -2\}$



Note que en el caso b) el valor $s = 1$ está incluido en el dominio, lo que se representa con el círculo que limita la zona sombreada completamente pintado, mientras que en el caso c), el valor $t = -2$ no pertenece al dominio, lo que se indica utilizando para limitar la zona sombreada un círculo vacío.

► Actividad 5

Identifique el dominio de las siguientes relaciones, expréselo simbólicamente y gráficamente y justifique su respuesta:

a) $y = \frac{1}{x}$

b) $z = \frac{3}{u-2}$

c) $v = y^2$

d) $s = \sqrt{\beta}$

e) $q = \frac{-3}{2-d}$

f) $z = -2x^2 - 4x + 1$

g) $w = -\frac{3}{4}(y+4)^2 - \frac{1}{2}$

h) $z = \sqrt{w+3}$

i) $m = \log_3(x+5)$

j) $y = \sqrt[3]{x}$

k) $y = \sqrt[3]{x-5}$

Es importante notar que cuando dos funciones se combinan para formar una nueva, el dominio debe evaluarse tanto en las funciones originales como en la función nueva que resulta de la combinación.

► Actividad 6

Encuentre el dominio para la función $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, sabiendo que $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 3\sqrt{x}$.

Función lineal

Haremos referencia ahora a uno de los tipos de funciones más importantes y útiles en matemática, química y física: **la función lineal**.

¿Existe algún tipo de función cuya representación gráfica sea una recta? Sí, las funciones lineales, cuya representación matemática es:

$$f(x) = ax + b$$

donde x es la variable independiente y a y b son constantes reales.

Podemos definir formalmente como función lineal a toda aquella relación que al multiplicar los elementos del dominio (x_i) por un valor constante y distinto de cero, representado por la letra a , y luego sumarle otro valor constante, representado por la letra b , da como resultado los elementos de la imagen (y_i).

En toda función lineal, a la constante a se la denomina *pendiente* y a b como *ordenada al origen*.

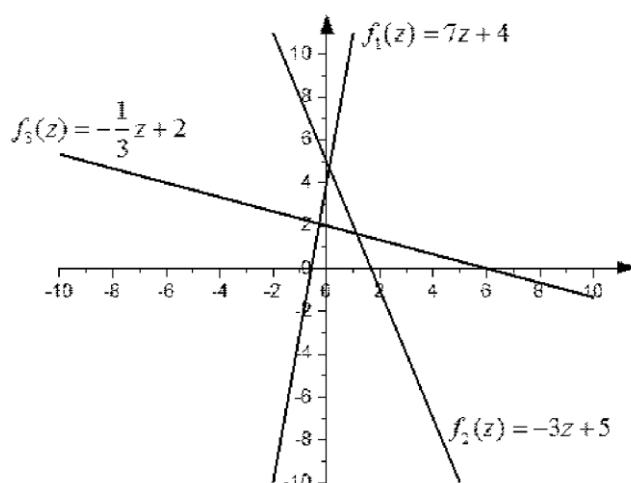
Para presentarlas veamos algunos ejemplos:

$$f_1(z) = 7z + 4 \quad a = 7 \quad b = 4$$

$$f_2(z) = -3z + 5 \quad a = -3 \quad b = 5$$

$$f_3(z) = -\frac{1}{3}z + 2 \quad a = -\frac{1}{3} \quad b = 2$$

y sus correspondientes representaciones gráficas son:



Podemos ver que estas rectas cortan a cada uno de los ejes en un único punto, es decir que existe un punto que pertenece a la recta y pasa por un punto del eje de las ordenadas y lo mismo sucede con el eje de las abscisas. Ya definiremos estos puntos en particular.

Similitudes y diferencias con la relación directamente proporcional

Cuando en una función lineal la ordenada al origen tiene un valor igual a cero ($b = 0$), ésta es, a su vez, **una relación directamente proporcional**.

Por ejemplo, si tenemos una función lineal $f(x) = ax + b$, donde $b = 0$, se obtiene:

$$f(x) = ax$$

donde $a = \frac{y}{x}$, y la constante de proporcionalidad es igual a a ($k = a$).

Sin embargo, si $b \neq 0$ no representa una relación directamente proporcional porque el cociente $\frac{f(x)}{x}$ no es igual a una constante, sino que:

$$\frac{f(x)}{x} = a + \frac{b}{x}, \text{ varía su valor con el valor de } x.$$

Demostración:

Dadas las siguientes funciones lineales:

$$f_1(x) = 2x + 2$$

$$f_2(x) = 2x$$

podemos despejar de ambas $\frac{f(x)}{x}$, obteniendo:

$$\frac{f_1(x)}{x} = 2 + \frac{2}{x}$$

$$\frac{f_2(x)}{x} = 2$$

Si evaluamos ambas funciones en $x = 1, 2$ y 3 , se obtienen los siguientes valores:

$$f_1(1) = 4$$

$$f_2(1) = 2$$

$$f_1(2) = 6$$

$$f_2(2) = 4$$

$$f_1(3) = 8$$

$$f_2(3) = 6$$

y al calcular los cocientes $\frac{f(x)}{x}$ de estas funciones, da por resultado:

$$\frac{f_1(1)}{1} = 4$$

$$\frac{f_2(1)}{1} = 2$$

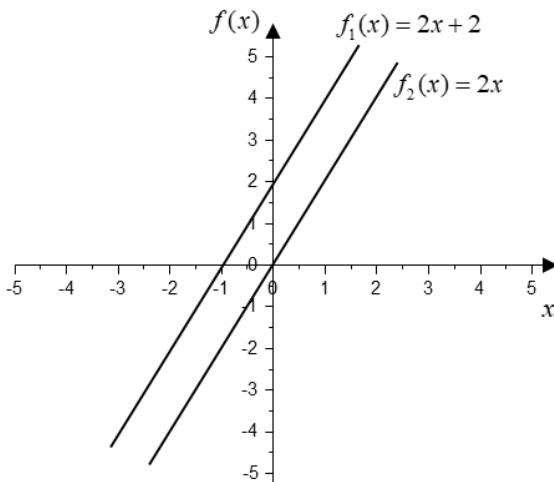
$$\frac{f_1(2)}{2} = 3$$

$$\frac{f_2(2)}{2} = 2$$

$$\frac{f_1(3)}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{f_2(3)}{3} = 2$$

Las representaciones gráficas de estas funciones son:



Aquí queda demostrado que no toda función lineal es una relación directamente proporcional, pero sí toda relación directamente proporcional es una función lineal.

Cálculo de la pendiente de una función lineal

Para calcular la pendiente de una recta (a) tomemos dos puntos cualesquiera de una función lineal:

$$y = ax + b$$

por ejemplo:

$$P_1 = (x_1; y_1) \text{ y } P_2 = (x_2; y_2),$$

tal que se cumpla que:

$$y_2 = ax_2 + b \quad (1)$$

$$y_1 = ax_1 + b \quad (2)$$

Si restamos a cada miembro de la ecuación (1) el miembro correspondiente de la ecuación (2) (resta miembro a miembro), obtendremos:

$$y_2 - y_1 = a x_2 - a x_1 + b - b$$

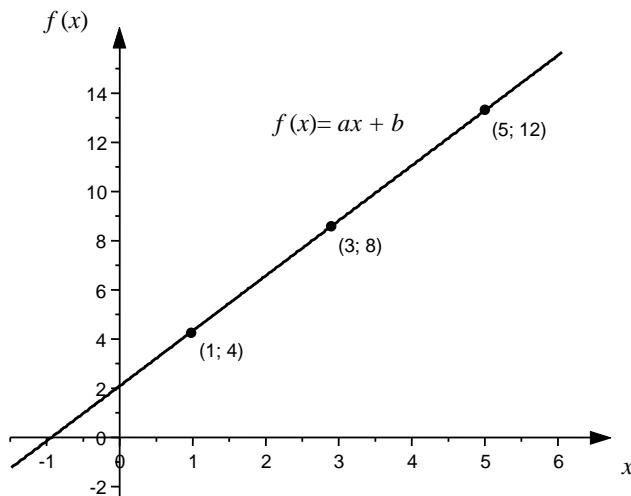
$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

y reordenando, obtenemos la expresión para la pendiente:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (3)$$

Se llama pendiente de la recta porque su valor indica cuál es el grado de inclinación de una recta respecto a la horizontal (eje positivo de las abscisas).

Veamos un ejemplo: ¿Cuál es la pendiente de la recta del siguiente ejemplo?



Utilizando los pares ordenados marcados:

$$(x_1; y_1) = (1; 4) \quad \text{y} \quad (x_2; y_2) = (3; 8)$$

y calculando con la ecuación (3), se obtiene analíticamente que:

$$a = 2$$

¿Cambia el valor de a si tomamos los puntos $(1; 4)$ y $(5; 12)$?

Tomemos la ecuación (3) nuevamente y sustituyamos por los pares ordenados:

$$(1; 4) \text{ y } (5; 12)$$

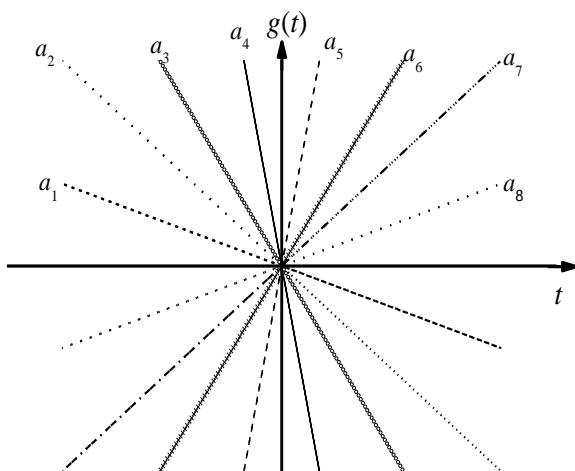
resolviendo,

$$a = \frac{12-4}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$$

se obtiene que $a = 2$, independientemente que par de puntos tomemos para su cálculo.

Podemos calcular que a medida que aumenta el valor absoluto de la pendiente, el gráfico nos mostrará una recta más y más cercana a la vertical.

Por ejemplo: Dado el siguiente gráfico, relacione los signos y valores absolutos de las pendientes de las rectas.



Las pendientes de las rectas a_1, a_2, a_3 y a_4 poseen un valor negativo de a ($a < 0$), en cambio, las pendientes a_5, a_6, a_7 y a_8 son positivas ($a > 0$).

Las pendientes positivas se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_8 < a_7 < a_6 < a_5$$

Las pendientes negativas se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_4 < a_3 < a_2 < a_1$$

Las pendientes negativas se ordenan de forma creciente, según su valor absoluto $|a_1|$, de la siguiente manera:

$$|a_1| < |a_2| < |a_3| < |a_4|$$

Todas las pendientes se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_4 < a_3 < a_2 < a_1 < 0 < a_8 < a_7 < a_6 < a_5$$

Tomemos un caso particular, en el que $y_2 - y_1$ sea igual a cero, lo cual implica que $y_2 = y_1$, por lo que el valor de a será cero.

Si $a = 0$, la recta será paralela al eje de las abscisas (recta horizontal), que en nuestro ejemplo denominamos como x .

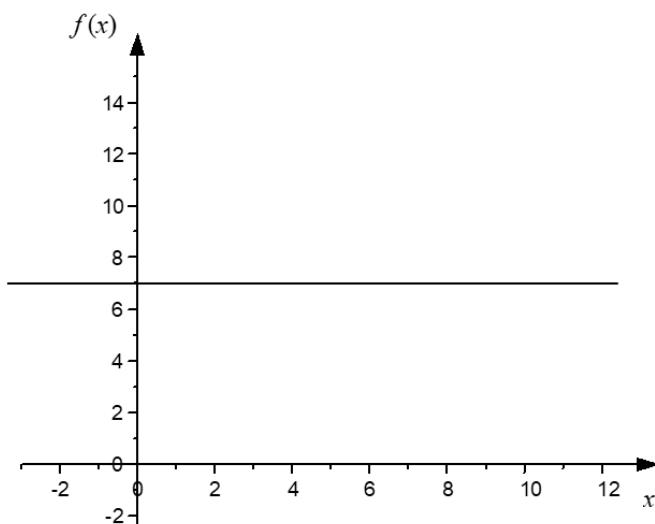
Esto significa que la Imagen de esta función posee un sólo elemento, el cual es un valor constante. Esta función se conoce como *Constante*.

Por ejemplo: Dada la siguiente función $f(x) = 5$, o lo que es lo mismo, $f(x) = ax + 7$, con $a = 0$.

Si evaluamos en $x = 1, f(1) = 7$;

para $x = 2, f(2) = 7$;

para $x = -1, f(-1) = 7$;



¿Cómo sería el conjunto Dominio e Imagen de esta función?

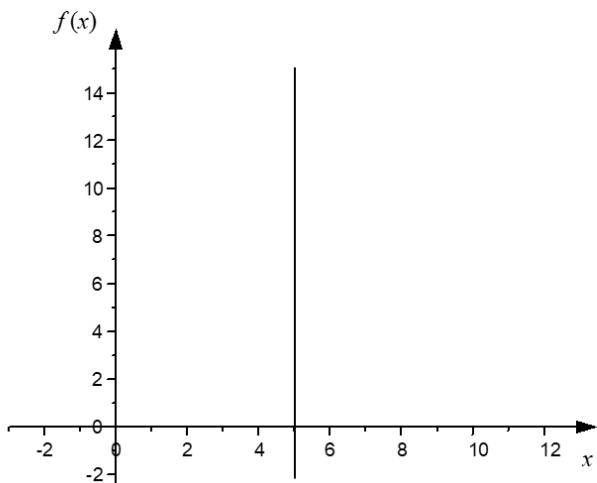
$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = \{7\}$$

En el caso que los puntos están sobre una misma recta vertical, todos ellos tienen el mismo valor de x , es decir, $x_1 = x_2$ y, por lo tanto, $x_2 - x_1$ es igual a 0. Entonces, el denominador de la expresión (3) que permite calcular la pendiente es igual a 0 y se puede concluir que la pendiente no existe, ya que no puedo dividir por cero.

Esto significa que NO ES UNA FUNCIÓN, ya que el al único elemento del Dominio de esta relación le corresponden infinitos elementos de la Imagen. Se suele decir que una recta vertical “no tiene pendiente”, que no es lo mismo que sea igual a cero.

Por ejemplo, considere una relación en la que el valor de x en todos los pares ordenados es $x = 5$:



Si evaluamos en $y = 1$, $x = 5$;

para $y = 2$, $x = 5$;

para $y = -1$, $x = 5$;

¿Cómo serían los conjuntos Dominio e Imagen de esta relación?

$$\text{Dom} = \{5\}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

Cálculo de la ordenada al origen y la raíz de una función lineal

Ahora, ¿Cómo calcularía el coeficiente b de la ecuación general $f(x) = ax + b$?

Este coeficiente indica qué valor debería tomar la función lineal cuando la variable independiente vale cero.

Por ejemplo: para toda recta con ecuación general:

$$f(x) = ax + b,$$

si la evaluamos en $x = 0$, obtenemos que:

$$f(0) = b.$$

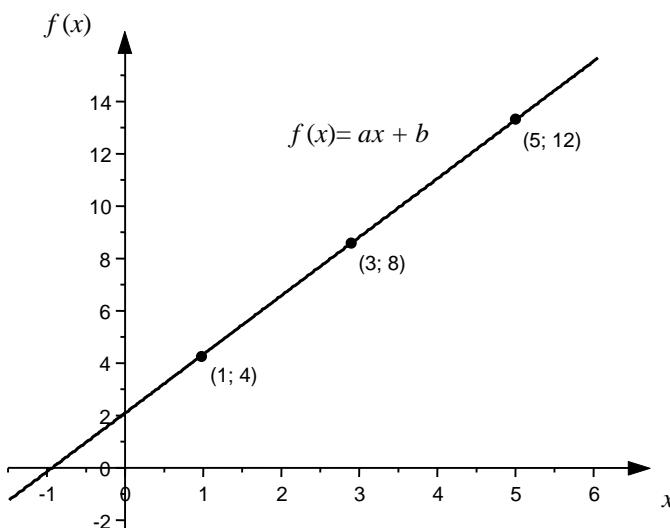
Además, podemos decir que uno de los puntos por los que pasa una recta es:

$$(0; b)$$

donde el valor de y corresponde a la ordenada al origen.

Esto se interpreta gráficamente diciendo que la ordenada al origen indica en qué punto la recta corta al eje de las ordenadas.

Veamos un ejemplo: ¿Cómo escribiría la ecuación de la recta que satisface los siguientes pares ordenados del ejercicio anterior?



Según la definición anterior de b , el par ordenado $(0; b)$ también pertenece a la función lineal $f(x) = ax + b$, con $a = 2$.

Si tomamos uno de los pares ordenados anteriores, $(1; 4)$, $(3; 8)$ y $(5; 12)$, podemos sustituir en la expresión de la función lineal para obtener el valor de b .

$$\begin{array}{lll} f(1) = 2(1) + b & f(3) = 2(3) + b & f(5) = 2(5) + b \\ 4 = 2 + b & 8 = 6 + b & 12 = 10 + b \\ b = 4 - 2 & b = 8 - 6 & b = 12 - 10 \\ b = 2 & b = 2 & b = 2 \end{array}$$

Por lo tanto, la expresión completa de esta función lineal es:

$$f(x) = 2x + 2$$

Por otro lado, existe un valor de la variable independiente que hace que la función lineal valga cero, llamado *raíz* (r).

Por ejemplo: para toda recta con ecuación general:

$$f(x) = ax + b,$$

si la función es evaluada en $x = r$ nos da un valor igual a cero:

$$f(r) = 0.$$

Por lo tanto,

$$f(r) = 0 \Rightarrow a(r) + b = 0 \Rightarrow r = -\frac{b}{a} \quad (5)$$

Además, podemos decir que uno de los puntos por los que pasa una recta es:

$$(r; 0)$$

donde el valor de r corresponde a la raíz de la función lineal.

Esto se interpreta gráficamente diciendo que la raíz indica en qué punto la recta corta al eje de las abscisas.

¿Toda función lineal tiene raíz? Sí, ya que, para toda función lineal, $f(x) = ax + b$, el valor de a es distinto de cero ($a = 0$ es una recta paralela al eje de las abscisas), siempre corta al eje de las abscisas en algún valor real.

Además, sólo posee un único valor de raíz, es decir corta al eje de las abscisas en solo un punto.

Veamos un ejemplo: ¿Cómo calcularía la raíz de la función lineal del ejercicio anterior?

La función lineal es:

$$f(x) = 2x + 2$$

y sustituyendo en la ecuación (5), se obtiene:

$$r = -\frac{2}{2}; r = -1$$

Otra opción es despejar r de la ecuación de la función lineal, obteniendo:

$$f(r) = 2r + 2; f(r) = 0 \Rightarrow 0 = 2r + 2$$

$$-2 = 2r; r = -\frac{2}{2}; r = -1$$

En ambos casos, el valor calculado para la raíz es igual -1 , lo que implica que la recta corta al eje de las abscisas en el punto $(-1; 0)$.

Cómo graficar una función lineal

Si bien usted puede utilizar el intuitivo y válido método de construir una tabla de valores de x e y para realizar el gráfico de una función, aquí le proponemos una visión más analítica del proceso.

Para poder graficar una recta en sistema de ejes cartesianos nos hace falta como mínimo saber el valor de los pares ordenados $(x; y)$ de dos puntos cualquiera.

Retomemos la expresión más general de la ecuación de la recta como $h(x) = ax + b$.

Hay dos puntos interesantes que se pueden tener en cuenta a la hora de graficar una recta: la raíz de la función y la ordenada al origen.

La raíz de la función, como ya vimos, es el valor de la variable independiente que hace que la función valga cero.

$$h(r) = 0; a(r) + b = 0 \Rightarrow (r; 0)$$

Gráficamente, esto significa que la gráfica de la función corta al eje de las abscisas (en este caso x) en ese valor.

Por otro lado, la ordenada al origen es el valor que toma la función cuando la variable independiente vale cero.

$$h(0) = b \Rightarrow a(0) + b = b \Rightarrow (0; b)$$

Gráficamente, esto significa que la gráfica de la función corta al eje de las ordenadas (en este caso $h(x)$) en ese valor.

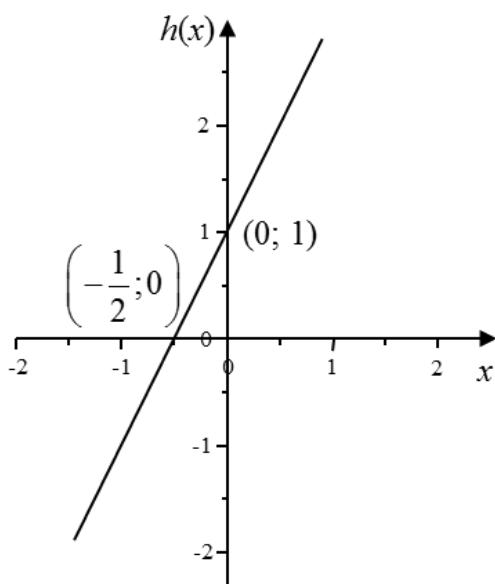
Esto significa que, si necesitamos graficar la recta asociada a una dada función lineal, con sólo calcular el valor de r , ya que el valor de b está presente en la ecuación de la recta, seríamos capaces de obtener su representación gráfica.

Por ejemplo: Tomamos la función $h(x) = 2x + 1$.

Como $b = 1$, es decir que $h(0) = 1$, sabemos que el punto $(0; 1)$ pertenece a la recta en cuestión.

Ahora si $h(r) = 0$, o lo que es lo mismo $r = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2}$, podemos ver que el punto $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ también pertenece a la misma recta.

Entonces, la gráfica toma la siguiente forma:



Existe otra forma de graficar una recta sin la necesidad de realizar ningún cálculo. Para ello debemos seguir los siguientes pasos:

- marcar el punto que representa la ordenada al origen, es decir $(0; b)$;
- descomponer el valor de la pendiente en una fracción equivalente sencilla, tal que $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, donde Δ (delta) significa variación o cambio:

por ejemplo:

$$a = \frac{a}{1} = \frac{2a}{2}$$

- parados sobre la ordenada al origen moverse sobre el eje y el equivalente a Δy y luego moverse en dirección del eje de las abscisas el valor de Δx .
- marcar este nuevo punto, el cual también pertenece a la recta.

De esta manera tenemos los dos puntos necesarios para poder graficar la recta correspondiente.

Veamos un ejemplo:

Tomemos de nuevo la función lineal $h(x) = 2x + 1$:

en la cual el punto $(0; 1)$ pertenece a la recta en cuestión, siendo la ordenada al origen.

Descomponemos la pendiente en:

$$a = 2 = \frac{2}{1}$$

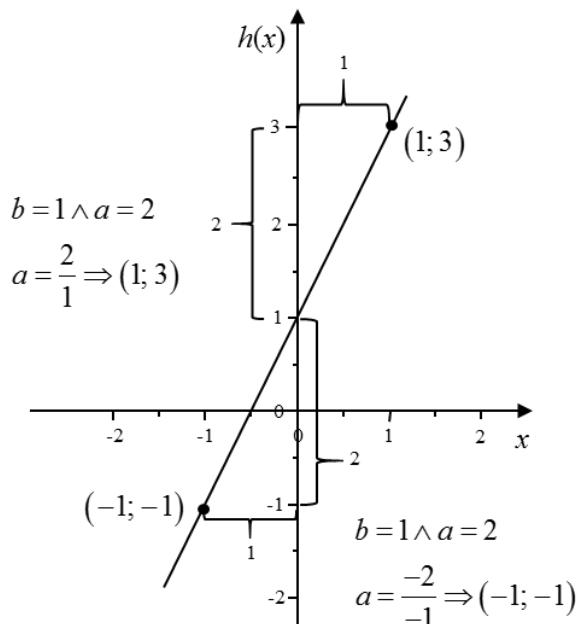
Al pararnos en $(0; 1)$ y avanzar dos unidades en las ordenadas y una en dirección en las abscisas, podemos marcar el punto $(1; 3)$, el cual también pertenece a la recta que es la representación gráfica de esta función lineal.

Ahora, si repetimos lo anterior, pero descomponiendo la pendiente en:

$$a = 2 = \frac{-2}{-1}$$

obtenemos el punto $(-1; -1)$, que pertenece a la recta.

En la siguiente figura se resume estos ejemplos:



De cualquiera de estas dos maneras, podemos dibujar la recta correspondiente a una dada función lineal de forma correcta y segura. Usted podrá utilizar la que prefiera.

► Actividad 7

- 1) Complete el siguiente cuadro comparativo entre función lineal y relación directamente proporcional:

	$f(x) = ax + b$	$y = ax$
Pendiente	$a \neq 0$ y $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	
Ordenada al origen		$b = 0$
Constante de proporcionalidad		
Raíz		$R = 0$
Gráfica		Recta que corta a los ejes en el punto $(0; 0)$
Cuando $a > 0$, si aumenta x		Aumenta y proporcionalmente
Cuando $a > 0$, si disminuye x	Disminuye y	
Cuando $a < 0$, si aumenta x	Disminuye y	
Cuando $a < 0$, si disminuye x		Aumenta y proporcionalmente

2) Dadas las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x$ b) $g(v) = -\frac{4}{5}v - 2$

c) $h(x) = \frac{5}{2}x$ d) $w(x) = f(x) - h(x)$

calcule el valor de cada una de ellas en los siguientes valores del dominio: $0; -2$ y $\frac{1}{4}$

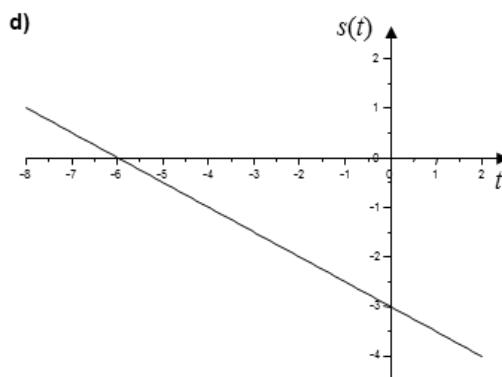
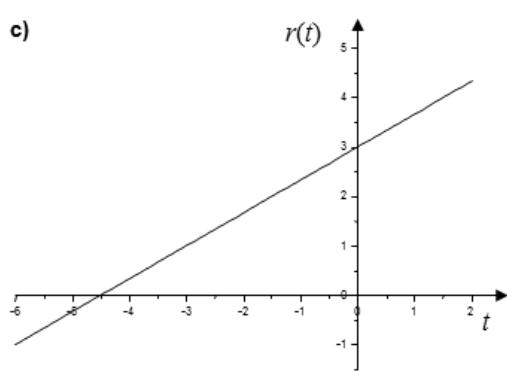
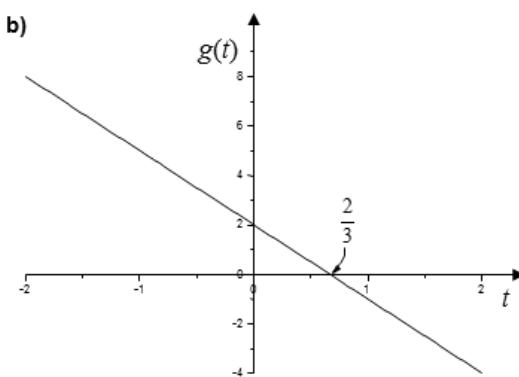
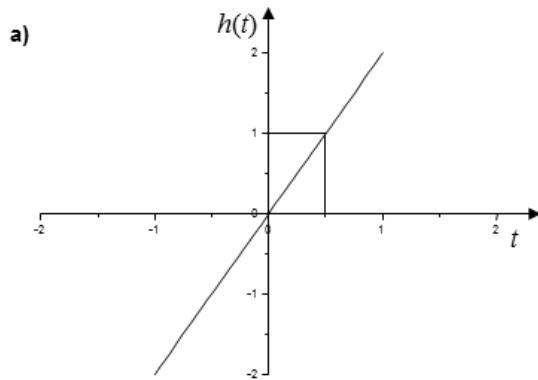
Discutamos y analicemos las diferencias conceptuales existentes en las expresiones del punto d).

La expresión del punto d), es una operación entre funciones, denominada *suma de funciones*, y el resultado de esta es una nueva función, como se muestra a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 3x \\ h(x) = \frac{5}{2}x \end{array} \right\} w(x) = f(x) - h(x) \Rightarrow w(x) = 3x - \frac{5}{2}x; w(x) = \frac{1}{2}x$$

Con lo cual, la función $w(x)$ puede ser evaluada en diferentes valores de su dominio.

3) Dados los siguientes gráficos:



- Calcule la pendiente, ordenada al origen y raíz de cada una de estas funciones lineales.
- Escriba la fórmula completa de cada función lineal.
- Ordene de forma creciente el valor de las pendientes obtenidas.

4) Dadas las siguientes funciones lineales:

a) $f(x) = 5x$	b) $g(f) = 3f + 1$	c) $a(c) = c + 2$
d) $u(h) = \frac{2}{3}h$	e) $x(y) = -\frac{1}{3}y + 1$	f) $x(s) = -4s + \frac{1}{2}$
g) $d(q) = 4$	h) $w(z) = z$	i) $j(o) = 3 \cdot (2 + 4)$
j) $g(i) = \frac{1}{3}i + 1$	k) $t(p) = -\frac{5}{3}p - \frac{5}{3}$	l) $b(y) = -\frac{y}{2} - (3)^2$
m) $m(n) = -3n - \frac{1}{2}$	n) $e(v) = \frac{2}{3}v + 4$	ñ) $k(r) = -\frac{r}{3} + 4^{\frac{1}{2}}$

- Trace la recta correspondiente a cada una de ellas e indique qué datos le faltan para poder graficar, cuando sea necesario.

ii) Calcule la raíz para cada función y compárela con lo obtenido gráficamente.

5) Un químico realizó una serie de medidas para una muestra de gas y obtuvo los siguientes resultados:

$T \equiv$ temperatura [°C]	$V \equiv$ volumen [L]
-30	12,148
0	13,651
55	16,399
365	31,911

i) Grafique V en función de T.

ii) ¿La relación que existe entre el volumen y la temperatura del gas expresada en °C es directamente proporcional?

iii) Calcule pendiente, ordenada al origen y raíz de esta recta.

iv) Escriba la función que relaciona al volumen de este gas con su temperatura expresada en °C. Indique cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.

v) Calcule el volumen que tendrá la muestra de gas cuando su temperatura sea de 100 °C.

6) Dadas las siguientes funciones:

a) $g(s) = 4s + 3$

b) $v(n) = \frac{3}{2}$

c) $y(t) = f t + d$

d) $d(p) = p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

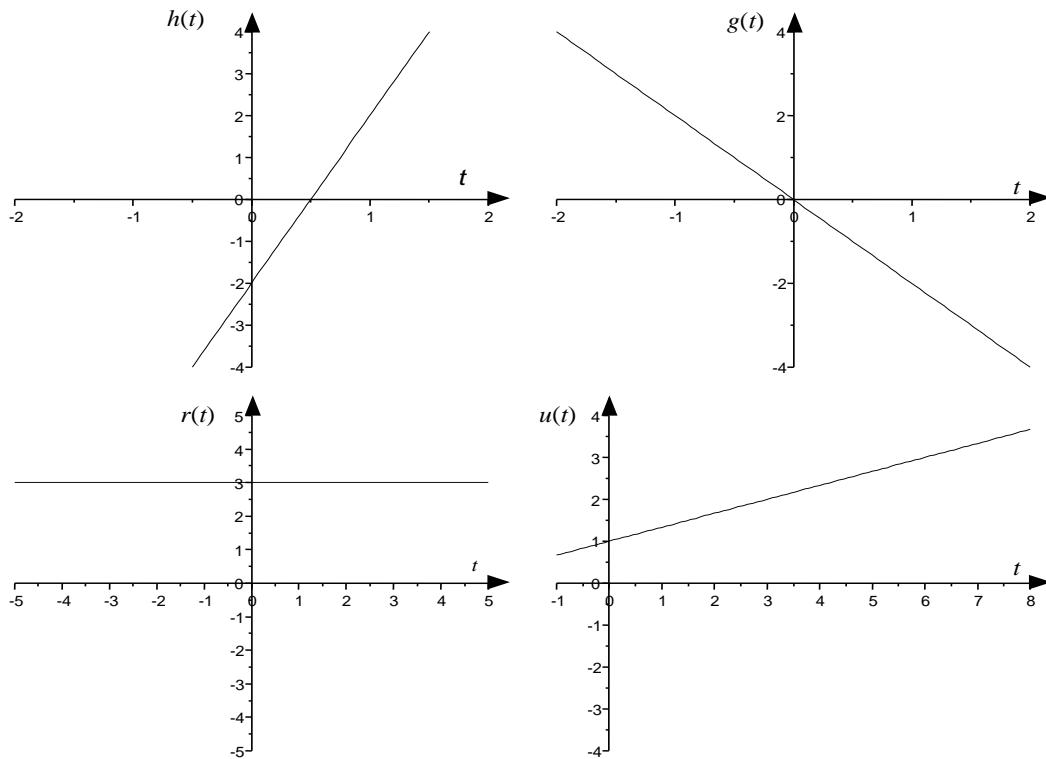
e) $r(x) = -\left(\frac{2}{x}\right)^{-1}$

f) $h(j) = \left(\frac{1}{j}\right)^{-1} + 3$

i) Represéntelas gráficamente, siempre que sea posible, e indique qué datos le faltan, en caso de no poder graficar alguna de ellas.

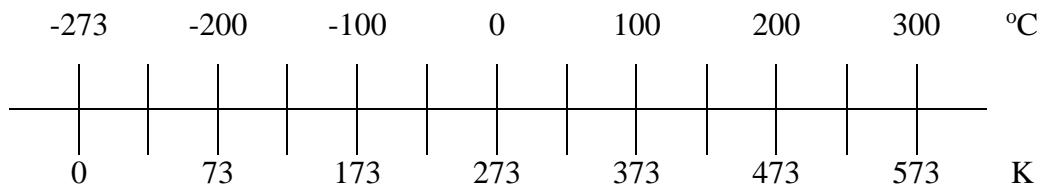
ii) Considere las dos últimas funciones, incisos e) y f), ¿Su gráfica es una recta? JSR

7) Dados los siguientes gráficos:



- Obtener las ecuaciones de las correspondientes funciones.
- ¿Alguna de estas cuatro funciones no es una función lineal? Si no es así, ¿Qué tipo de función es? JSR

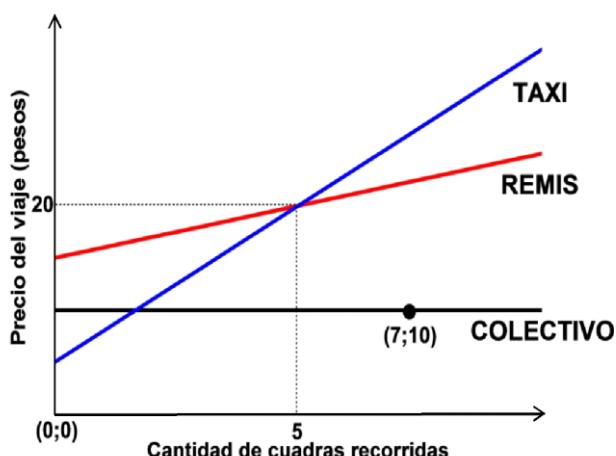
8) El siguiente gráfico muestra dos escalas de temperatura. La parte superior corresponde a la escala centígrada ($^{\circ}\text{C}$) y la parte inferior corresponde a la escala Kelvin (K).



- Deduzca la relación matemática que vincula las dos escalas.
- Realice un gráfico de $^{\circ}\text{C}$ en función de K.

Tan importante como ser capaz de realizar un gráfico de una función, es ser capaz de leer e interpretar datos que se consignan en un gráfico. Le proponemos que resuelva el siguiente ejercicio y comente sus conclusiones con sus compañeros y docente.

9) Para ir de un lugar a otro en una ciudad, uno puede movilizarse en colectivo, taxi o remis. La relación entre el precio del viaje y las cuadras recorridas aparece en el siguiente gráfico:



Dadas las siguientes afirmaciones:

- I) Ir en colectivo siempre es más barato que viajar en taxi y en remis.
- II) El costo de viajar en taxi o remis es el mismo al recorrer 5 cuadras.
- III) Una vez superado el costo de 20 pesos, por el mismo importe, se recorre más distancia en remis que en taxi.
- IV) El boleto de colectivo tiene un costo de 7 pesos.

Se afirma que sólo son correctas:

- a) I y IV b) I y II c) III y IV d) II y III

Rectas paralelas y perpendiculares

Se considera que dos rectas r_1 y r_2 son paralelas si ambas posean la misma pendiente. Entonces, si tenemos las dos rectas r_1 y r_2 :

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1$$

$$r_2 : g(x) = a_2x + b_2$$

La condición necesaria para definir dos rectas paralelas es:

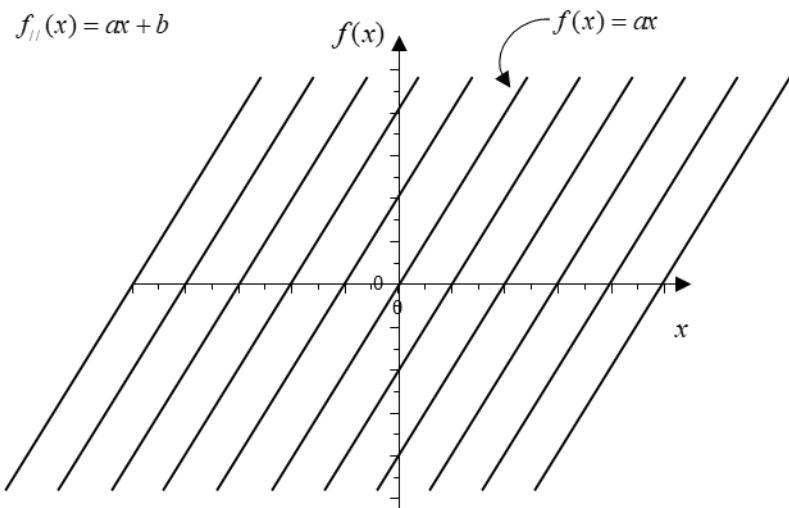
$$a_1 = a_2$$

Entonces, si poseen la misma pendiente sólo se van a diferenciar sus ecuaciones por el valor de b .

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1$$

$$r_2 : g(x) = a_1x + b_2$$

donde $b_1 \neq b_2$. Se puede decir que existen infinitas rectas paralelas entre sí, todas con el mismo valor de a , pero con diferentes valores de b .



Por ejemplo:

Encontremos una recta paralela a la representación gráfica de la función:

$$f(x) = 2x + 3$$

Sabiendo que para que dos rectas, r_1 y r_2 , sean paralelas sólo se debe cumplir que ambas posean la misma pendiente, es decir:

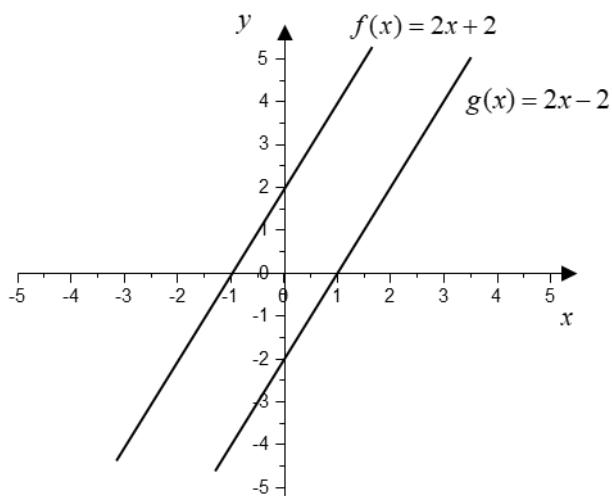
$$a_1 = a_2$$

podemos decir que la función:

$$g(x) = 2x - 2$$

Es una de las que tiene una representación gráfica paralela a la de $f(x)$.

Gráficamente, se obtiene que:



Proponga y grafique otra recta paralela a $f(x)$.

Se considera que las rectas r_1 y r_2 son perpendiculares si el valor de una de las pendientes es igual al valor opuesto del inverso de la otra. La demostración implica trigonometría y excede a los contenidos de este curso.

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

Entonces si consideramos

$$\begin{aligned} r_1 : f(x) &= a_1x + b_1 & (a_1 \neq 0) \\ r_2 : f(x) &= a_2x + b_2 & (a_2 \neq 0) \end{aligned}$$

Estas rectas poseen diferentes valores de pendiente, y el valor de b para cada ecuación pueden o no ser iguales, ya que:

$$\begin{aligned} r_1 : f(x) &= a_1x + b_1 \\ r_2 : g(x) &= (-1/a_1)x + b_2 \end{aligned}$$

Aquí se puede afirmar que existen infinitas rectas perpendiculares entre sí.

Por ejemplo:

Encontremos una recta perpendicular a la representación gráfica de la función $f(x) = 2x + 3$.

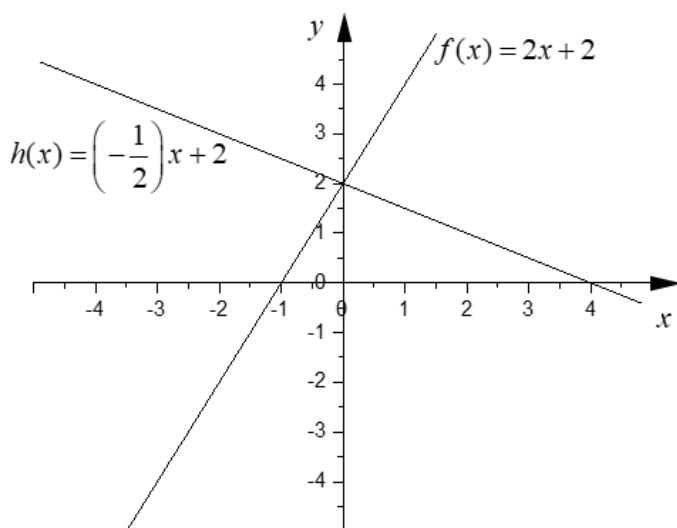
Sabiendo que para que dos rectas r_1 y r_2 sean perpendiculares se debe cumplir que el valor de la pendiente de una de ellas sea igual al valor opuesto del inverso de la pendiente de la otra, es decir:

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

podemos decir que la función:

$$h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

es una de las rectas que tiene una representación gráfica perpendicular a la de $f(x)$.



Encuentre y grafique otra recta perpendicular a la función $f(x) = 2x + 3$.

Si dos rectas no son paralelas ni perpendiculares, se denominan oblicuas.

► Actividad 8

1) Dada la función lineal:

$$h(t) = 2t - 4$$

encuentre y grafique:

- a) una recta $h_1(t)$, paralela a $h(t)$
- b) una recta $h_2(t)$, perpendicular a $h(t)$

2) Resuelva y grafique las siguientes rectas:

- a) Dado el punto $P = (5; 2)$, encuentre dos rectas, $g(t)$ y $j(t)$, que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{g(t)} = 4$.
- b) Encuentre dos rectas, $k(t)$ y $m(t)$, que sean paralelas entre sí, sabiendo que una de ellas pasa por el punto $P = (5; -2)$ y que $a_{k(t)} = -4$.
- c) Dado el punto $P = (5; -2)$, encuentre dos rectas, $n(t)$ y $s(t)$ que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{n(t)} = 4$.

Función cuadrática

Definiremos a una función cuadrática como una función polinómica donde el término de mayor grado es igual a dos (segundo grado).

Según esta definición, una función lineal es una función polinómica donde el término de mayor grado es igual a uno (primer grado) y una función constante es una polinómica de grado cero.

La forma general de una función cuadrática expresada en forma polinómica es:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde a es el coeficiente cuadrático, b es el coeficiente lineal y c es el coeficiente independiente.

Habitualmente, al término ax^2 se lo llama término cuadrático, al bx término lineal y a c término independiente. Por lo tanto, no es lo mismo hablar del término lineal (bx) que del coeficiente lineal (b) pero, sin embargo, es equivalente decir coeficiente o término independiente (c).

Además, para una función cuadrática se debe cumplir que:

$$a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$$

¿Por qué se exige la condición $a \neq 0$? ¿Podría ser que $b = 0$ y/o $c = 0$?

Si tomamos la fórmula polinómica de una cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

y condicionamos que $a = 0$, la función resultante no es cuadrática sino lineal, tal que:

$$f(x) = bx + c$$

donde ahora b es la pendiente y c es la ordenada al origen.

Es por eso que para que una función sea considerada cuadrática debe necesariamente tener un término cuadrático, como el término de mayor grado; y para ello, el coeficiente cuadrático tiene que ser distinto de cero ($a \neq 0$).

Ahora, si condicionamos que:

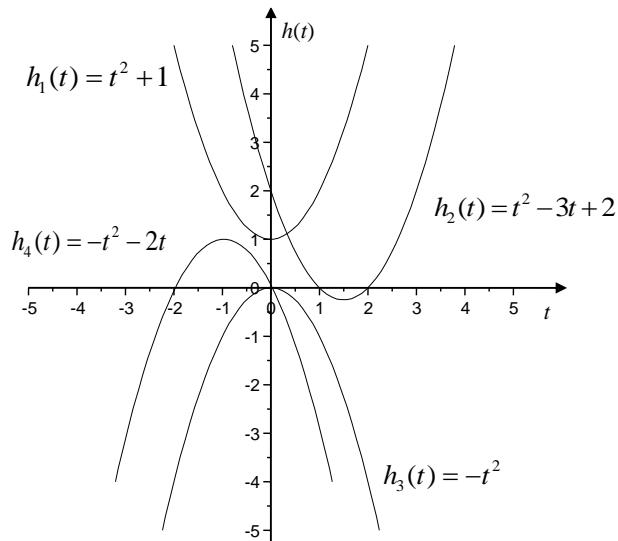
- i) $b = 0$, obtenemos una función cuadrática del tipo $f_1(x) = ax^2 + c$;
- ii) $c = 0$, una función cuadrática del tipo $f_2(x) = ax^2 + bx$;
- iii) $b = 0$ y $c = 0$, una función cuadrática del tipo $f_3(x) = ax^2$.

Representación gráfica de una función cuadrática

La representación gráfica de una función cuadrática recibe el nombre de parábola. Veremos unos ejemplos a continuación.

Las paráolas tienen una característica relevante un punto, denominado *vértice* y representado por el par ordenado $(x_v; y_v)$, a partir del cual se extienden dos ramas simétricas que se van alejando entre sí.

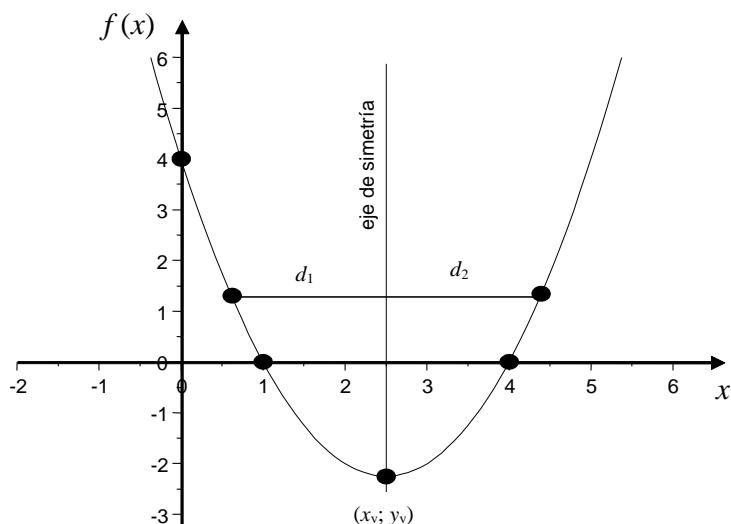
Estas ramas pueden extenderse hacia arriba o hacia abajo, pero ambas en el mismo sentido, lo que determina que estas curvas posean en algunos casos un valor máximo y en otros un valor mínimo que puede tomar la función $h(t)$, que siempre coincide con el valor de y_v .



Podemos ver, también, que estas paráolas siempre cortan al eje de las ordenadas en un único punto, lo cual es muy similar a lo encontrado para una recta. Sin embargo, al eje de las abscisas lo pueden cortar en un sólo punto, en dos puntos distintos, o bien no cortarlo nunca. Estos puntos se relacionan con la cantidad de raíces que puede tener una función cuadrática, es decir que, como máximo, una función cuadrática tiene dos raíces reales (r_1 y r_2).

Por último, las paráolas son figuras que poseen un eje de simetría, el cual pasa por el vértice y la divide en dos, como si se tratara de un “espejo”; es decir que las ramas crecen de igual manera alrededor del eje de simetría. La distancia (d_1) entre el punto P_1 , tal que $P_1 = (x_{P_1}; y_{P_1})$, al eje de simetría es igual a la misma distancia (d_2) con respecto al correspondiente punto P_2 de la otra rama, tal que $P_2 = (x_{P_2}; y_{P_2})$, donde el valor de y es el mismo para ambos puntos ($y_{P_1} = y_{P_2}$).

A continuación, se muestra una figura que resume las características más notorias de la gráfica de una parábola:



Veamos las paráolas de las funciones $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$ y $h_4(t)$ anteriormente graficadas, y determinemos de forma gráfica las raíces de cada función.

En el caso de $h_1(t) = t^2 + 1$, no tiene raíces reales, ya que no corta al eje de las abscisas en ningún valor. Además, el menor valor que puede tomar $h_1(t)$ es igual a uno, es decir que no pasa por cero ni alcanza valores negativos, por lo tanto, el vértice está por encima del eje de las abscisas y las ramas se extienden hacia arriba.

$$r_1, r_2 \notin \mathbb{R}$$

Para la función $h_3(t) = -t^2$ se obtienen dos raíces reales iguales, $r_1 = r_2 = 0$, ya que corta al eje t solo en $t = 0$. Además, el valor de las raíces coincide con el valor de x en el vértice de la parábola.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R} \wedge r_1 = r_2$$

Por último, las funciones $h_2(t)$ y $h_4(t)$ tienen dos raíces reales distintas, $r_1 \neq r_2$, ya que cortan al eje de las abscisas en dos puntos diferentes.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R} \wedge r_1 \neq r_2$$

En las representaciones gráficas de estas funciones se observa que, en el caso de $h_4(t)$ el vértice está por encima del eje de las abscisas, mientras que en el caso de $h_2(t)$, el vértice se encuentra por debajo del eje de las abscisas; al extenderse las ramas en ambos casos cortan a dicho eje. Es decir que para $h_2(t)$ el vértice está valores negativos del eje $h(t)$ y las ramas crecen hacia arriba, mientras que para $h_4(t)$ el vértice está valores positivos del eje $h(t)$ y las ramas crecen hacia abajo.

Raíces de $h_2(t)$: $r_1 = 1$ y $r_2 = 2$

Raíces de $h_4(t)$: $r_1 = 0$ y $r_2 = -2$

Resumiendo, podemos decir que:

$h_1(t)$: no tiene raíces reales.

$h_2(t)$: tiene dos raíces reales distintas.

$h_3(t)$: tiene dos raíces raíz reales iguales.

$h_4(t)$: tiene dos raíces reales distintas.

Cálculo de las raíces de una función cuadrática

Como ya hemos visto, las raíces de una función son aquellos valores de la variable independiente que anulan la función, es decir cuando se cumple que:

$$f(t) = at^2 + bt + c = 0$$

Debe reconocer que esta igualdad es una ecuación que debemos resolver para encontrar las raíces de la función. Para el caso de una función cuadrática que puede escribirse en forma genérica como:

$$at^2 + bt + c = 0$$

si extraemos a como factor común, obtenemos:

$$a\left(t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{c}{a}\right) = 0$$

De acuerdo con la ley de anulación del producto, se presentan dos opciones:

i) $a = 0$

ii) $\left(t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{c}{a}\right) = 0$

En este caso se tiene que a debe ser distinto de cero por lo que nos quedamos con la segunda opción.

Con el objetivo de obtener un trinomio cuadrado perfecto, sumamos y restamos la expresión $\frac{b^2}{4a^2}$.

$$t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

Operamos y despejamos el binomio al cuadrado.

$$\left(t + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraemos raíz cuadrada en ambos miembros.

$$\left| t + \frac{b}{2a} \right| = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Distribuimos la raíz cuadrada entre numerador y denominador en el segundo miembro y despejamos la expresión entre barras de valor absoluto.

$$t + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Restando $\frac{b}{2a}$ en ambos miembros obtenemos una expresión para t .

$$t = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Y reordenando, finalmente obtenemos:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

que es la expresión que nos permite calcular las raíces de una función cuadrática a partir de sus coeficientes.

Analicemos ahora la expresión obtenida en la ecuación (1). El argumento de la raíz cuadrada $(b^2 - 4ac)$ se denomina *discriminante* y determina las características de las raíces obtenidas. Se pueden presentar tres casos particulares:

1) $b^2 - 4ac > 0$

En este caso se tienen dos raíces diferentes, dadas por las expresiones:

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad t_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Gráficamente esto implica que la parábola corta al eje de las abscisas en los puntos t_1 y t_2 .

2) $b^2 - 4ac = 0$

En este caso la raíz cuadrada es igual a cero y por lo tanto las expresiones para calcular las dos raíces tienen el mismo valor, por lo que se tienen dos raíces iguales.

$$t_1 = t_2 = -\frac{b}{2a}$$

Esto corresponde gráficamente al caso en que la parábola no corta al eje de las abscisas en dos valores diferentes, sino que lo toca en un solo punto que coincide con la coordenada x del vértice (obsérvese que en este caso $t_1 = t_2$).

$$3) b^2 - 4ac < 0$$

En este caso la raíz cuadrada del discriminante no pertenece al conjunto de los números reales, por lo que no se tienen raíces reales. Gráficamente esto implica que la parábola no corta al eje de las abscisas.

► Actividad 9

Consideré las ecuaciones $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$ y $h_4(t)$ anteriormente graficadas, calcule los discriminantes de cada una, prediga qué raíces tendrán y calcúlelas.

Cálculo del vértice de una función cuadrática

Ya hemos visto que hay un punto característico en todas las parábolas que recibe el nombre de vértice, dado por el par ordenado $(x_v; y_v)$, y que tiene como abscisa el valor medio entre dos puntos cualesquiera que tengan igual valor de la función (por ejemplo, las raíces x_1 y x_2). Por lo tanto, podemos afirmar que x_v se puede calcular como:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad (2)$$

También podemos encontrar una expresión para y_v , resolviendo $f(x_v)$ y reemplazando por la ecuación (2).

$$\begin{aligned} f(x_v) &= a(x_v)^2 + b(x_v) + c \\ f(x_v) &= a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \\ f(x_v) &= \left(\frac{b^2}{4a}\right) - \left(\frac{b^2}{2a}\right) + c \\ f(x_v) &= -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \end{aligned} \quad (3)$$

Podemos entonces afirmar que el par ordenado del vértice $(x_v; y_v)$ se calcula de la siguiente manera:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad y_v = -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

¿Qué pasa si tenemos una función que no tiene raíces reales? ¿Podemos calcular el vértice de dicha parábola?, ¿Se puede usar la ecuación (2) para este caso?

Ejemplo:

Dada la siguiente función cuadrática:

$$h(s) = 2s^2 - 10s + 14$$

si calculamos su discriminante, $b^2 - 4ac$, obtenemos que:

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (10)^2 - 4(2)(14) \\ b^2 - 4ac &= -12 \\ b^2 - 4ac &< 0 \end{aligned}$$

con lo cual esta función $h(s)$ no tiene raíces reales. Calculemos el valor de s_v :

$$s_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-10}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

Hallemos, ahora, el valor de $h(s_v)$, reemplazando el valor calculado para s_v en la función $h(s)$:

$$h\left(\frac{5}{2}\right) = 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10\frac{5}{2} + 14$$

al operar obtenemos finalmente que:

$$h(s_v) = \frac{3}{2}$$

Entonces, el par ordenado del vértice de la función $h(s)$ es igual a:

$$(s_v; h(s)_v) = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Si calculamos $h(s_v)$ nuevamente, pero utilizando la ecuación (3), obtenemos el mismo resultado:

$$\begin{aligned} h(s_v) &= -\left(\frac{(-10)^2}{4(2)}\right) + 14 \\ h(s_v) &= -\frac{25}{2} + 14 \\ h(s_v) &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Como vemos, los nuevos valores de s_v y $h(s_v)$ obtenidos son iguales a los anteriormente calculados. Por lo tanto, se demuestra que siempre podemos calcular los valores de las componentes del par ordenado del vértice de una parábola, $(s_v; h(s_v))$, con las ecuaciones (2) y (3), independientemente que tenga o no raíces reales la función cuadrática en cuestión.

Otras formas de expresar una ecuación cuadrática

Si bien la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ (forma polinómica) es la más común para expresar una cuadrática, existen otras dos (factorizada y canónica), que pueden ser útiles en ciertos casos.

La *forma factorizada* puede escribirse siempre y cuando la ecuación posea raíces reales. Como se sabe que las raíces de una función cuadrática $f(t)$ son los valores que la anulan, la función puede ser escrita como un producto de la forma:

$$f(t) = a(t - t_1)(t - t_2)$$

donde a es el coeficiente del término cuadrático y t_1 y t_2 son las raíces.

Desarrollemos ahora la forma factorizada de $f(t)$ para llegar a su expresión polinómica:

Como primer paso aplicamos la propiedad distributiva con respecto a la suma:

$$f(t) = (at - at_1)(t - t_2)$$

$$f(t) = (at^2 - at_2t - at_1t + at_1t_2)$$

Reordenando esta expresión:

$$f(t) = at^2 - a(t_1 + t_2)t + at_1t_2$$

y luego sustituyendo por:

$$-a(t_1 + t_2) = b$$

$$at_1t_2 = c$$

finalmente obtenemos:

$$f(t) = at^2 + bt + c$$

la cual es la forma polinómica de $f(t) = a(t - t_1)(t - t_2)$.

La *forma canónica* puede escribirse, basándose en las coordenadas del vértice, teniendo la forma.

$$f(t) = a(t - t_v)^2 + f(t_v)$$

Si reemplazamos las coordenadas del vértice t_v y $f(t_v)$ por sus valores

$$t_v = -\frac{b}{2a} \quad f(t_v) = -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

Obtenemos

$$f(t) = a\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

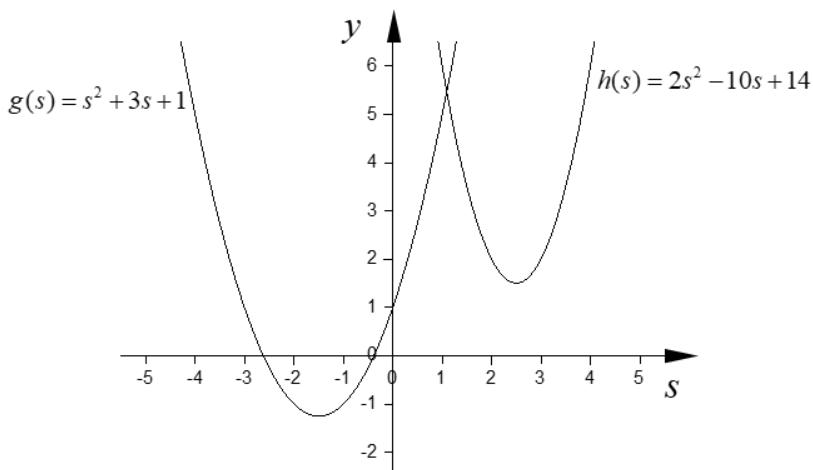
Y luego operando

$$\begin{aligned}
 f(t) &= a\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\
 &= a\left(t^2 + 2\frac{tb}{2a} + \frac{b^2}{2^2 a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\
 &= at^2 + bt + \frac{b^2}{4a} - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\
 &= at^2 + bt + c
 \end{aligned}$$

Obtenemos la expresión polinómica de dicha ecuación.

► Actividad 10

- 1) Escriba las formas canónica y factorizada de la función (siempre que sea posible) $h(s) = 2s^2 - 10s + 14$. Grafique.
- 2) Dadas las siguientes parábolas:



¿Cuáles son sus vértices?

Interpretación de la representación gráfica de una función cuadrática

Analizaremos algunos aspectos más relevantes de cómo se relacionan la parábola con diversos parámetros de una función cuadrática:

- 1) El signo de a (coeficiente cuadrático) indica hacia donde apuntan las ramas de una parábola, es decir que:

si $a < 0 \Rightarrow$ las ramas apuntan hacia abajo

si $a > 0 \Rightarrow$ las ramas apuntan hacia arriba

Analice las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)$ y $h_4(t)$ anteriormente graficadas, y compare el signo de a con el sentido de crecimiento de las ramas de las paráolas.

2) El valor de c (término independiente), al igual que en el caso de las funciones lineales, indica el punto donde la parábola corta al eje de las ordenadas.

Calcule los valores donde las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)$ y $h_4(t)$ cortan al eje de las ordenadas y compárelo con lo obtenido gráficamente.

3) La relación entre los signos de a (coeficiente cuadrático) y b (coeficiente lineal) indica hacia donde está desplazado el vértice de una parábola con respecto al eje de las ordenadas:

si a y b tienen igual signo \Rightarrow el vértice se encuentra a la izquierda
 si a y b tienen distinto signo \Rightarrow el vértice se encuentra a la derecha

Esto se entiende si analizamos la expresión para el valor del x_v .

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

¿Qué pasará si $b = 0$?

Determine para las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)$ y $h_4(t)$ vistas anteriormente donde está el vértice de cada parábola y compare con lo obtenido gráficamente.

4) La imagen de una función cuadrática cualquiera siempre queda definida teniendo en cuenta el signo de a y el valor de y_v , tal que:

$$\begin{aligned} \text{si } a < 0 \Rightarrow f(x) &= \{y / y \in \mathbb{R} \wedge y \leq y_v\} \\ \text{si } a > 0 \Rightarrow \text{Im } f(x) &= \{y / y \in \mathbb{R} \wedge y \geq y_v\} \end{aligned}$$

Determinemos para las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)$ y $h_4(t)$ vistas anteriormente el conjunto Imagen de cada una y comparemos con lo obtenido gráficamente.

Resumen del significado de cada uno de los parámetros de la función cuadrática:

Parámetro	Significado gráfico	Caso 1	Caso 2	Caso 3
-----------	---------------------	--------	--------	--------

<i>a</i> (coeficiente cuadrático)	Dirección de crecimientos de las ramas de una parábola	$a > 0$ Las ramas apuntan hacia arriba	$a < 0$ Las ramas apuntan hacia abajo	
<i>b</i> (coeficiente lineal)	Desplazamiento lateral del eje de simetría con respecto al eje de las ordenadas.	$a > 0 \text{ y } b > 0$ $a < 0 \text{ y } b < 0$ Se encuentra a la izquierda del eje de las ordenadas	$a > 0 \text{ y } b < 0$ $a < 0 \text{ y } b > 0$ Se encuentra a la derecha del eje de las ordenadas	$b = 0$ Se encuentra sobre el eje de las ordenadas
<i>c</i> (coeficiente o término independiente)	Punto donde la función corta al eje de las ordenadas	$c > 0$ Corta al eje de las ordenadas en un valor positivo	$c < 0$ Corta al eje de las ordenadas en un valor negativo	$c = 0$ Corta al eje de las ordenadas en $(0; 0)$
r_1 y r_2 (raíces)	Indica el/los punto/s donde la función corta al eje de las abscisas	$r_1, r_2 \in \mathbb{R}$ $\wedge r_1 \neq r_2$ Corta al eje de las abscisas en dos puntos distintos	$r_1, r_2 \in \mathbb{R}$ $\wedge r_1 = r_2$ Corta al eje de las abscisas en un sólo punto	$r_1, r_2 \notin \mathbb{R}$ No corta al eje de las abscisas
$(x_v; y_v)$ (vértice)	Indica punto máximo o mínimo de una parábola	$a > 0$ Punto mínimo de una parábola	$a < 0$ Punto máximo de una parábola	
x_v (abscisa del vértice)	Desplazamiento lateral del vértice con respecto al eje de las ordenadas	$x_v > 0$ Se encuentra a la derecha del eje de las ordenadas	$x_v < 0$ Se encuentra a la izquierda del eje de las ordenadas	$x_v = 0$ Se encuentra sobre el eje de las ordenadas
y_v (ordenada del vértice)	Indica valor máximo o mínimo de una función	$a > 0$ y_v es el valor mínimo de la Imagen	$a < 0$ y_v es el valor máximo de la Imagen	

Cómo graficar una función cuadrática

Para que podamos graficar una función cuadrática correctamente es conveniente que analicemos la siguiente afirmación:

“Toda parábola se define, como mínimo, con tres puntos, de los cuales uno de ellos debe ser el vértice”.

Debido a que la parábola es una figura que posee un eje de simetría, al determinar la posición del vértice podemos ubicar espacialmente dicho eje. Si sabemos además la posición de otros dos puntos más, idealmente uno a cada lado del vértice, la parábola puede ser dibujada sin equivocación.

En la sección anterior vimos cómo a partir de la forma polinómica de una dada función cuadrática podemos averiguar:

- a) coordenadas del vértice, $(x_v; y_v)$
- b) dirección de las ramas de la parábola, signo de a
- c) puntos de corte en el eje de las abscisas, raíces r_1 y r_2
- d) punto de corte en el eje de las ordenadas, valor de c

Con estos datos estamos en condiciones para trazar la parábola correspondiente a dicha función.

Para ser más claros, veamos un ejemplo. Grafiquemos la función:

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

- a) $(x_v; y_v)$. Utilizando las ecuaciones (2) y (3) podemos averiguar la posición del vértice.

$$x_v = -\frac{(-5)}{2(1)}$$

$$x_v = \frac{5}{2}$$

$$f(x_v) = f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$f(x_v) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 4$$

$$f(x_v) = -\frac{9}{4}$$

Por lo tanto, el vértice está en:

$$\left(\frac{5}{2}; -\frac{9}{4}\right)$$

- b) Signo de a . Como $a > 0$, las ramas se extienden desde el vértice hacia arriba, es decir crecen desde el vértice hacia valores mayores a $f(x_v)$. Por lo tanto, se cumple que:

$$a > 0 \Rightarrow f(x) \geq f(x_v)$$

c) r_1 y r_2 . Calculando el discriminante, $b^2 - 4ac$, de esta función, obtenemos:

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-5)^2 - 4(1)(4) \\ b^2 - 4ac &= 9 \end{aligned}$$

$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow f(x)$ tiene dos raíces reales diferentes, x_1 y x_2 .

Además, utilizando la ecuación (1) podemos averiguar los valores de estas raíces.

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} \\ x_{1,2} &= \frac{5 \pm 3}{2} \end{aligned}$$

$$x_1 = 1 \text{ y } x_2 = 4$$

Por lo tanto, la parábola corta al eje de las abscisas en:

$$(1; 0) \text{ y } (4; 0)$$

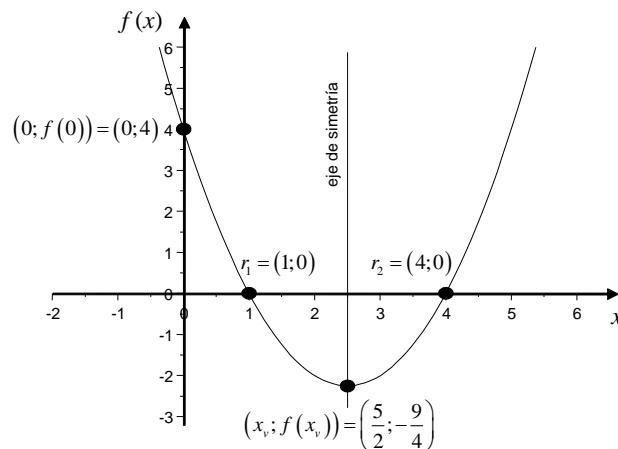
d) Valor de c . Evaluando la función en $x = 0$, obtenemos:

$$f(0) = 4$$

Por lo tanto, la parábola corta al eje de las ordenadas en:

$$(0; 4)$$

Por último, si marcamos estos puntos en un sistema de ejes cartesianos y los unimos por una curva, se obtiene la correspondiente parábola de la función cuadrática $f(x)$ analizada, como se muestra a continuación:



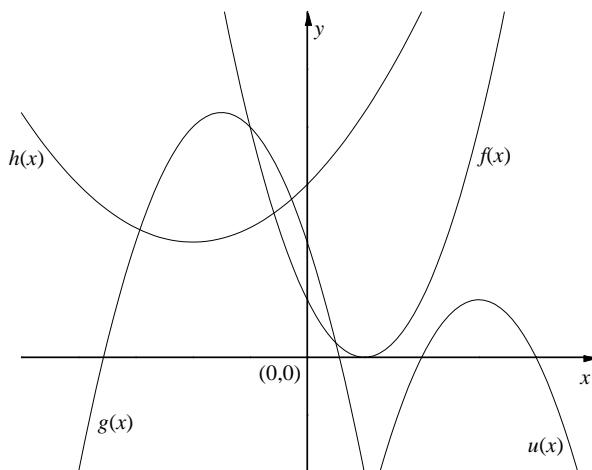
Si tenemos a la función cuadrática en su forma factorizada o canónica, también podemos calcular los puntos anteriores, o bien convertirla en su forma polinómica y resolverla como hemos mostrado.

Cabe aclarar que si la función cuadrática está en su forma factorizada ya tenemos el dato de las raíces y si es en forma canónica el dato ya resuelto es el del vértice.

En el caso de que la función cuadrática que queramos graficar no presente raíces reales, deberemos tener en cuenta los siguientes puntos. Uno de ellos es el vértice, otro es la ordenada al origen c , y queda definir un tercero para que sea posible realizar el gráfico. Para definir este tercer punto sabemos que las paráolas son simétricas al eje que pasa por el vértice. Considerando esto es posible definir un tercer punto que sea simétrico al punto $(0; c)$, cuyas coordenadas serán $(2x_v; c)$

► Actividad 11

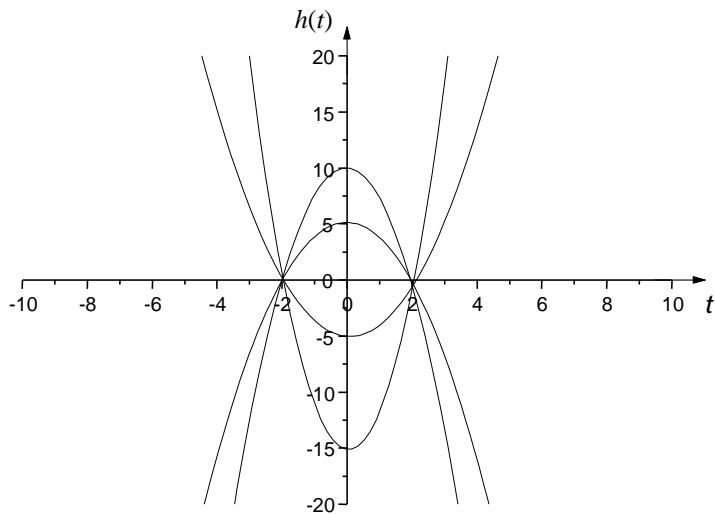
1) Para cada una de las siguientes paráolas indique el signo del discriminante y, de ser posible, el signo de las raíces.



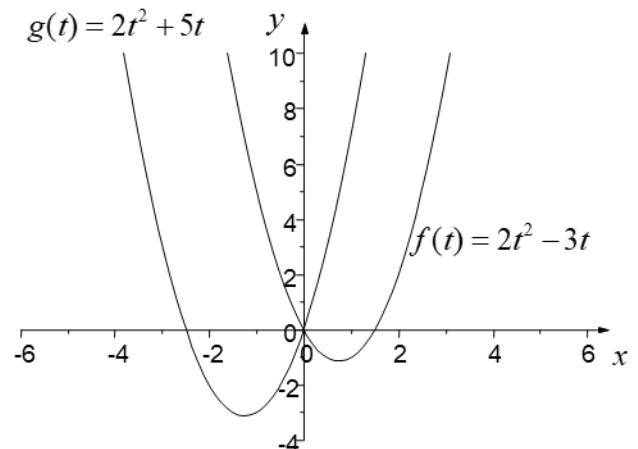
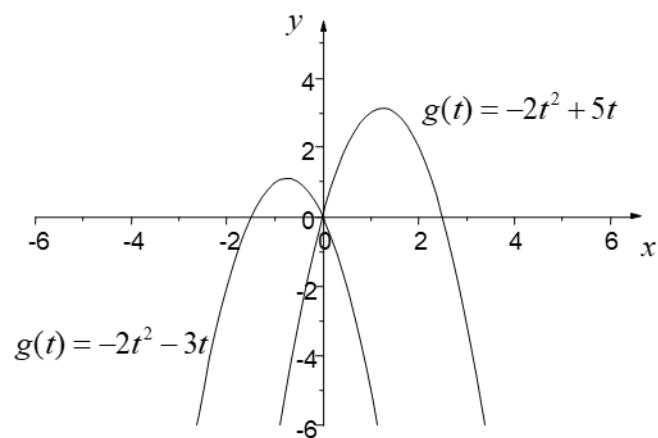
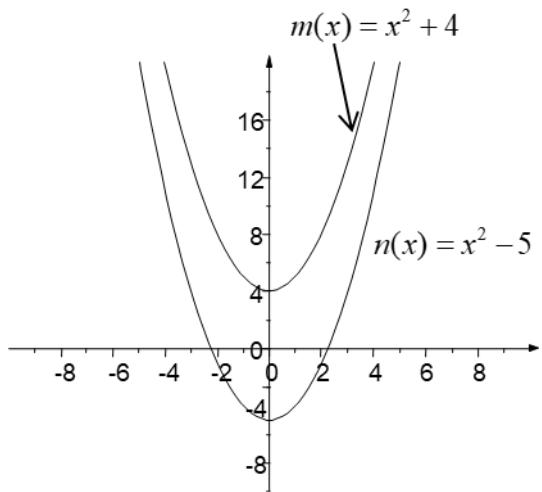
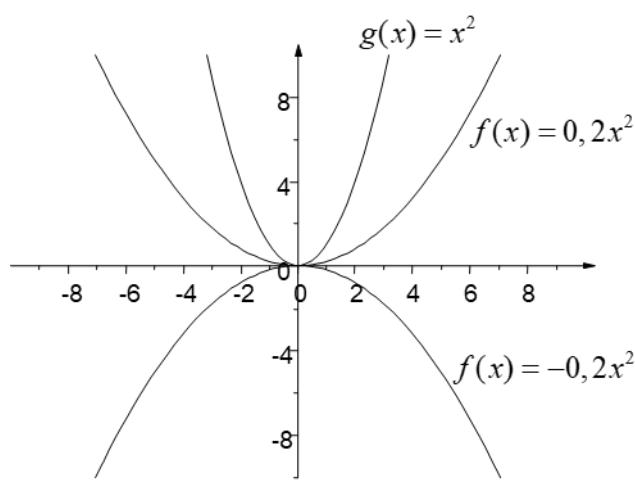
2) Encuentre las raíces y escriba la forma factorizada de las siguientes funciones cuadráticas:

- | | |
|--|-------------------------|
| a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ | b) $y(x) = 4x^2 - 3$ |
| c) $m(s) = 3s^2 + (3a - 6ab)s - 6a^2b$ | d) $f(z) = 2z^2 - 2a^2$ |
| e) $q(w) = 5(w^2 + 2b^2 - 3bw)$ | |

3) Encuentre las expresiones polinómicas completas para las siguientes gráficas:



- 4) Analice las diferencias entre las expresiones factorizadas de los gráficos anteriores y diga cuantas parábolas podrían cortar al eje t en $t = \pm 2$.
- 5) Analice cual es el efecto de los distintos parámetros de la función cuadrática sobre la forma de la parábola. Considere los siguientes casos:



6) Analice y grafique las siguientes funciones:

- a) $f(u) = u - 2u^2 + u - 3$
- b) $g(m) = (m - 2)^2 - 4m$
- c) $h(w) = w - w^2 - 3(w - 2)$
- d) $q(x) = x^2 + 2x + 4(1 - x)$
- e) $z(v) = v - (v + v)^2$
- f) $m(v) = v^2 - 2(v - 2)^2 + 4v$
- g) $r(w) = -5w^2 + w(3w - 2)$
- h) $g(m) = m^2 - 6m + 9$

Función cúbica y funciones racionales

Un polinomio de grado 3 (o función cúbica) tiene la siguiente forma genérica:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Coef. cúbico Coef. cuadrático Coef. lineal Término independiente

Tenga en cuenta que las cuatro letras usadas (a, b, c, d) son arbitrarias y representan números reales.

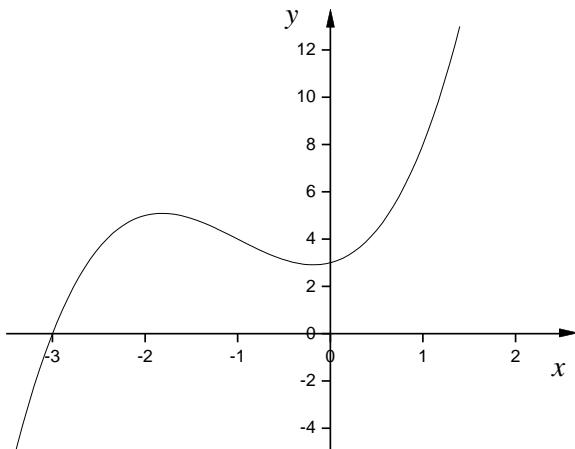
En caso de que el coeficiente cúbico fuera cero:

¿La función seguiría siendo cúbica?

¿La función seguiría siendo polinómica?

He aquí un ejemplo: el gráfico de la función cúbica

$$x^3 + 3x^2 + x + 3$$



Las funciones racionales son las funciones reales definidas de la forma:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}; \quad \text{siendo } P(x) \text{ y } Q(x) \text{ funciones polinómicas reales.}$$

En estas funciones $Q(x)$ nunca puede ser cero. Esta limitación condiciona el dominio de la función. Le ayudamos ahora a que logre entender la forma de hallar el dominio de una función racional con un ejemplo.

Sea la función:

$$g(s) = \frac{2s}{s^2 - 1}$$

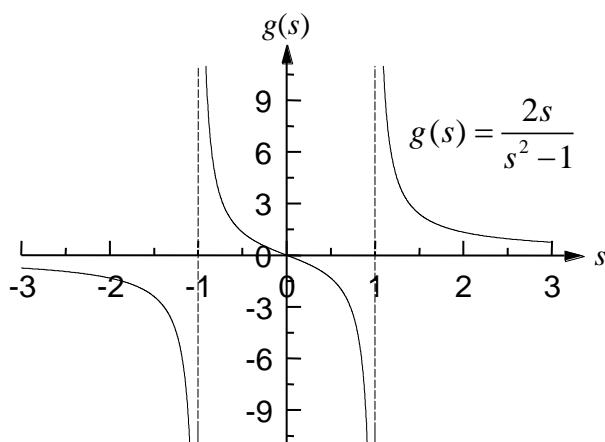
En la definición de estas funciones hablamos de un polinomio numerador, que en este caso es $P(s) = 2s$ y un polinomio denominador que es $Q(s) = s^2 - 1$; para hallar el dominio debemos tener en cuenta que el denominador debe ser distinto de cero:

$$\begin{aligned} Q(s) &\neq 0 \\ s^2 - 1 &\neq 0 \\ s^2 - 1 + 1 &\neq 0 + 1 \\ s^2 &\neq 1 \\ \pm\sqrt{s^2} &\neq \pm\sqrt{1} \\ s^2 \neq 1 &\Rightarrow s \neq \pm 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos dos puntos donde la función no está definida y el dominio será el conjunto de todos los números reales excepto esos dos puntos:

$$\text{Dom } g(s) = \{s / s \in \mathbb{R} \wedge s \neq \pm 1\}$$

Para que analice estos resultados le mostramos el gráfico de la función. Ubique en el gráfico los puntos donde la función no está definida.



► Actividad 12

1) Encuentre el dominio de las siguientes funciones:

$$a) g(r) = \frac{1}{r^2 + 1}$$

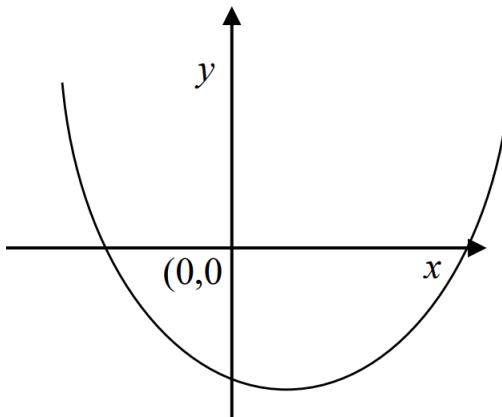
$$b) j(t) = \frac{1}{4 - t}$$

$$c) u(t) = \frac{1}{9 - t^2}$$

$$d) h(x) = x + \frac{1}{x} \text{ (Ayuda : Extraiga } x \text{ como común denominador)}$$

Autoevaluación

1) La siguiente es la gráfica de una función cuya expresión genérica es $y = ax^2 + bx + c$



De acuerdo a lo que usted observa en dicha gráfica, puede afirmar que:

- a) a y b tienen el mismo signo que es igual al de c .
- b) a y b tienen distinto signo y c es negativo.
- c) a y b tienen igual signo distinto al de c .
- d) a y b tienen distinto signo y c es positivo.

2) Dada la relación $\frac{f(x)}{x} = a + \frac{b}{x}$ con $a \wedge b \in \mathbb{R} \wedge x \in \mathbb{R}^+$, se afirma que:

- a) $f(x)$ es inversamente proporcional a x si $a=0$ y $b \neq 0$.
- b) $f(x)$ es directamente proporcional a x si $a \neq 0$ y $b=0$.
- c) $f(x)$ es inversamente proporcional a x si $a=0$ y $b=0$.
- d) $f(x)$ es directamente proporcional a x si $a=0$ y $b=0$.

3) Dada la siguiente función:

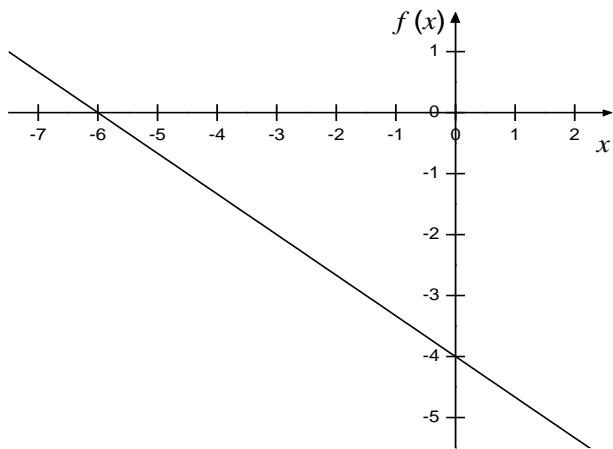
$$f(r) = \frac{r}{r^2 + 6r + 9}$$

Se afirma que su dominio es:

- a) $\{r / r \in \mathbb{R} \wedge r \neq -3 \wedge r \neq 0\}$

- b) $\{r / r \in \mathbb{R}\}$
 c) $\{r / r \in \mathbb{R} \wedge r \neq \pm 3\}$
 d) $\{r / r \in \mathbb{R} \wedge r \neq -3\}$

4) Dado el siguiente gráfico de la función $f(x)$:



La ecuación de la recta correspondiente es

- a) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 4$ b) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 6$
 c) $f(x) = \frac{3}{2}x - 6$ d) $f(x) = -\frac{3}{2}x - 4$

Contenido

INTRODUCCIÓN.....	2
Actividad 1	3
RELACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL	4
RELACIÓN INVERSAMENTE PROPORCIONAL.....	7
Actividad 2	9
Actividad 3	9
EL CONCEPTO DE FUNCIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA	10
<i>Representación gráfica de relaciones y funciones.....</i>	10
<i>Representación gráfica de una relación directamente proporcional</i>	13
<i>Representación gráfica de una relación inversamente proporcional</i>	14
Actividad 4	16
DOMINIO E IMAGEN	17
<i>Dominio e imagen en funciones</i>	19
<i>Representación gráfica de dominio e imagen</i>	19
Actividad 5	20
Actividad 6	20
FUNCIÓN LINEAL	20
<i>Similitudes y diferencias con la relación directamente proporcional</i>	21
<i>Cálculo de la pendiente de una función lineal</i>	23
<i>Cálculo de la ordenada al origen y la raíz de una función lineal</i>	26
<i>Cómo graficar una función lineal</i>	28
Actividad 7	30
<i>Rectas paralelas y perpendiculares</i>	35
Actividad 8	38
FUNCIÓN CUADRÁTICA	38
<i>Representación gráfica de una función cuadrática</i>	39
<i>Cálculo de las raíces de una función cuadrática</i>	41
Actividad 9	43
<i>Cálculo del vértice de una función cuadrática</i>	43
<i>Otras formas de expresar una ecuación cuadrática</i>	45
Actividad 10	46
<i>Interpretación de la representación gráfica de una función cuadrática</i>	46
<i>Cómo graficar una función cuadrática</i>	48
Actividad 11	51
FUNCIÓN CÚBICA Y FUNCIONES RACIONALES	53
Actividad 12	55
AUTOEVALUACIÓN	56

Unidad 5 – Relaciones y funciones – Respuestas a actividades

► Actividad 2

Se tomaron varios objetos de hierro y se midieron sus masas y volúmenes, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

objeto	$V \equiv$ volumen [cm ³]	$m \equiv$ masa[g]
1	123,0	960,1
2	250,2	1947,8
3	14,8	115,9
4	38,2	298,0
5	70,7	551,4

- a) ¿Qué tipo de relación hay entre los valores del volumen y de la masa?: Existe una relación directamente proporcional.
- b) ¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad?: El valor promedio del cociente de variables es 7,80
- c) ¿Cuál es su significado?: K implica la existencia de una relación directa y proporcional entre las dos variables (Volumen: V y masa: m), para cada gramo de hierro hay un volumen ocupado (densidad)
- d) ¿Cuál es el valor de la masa de un clavo de hierro que tiene un volumen de 1,5 cm³?: masa= 11,7 g

► Actividad 3

Como se mencionó en la UT 2: La Materia, el estado de una muestra de un gas ideal es caracterizado por el valor que toman las llamadas “variables de estado”. Estas son: presión (P), volumen (V), temperatura (T) y cantidad de sustancia (n). Los valores de estas variables de estado están relacionados entre sí por la llamada “ecuación de estado de los gases ideales”:

$$P V = n R T$$

donde R es una constante universal, conocida como la constante de los gases. Recuerde que siempre que nos refiramos a la ecuación de estado de los gases ideales la temperatura estará expresada en K (kelvins) y la cantidad de sustancia n en moles. Este último concepto se abordará con detalle más adelante, en la UT 10: El Mol. No se preocupe si no le resultan familiares estos conceptos, por ahora nos centraremos en los aspectos matemáticos de la ecuación.

- a) ¿Qué tipo de relación habrá entre el volumen y la presión si las demás variables permanecen constantes?: p y V presentan una relación inversamente proporcional
- b) ¿Y entre el volumen y la temperatura?: V y T presentan una relación directamente proporcional

- c) ¿Y entre la presión y la temperatura?: p y T presentan una relación directamente proporcional
d) Para cada caso exprese la constante de proporcionalidad.

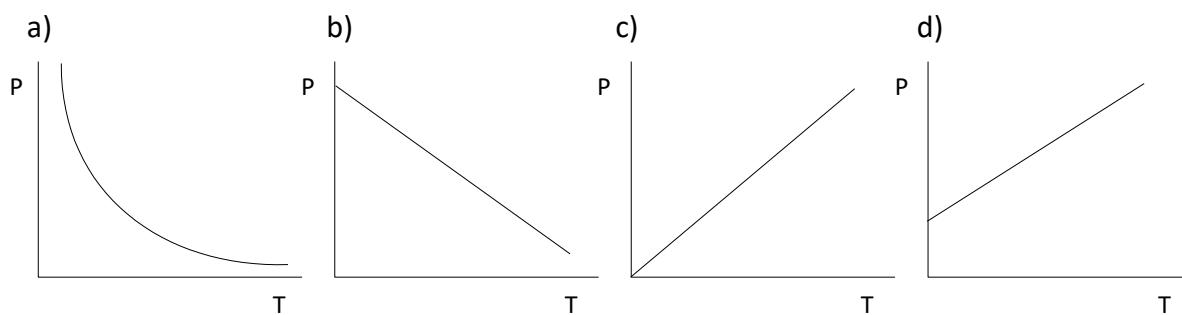
$$pV = nRT ; \frac{p}{T} = \frac{nR}{V} ; \frac{V}{T} = \frac{nR}{p}$$

► Actividad 4

Un químico estudió el comportamiento de un gas en su laboratorio a través de distintos experimentos como se detallan a continuación:

i) Experimento 1:

Manteniendo una cantidad de gas constante dentro de un recipiente de paredes rígidas, se midió la presión del gas a diferentes temperaturas. Los resultados de presión y temperatura expresada en kelvins fueron graficados para su análisis. Considerando la ecuación de estado de los gases ideales mencionada anteriormente ($P V = n R T$) ¿cuál de los siguientes gráficos representa los datos medidos por el químico en este experimento?



Rta: Gráfico c).

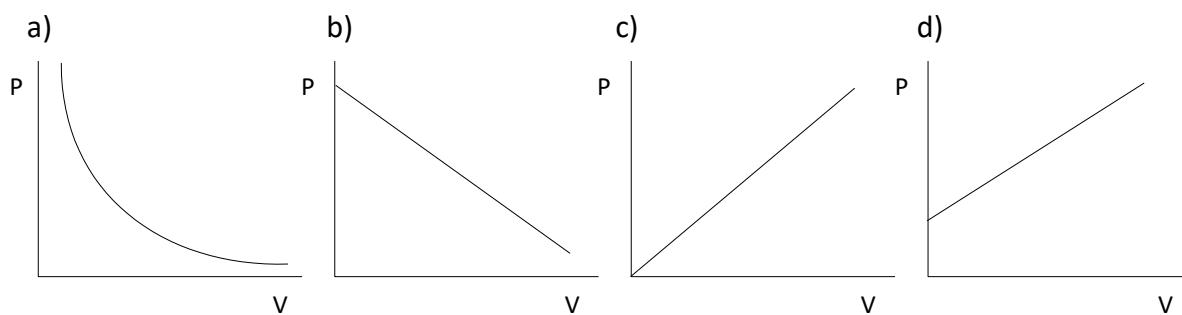
ii) Experimento 2:

El químico repite el experimento 1, manteniendo la misma cantidad de gas, pero en este caso utiliza un recipiente de menor volumen. De igual forma, los resultados de presión y temperatura expresada en kelvins fueron graficados para su análisis. Realice un gráfico de los resultados que se obtendrían en este segundo experimento. ¿Qué cambiaría con respecto al gráfico del primer experimento? Agregue al gráfico realizado los resultados que corresponderían al experimento 1.

Rta: La diferencia con el primer gráfico sería el valor de la constante de proporcionalidad.

iii) Experimento 3:

Una dada cantidad de un gas se mantiene a temperatura constante dentro de un recipiente que posee un émbolo móvil (imagine una jeringa). Se realizaron cambios de volumen al sistema y se midió la presión del gas en cada caso. Los resultados fueron graficados para su análisis. Considerando la ecuación de estado de los gases ideales mencionada anteriormente ($P V = n R T$) ¿cuál de los siguientes gráficos representa los datos medidos por el químico en este experimento?



Rta: Gráfico a)

iv) Experimento 4:

El químico repite el experimento 3, manteniendo la misma temperatura, pero esta vez utilizando una mayor cantidad de gas. De igual forma Los resultados fueron graficados para su análisis. Realice un gráfico de los resultados que se obtendrían en este cuarto experimento. ¿Qué cambiaría con respecto al gráfico del tercer experimento? Agregue al gráfico realizado los resultados que corresponderían al experimento 3.

Rta: Cambia el valor de la constante de proporcionalidad.

► Actividad 5

Identifique el dominio de las siguientes relaciones, expréselo simbólicamente y gráficamente y justifique su respuesta:

a) $y = \frac{1}{x}$

b) $z = \frac{3}{u-2}$

c) $v = y^2$

d) $s = \sqrt{\beta}$

e) $q = \frac{-3}{2-d}$

f) $z = -2x^2 - 4x + 1$

g) $w = -\frac{3}{4}(y+4)^2 - \frac{1}{2}$

h) $z = \sqrt{w+3}$

i) $m = \log_3(x+5)$

j) $y = \sqrt[3]{x}$

k) $y = \sqrt[3]{x-5}$

a) $\{x / x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 0\}$

b) $\{u / u \in \mathbb{R} \wedge x \neq 2\}$

c) $\{y / y \in \mathbb{R}\}$

d) $\{\beta / \beta \in \mathbb{R} \wedge \beta \geq 0\}$

e) $\{d / d \in \mathbb{R} \wedge d \neq 2\}$

f) $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

g) $\{y / y \in \mathbb{R}\}$

h) $\{w / w \in \mathbb{R} \wedge w \geq -3\}$

i) $\{x / x \in \mathbb{R} \wedge x > -5\}$

j) $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

k) $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

► Actividad 6

Encuentre el dominio para la función $h(x)$, sabiendo que $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 3\sqrt{x}$, y que la función $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

$$\text{Dom}(h(x)) = \{x / x \in \mathbb{R} \wedge x > 0\}$$

► Actividad 7

- 1) Complete el siguiente cuadro comparativo entre función lineal y relación directamente proporcional:

	$f(x) = ax + b$	$y = ax$
Pendiente	$a \neq 0, a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
Ordenada al origen	$b > 0 ; b < 0$	$b = 0$
Constante de proporcionalidad	No tiene	a
Raíz	$(x;0) ; x>0 \text{ o } x < 0$	0
Gráfica	Recta que corta en la raíz $(x;0)$ y en la ordenada al origen $(0;b)$.	Recta que corta a los ejes en el punto $(0; 0)$
Cuando $a > 0$		
Si aumenta x	Aumenta y	Aumenta y proporcionalmente
Si disminuye x	Disminuye y	Disminuye y proporcionalmente
Cuando $a < 0$		
Si aumenta x	Disminuye y	Disminuye y proporcionalmente

Si disminuye x	Aumenta y	Aumenta y proporcionalmente
------------------	-----------	-----------------------------

2) Dadas las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x$

b) $g(v) = -\frac{4}{5}v - 2$

c) $h(x) = \frac{5}{2}x$

d) $w(x) = f(x) - h(x)$

calcule el valor de cada una de ellas en los siguientes valores del dominio: 0, -2 y $\frac{1}{4}$

a) $f(0) = 0$ $f(-2) = -6$ $f(1/4) = 3/4$

b) $g(0) = -2$ $g(-2) = -2/5$ $g(1/4) = -11/5$

c) $h(0) = 0$ $h(-2) = -5$ $h(1/4) = 5/8$

d) $w(0) = 0$ $w(-2) = -1$ $w(1/4) = 1/8$

3) Dados los siguientes gráficos:

i) Calcule la pendiente, ordenada al origen y raíz de cada una de estas funciones lineales.

ii) Escriba la fórmula completa de cada función lineal.

iii) Ordene de forma creciente el valor de las pendientes obtenidas.

a) i) $a = 2$ $b = 0$ raíz = 0 $h(t) = 2t$

b) i) $a = -3$ $b = 2$ raíz = $2/3$ $g(t) = -3t + 2$

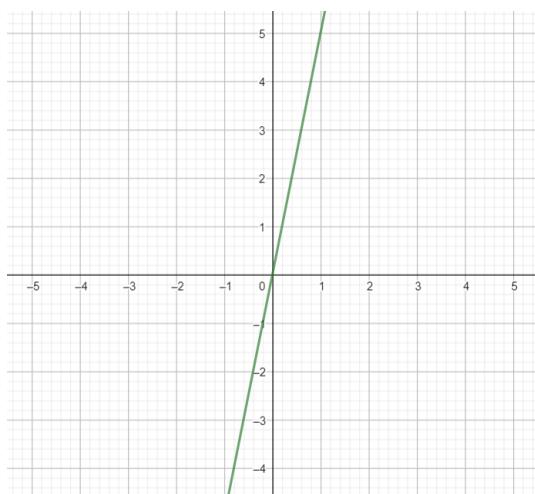
c) i) $a = 2/3$ $b = 3$ raíz = $-9/2$ $r(t) = 2/3t + 3$

d) i) $a = -1/2$ $b = -3$ raíz = -6 $s(t) = -1/2t - 3$

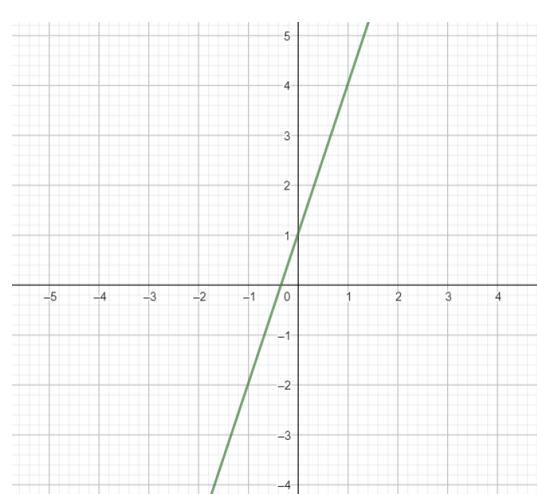
iii) $g(t) < s(t) < r(t) < h(t)$

4) Dadas las siguientes funciones lineales:

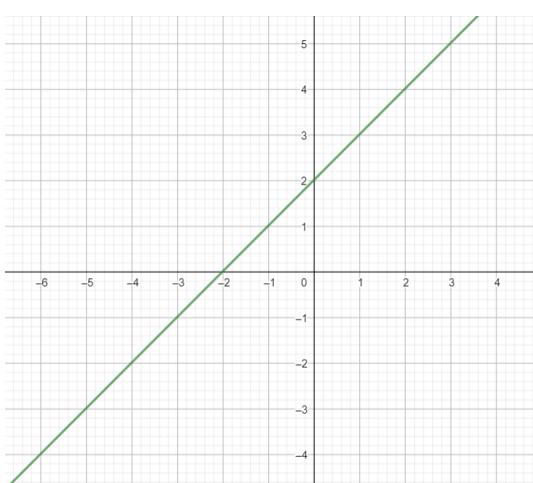
a) $f(x) = 5x$



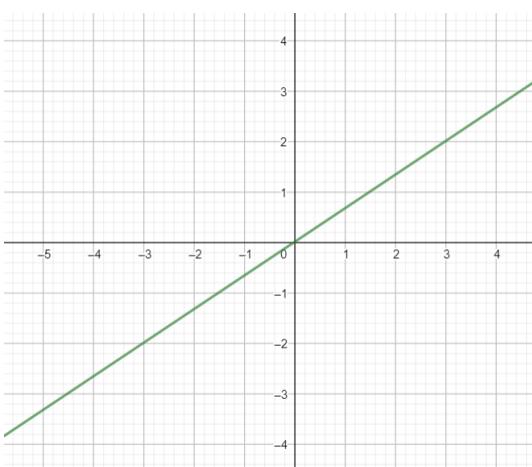
b) $g(f) = 3f + 1$



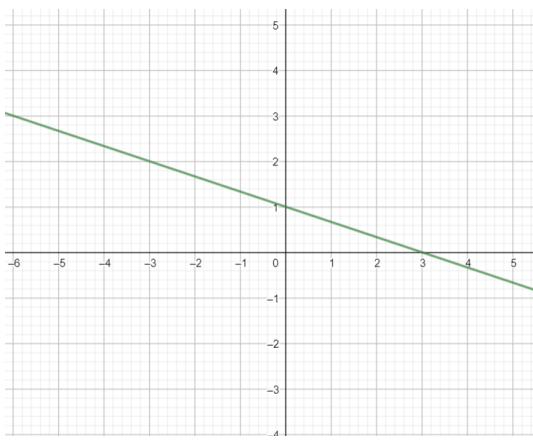
c) $a(c) = c + 2$



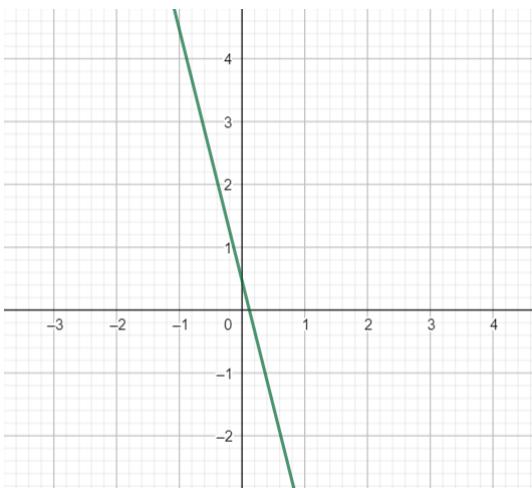
d) $u(h) = \frac{2}{3}h$



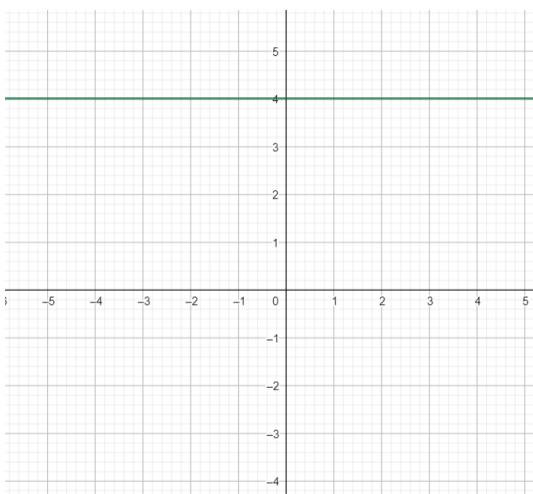
e) $x(y) = -\frac{1}{3}y + 1$



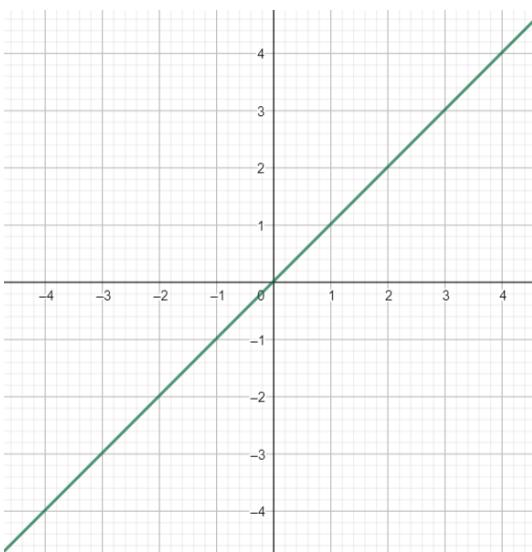
f) $x(s) = -4s + \frac{1}{2}$



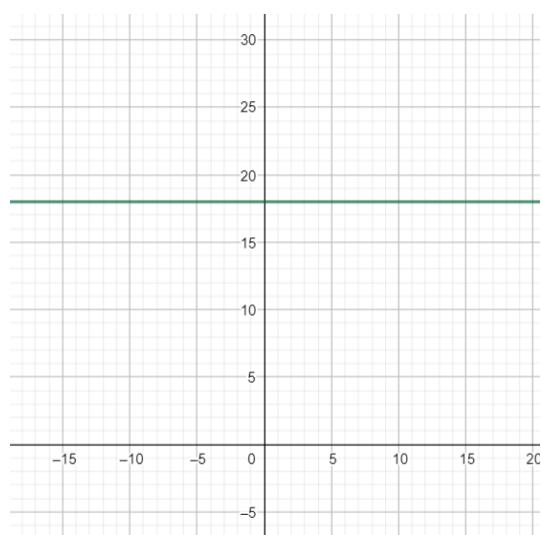
g) $d(q) = 4$



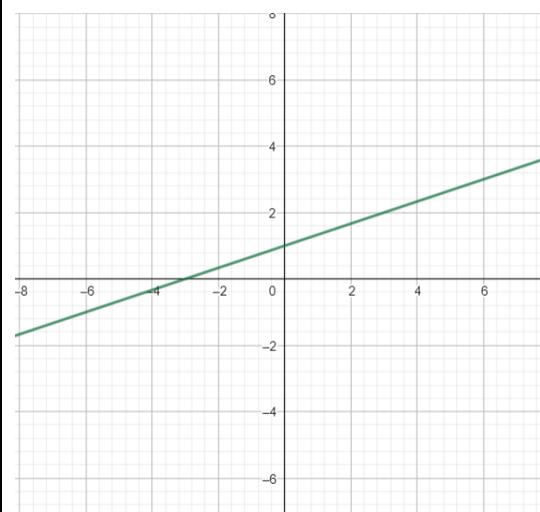
h) $w(z) = z$



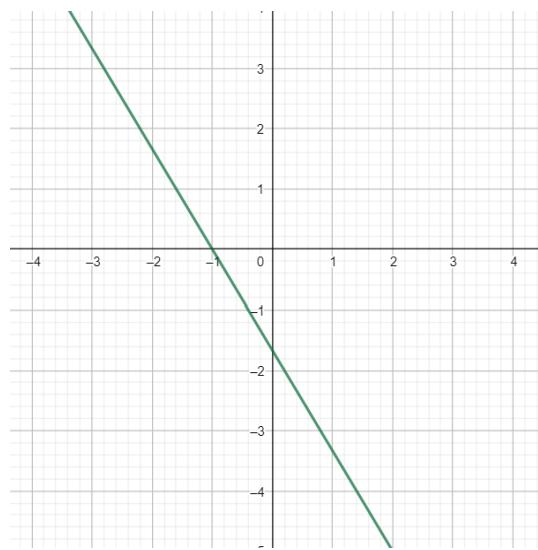
i) $j(o) = 3 \cdot (2 + 4)$



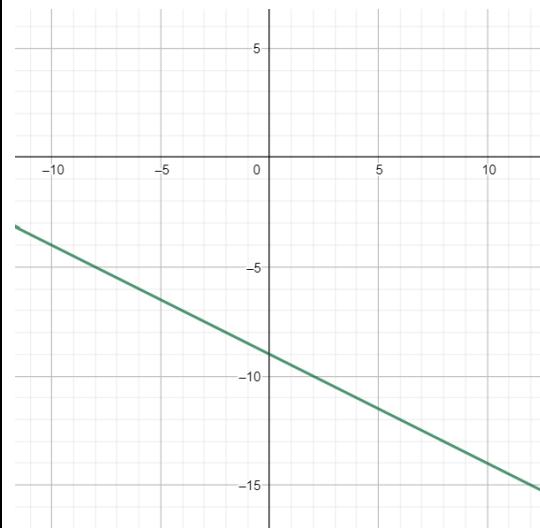
j) $g(i) = \frac{1}{3}i + 1$



k) $t(p) = -\frac{5}{3}p - \frac{5}{3}$

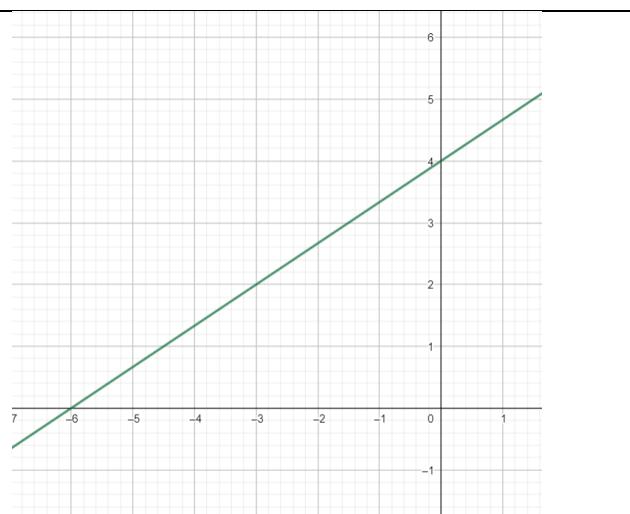
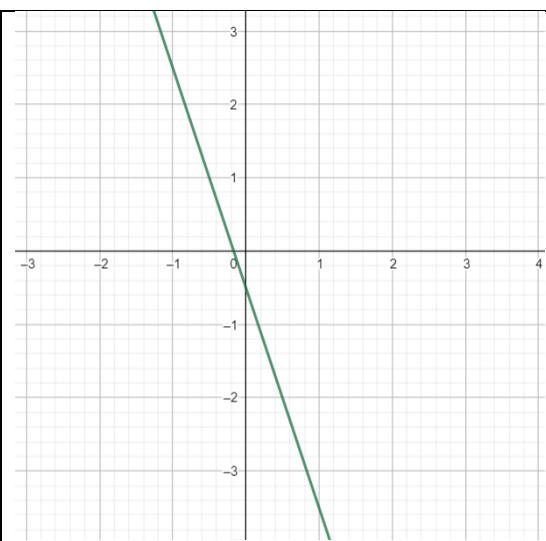


l) $b(y) = -\frac{y}{2} - (3)^2$

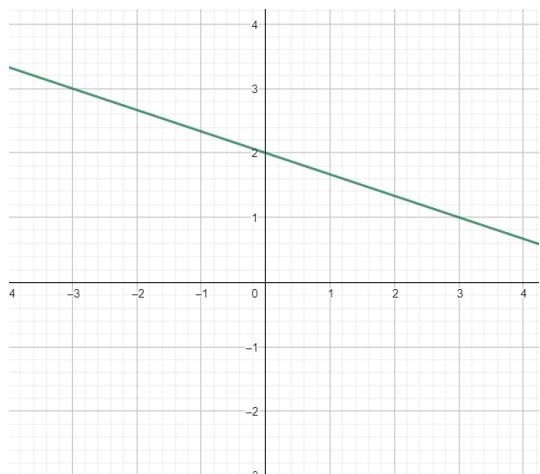


m) $m(n) = -3n - \frac{1}{2}$

n) $e(v) = \frac{2}{3}v + 4$



ñ) $k(r) = -\frac{r}{3} + 4^{\frac{1}{2}}$



- 5) Un químico realizó una serie de medidas para una muestra de gas y obtuvo los siguientes resultados:
 ii) ¿La relación que existe entre el volumen y la temperatura del gas expresada en °C es directamente proporcional? No. Presenta una ordenada al origen distinta de cero.

iii) Calcule pendiente, ordenada al origen y raíz de esta recta.

$$a = 0,0501; b = 13,651; \text{raíz} = -272,475$$

iv) Escriba la función que relaciona al volumen de este gas con su temperatura. Indique cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.

$$V = 0,0501 T + 13,651$$

Variable independiente T ; variable dependiente V

v) Calcule el volumen que tendrá la muestra de gas cuando su temperatura sea de 100 °C.
 18,661 L

6) Dadas las siguientes funciones:

a) $g(s) = 4s + 3$

b) $v(n) = \frac{3}{2}$

c) $y(t) = f t + d$

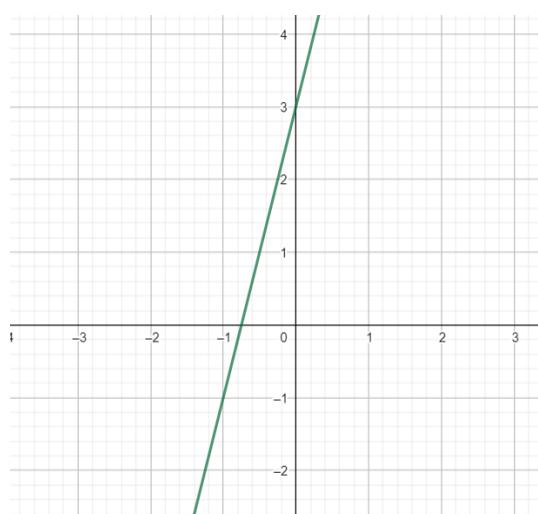
d) $d(p) = p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

e) $r(x) = -\left(\frac{2}{x}\right)^{-1}$

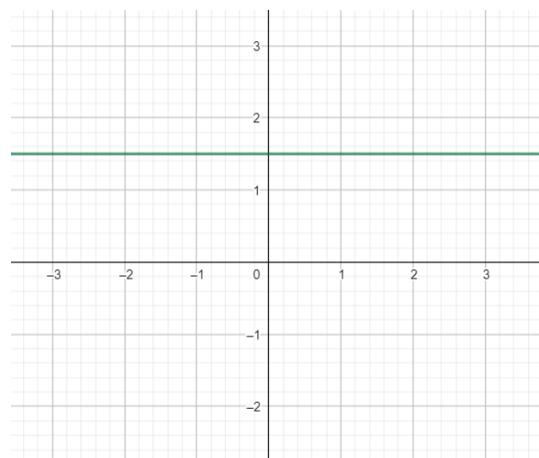
f) $h(j) = \left(\frac{1}{j}\right)^{-1} + 3$

i) Represéntelas gráficamente, siempre que sea posible, e indique qué datos le faltan, en caso de no poder graficar alguna de ellas.

a) $g(s) = 4s + 3$



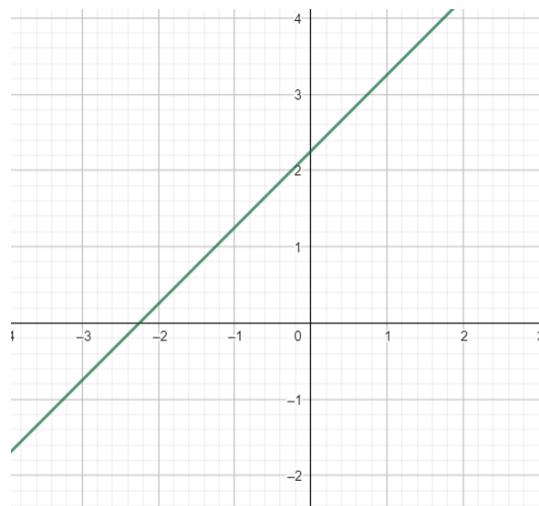
b) $v(n) = \frac{3}{2}$



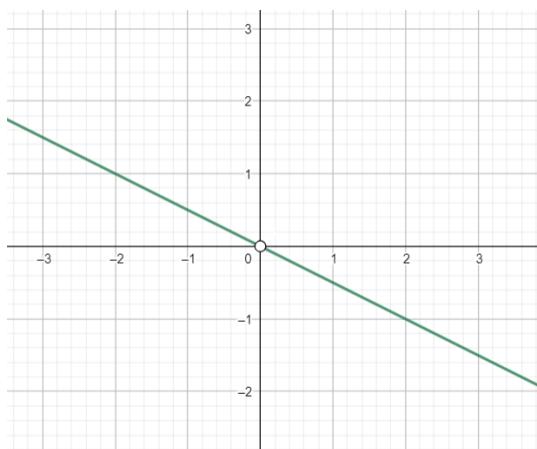
c) $y(t) = ft + d$

Debo conocer los valores de f y d para trazar la gráfica

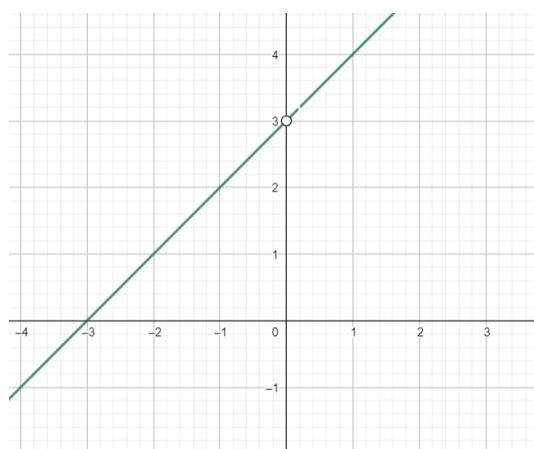
d) $d(p) = p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$



e) $r(x) = -\left(\frac{2}{x}\right)^{-1}$



f) $h(j) = \left(\frac{1}{j}\right)^{-1} + 3$



ii) Considere las dos últimas funciones, incisos e) y f), ¿Su gráfica es una recta? JSR

En ambos casos se obtienen como gráficas rectas, pero con puntos que no están contenidos en el dominio, (0;0), (0;3) para $r(x)$ y $h(j)$ respectivamente.

7) Dados los siguientes gráficos:

i) Obtener las ecuaciones de las correspondientes funciones.

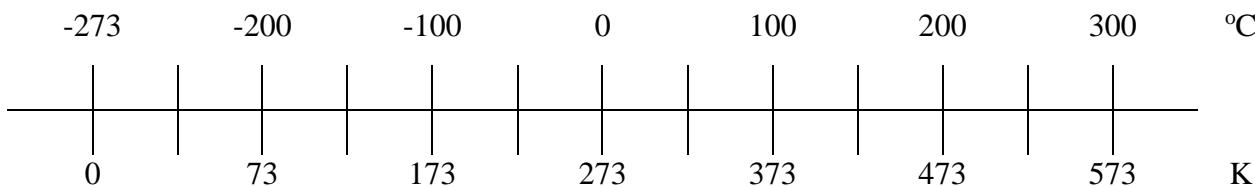
$$h(t) = 4t - 2 \quad g(t) = -2t \quad r(t) = 3 \quad u(t) = 1/3t + 1$$

ii) ¿Alguna de estas cuatro funciones no es una función lineal?, Si no es así, ¿Qué tipo de función es? JSR

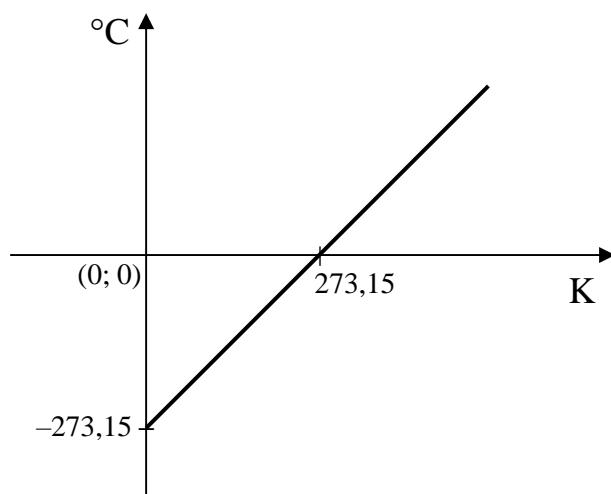
$r(t)$ es una función constante, su dominio es todos los reales. Se encuentra que, el valor de la variable dependiente es siempre el mismo, sin importar cuál sea el valor de la variable independiente.

Tan importante como ser capaz de realizar un gráfico de una función, es ser capaz de leer e interpretar datos que se consignan en un gráfico. Le proponemos que resuelva el siguiente ejercicio y comente sus conclusiones con sus compañeros y docente.

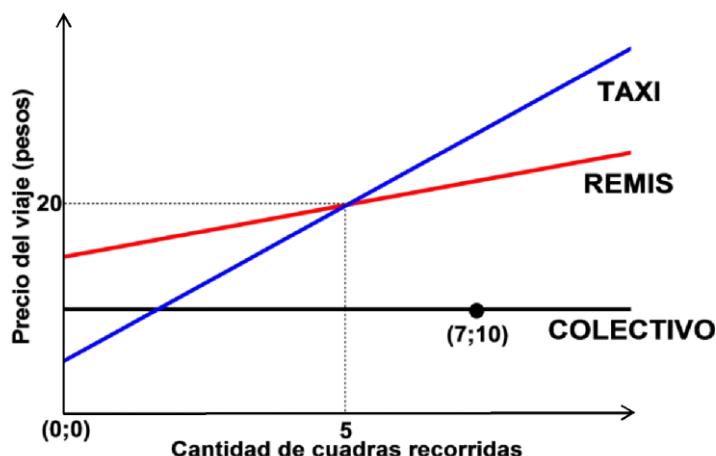
8) El siguiente gráfico muestra dos escalas de temperatura. La parte superior corresponde a la escala centígrada ($^{\circ}\text{C}$) y la parte inferior corresponde a la escala Kelvin (K).



- i) Deduzca la relación matemática que vincula las dos escalas. ${}^{\circ}\text{C} = (1 \text{ K}^{-1}) \text{ K} + 273,15 \text{ }{}^{\circ}\text{C}$
- ii) Realice un gráfico de ${}^{\circ}\text{C}$ en función de K.



- 9) Para ir de un lugar a otro en una ciudad, uno puede movilizarse en colectivo, taxi o remis. La relación entre el precio del viaje y las cuadras recorridas aparece en el siguiente gráfico:



Dadas las siguientes afirmaciones:

- I) Ir en colectivo siempre es más barato que viajar en taxi y en remis.
- II) El costo de viajar en taxi o remis es el mismo al recorrer 5 cuadras.
- III) Una vez superado el costo de 20 pesos, por el mismo importe, se recorre más distancia en remis que en taxi.
- IV) El boleto de colectivo tiene un costo de 7 pesos.

Se afirma que sólo son correctas:

- d) II y III

► Actividad 8

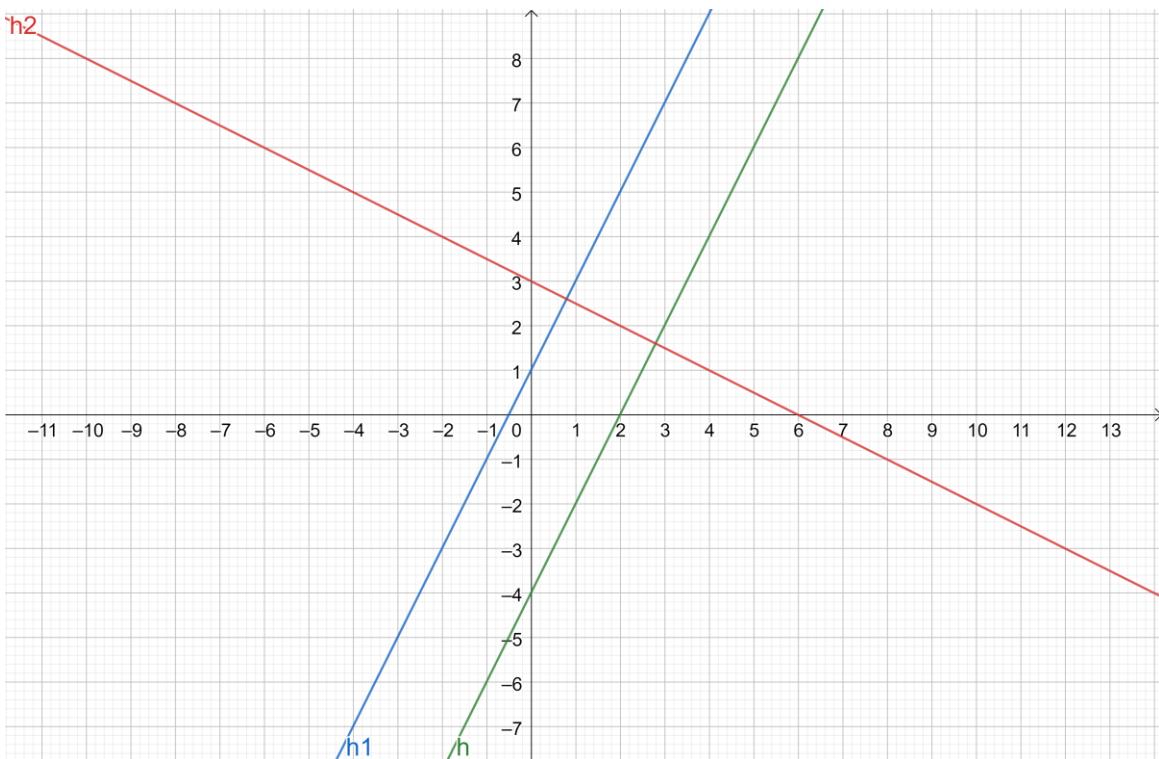
1) Dada la función lineal:

$$h(t) = 2t - 4$$

encuentre y grafique:

a) una recta, $h_1(t)$, paralela a $h(t)$

b) una recta, $h_2(t)$, perpendicular a $h(t)$



2) Resuelva y grafique las siguientes rectas:

a) Dado el punto $P = (5; 2)$, encuentre dos rectas, $g(t)$ y $j(t)$, que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{g(t)} = 4$.

$$g(t) = 4t - 18$$

$$j(t) = -1/4t + 13/4$$

b) Encuentre dos rectas, $k(t)$ y $m(t)$, que sean paralelas entre sí, sabiendo que una de ellas pasa por el punto $P = (5; -2)$ y que $a_{k(t)} = -4$.

$$k(t) = -4t + 18$$

$$m(t) = -4t + n \text{ para } n \text{ que pertenece a los reales}$$

c) Dado el punto $P = (-5; 2)$, encuentre:

i) dos rectas, $n(t)$ y $s(t)$ que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{n(t)} = 4$.

$$n(t) = 4t + 22$$

$$s(t) = -1/4t + 3/4$$

► Actividad 9

Consideré las ecuaciones $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$ y $h_4(t)$ anteriormente graficadas, calcule los discriminantes de cada una, prediga qué raíces tendrán y calcúlelas.

Discriminante de $h_1(t)=-4$; no posee raíces reales

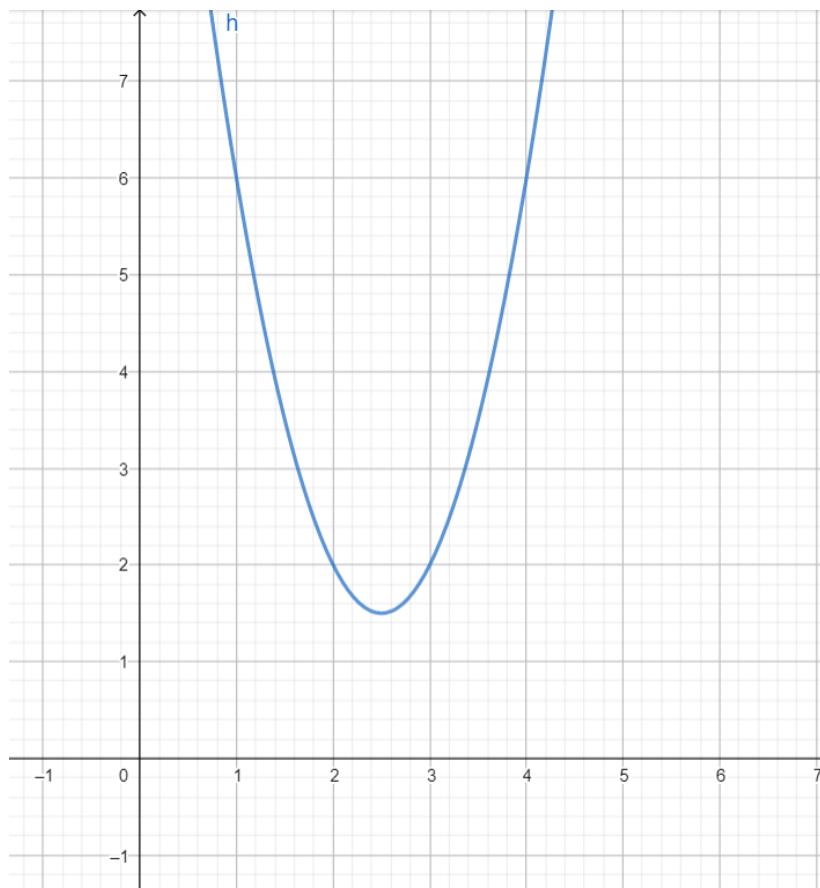
Discriminante de $h_2(t)=1$; posee dos raíces reales distintas: $x_1 = 1$; $x_2 = 2$

Discriminante de $h_3(t)=0$; posee dos raíces reales iguales. $x_1 = x_2 = 0$

Discriminante de $h_4(t)=4$; posee dos raíces reales distintas: $x_1 = 0$; $x_2 = -2$

► Actividad 10

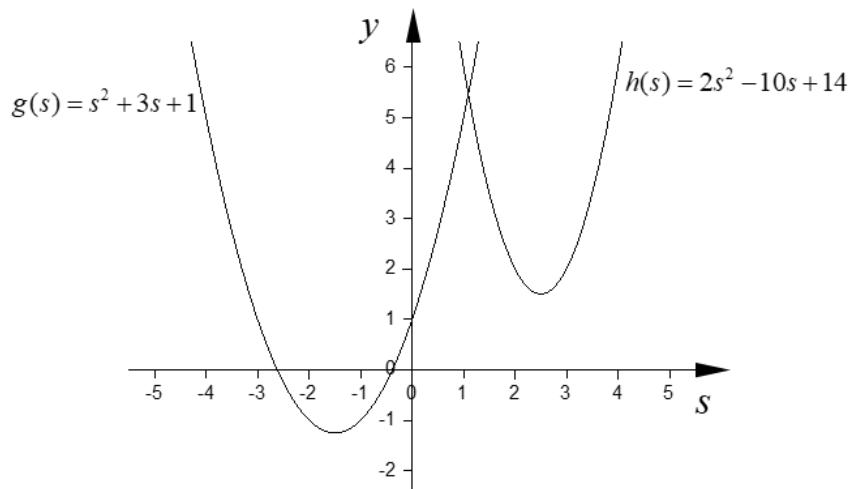
- Escriba las formas canónica y factorizada de la función (siempre que sea posible) $h(s)=2s^2-10s+14$.



No posee raíces reales, no puede expresarse en forma factorizada.

Forma canónica con $s_v=5/2$ y $h(s_v)=3/2$

2) Dadas las siguientes paráolas:



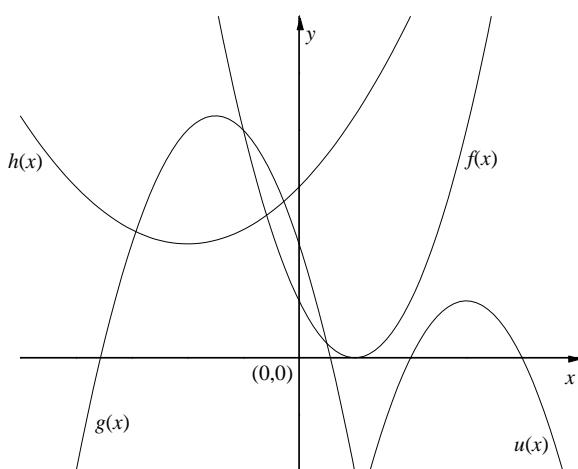
¿Cuáles son sus vértices?

$g(s)$: $s_v=-3/2$ y $g(s_v)=-5/4$

$h(s)$: $s_v=5/2$ y $h(s_v)=3/2$

► Actividad 11

1) Para cada una de las siguientes paráolas indique el signo del discriminante y, de ser posible, el signo de las raíces.



	Discriminante	Raíces
--	---------------	--------

$f(x)$	0	+ (iguales)	
$u(x)$	+	+	+
$g(x)$	+	-	+
$h(x)$	-	No tiene raíces reales	

2) Encuentre las raíces y escriba la forma factorizada de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $\frac{1}{2}$ y 1 $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$

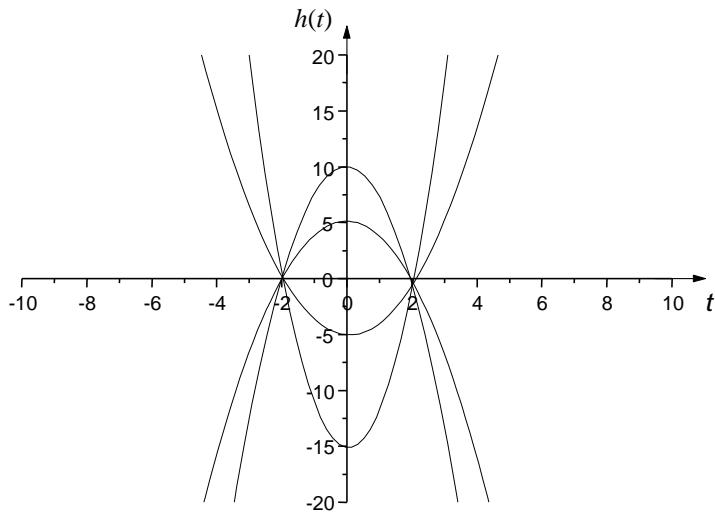
b) $y(x) = 4x^2 - 3$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $y(x) = 4\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $m(s) = 3s^2 + (3a - 6ab)s - 6a^2b$ $2ab$ y $-a$ $m(s) = 3(s - 2ab)(s + a)$

d) $f(z) = 2z^2 - 2a^2$ a y $-a$ $f(z) = 2(z - a)(z + a)$

e) $q(w) = 5(w^2 + 2b^2 - 3bw)$ $2b$ y b $q(w) = 5(w - 2b)(w - b)$

3) Encuentre las expresiones polinómicas completas para las siguientes gráficas:



$$h(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 10$$

$$h(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5$$

$$h(t) = \frac{5}{4}t^2 - 5$$

$$h(t) = \frac{15}{4}t^2 - 15$$

4) Analice las diferencias entre las expresiones factorizadas de los gráficos anteriores y diga cuántas parábolas podrían cortar al eje t en $t = \pm 2$.

Todas las expresiones para las parábolas graficadas son de la forma $h(t) = a(t-2)(t+2)$, existiendo infinitas parábolas que pueden cortar en las raíces mostradas.

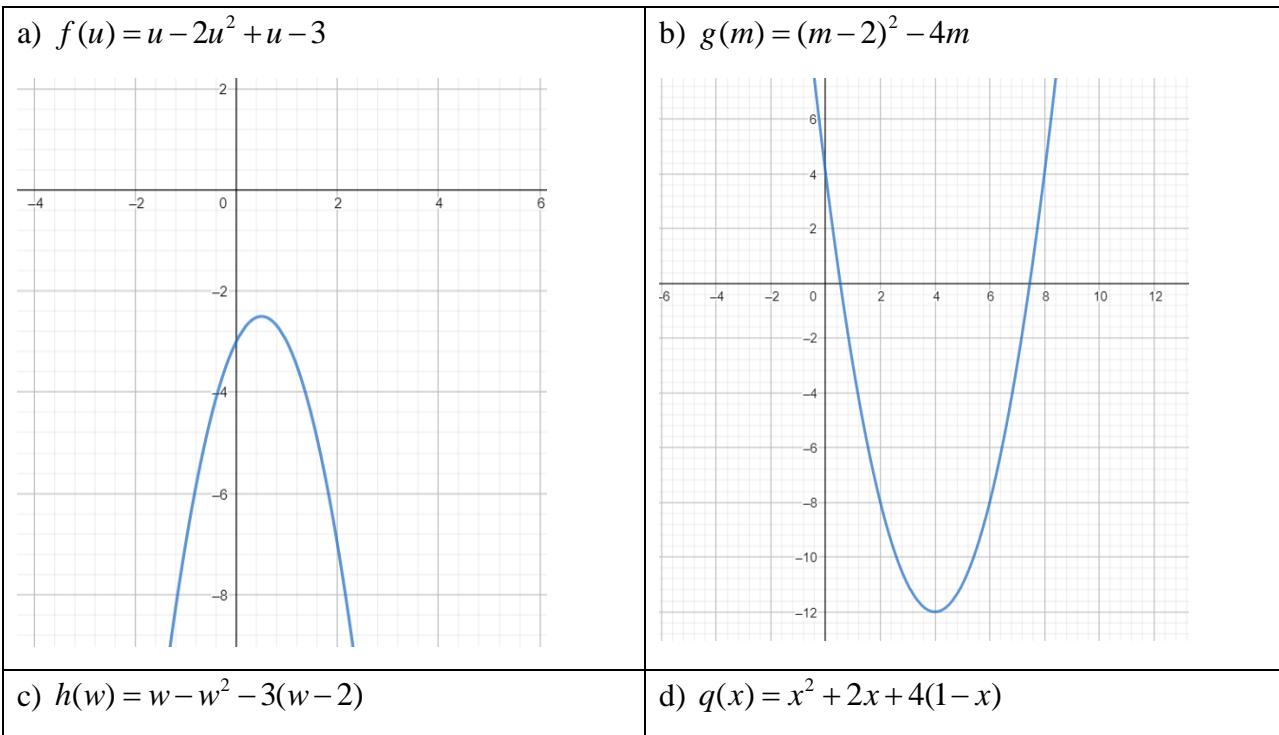
5) Analice cual es el efecto de los distintos parámetros de la función cuadrática sobre la forma de la parábola. Considere los siguientes casos:

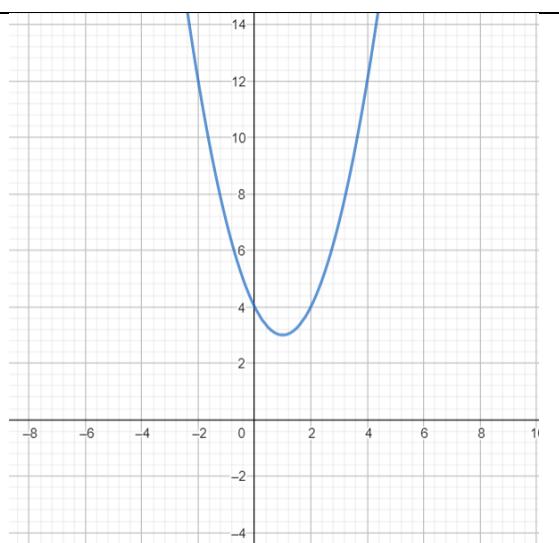
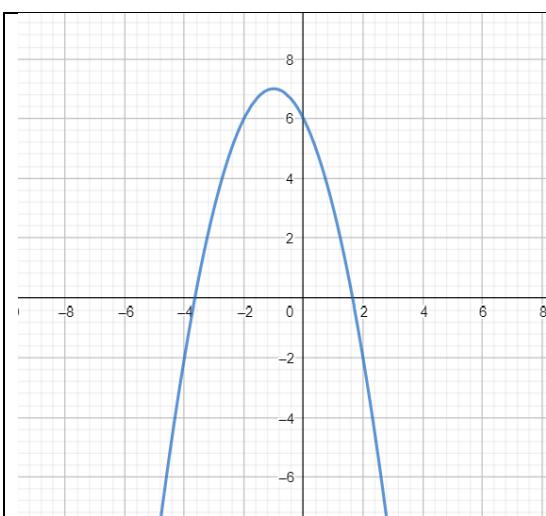
parámetro cuadrático a : su signo indica la orientación de las ramas ($a>0$ ramas para arriba; $a<0$ ramas hacia abajo). Además, su magnitud indica cuán rápido o lento crece la parábola.

Parámetro lineal b : su signo en conjunto con el signo de a , indica el desplazamiento horizontal del vértice. puede ser positivo, negativo o cero. En caso de ser cero, la parábola se posiciona sobre el eje de las ordenadas.

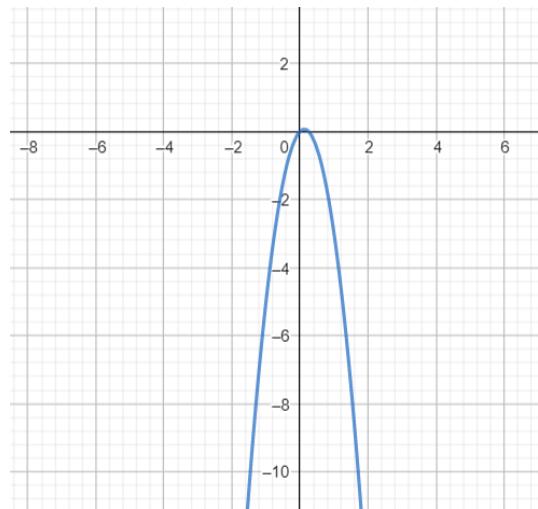
Parámetro independiente c : punto de corte del eje de las ordenadas, puede ser positivo, negativo o cero.

6) Analice y grafique las siguientes funciones:

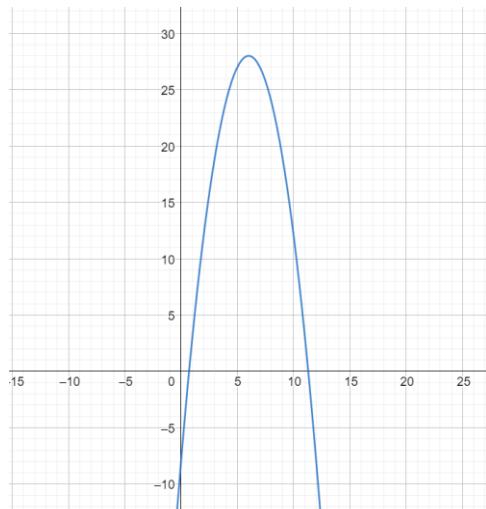




e) $z(v) = v - (v + v)^2$

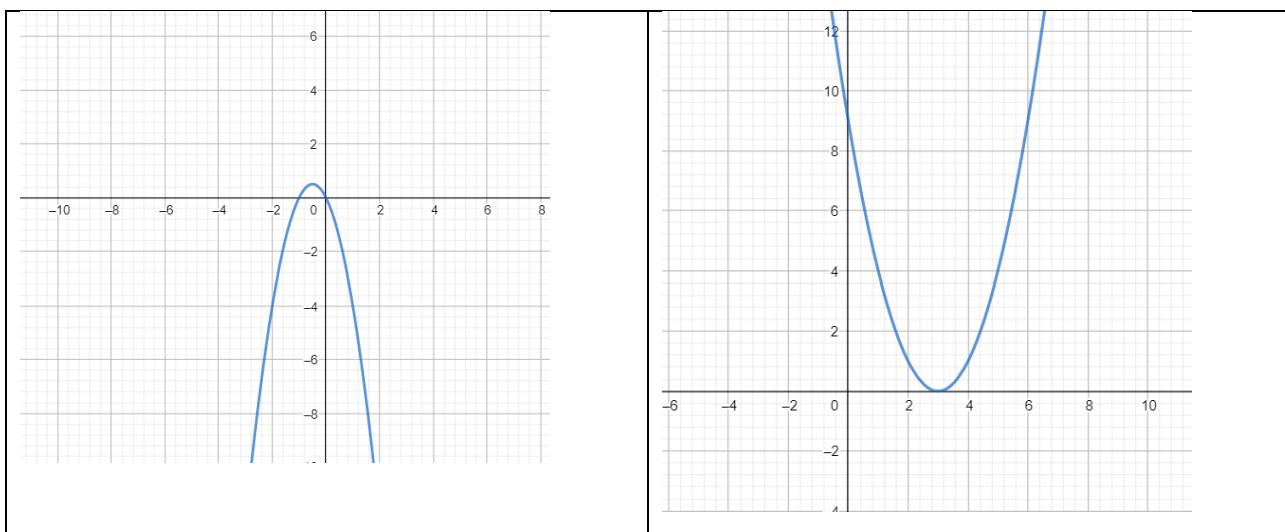


f) $m(v) = v^2 - 2(v - 2)^2 + 4v$



g) $r(w) = -5w^2 + w(3w - 2)$

h) $g(m) = m^2 - 6m + 9$



► Actividad 12

1) Encuentre el dominio de las siguientes funciones:

$$a) g(r) = \frac{1}{r^2 + 1}$$

$$b) j(t) = \frac{1}{4-t}$$

$$c) u(t) = \frac{1}{9-t^2}$$

$$d) h(x) = x + \frac{1}{x} \text{ (Ayuda : Extraiga } x \text{ como común denominador)}$$

a) $\{r / r \in \mathbb{R}\}$

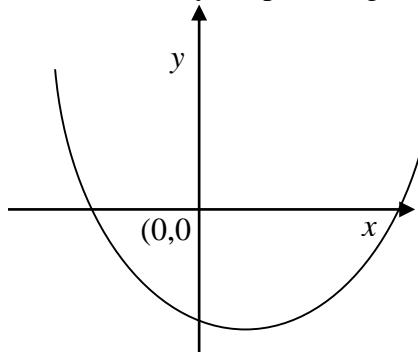
b) $\{t / t \in \mathbb{R} \wedge t \neq 4\}$

c) $\{t / t \in \mathbb{R} \wedge t \neq \pm 3\}$

d) $\{x / x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 0\}$

Autoevaluación

1) La siguiente es la gráfica de una función cuya expresión genérica es $y = ax^2 + bx + c$



De acuerdo a lo que Ud. observa en dicha gráfica, puede afirmar que:

b) a y b tienen distinto signo y c es negativo.

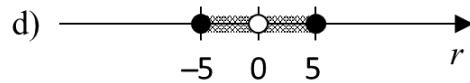
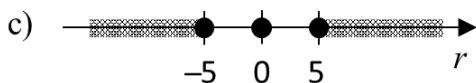
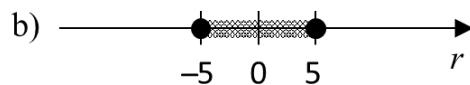
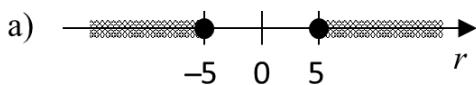
2) Dada la relación $\frac{f(x)}{x} = a + \frac{b}{x}$ con $a \wedge b \in \mathbb{R} \wedge x \in \mathbb{R}^+$, se afirma que:

b) $f(x)$ es directamente proporcional a x si $a \neq 0$ y $b = 0$.

3) Dada la siguiente función:

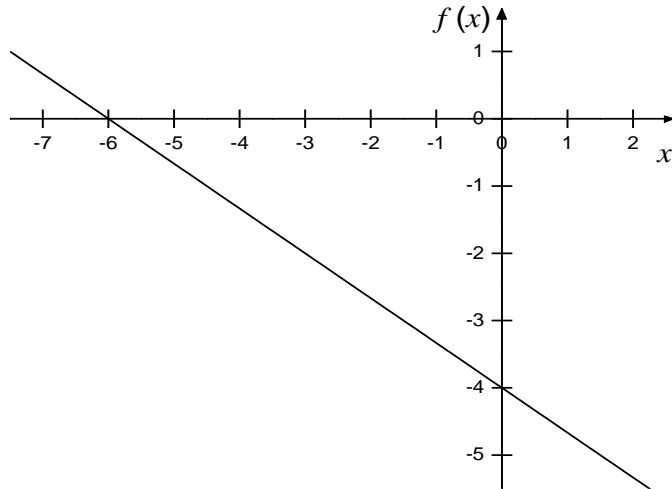
$$f(r) = \left[25 - \left(\frac{1}{r^2} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

para que los elementos de su imagen pertenezcan a \mathbb{R} , el dominio de la función debe ser:



opción correcta d

4) Dado el siguiente gráfico de la función $f(x)$:



La ecuación de la recta correspondiente es

a) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 4$

Unidad 6 – La medición

Contenidos: Reconstrucción del concepto de medición. Definiciones. Sistema de Unidades: SI y SIMELA. La medición como Proceso: Cifras significativas. Apreciación. Estimación. Incertezas. Valor promedio. Dispersión. Exactitud y precisión. Expresión de los resultados.

Objetivo: Rescatar los procesos de medición intuitivos desde el mundo cotidiano, como introducción al concepto de medición; además de reconocer e incorporar el concepto de incertezas en la medición, y conocer y aplicar el sistema de unidades de medición aceptado por la comunidad científica

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNvos3uB7GEt2OOjMjEWR-e5>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=59764>

Introducción

Medir es una actividad que el químico realiza como estudiante, como profesional, como investigador, como técnico, etc. El desarrollo de la presente guía de estudio lo introducirá en una actividad que conocemos como PROCESO DE MEDICIÓN.

Comencemos por rescatar algunos procesos que realizamos en las actividades de la vida diaria, tratando de visualizar el acto de medir.

► Actividad 1

- a) Describa la tarea que realiza cuando prepara un café instantáneo.

- b) Indique cuántas veces realizó la operación de medir, aclarando qué midió y con qué lo hizo.

- c) Repita la actividad considerando otras situaciones de la vida cotidiana en que Ud. considere que están involucrados procesos de medición. Elija el ejemplo que desee.

- d) Ahora que se ha familiarizado con algunas actividades que involucran procesos de medida, trate de encontrar QUÉ ELEMENTOS ESTÁN, siempre que **SE MIDE ALGO**.

- d) Describa con sus palabras **¿qué es medir?**

Ahora trataremos de redescubrir la necesidad histórica que tuvieron los pueblos, y por ende las diferentes culturas, de medir.

Imaginemos que en la época precolombina se realizó una especie de feria donde:

Los nativos de Brasil ofrecían café, los nativos de Bolivia estaño, los nativos de Chile salitre, los nativos de Argentina cuero de iguana, los nativos de Perú papas y los nativos de Paraguay naranjas.

Un nativo recorrió todos los puestos y encontró las siguientes relaciones:

$$3 \text{ puñados de granos de café} = 5 \text{ puñados de salitre}$$

$$2 \text{ piezas de estaño} = 20 \text{ papas} = 10 \text{ puñados de salitre}$$

$$27 \text{ naranjas} = 3 \text{ cueros de iguana} = 6 \text{ puñados de café}$$

La primera pregunta que Ud. se pudo haber hecho es: ¿Cuánto vale cualquiera de las especies en función de uno de los productos ofrecidos? A modo de ejemplo,
¿cuánto valen 50 papas pagadas con puñados de café? o
¿cuánto valen 30 cueros de iguana pagados con piezas de estaño?

Esta feria imaginaria ha sido construida para crear la necesidad de que usted busque las relaciones válidas que se establecen en el proceso de medición más rudimentario desarrollado en la etapa precolombina y que se llamó "trueque".

Como consecuencia de este intercambio surgió en el hombre la necesidad de establecer relaciones entre algunas cosas conocidas con otras no conocidas.

1) El hombre relacionó el paso del tiempo:

- Usó el sol desde que nace hasta que vuelve a nacer: **UN DÍA**
- Usó la luna desde que nace hasta que vuelve a nacer:
- Luna nueva => Creciente => Llena => Mengante: **MES LUNAR (28 días)**
- Usó el clima desde que comienza el tiempo frío hasta que reaparece el tiempo frío: **UN AÑO** (365 días).

2) El hombre midió también la longitud de las cosas

Para medir longitudes, en un comienzo, utilizó las longitudes de su propio cuerpo, que le eran familiares:

- Longitud desde el meñique hasta el pulgar: **PALMA**
- Longitud del ancho del pulgar: **PULGADA**
- Longitud del paso: **YARDA**
- Longitud del largo del pie: **PIE**

► Actividad 2

Ahora, en el día en que usted está estudiando esta guía, le proponemos que realice una medida de tiempo. Una persona nació el 24 de septiembre de 1967 en la ciudad de Leones.

- i) ¿Cuántos días ha vivido?
- ii) ¿Cuántos meses lunares ha vivido?
- iii) ¿Cuántos años de 365 días ha vivido

► Actividad 3

Supongamos que usted está estudiando esta guía en su habitación, con su mochila, carpeta, la guía de estudio, la goma de borrar, etc.

a) De acuerdo a sus conocimientos, cuál es según su parecer la mejor unidad de medida para conocer la longitud de:

- i) la habitación donde está estudiando
- ii) la mochila donde guarda sus útiles
- iii) la guía de estudio
- iv) la goma de borrar

b) Realice las mediciones y exprese los valores que obtuvo en cada caso

c) ¿En qué casos tiene DUDAS acerca del valor obtenido? Determine si cambiando la unidad de medida (o el instrumento) mejora o empeora el resultado.

d) ¿Puede sacar alguna conclusión de los resultados obtenidos?

e) ¿A cuál/es de las siguientes conclusiones pudo arribar después de realizar la actividad anterior?

- i) La unidad de medida debe adecuarse al objeto a medir.
- ii) La unidad de medida no debe adecuarse al objeto a medir.
- iii) Es conveniente que la unidad de medida esté contenida un número exacto de veces en el objeto a medir.
- iv) La unidad de medida no siempre está contenida un número exacto de veces en el objeto a medir.

f) Justifique la/s afirmación/es analizando sus resultados.

Después de realizar esta actividad estamos en condiciones de presentarle una mejor definición de la acción de medir:

Medir: *es relacionar algo que no se conoce con algo conocido, algo familiar que se repite, que es fijo, asignándole a esta relación, un número que expresa la cantidad de veces que el objeto conocido (unidad) entra en el objeto desconocido (objeto a medir).*

Medir una **magnitud física** significa **compararla** con otra de la **misma naturaleza** que haya sido elegida como unidad, de manera que el resultado de la medición sea:

Un número con una unidad

En este **proceso de medición**, por lo tanto, deben considerarse:

- 1) El **sistema objeto**: La “variable” o la “magnitud” que se mide.
- 2) Un **método de medición** que comprende:
 - 2.1) Una **técnica**, o conjunto de procedimientos a seguir.
 - 2.2) Un **sistema de comparación**, el instrumental utilizado, por medio del cual se relaciona el objeto con la unidad elegida.
 - 2.3) Un **operador**, que **aplica** la técnica, **lee** los resultados y los **interpreta**.
- 3) Una **definición de la unidad**.

Mediciones directas e indirectas

Cuando una cantidad x se determina a partir de otras cantidades a , b , c , etc., cada una de las cuales se mide directamente con algún instrumento, se dice que a , b y c , son resultado de **mediciones directas**, mientras que x es función de éstas y se determina como consecuencia de una **medición indirecta**.

Por ejemplo, si se determina el volumen de una caja de zapatos ($V = a \times b \times c$), midiendo cada uno de sus lados y luego multiplicándolos, se han medido en forma **directa** sus lados e **indirectamente** su volumen.

Otro ejemplo: la densidad de un líquido puede determinarse mediante dos métodos que incluso podrán compararse:

- a) La densidad puede medirse **directamente** introduciendo un densímetro en el líquido contenido en un recipiente.
- b) La densidad puede determinarse midiendo en forma **directa** su masa en una balanza, su volumen con una probeta (u otro material graduado) y luego, dividiendo ambos valores ($\delta = \frac{m}{V}$) se hallará la densidad del líquido medida **indirectamente**.

Dimensión

La **naturaleza** de la magnitud considerada es caracterizada por la **unidad**.

Por ejemplo:

		unidad	dimensión
1	510	m	longitud
S	105	km^2	superficie
t	10	h	tiempo
V	5	cm^3	volumen

Utilizaremos el vocablo **DIMENSIÓN** para designar dicha **NATURALEZA** de la magnitud en cuestión.

Es decir, dos magnitudes tendrán la **misma dimensión**, si sus unidades **son las mismas**, o si pueden **ser expresadas en las mismas unidades**.

Ejemplo:

$A = 3,2$ litros y $B = 220 \text{ cm}^3$ son dos medidas de **volumen**, es decir, ambas “**tienen dimensiones de volumen**” y pueden escribirse:

$$A = 3,2 \text{ litros} \quad \text{y} \quad B = 0,220 \text{ litros}$$

$$\text{o} \quad A = 32 \times 10^2 \text{ cm}^3 \quad \text{y} \quad B = 220 \text{ cm}^3$$

En cambio:

$$l = 10 \text{ m} \quad \text{y} \quad t = 10 \text{ s}$$

tienen unidades de longitud y tiempo respectivamente. Son de distinta naturaleza y no pueden compararse entre sí.

Solamente las magnitudes que tienen la **misma dimensión** pueden **compararse** entre sí. Cuando dos magnitudes tienen la misma dimensión, pueden expresarse con la misma unidad y así pueden compararse.

Note que el significado que le damos aquí al vocablo dimensión, difiere de algunos que tiene en la vida diaria, en donde suele utilizarse como sinónimo de “tamaño” y de otros conceptos también.

En Ciencias, es habitual realizar un “análisis dimensional” de las fórmulas o de las expresiones para discriminar de qué naturaleza son las variables que intervienen.

► Actividad 4

Complete con la dimensión correspondiente. Discuta que magnitudes tienen la misma dimensión

$$a = 10 \text{ cm} \quad () \quad L = 15 \text{ m} \quad () \quad d = 850 \text{ km} \quad ()$$

$$x = 8,2 \text{ m}^2 \quad () \quad A = 25 \text{ mm}^2 \quad () \quad S = 77 \text{ hectáreas} \quad ()$$

$$y = 10 \text{ días} \quad () \quad t = 11,25 \text{ s} \quad () \quad P = 14 \text{ min } 4,20 \text{ s} \quad ()$$

Notación exponencial

Frecuentemente, los científicos debemos trabajar con números que son extremadamente grandes, o por el contrario extremadamente pequeños. Una manera fácil y rápida de poder comparar, operar o simplemente nombrar un número de estas características es utilizando la notación exponencial. Esta consiste en expresar un número como el producto de otros dos números: uno es llamado coeficiente y el otro es una potencia de base diez cuyo exponente es un número entero.

$C \times 10^n$

Por ejemplo:

100000	equivale a 1×10^5
0,00001	equivale a 1×10^{-5}
31200	equivale a $3,12 \times 10^4$, a $31,2 \times 10^3$, a 3120×10^1 , a $0,00312 \times 10^7$, etc.
0,00895	equivale a $8,95 \times 10^{-3}$, a 895×10^{-5} , a , a

Por lo general, uno tiende a trabajar con números con el menor número posible de ceros, para evitar confusiones

Analicemos el siguiente ejemplo. Si debiéramos comparar cuál de los siguientes números es menor:

no sería una tarea que podríamos realizar a primera vista.

Sin embargo, si estos mismos números estuvieran expresados utilizando notación exponencial:

a) $1,2 \times 10^{-23}$ b) $1,2 \times 10^{-22}$

con solo observar el valor de los exponentes, considerando que los coeficientes son los mismos, podemos decir que $a < b$.

Para una correcta aplicación de la notación exponencial se recomienda la revisión del uso de las potencias de 10 y sus propiedades en la unidad de Números Reales.

Sistema internacional de unidades (SI)

Existe un número reducido de **UNIDADES BÁSICAS** que se definen arbitrariamente, en término de las cuales se definen todas las otras, que se denominan **UNIDADES DERIVADAS**.

Por ejemplo: una vez establecida arbitriariamente la unidad de longitud (denominada metro y cuya abreviatura es **m**), la unidad de superficie ya no puede ser arbitraria, debe ser el metro cuadrado (**m^2**).

Sólo cabe la posibilidad de adjudicarle un nombre arbitrario, lo que se hace solamente con algunas de ellas.

Las **UNIDADES BÁSICAS** del SI son:

Nombre de la Unidad	Cantidad Física (Dimensión)	Símbolo para la Unidad
metro	Longitud	m
kilogramo	Masa	kg
segundo	Tiempo	s
ampere (o amperio)	Intensidad de corriente eléctrica	A
kelvin	Temperatura	K
candela	Intensidad luminosa	cd
mol	Cantidad de sustancia	mol

El **metro** es la unidad de longitud. Fue definida originalmente durante la Revolución Francesa, como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano que pasa por París. Se construyeron barras estándares de platino e iridio que contienen marcas señalando esa distancia; luego se descubrió un error en la determinación de la longitud del meridiano y se cambió la definición, adoptándose la longitud señalada por la barra estándar depositada en París.

Este patrón se abandonó por varias razones. La principal fue el hecho que la limitada precisión con la que puede determinarse la separación entre las marcas de la barra no cubre las necesidades actuales de la ciencia y la tecnología. Posteriormente se sugirió que la longitud de onda de la luz podría suministrar una unidad de longitud mejor, pero esta sugerencia no fue aceptada sino hasta hace poco tiempo. Se definió, entonces, el metro como 1.650.763,73 longitudes de onda de la luz naranja-roja emitida por una lámpara de kriptón 86.

Sin embargo, en octubre de 1983, el metro se redefinió como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un período de 1/299.792.458 segundos. En efecto esta última medición establece que la velocidad de la luz en el vacío es 299.792.458 metros por segundo.

El **kilogramo** es la unidad fundamental de masa del SI. Originalmente se lo definió como la masa de 1000 cm³ de agua a la temperatura de máxima densidad de la misma, es decir a 3,98 °C. Pero una vez más se cometió una pequeña equivocación en la determinación del estándar, de tal forma que se definió como la masa de un cilindro de platino e iridio depositado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas cercana a París; y que es aproximadamente igual a la masa de 1000 cm³ de agua a la temperatura de su máxima densidad.

En 2019 esta definición cambió, y actualmente se define como la constante de Planck *h* (relacionada con la mecánica cuántica) dividido por $6,62607015 \times 10^{-34} \text{ m}^{-2} \text{ s}$.

Es muy importante tener en cuenta la siguiente aclaración: aun cuando las personas que se encuentran fuera del ámbito de la ciencia los consideran sinónimos, **LA MASA NO ES, NI REPRESENTA, LO MISMO QUE EL PESO.**

La masa es una medida cuantitativa de las propiedades iniciales intrínsecas de un objeto, es decir, la tendencia del objeto a continuar en reposo si está quieto, o de continuar con el **mismo** movimiento si se está moviendo.

Por otra parte, el peso es una medida de la fuerza de atracción que una masa experimenta en un campo gravitatorio.

Puesto que la fuerza de gravedad puede cambiar (por ejemplo, un cuerpo pesa menos en la luna que en la tierra, suponiendo que se lo traslada de una a otra sin cambiarle nada), el peso de un objeto no resulta ser una constante intrínseca del mismo, de una manera absoluta. En cambio, la masa sí lo es y puede interpretarse como la cantidad de materia del cuerpo.

La masa puede determinarse comparando el peso de un objeto con el de otro de masa conocida. Esta operación es lo que se denomina habitualmente: pesar el objeto. Si bien los químicos utilizamos habitualmente masa y peso como sinónimos, puesto que en un laboratorio químico la gravedad se mantiene constante, es importante tener en cuenta la diferencia.

El **segundo** es la unidad fundamental de tiempo. Se lo definió originalmente como la sexagésima parte de un minuto, o como $1/86.400$ del día solar medio.

Actualmente se lo define como $9.192.631.770$ “períodos de vibración” de la radiación emitida al producirse la transición entre dos niveles de energía dados de un átomo de cesio 133 en ciertas condiciones preestablecidas. El símbolo correspondiente al segundo es **s**.

El **ampere** es la unidad de corriente eléctrica. Se define como el valor del flujo de $1 / 1,602176634 \times 10^{-19}$ cargas elementales por segundo.

El símbolo establecido para el ampere es **A**, pero es frecuente hallar textos donde se utiliza **amp**. Un ampere es aproximadamente la cantidad de corriente eléctrica que pasa por una lámpara de 200 vatios, mientras está encendida.

El **kelvin** es la unidad de temperatura. Anteriormente se lo definía como

$$\frac{1}{273,16} \times (\text{Temperatura del "Punto Triple del agua"})$$

Esto se ajustó en 2019, y actualmente se define asignando el valor de la constante de Boltzmann k (relacionada con la energía cinética de las partículas) a $1,380649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$.

El Comité Internacional ha recomendado que el kelvin se represente por **K**, y no por **°K**, como se podría esperar por comparación con otras escalas de temperatura (**°C**, **°F**, etc.).

La **candela** es la unidad de intensidad luminosa. En química, esta unidad no es muy utilizada. Se define como la intensidad de una fuente de radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz dividido por 683 watt por estereoradián. La llama de una vela común, ilumina aproximadamente con una intensidad de una candela. El símbolo es cd.

El **mol** es la unidad para la cantidad de sustancia en el **SI**. Anteriormente se definía como la cantidad de materia que posee tantas unidades elementales de composición específica como existen en exactamente 0,012 kg de carbono 12, que es la variedad más abundante del carbono. Desde 2019 se define como la cantidad de material que contiene $6,02214076 \times 10^{23}$ unidades elementales (átomos, moléculas, iones, etc.). Ese número se denomina “número de Avogadro”.

A diferencia de la vida cotidiana, en donde podemos ver diversas expresiones de las unidades (por ejemplo en envases), en ciencia es muy importante que las unidades sean escritas correctamente.

Litro se abrevia L, y no l, ni lt, ni ltr.

Segundo se abrevia s, no seg ni sg.

Kilogramo se abrevia kg, y no Kg, ni kgr, ni kgrs.

Gramo se abrevia g, y no gr, ni gm, ni grs

Unidades derivadas

Veamos ahora algunas unidades derivadas, combinaciones de las unidades básicas. Algunos ejemplos sencillos serían el metro cuadrado, m^2 , que es la unidad de superficie y el metro cúbico, m^3 , que es la unidad de volumen. Un nombre especial: litro, cuyo símbolo es L, se da a la milésima parte de un metro cúbico, $10^{-3} m^3$. Un **mililitro**, cuyo símbolo es mL, es equivalente a 1 cm^3 . Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales que se han establecido en honor a los científicos que han contribuido a que se comprendan correctamente las magnitudes físicas correspondientes. En tales casos el nombre de la unidad siempre se escribe con minúsculas, mientras que el símbolo o la abreviatura se indica con mayúscula.

Así, entre las unidades derivadas existe la unidad de fuerza, el **newton**, en honor a *Isaac Newton* (1642 - 1727), cuyo símbolo es N, la unidad de energía es el **joule** (J), por *James Prescott Joule* (1818 - 1889).

A continuación, se ofrece una pequeña tabla con algunas de las unidades derivadas (**SI**) más importantes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	Dimensión (magnitud física)	Símbolo de la unidad	Definición unidades Básicas
newton	Fuerza	N	kg m s^{-2}
pascal	Presión	Pa	$\text{N m}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
joule	Energía	J	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
watt	Potencia	W	$\text{J s}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$
coulomb	Carga eléctrica	C	A s
volt	Diferencia de potencial eléctrico	V	$\text{A}^{-1} \text{s}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$
ohm	Resistencia eléctrica	Ω	$\text{V A}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-2}$
siemens	Conductancia eléctrica	S	$\Omega^{-1} = \text{A V}^{-1} = \text{A}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3$
faraday	Capacitancia eléctrica	F	$\text{A V}^{-1} \text{s} = \text{A}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^4$
hertz	Frecuencia	Hz	s^{-1}

El razonamiento para este conjunto de unidades con las potencias indicadas, es el siguiente:

De acuerdo a las leyes de la física, fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Como la unidad de masa es el kilogramo, y la unidad de aceleración el metro sobre segundo al cuadrado, se obtiene:

$$F(\text{newton}) = (\text{kg}) \times \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

En este momento, Ud. no necesita entender todos los detalles involucrados en éstas unidades, eso es parte del contenido de otras asignaturas de su carrera.

Sí debe entender los mecanismos que permiten relacionar unas con otras y el significado de algunas que se utilizarán en este curso.

Se debe tener presente que en el lenguaje común se dice “por” en lugar de “sobre”, y para evitar la confusión se debe recurrir al significado de la magnitud en cuestión.

Por ejemplo:

$$\text{unidad de densidad} = \frac{\text{unidad de masa}}{\text{unidad de volumen}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{kg} \times \text{m}^{-3}$$

$$\text{Densidad del hierro} = 7,8 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7,8 \text{ g} \times \text{cm}^{-3}$$

Suele decirse 7,8 gramos por cm^3 cuando, en realidad, quiere decirse 7,8 gramos sobre cm^3 .

Otro ejemplo muy usual es:

Velocidad = 72 km “por” hora, significa en realidad 72 km recorridos **por cada** hora transcurrida, y su expresión correcta es:

$$\text{Velocidad} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \text{ km} \times \text{h}^{-1}$$

A partir del análisis de unidades se obtiene un método para convertir una magnitud de un sistema de unidades a otro, el que consiste en:

Multiplicar (tantas veces como sea necesario) por un factor que:

- Es igual a 1(uno), por lo que no altera la magnitud a la que se aplica.
- Se construye con el numerador igual al denominador, pero expresado cada uno en unidades distintas, tal que mediante simplificación se llegue a las unidades deseadas.

Ejemplo:

Convertir 72 **km/h** a **m/s** (SI).

Rta: Se deben transformar los km en metros y las horas en segundos.

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left[\frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \right] \times \left[\frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right]$$

Simplificamos unidades:

$$\begin{aligned} 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left[\frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \right] \times \left[\frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right] &= \frac{72 \times 1000}{3600} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \\ &= 20 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \text{ que es la unidad deseada.} \end{aligned}$$

Analicemos el factor $\left[\frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right]$.

Numerador: 1 h / Denominador: 3600 s. Numerador y denominador representan la misma cantidad de tiempo, pero expresado en diferentes unidades. Ésta es la razón por la cual el factor vale **1 (uno)**. Esto es la aplicación de la propiedad uniforme vista en la unidad de números reales.

Se simplificaron las horas del denominador de $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ para lo cual se construyó el factor

$\left[\frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right]$ con las horas en el numerador.

Sólo es necesario conocer la equivalencia entre la unidad que se desea reemplazar y la unidad nueva.

Otro ejemplo: Escribir la densidad del mercurio $13,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ en g/cm^3 .

$$\begin{aligned}
 13,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} &= 13,6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 13,6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left[\frac{1000\text{g}}{1\text{kg}} \right] \times \left[\frac{1\text{m}}{100\text{cm}} \right]^3 \\
 &= 13,6 \times 10^3 \frac{1}{\text{m}^3} \times 1000 \text{ g} \times \frac{1\text{m}^3}{100^3 \text{ cm}^3} = \frac{13,6 \times 10^3 \times 1000\text{g}}{100^3 \text{ cm}^3} = \frac{13,6\text{g}}{\text{cm}^3}
 \end{aligned}$$

► Actividad 5

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) Al tomar la presión a un paciente, un farmacéutico encuentra 9 de mínima y 12 de máxima. Utilizando un lenguaje más preciso, se puede decir que el farmacéutico ha medido de alguna manera dos presiones, cuyos valores son:

$$\mathbf{P_1} = 9 \text{ cm de Hg}$$

$$\mathbf{P_2} = 12 \text{ cm de Hg}$$

Teniendo en cuenta que 1 cm de Hg = 10 mm de Hg, exprese los valores de $\mathbf{P_1}$ y $\mathbf{P_2}$ en unidades SI.

$$760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

2) La presión atmosférica estándar (presión “normal”, a 45° de latitud, a nivel del mar), es 1 atm = 760 Torr

Exprésela en: **mm de Hg y Pa**

3) Suponga que en el boletín meteorológico se anuncia que la Presión atmosférica es de 0,97 atm.

Enuncie dicha presión en **Torr y Pa**.

Existen ciertas fracciones decimales y múltiplos de las unidades de **SI** que poseen nombres especiales y no pertenecen al Sistema Internacional de unidades, su utilización se **desaprueba cada vez más** y entre ellas están las siguientes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	Cantidad Física	Símbolo para la unidad	Definición de la unidad
angstrom	longitud	Å	$1 \times 10^{-10} \text{ m}$
dina	fuerza	Dyn	$1 \times 10^{-5} \text{ N}$
bar	presión	Bar	$1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
ergio	energía	erg	$1 \times 10^{-7} \text{ J}$

La primera de estas unidades, el angstrom, es muy utilizada por los químicos puesto que los tamaños y las distancias entre los átomos son de ese orden de magnitud. En el SI de unidades se desaprueba el uso de angstrom y se indica que se deben usar los términos nanómetro (**nm**) o picómetro (**pm**). Dado que $1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$ y $1 \text{ pm} = 1 \times 10^{-12} \text{ m}$, se puede escribir,

$$1 \text{ \AA} = 0,10 \text{ nm} = 100 \text{ pm}$$

$$1 \text{ nm} = 10 \text{ \AA} ; 1 \text{ pm} = 0,01 \text{ \AA}$$

Utilizaremos principalmente nanómetros para las dimensiones atómicas. Así, el radio del ión sodio, Na^+ , se dará como **0,097 nm** y no como **0,97 \AA**. Asimismo, se podría utilizar picómetros, en cuyo caso el radio sería de **97 pm**.

Además de las unidades anteriores, existen otras que se utilizan con frecuencia, que no corresponden al SI y que ahora definiremos en términos del SI. Estas unidades, que se supone se abandonarán tan pronto como sea posible, son, entre otras, las siguientes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	Cantidad Física	Símbolo de la unidad	Definición de la unidad
Pulgada	Longitud	pulg	$2,54 \times 10^{-2} \text{ m}$
Libra	Masa	lb	0,453502 kg
Atmósfera	Presión	atm	101325 N/m^2
Torr	Presión	torr	$133,32 \text{ N/m}^2$
mm de mercurio	Presión	mmHg	$133,32 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Torr}$
Caloría	Energía	cal	4,184 J

El uso de algunas de estas unidades, como la atmósfera, está muy arraigado en la comunidad científica por lo que aún siguen utilizándose.

Múltiplos y submúltiplos en el SI

Las fracciones decimales o los múltiplos de las unidades del SI se indican por prefijos, como se muestra en la siguiente tabla:

Submúltiplo	Prefijo	Símbolo	Múltiplo	Prefijo	Símbolo
10^{-1}	deci-	d	10^1	deca-	Da
10^{-2}	centi-	c	10^2	hecto-	h
10^{-3}	mili-	m	10^3	kilo-	k
10^{-6}	micro-	μ	10^6	mega-	M
10^{-9}	nano-	n	10^9	giga-	G
10^{-12}	pico-	p	10^{12}	tera-	T
10^{-15}	femto-	f	10^{15}	peta-	P
10^{-18}	ato-	a	10^{18}	exa-	E

La forma de interpretar esta tabla es que, al agregarle el prefijo a la unidad, es lo mismo que si se la multiplicara por el submúltiplo. Por lo tanto, 1 km es igual a 10^3 m, y 1 fs es igual a 10^{-15} s.

Como observará en la tabla, para una mejor comprensión y manejo de los prefijos, es necesario comprender y aplicar correctamente la NOTACIÓN EXPONENCIAL.

Por ejemplo:

$$10^{-3} \text{ g} = 1 \text{ mg}$$

$$10^3 \text{ m} = 1 \text{ km}$$

$$10^6 \text{ Hz} = 1 \text{ MHz}$$

Para darnos cuenta de cómo se utilizan, se considerarán fracciones y múltiplos de 1 metro. La décima parte de 1 metro, correspondiente a 10^{-1} m, es 1 decímetro, cuyo símbolo es **dm**. La centésima parte de 1 metro, correspondiente a 10^{-2} m, es 1 centímetro, cuyo símbolo es **cm**. La milésima parte, correspondiente a 10^{-3} m, es 1 milímetro (**mm**); etc. Un micrómetro (**μm**), es igual a 10^{-6} m y frecuentemente se denomina micra. Un kilómetro (**km**), es igual a 10^3 m, y es aproximadamente igual a 5/8 de milla.

► Actividad 6

Convierta las siguientes magnitudes a las unidades indicadas:

- 1) 54 cm a m
- 2) 54 cm a fm
- 3) 54 cm a Tm
- 4) 54 cm a pulgadas
- 5) 54 cm a Å
- 6) 23,9 m² a km²
- 7) 23,9 m² a hectáreas (1 ha = 100 m x 100 m)
- 8) 58 km h⁻¹ a m s⁻¹
- 9) 58 km h⁻¹ a pm min⁻¹

- 10) 58 km h^{-1} a km s^{-1}
- 11) 58 km h^{-1} a Mm h^{-1}
- 12) 58 km h^{-1} a $\text{m } \mu\text{s}^{-1}$
- 13) 0,913 atm a mmHg
- 14) 0,913 atm a torr
- 15) 0,913 atm a Pa
- 16) 78 J a cal
- 17) 123 g cm^{-3} a kg m^{-3}
- 18) 123 g cm^{-3} a mg mm^{-3}
- 19) 123 g cm^{-3} a libra pulgada $^{-3}$

► Actividad 7

Si se determina la longitud de un objeto con la palma de la mano y ésta entra 5 veces y sobra una parte del objeto se dirá: (complete el espacio punteado)

- a) El objeto mide más depalmas, pero menos depalmas.
- Si utiliza otra unidad menor para medir esta parte del objeto que no pudo evaluar, tal como la pulgada y obtiene como resultado un valor intermedio entre 1 y 2 pulgadas, entonces se podrá decir:
- b) El objeto mide más de palmas pulgadas pero menos depalmas pulgadas.
- c) Ahora le proponemos que analice: en los anteriores procesos de medición, ¿se cometió **ERROR (INCERTEZA)**? Sí - No - ¿Por qué?
- d) ¿En qué caso el error ha sido menor? ¿Por qué?
- e) El error cometido es:
 - i) menor que una palma
 - ii) mayor que una palma
 - iii) menor que una pulgada
 - iv) mayor que una pulgada
- f) Escriba las consideraciones que realizó para elegir la opción que, a su entender, es la correcta

► Actividad 8

Suponga que necesita medir la longitud de una hoja de cuaderno y cuenta con los siguientes instrumentos de medición:

- I) Una cinta métrica de plástico de 1,5 m de largo, cuya menor división de escala es 0,5 cm.
- II) Una regla de madera de 30 cm de largo, cuya menor división de escala es 1 mm.
- III) Una regla de plástico de 40 cm de largo, cuya menor división de escala es 0,5 mm.

a) Consiga, por lo menos, dos de estos tres instrumentos de medición, en caso contrario utilice los que Ud. tenga; previamente lea cuál es la menor división de escala que tienen los instrumentos que utilizará.

b) Realice el proceso de medida con cada uno de los instrumentos y anote los valores obtenidos.

c) Los valores obtenidos, ¿coinciden con un número exacto de divisiones en la escala del instrumento con el cual midió?

d) ¿Hay alguna cifra que no pudo determinar con certeza?

Esta fracción de la medida que produce resultados distintos según el instrumento utilizado se denomina INCERTEZA.

e) Reflexione acerca de las siguientes afirmaciones y justifique con sus palabras:

i) La incertezza es mayor cuando mayor es la unidad de medida.

ii) El instrumento de medición debe ser elegido de acuerdo a la calidad de la medición que se pretende realizar.

f) Consiga cinco distintos operadores del instrumento de medición (solicite la colaboración de algún miembro de su familia, sus compañeros, etc.) y repita la Actividad8, incisos b y c. Explíquoles cuál es la tarea que deben realizar, capitalice la experiencia vivida por Ud. indicándole al nuevo operador los cuidados que debe tener.

Anote los valores obtenidos.

OPERADOR 1.....

OPERADOR 2.....

OPERADOR 3.....

OPERADOR 4.....

OPERADOR 5.....

g) ¿Cómo relaciona los valores obtenidos por Ud. con los obtenidos por el resto de los operadores?

Le proponemos algunas alternativas:

I) Considerar arbitrariamente que el valor medido por Ud. es el mejor (de referencia) y compararlo con cada uno de los valores obtenidos por los diferentes operadores.

Valor de referencia	Valor de cada operador	Diferencia

Extraiga alguna conclusión del análisis de la tabla anterior.

II) Considere que su valor es uno más de los valores obtenidos y proceda a sacar un valor promedio de todos los valores obtenidos.

III) Compare los resultados obtenidos con las dos alternativas. ¿Qué procedimiento le inspira mayor confianza? ¿Por qué? ¿Qué conclusión saca de esta actividad? ¿Cómo son los valores obtenidos cuando se realiza el mismo proceso de medición por diferentes operadores?

El número que resulta de cualquier medición siempre estará afectado de incerteza.

Cifras significativas

Lea atentamente esta historia:

“En un fuerte, se encontraba un centinela sobre un mangrullo, construido con la finalidad de divisar la llegada de enemigos que quisieran atacar. En un momento dado el centinela comenzó a hacer sonar una campana y a gritar: “¡Ahí vienen! ¡Ahí vienen!”. El general del fuerte se acerca corriendo y agitado le pregunta:

- *¿Cuántos enemigos son?*

El centinela responde:

- *¡¡Son como tres mil uno!!*

El general, perplejo, le pregunta:

- *Pero ¿cómo sabes que son tres mil uno? ¿Los contaste?*

Y el centinela le responde:

- *¡No! ¡¡Es que viene uno adelante y como tres mil atrás!!”*

Valga el ejemplo para hacernos la siguiente pregunta: ¿Tiene sentido el número de enemigos informado por el centinela? ¿Hubiera significado lo mismo si el centinela informaba “aproximadamente tres mil”?

Analicemos otra situación:

Suponga que se dibuja un gran triángulo, se mide la base y la altura y se calcula el área. Se obtiene un valor, por ejemplo:

$$S = \frac{b \times h}{2} = 117,850 \text{ cm}^2$$

Pero si en el mismo triángulo se elige otro lado como base b' y se mide nuevamente la altura h' , al calcular el área se obtiene otro valor S' , parecido, pero no igual.

$$S' = \frac{b' \times h'}{2} = 117,105 \text{ cm}^2$$

Si se intenta medir de nuevo la misma base y la misma altura, con más cuidado, resulta que el problema no desaparece. Se vuelve a repetir el 117 o tal vez haya un pequeño cambio, puede obtenerse como resultado 118 o bien 116, pero no se repetirán los decimales por más cuidado que se ponga en la medición.

En este caso se dice que las tres primeras cifras, 1, 1 y 7 tienen significado - son **SIGNIFICATIVAS** - aunque la última cifra puede tomar el valor de 6 u 8, no puede adquirir cualquier valor. Las cifras decimales en este ejemplo resultan no tener ningún sentido en cuanto a informar acerca del valor de la superficie. Siempre que se efectúa una medición hay un cierto número de cifras que se determinan con cierta seguridad y hay otras que aparecen como consecuencia del proceso de cálculo y que no pueden realmente justificarse, careciendo por lo tanto de significado.

¿Cómo se sabe cuáles tienen significado y deben, por lo tanto, ser escritas y cuáles no? Esto puede ser difícil de saber con seguridad. Es necesario aplicar en cada caso un **criterio** que dependerá de los detalles particulares de ese caso.

A lo largo de este curso se verán muchos ejemplos, los que le ayudarán a desarrollar ese criterio.

Ahora abordaremos otra faceta del problema. ¿Cómo se escribe correctamente el número una vez que se ha decidido cuáles cifras tienen significado? Volvamos al ejemplo anterior donde se obtuvo el valor de $S = 117,850 \text{ cm}^2$, y de alguna manera, ahora no importa cómo, decidimos que las cifras que tienen significado son: 1; 1 y 7 y por lo tanto no se escriben las cifras decimales, en las cuales no tenemos ninguna confianza.

Se escribe entonces:

$$S = 117 \text{ cm}^2$$

Pero, ¿qué pasa si alguien pide S expresado en mm^2 ?

Se puede decir: $1\text{cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$

$$S=117 \text{ cm}^2 = 117 \text{ cm}^2 \times 100 \frac{\text{mm}^2}{\text{cm}^2} = 11700 \text{ mm}^2$$

Pero esto es correcto sólo a medias, pues el significado del número 11700 mm^2 es el siguiente:

- 11 miles de mm^2
- más 7 centenares de mm^2
- más 0 decenas de mm^2
- más 0 unidades de mm^2

y en realidad se dijo que después de las 7 centenas no se sabía con certeza sí había o no decenas y mucho menos unidades. Pero al escribir 11700 no se quiso decir que eran exactamente cero decenas y cero unidades. Sólo se completaron los dos lugares.

En ciencia hay **convenciones**. Una es: **TODA CIFRA ESCRITA ENUNCIA ALGO**. Por eso, si se llenan dos lugares con ceros, se está diciendo que allí van ceros y no otras cifras. Por lo tanto, sólo se pueden escribir cifras que hayan sido medidas, y los dos ceros no se midieron.

¿Cómo se resuelve el problema? Utilizando la notación exponencial.

Se debe escribir: $S = 117 \times 10^2 \text{ mm}^2$

Desde el punto de vista matemático, para la calculadora, para hacer operaciones aritméticas, no hay ninguna diferencia entre 117×10^2 y 11700.

El resultado $117 \times 10^2 \text{ mm}^2$ posee sólo tres cifras significativas, al igual que 117 cm^2 que es el valor elegido como correcto mientras que el mismo valor escrito como 11700 mm^2 tendría 5 cifras significativas por el solo hecho de cambiar las unidades de cm^2 a mm^2 . El número de cifras significativas no puede ser afectado por un cambio de unidades.

De este modo se establece una definición de cifras significativas:

Cifras significativas de un número escrito: Se llaman cifras significativas a todas las cifras excepto los ceros que están a la izquierda de la primera cifra no nula.

- Por ejemplo:
- | | | | |
|----|-------------------|---|-------------------------|
| a) | 117 | → | 3 cifras significativas |
| b) | 61800 | → | 5 cifras significativas |
| c) | 117,00 | → | 5 cifras significativas |
| d) | 00117 | → | 3 cifras significativas |
| e) | 0,0117 | → | 3 cifras significativas |
| f) | 0,3450 | → | 4 cifras significativas |
| g) | 09,070 | → | 4 cifras significativas |
| h) | $1,3 \times 10^2$ | → | 2 cifras significativas |
| i) | 10^2 | → | 0 cifras significativas |

Desde el punto de vista **matemático**, a, c, y d son **exactamente iguales**. Desde el punto de vista **“físico”**, sólo a y d son iguales. Los dos ceros a la izquierda, en d no son significativos. ¿Por qué están allí? Pueden estar por razones estéticas, o técnicas. Como los números de las rifas, o de los boletos de colectivos, tienen un formato preestablecido, con 5 o 6 lugares y todos deben estar ocupados, sea con ceros, sea con otras cifras.

De manera que, si Ud. compra una rifa con el número 27, y el número está escrito así: 00027, Ud. sabe automáticamente que hay 100.000 números en juego.

En cambio, el número 117,00 tiene **dos ceros significativos** después de la coma. ¿Por qué se escriben estos ceros? Solamente se escriben si se quiere **informar** que fueron medidos y se está en condiciones de afirmar que son **cero** y no otra cifra. El número 117,00 tiene mucha más información que 117, aunque la calculadora no pueda distinguirlos.

► Actividad 9

Diga cuántas cifras significativas tienen los siguientes números:

- | | | |
|------------|----------------------------|----------------------|
| a) 3,14159 | f) $0,040 \times 10^3$ | k) 10×10^3 |
| b) 0,00120 | g) $6,0 \times 10^{23}$ | l) $1,0 \times 10^4$ |
| c) 0,1 | h) 300000×10^3 | m) 1×10^4 |
| d) 0,10 | i) 300000×10^{-5} | n) 10^4 |
| e) 02120 | j) $250,0 \times 10^{-8}$ | ñ) 10000 |

► Actividad 10

Con la notación exponencial siempre podemos escribir un número de infinitas maneras distintas, sin alterar el número de cifras significativas.

Ejemplo:

$$\begin{array}{c}
 715,8 \\
 \underbrace{ }_{4 \text{ cifras significativas}} \\
 \xrightarrow{\hspace{1cm}}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 7158 \times 10^{-1} \\
 71,58 \times 10 \\
 7,158 \times 10^2 \\
 0,7158 \times 10^3 \\
 0,007158 \times 10^5 \\
 \text{etc.}
 \end{array}
 \right.
 \end{array}$$

Escriba los siguientes números, cada uno de tres maneras distintas, conservando el número de cifras significativas:

0,02241 m

$9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

3,141592

0,0128 kg

Como ha podido notar al hacer los ejercicios, Ud. puede simplemente contar las cifras significativas que tiene cualquier número escrito en notación decimal, sin hacer ninguna suposición acerca del significado del número, ni preocuparse por los problemas que, para hacerlo, tuvo que enfrentar quien lo escribió.

Una vez escritas las cifras, todas tienen el significado que la notación decimal les confiere y son, por lo tanto, **significativas** para cualquier persona que las observe, excepto si son **ceros** a la **izquierda**, puesto que a ellos la notación decimal **no les confiere significado**.

La ciencia es una actividad colectiva, quien lee un número con el que se comunica un resultado, supone que quien lo escribió se ajustó a las convenciones debidas. Esto nos dice que el experimentador que escribe el resultado numérico que desea comunicar, se enfrenta con otro tipo de problema, decidir que cifras tienen significado desde el punto de vista de su certeza experimental, para luego escribirlas.

Se desea que quede claro que se trata de otro problema, más complejo, con el cual nos iremos familiarizando paulatinamente.

Existen muchas posibilidades correctas de escribir números en notación exponencial.

Para verificar que un número esté escrito correctamente en notación exponencial, se debe proceder de la siguiente manera:

- 1) Observe su respuesta y fíjese que tenga el número pedido de cifras significativas
- 2) Observe su respuesta, y vea si corriendo la coma según indica la notación exponencial el número coincide con el número original.

¿Cómo redondear?

Hay más de un criterio. Le daremos ahora el que hemos considerado más adecuado para este curso:

Para redondear un número se procede de la siguiente manera:

- a) Si la primera cifra que se quiere despreciar es menor que 5, la última cifra conservada no se altera.

Ejemplos:

Redondear el número 0,1436 a dos cifras significativas da como resultado: 0,14.

Redondear el número 0,743876 a dos cifras significativas da como resultado: 0,74.

- b) Si la primera cifra que se quiere despreciar es igual o mayor que 5, la última cifra conservada se aumenta en una unidad.

Ejemplos:

Redondear el número 0,1436 a tres cifras significativas da como resultado: 0,144.

Redondear el número 0,998876 a dos cifras significativas da como resultado: 1,0.

► Actividad 11

1) Haga una lista con los diez primeros números interesantes para Ud. y al lado de cada uno indique el número de cifras significativas que posee.

2) Exprese con números de no más de dos cifras significativas, sin potencias de 10 y con la ayuda de los prefijos correspondientes, las siguientes cantidades:

- Distancia Córdoba - Buenos Aires (770 km)
- Diámetro de la Tierra (12.370 km)
- Velocidad de la luz ($299.792 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$)
- Distancia Tierra - Sol (149,5 millones de km)
- Diámetro de un glóbulo rojo ($7,0 \times 10^{-6} \text{ m}$)
- Frecuencia de emisión de Radio Universidad (580 kHz)

Fuentes de incertezas

Es común utilizar el vocablo **ERROR** como sinónimo de **INCERTEZA**, lo cual es **incorrecto**, es incurrir en un abuso del lenguaje, pero lo haremos a veces, porque es una costumbre muy difundida. Sin embargo, Ud. deberá tener presente que el vocablo **ERROR**, resultará adecuado algunas veces, pero otras no. La **INCERTEZA** en el resultado de una medición **siempre estará presente** por:

- a) Incerteza en la definición de la unidad de medida.
- b) Incerteza en la definición de la cantidad a medir.
- c) Incerteza debida al proceso de la medición.
- d) Apreciación del instrumento.

Veamos ahora con más detalle cada una de las fuentes de error:

- a) La definición de la unidad utilizada siempre está afectada de alguna incerteza.

Por ejemplo, considere las sucesivas definiciones de metro:

- En el siglo XVIII: se define el metro como la “diezmillonésima parte del meridiano que pasa por París.”
- Se descubre un error en la medición del meridiano antes mencionado y se cambia la definición: se define metro como “la longitud indicada por las marcas hechas en la barra estándar de platino depositada en París.”
- Luego se define el metro como “1650763,73 longitudes de onda de una determinada línea espectral del elemento Kriptón a una dada temperatura”.
- Actualmente el metro se define como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un período de $1/299.792.458$ segundos.

Analice y discuta las incertezas implícitas en cada una de las definiciones dadas.

b) La magnitud a medir puede no ser exactamente constante, mostrando pequeñas variaciones, o puede no estar bien determinada (¿Cuál es el diámetro de una sandía?).

c) En el proceso de medición, el observador está limitado por muchos factores que dependen de él, si no es capaz de reaccionar a tiempo para detener un cronómetro, si no ve bien un número, etc., la incerteza introducida puede ser grande, superando en algunos casos a la incerteza debida a la apreciación del instrumento. Quizá también en el momento de la medición existan factores externos que dificulten la realización de la misma.

d) Cualquier aparato de medición está capacitado para indicar **siempre un número limitado de cifras**.

Por ejemplo, suponga que el cronometraje de una prueba de natación con un cronómetro analógico arroja el siguiente resultado:

Lectura: $t = 22,2$ s



Última cifra que puede leerse con seguridad por estar marcada en la graduación del instrumento.

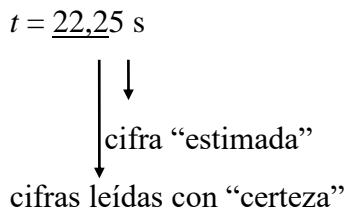
Caracteriza la **APRECIACIÓN** del instrumento

APRECIACIÓN DE UN INSTRUMENTO

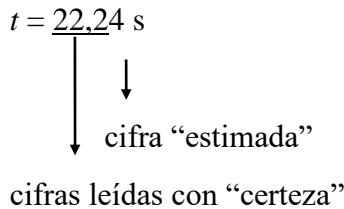
significa

MÍNIMA GRADUACIÓN DEL MISMO

Suponga ahora que el cronometrista juzga que como la aguja cae entre el 22,2 y el 22,3 puede imaginar dos divisiones entre estos dos valores y **ESTIMAR** que es **mejor** el valor:



O tal vez se arriesga a imaginar cinco divisiones entre 22,2 y 22,3 y **ESTIMA** que la lectura es:



En ambos casos la última cifra es **insegura, incierta**. ¿Más cifras estimadas significa una “mejor” medición?

No se debe **estimar** más de una cifra

La última cifra es incierta, sin embargo, indica un valor. Por ejemplo, la lectura

$$t = 22,24\text{ s}$$

indica que, a criterio del operador, el “verdadero” valor de t se encuentra entre:

$$t = 22,22\text{ s} \text{ y } t = 22,26\text{ s}$$

En este caso, el intervalo de incerteza es de cuatro unidades en la última cifra **ESTIMADA**. Otro cronometrista puede no ser capaz de distinguir entre 22,22 y 22,24 por lo cual decide **no** realizar una estimación de la lectura e informa directamente:

$$t = 22,2\text{ s}$$

Ahora el intervalo de incerteza es de dos unidades de la última cifra **LEÍDA**. Es decir, la **incerteza** de esta lectura es igual a la **menor división** de la escala del instrumento, la **apreciación del instrumento**. Para este cronometrista la lectura se encuentra entre:

$$t = 22,1\text{s} \text{ y } t = 22,3\text{s}$$

Es decir que la incertezas es igual a una unidad de la última cifra leída: 0,1 s

La misma prueba podría haber sido cronometrada con un cronómetro digital; y el resultado obtenido hubiera sido, por ejemplo: $t = 22,23$ s

Ahora, suponga que 5 personas hubieran cronometrado al mismo nadador, simultáneamente con cronómetros digitales similares. Es razonable esperar que las 5 lecturas no coincidan hasta la centésima de segundo.

Supongamos que se obtiene:

$$t_1 = 22,21 \text{ s}$$

$$t_2 = 22,31 \text{ s}$$

$$t_3 = 22,05 \text{ s}$$

$$t_4 = 22,42 \text{ s}$$

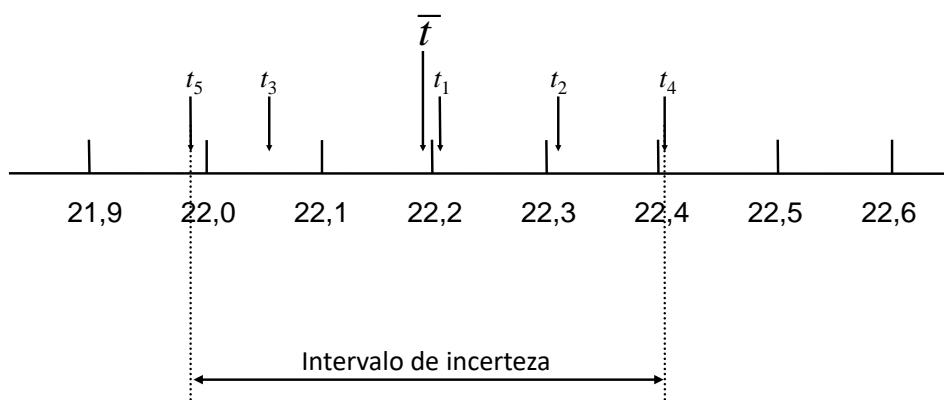
$$t_5 = 21,98 \text{ s}$$

Esto muestra que en realidad algunas de las **cifras leídas también eran inciertas**.

En estos casos suele utilizarse el **promedio**, \bar{t} de la lectura:

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{N} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = 22,194 \text{ s}$$

De modo que, si se grafican estos números sobre una recta:



Se observa que el **intervalo de incerteza**, es mucho mayor que la última cifra que es posible leer. Cuando esto sucede, es razonable que el operador decida que la última cifra leída, NO TIENE SENTIDO. Estaría mal informar que la incerteza de las mediciones es 0,01 s, la misma que las mediciones individuales, porque estamos tomando el conjunto de todas las medidas.

t puede tomar valores entre ($\bar{t} + \text{intervalo de incerteza} / 2$) y ($\bar{t} - \text{intervalo de incerteza} / 2$).

El intervalo de incerteza es $22,42 - 21,98 = 0,44$. Por este motivo \bar{t} se informa de la siguiente manera:

$$\bar{t} = (22,2 \pm 0,2) \text{ s}$$

Las incertezas absolutas se indican con **sólo una cifra significativa**

Ante un número escrito sin ninguna indicación acerca de su incerteza, se presumirá que ésta es del orden de **una unidad** de la última cifra escrita. Como consecuencia, el intervalo de incerteza será el doble de la incerteza.

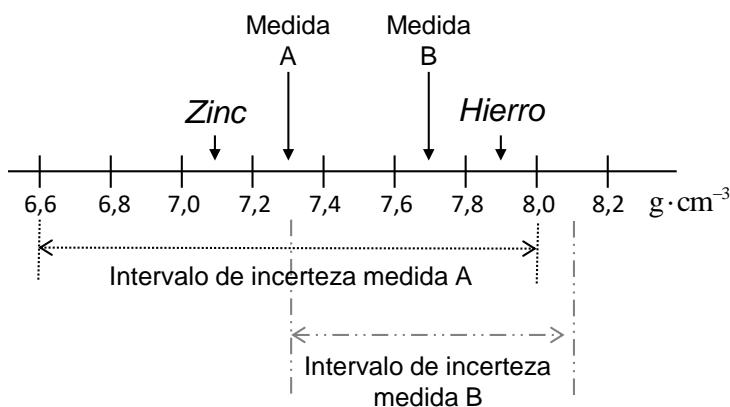
Conocer cuál es la incerteza asociada con una medida es muy importante a la hora de interpretar un resultado para obtener una conclusión. Analicemos el siguiente ejemplo:

Se tiene una pieza metálica de la cual se sabe que sólo puede ser de hierro o de zinc. Se quiere determinar de cuál de los metales está compuesta. Datos bibliográficos aportan los siguientes valores de densidad:

$$\text{Densidad de la hierro} = (7,874 \pm 0,001) \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$\text{Densidad del zinc} = (7,140 \pm 0,001) \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

Por lo tanto, midiendo la densidad de la pieza y comparando el resultado con los datos disponibles se puede determinar de cuál material se trata. Se realiza una primera medida de densidad (medida A) y se obtiene un valor de $(7,3 \pm 0,7) \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Este valor por sí solo sugiere que la pieza tiene una densidad más parecida a la del zinc. Sin embargo la incerteza asociada a esta medida es de $0,7 \text{ g/cm}^3$, lo que significa que el intervalo de incerteza (y por lo tanto la densidad de la pieza) se encuentra entre $6,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ y $8,0 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.



En el intervalo de incerteza de la Medida A se encuentran incluidas las densidades de ambos materiales (hierro y zinc). Por lo tanto, a partir de esta medida no se puede determinar de cual material se encuentra confeccionada la pieza de metal. Una nueva medida de la densidad, utilizando otra técnica, arroja como resultado el valor de $(7,7 \pm 0,4) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. El intervalo de incerteza de esta segunda medida se encuentra comprendido entre $7,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ y $8,1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. En este caso dentro del intervalo de incerteza se encuentra comprendida solamente el valor de densidad correspondiente al hierro. De esta manera se podría concluir que la pieza metálica no está compuesta por zinc, y en este caso estaría compuesta por hierro. Tenga en cuenta que existen muchos materiales cuyas densidades están contenidas en el intervalo de incerteza de la Medida B. Para asegurarnos que el material del cual está compuesta la pieza es definitivamente hierro se podrían hacer otro tipo de estudios (por ejemplo, químicos).

Un número que expresa el resultado de una medición sólo posee un **número limitado de cifras**, que son **las que se han leído**.

No deben agregarse, EN NINGÚN CASO ceros a la derecha, a menos que sean ceros **leídos**.

Toda cifra **escrita**, debe ser una **cifra leída o, al menos, estimada**.

Este número debe ir acompañado de una **indicación acerca del intervalo de incerteza** que se sabe, o que se presume, que le corresponde.

► Actividad 12

Escriba, expresando en hora y minutos, 5 valores de t , que correspondan a su hora de llegada a la facultad en las últimas cinco clases. Repita todo el procedimiento anterior para estos valores y determine así su hora promedio de llegada con su incerteza correspondiente.

Grafique los valores en una recta.

Ejemplo: Suponga que le informan que la altura de un edificio es $H = 176$ m. Vamos a suponer que quien midió la altura lo hizo lo mejor posible, en este caso la apreciación de la lectura, o la estimación ha sido ± 1 m. Ni los decímetros, ni los centímetros han sido medidos o al menos no han sido informados.

Ud. **no los debe agregar**. Puede escribir:

$$H = 1,76 \times 10^2 \text{ m}$$

$$H = 0,176 \text{ km}$$

$$H = 0,000176 \times 10^6 \text{ m, etc.}$$

Pero **NO debe escribir**:

$$H = 17600 \text{ cm}$$

Pues H expresado correctamente en cm es:

$$H = 176 \times 10^2 \text{ cm}$$

$$H = 1,76 \times 10^4 \text{ cm}$$

$$H = 0,0176 \times 10^6 \text{ cm, etc.}$$

Si ahora le dijeran que arriba del edificio se va a colocar una antena que tiene 3,12 m de altura y le preguntan cuál es la altura total:

En tal caso Ud. **debe sumar y luego redondear**:

$$\begin{array}{r} 176 \\ + \quad \underline{3,12} \\ 179,12 \text{ m} \end{array}$$

Se deben sumar todas las magnitudes y luego redondear el resultado al último lugar decimal que sea común a todas las magnitudes sumadas.

El resultado correcto en el ejemplo anterior es entonces 179 m.

$$3,3 + 4 = 7 \text{ (La suma directa es 7,3)}$$

$$3,6 + 4 = 8 \text{ (La suma directa es 7,6)}$$

$$2,04 + 3,1 = 5,1 \text{ (La suma directa es 5,14)}$$

$$0,03 + 0,2 = 0,2 \text{ (La suma directa es 0,23)}$$

$$6,5 + 3,12 + 1,765 = 11,4 \text{ (La suma directa es 11,385)}$$

$$1,2 \times 10^4 + 5 = 1,2 \times 10^4 \text{ (La suma directa es } 1,2005 \times 10^4\text{)}$$

$$4,1 \times 10^3 + 534 = 4,6 \times 10^3 \text{ (La suma directa es 4634)}$$

$$5,8 + 6 = \quad 0,4145 + 0,003 = \quad 136 + 34 =$$

$$3,5 \times 10^{-2} + 0,14 = \quad 9,14 \times 10^5 + 15,4 =$$

Incerteza absoluta, relativa y relativa porcentual

Incerteza absoluta

Un número x que exprese una magnitud determinada experimentalmente, siempre estará afectado de un margen de incerteza, al cual llamaremos **incerteza absoluta** (Δx). La **incerteza absoluta** deberá tener sólo una cifra significativa, el mismo número de decimales después de la coma que x , estar elevado a la misma potencia de 10 que x , y la misma unidad que x . (Ver ejemplos anteriores)

Incerteza relativa

Si efectuamos el cociente $\Delta x/x$ obtendremos un número “adimensional” (sin unidad), el cual nos dice qué fracción de x es Δx .

Se denomina a este cociente “**incerteza relativa**”:
$$\frac{\Delta x}{x} = E_x$$

de esta definición se puede despejar el elemento que se deseé. Por ejemplo:

“**incerteza absoluta**”:
$$\Delta x = xE_x$$

En muchas ocasiones Ud. necesitará saber la incerteza relativa de una magnitud, más que la absoluta. Sin embargo, ambas son muy importantes.

Incerteza relativa porcentual

Se define como:

$$\Delta(\%) = E_x \cdot 100 = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100$$

y se interpreta como cualquier relación porcentual.

Incerteza en mediciones indirectas

Cuando se mide una magnitud x que es función de otras magnitudes medidas (a, b, c , etc.), las incertezas en estas mediciones ($\Delta a, \Delta b, \Delta c$) se “propagarán” al valor de la magnitud x . Es decir que x será determinada en forma indirecta y por lo tanto, debe encontrarse una expresión para su incerteza.

A continuación, veremos cómo hallar esta expresión en las operaciones más comunes:

Suma y resta de incertezas

Cuando es necesario realizar una suma o resta entre dos o más valores medidos, cada uno con su incerteza asociada, se presenta el problema de cómo calcular la incerteza del resultado. Existen criterios diferentes según los autores consultados, pero en esta guía adoptaremos uno en particular:

La incerteza de una suma o resta es igual a la suma de las incertezas de cada una de las mediciones.

Concretamente:

$$x = a + b \quad \text{o} \quad x = a - b$$

$$\Delta x = \Delta a + \Delta b$$

Es decir, se debe calcular la suma de las incertezas absolutas, tanto para la suma como para la resta. Discuta con su docente y compañeros el por qué.

Suponga que queremos calcular el peso de una persona con una campera. La persona sin la campera, según una balanza de farmacia, pesa (74 ± 1) kg. La campera, según sus fabricantes, pesa $(1,3 \pm 0,1)$ kg. Según lo visto, debemos sumar las incertezas $(1 + 0,1 = 1,1)$ y redondear a una sola cifra significativa, como toda incerteza. Posteriormente, sumamos las magnitudes $(74 + 1,3 = 75,3)$ y redondeamos al mismo lugar decimal que la incerteza. Escriba el resultado correcto de la suma:

$$(\quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad) \text{ kg}$$

► Actividad 13

Para llegar a un frasco de caramelos que estaba arriba de un armario, un chico apiló varios objetos de diferente altura:

Una mesa: $(1,00 \pm 0,02)$ m

Una silla: (55 ± 1) cm

Una enciclopedia: $(8,5 \pm 0,2)$ cm

Dos libros: $(2,1 \pm 0,2)$ cm cada uno

Arriba de todo se subió él, que con los brazos estirados hacia arriba mide $(1,20 \pm 0,01)$ m

Si el frasco de dulce está a $(2,90 \pm 0,01)$ m, ¿lo alcanzará? Discuta con sus compañeros y su docente.

► Actividad 14

Resuelva los siguientes ejercicios. Trate de reflexionar al máximo sobre el posible significado de los conceptos de la última parte de esta lectura y su relación con las situaciones planteadas en los enunciados siguientes.

1) Un farmacéutico pesa un frasco contenido comprimidos en una balanza de platillos de brazos iguales. Se logra el equilibrio colocando las siguientes pesas en el otro platillo.

1 pesa de $(100,00 \pm 0,05)$ g

2 pesas de $(20,00 \pm 0,05)$ g

1 pesa de $(10,00 \pm 0,01)$ g

4 pesas de $(0,500 \pm 0,001)$ g

1 pesa de $(10,0 \pm 0,1)$ mg

- Calcule la masa del objeto (en gramos).
- Calcule la incerteza asociada con el resultado anterior.
- Exprese esta incerteza en forma relativa y relativa porcentual.
- Exprese el resultado de la pesada en forma correcta y completa.
- Suponga ahora que este objeto se pesa en una balanza electrónica de apreciación 1 mg, registrándose la siguiente lectura:

151,942 g

¿Es razonable adoptar la lectura de la balanza electrónica como exacta dentro de su pequeño margen de incerteza, o necesita más información?

- Suponga que el mismo objeto se pesa en una balanza de fiambresía, de apreciación 10 g. Indique el valor que espera leer.

Producto y división de incertezas

Cuando es necesario realizar una multiplicación ($x = a \times b$) o una división ($x = \frac{a}{b}$) entre dos valores medidos, cada uno con su incerteza asociada, deben efectuarse las siguientes operaciones matemáticas para calcular la incerteza del resultado:

- Debe encontrarse primero la incerteza relativa del resultado, sumando las incertezas relativas de los valores medidos:

$$\frac{\Delta x}{x} = \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \frac{\Delta b}{b} \right|$$

- Luego se obtiene la incerteza absoluta del resultado, que se informa como se vio más arriba

$$\Delta x = x \cdot \left(\left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \frac{\Delta b}{b} \right| \right)$$

Debe entenderse que los módulos implican la necesidad de sumar las incertezas, ninguno de ellos puede disminuir el valor de Δx .

En el caso que se quisiera multiplicar o dividir por una constante ($x = k \times a$), se aplica la misma metodología, considerando que la incerteza de la constante es cero.

$$\frac{\Delta x}{x} = \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \frac{\Delta k}{k} \right| = \left| \frac{\Delta a}{a} \right|$$

Ejemplo desarrollado: medida indirecta de la densidad

El desafío es determinar la densidad de un prisma rectangular de metal de forma indirecta. Para realizar la determinación indirecta de la densidad (δ) del objeto recordemos que:

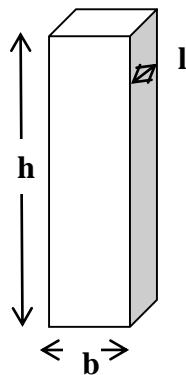
$$\delta = \frac{m}{V}$$

Utilizando una balanza de apreciación 0,5g determinamos la masa del objeto:

$$m = (236,0 \pm 0,5) \text{ g}$$

Como en el laboratorio también contamos con una regla y el objeto es regular, podemos determinar el volumen midiendo la altura (h), la base (b) y el espesor (l) del prisma. La

apreciación de la regla es de 0,1 cm y estimamos 0,05 cm al medir cada longitud. Las dimensiones del prisma son:



$$\begin{aligned} h &= (15,00 \pm 0,05) \text{ cm} \\ b &= (5,00 \pm 0,05) \text{ cm} \\ l &= (2,00 \pm 0,05) \text{ cm} \end{aligned}$$

El volumen del prisma es:

$$\begin{aligned} V &= l \times h \times b \\ V &= 150 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Para determinar la incertezza asociada a este resultado usamos la expresión presentada en esta misma unidad:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\Delta V = \left(\frac{0,05 \text{ cm}}{2,00 \text{ cm}} + \frac{0,05 \text{ cm}}{5,00 \text{ cm}} + \frac{0,05 \text{ cm}}{15,00 \text{ cm}} \right) \times 150 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 5,75 \text{ cm}^3 \simeq 6 \text{ cm}^3$$

(recuerde redondear a una cifra significativa)

El volumen del prisma, determinado con la regla, se informa como:

$$V = (150 \pm 6) \text{ cm}^3$$

Recuerde que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$, entonces:

$$V = (150 \pm 6) \text{ mL}$$

Como la densidad es el cociente de la masa y el volumen, es posible determinar su valor:

$$\delta = \frac{m}{V}$$

$$\delta = \frac{236,0\text{g}}{150\text{mL}}$$

$$\delta = 1,573 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Para determinar la incerteza asociada con este valor, es correcto plantear que

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| \frac{\Delta V}{V} \right|$$

Si determinamos la incerteza de la densidad del objeto obtenemos que:

$$\Delta\delta = \left(\frac{0,5\text{g}}{236,0\text{g}} + \frac{6\text{mL}}{150\text{mL}} \right) \times 1,573 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

$$\Delta\delta = 0,066 \frac{\text{g}}{\text{mL}} \approx 0,07 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Por lo que la densidad del objeto queda determinada como:

$$\delta = (1,57 \pm 0,07) \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Ejemplo desarrollado: Análisis de incertezas relativas porcentuales de cada medición en una determinación indirecta

Volvamos al ejemplo anterior de la determinación de la densidad de un objeto de metal. El resultado de la determinación indirecta de la densidad fue:

$$\delta = (1,57 \pm 0,07) \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Este resultado tiene una incerteza relativa porcentual igual a

$$\Delta(\%) \delta = \left(\frac{0,07 \frac{\text{g}}{\text{mL}}}{1,57 \frac{\text{g}}{\text{mL}}} \right) \times 100$$

$$\Delta(\%) \delta = 4,46\%$$

Si analizamos la contribución de cada determinación directa al valor de la incerteza relativa porcentual de la densidad, podemos concluir cuál de las medidas es necesario “mejorar”.

En el ejemplo desarrollado se determinaron la masa y el volumen del objeto y las incertezas relativas porcentuales de cada medición son:

$$\Delta(\%)m = \frac{0,5\text{g}}{236,0\text{g}} \times 100 \quad \Delta(\%)V = \frac{6\text{mL}}{150\text{mL}} \times 100$$

$$\Delta(\%)m = 0,21\% \quad \Delta(\%)V = 4,00\%$$

Queda claro que, si se busca mejorar la incerteza asociada a la densidad, deberá determinarse el volumen con una incerteza menor, ya que es la medida que realiza mayor aporte en la incerteza del resultado final.

En la determinación del volumen, la medición individual de cada uno de los lados del prisma aporta a la incerteza total del mismo. La incerteza relativa porcentual de cada medida es:

$$\Delta(\%)l = \frac{0,05\text{cm}}{2,00\text{cm}} \times 100 \quad \Delta(\%)b = \frac{0,05\text{cm}}{5,00\text{cm}} \times 100 \quad \Delta(\%)h = \frac{0,05\text{cm}}{15,00\text{cm}} \times 100$$

$$\Delta(\%)l = 2,5\% \quad \Delta(\%)b = 1\% \quad \Delta(\%)h = 0,3\%$$

Discuta con su docente:

- ¿Cuál de estas tres últimas mediciones considera usted que se debería mejorar para tener menor incerteza en el cálculo de la densidad?
- ¿Tiene sentido usar una balanza de menor apreciación para realizar la determinación de la masa, utilizando este método para medir el volumen?

► Actividad 15

Resuelva los siguientes ejercicios:

- 1) En los siguientes casos determine la apreciación del instrumento, y la estimación de las lecturas que Ud. se considera capaz de realizar personalmente:
 - Regla milimetrada midiendo el ancho de esta hoja
 - Regla milimetrada midiendo el diámetro de una naranja entera
 - Transportador
 - Su reloj
 - El indicador horario de la pantalla del televisor.
 - El velocímetro de un automóvil.

- 2) Calcule y exprese la incerteza relativa y la relativa porcentual de cada una las siguientes mediciones. Compare sus resultados.

(2,172 ± 0,001) kg

(2,17 ± 0,01) kg

(2,2 ± 0,1) kg

(2,1723 ± 0,0001) kg

- 3) Redondear los siguientes números a 3, 4 y 5 cifras significativas:

3,14159
2,71828 Hz
1,709975 g
1,259921 cm ³
1,644034 Pa

- 4) En una serie de experiencias se han obtenido los siguientes resultados :

$$B_1 = (2,3 \pm 0,2) \text{ N/m}$$

$$B_2 = (2,7127 \pm 0,0843) \text{ N/m}$$

$$B_3 = (1,999 \pm 0,01) \text{ N/m}$$

$$B_4 = (8,35 \pm 0,01) \text{ N/m}$$

$$B_5 = (18,353 \pm 1) \text{ N/m}$$

Señale los resultados que están expresados incorrectamente y escríbalos en la forma correcta.

- 5) El censo de 2001 estableció para la ciudad de Córdoba 3.052.747 habitantes. Suponga que esta cantidad es incierta en un 1 %. Discuta las posibles fuentes de esa incerteza.

- Calcule la incerteza absoluta.
- Exprese el resultado del censo de acuerdo con los criterios que hemos establecido como correctos.

- 6) Las balanzas analíticas tienen una apreciación de 1×10^{-4} g. Suponga que se determina con ella que los cuerpos A y B pesan 119,2382 g y 450,9 mg respectivamente. Exprese correctamente los valores de las masas de ambos cuerpos, según lo que espera tener pesándolos en:

- Una balanza de fiambrería “analógica”, de apreciación 10 g.
- Una balanza digital de supermercado, que tiene dos cifras decimales después de la coma, las que cambian de 0,25 en 0,25 (apreciación = 0,25 g).
- Una balanza de precisión, de apreciación 1 mg, que indica el resultado en mg.

- 7) La velocidad promedio a la que se movió un cuerpo puede ser determinada de manera indirecta si se conocen la distancia que recorrió dicho cuerpo y el tiempo que tardó en recorrer esa distancia. En un experimento con animales, se determinaron los siguientes valores de distancias y tiempos con sus respectivas incertezas:

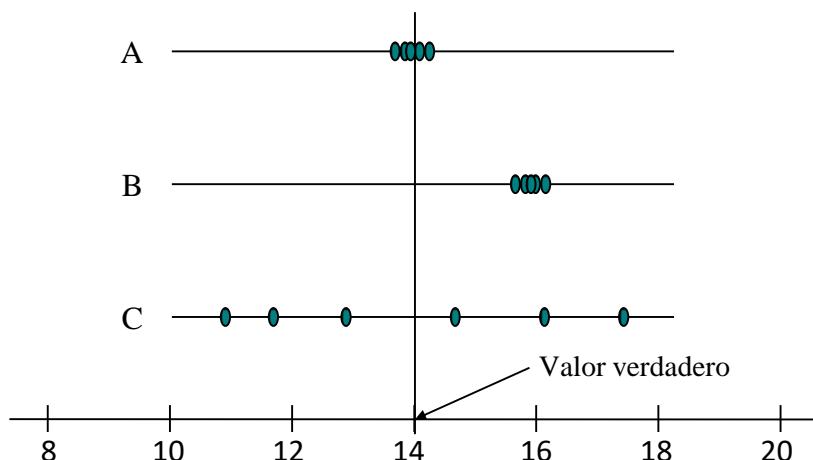
Animal	Distancia (m)	Tiempo (s)	Velocidad
Colibrí	$(10 \pm 3) \times 10^3$	3600 ± 5	
Caballo	300 ± 7	$15,4 \pm 0,2$	
Caracol	$8,37 \pm 0,01$	$60,5 \pm 0,5$	

- a) Calcule el error relativo porcentual de las medidas de distancia y tiempo en cada caso, y evalúe cuál de estas medidas se debería realizar con menor incerteza para mejorar la medición de velocidad.
- b) Determine el valor de las diferentes velocidades con sus incertezas.
- c) Calcule el error relativo porcentual de cada valor de velocidad.
- 8) Un frasco que contiene cápsulas de una vitamina pesa $(1,53 \pm 0,01)$ kg. Si se sabe que cada cápsula pesa $(0,745 \pm 0,005)$ g y el frasco que las contiene pesa $(30,0 \pm 0,5)$ g, calcule el número de cápsulas que contiene el frasco, con su incerteza. Recuerde que en este caso, por las condiciones del problema, tanto el número de cápsulas en el frasco, como la incerteza deben ser números enteros.

Precisión y exactitud

La **exactitud** de una medición hace referencia a la diferencia entre el valor observado, medido y el valor verdadero. En cambio, la **precisión** se aplica a un conjunto de datos en relación del x más probable, es decir si están dispersos o próximos entre sí. La precisión puede ser cuantificada utilizando la incerteza relativa asociada a la medida.

Supongamos una serie de medidas realizadas por distintos métodos A, B y C donde decimos que el valor verdadero es 14. No importa cómo fue obtenido ese valor de 14, consideraremos que es el correcto.



En el método B, se mide con gran precisión, pero lejos del valor verdadero. Evidentemente, una alta precisión de nada sirve sin exactitud. ¿Qué piensa del caso inverso? Realice una discusión con sus compañeros y con el docente de su comisión respecto de los métodos A y C.

Nunca se estará **absolutamente seguro de la exactitud de un resultado** porque **no** es posible **conocer el verdadero valor de ninguna variable**, sólo podemos obtener el “valor más aceptado” o el “mejor valor”.

Para **verificar la exactitud** de un método es necesario:

- Recurrir a patrones estándar adecuados para calibrar los instrumentos
- Controlar los resultados con los de otros científicos.
- Comparar con los resultados obtenidos por otros métodos.

Ejercicio:

Dadas las siguientes mediciones de diferentes distancias:

$$\text{Distancia 1: } (124 \pm 7) \text{ m} \quad \text{Distancia 2: } (0,23 \pm 0,02) \text{ nm}$$

$$\text{Distancia 3: } (392 \pm 3) \times 10^5 \text{ km} \quad \text{Distancia 4: } (95 \pm 9) \times 10^{-8} \text{ km}$$

Indique cuál de ellas ha sido realizada con más precisión. Comente los resultados obtenidos con el docente.

Tipos de incertezas en la medida experimental

Las incertezas se pueden clasificar en dos grupos:

- a) Incertezas indeterminadas, accidentales o al azar.

Son causadas por muchas **variables incontrolables** las cuales son parte inevitable de todas las mediciones. Hay muchas fuentes de este tipo de incertezas, pero ninguna de ellas puede ser positivamente identificada. El efecto acumulativo de los errores al azar individuales, hace que los valores medidos fluctúen alrededor del valor medio de un conjunto de datos.

b) Incertezas sistemáticas.

Tienen origen definido, que puede o no ser identificado. Ellos hacen que los resultados de mediciones repetidas sean todos altos o todos bajos. Generalmente se encuentran asociados a problemas instrumentales, a impurezas, etc.

Todas las medidas experimentales sufren la posibilidad de errores sistemáticos, pero éstos sólo pueden ser comprobados cuando el experimento es repetido independientemente por alguien más.

Ejercicio:

Un alumno transcribió en la siguiente tabla algunas mediciones de la velocidad de la luz, realizadas en diferentes épocas:

FECHA	INVESTIGADOR	C (km s ⁻¹)
1862	Foucault	298.000 ± 500
1880	Michelson	299.910 ± 50
1883	Newcomb	299.860 ± 30
1926	Michelson	299.796 ± 4
1928	Helstaedt	299.778 ± 10
1935	Michelson, Pease y Pearson	299.774 ± 2
1949	Aslakson	$299.792,0 \pm 3,5$
1952	Feoome	$298.792,6 \pm 0,7$
1967	Groose	$298792,5 \pm 0,005$

- a) Indique cuáles valores están escritos de una manera que, de acuerdo a nuestro criterio, está considerada incorrecta.
- b) Analice y clasifique las medidas en términos de precisión y exactitud.
- c) ¿Puede relacionar lo discutido en b) con la existencia de errores sistemáticos? ¿Cuáles medidas considera que pueden estar afectadas de errores sistemáticos?

Resumen de conceptos para aplicación práctica

Un número X que exprese una magnitud determinada experimentalmente, siempre estará afectado de un margen de incertezas, al cual llamaremos ΔX y por ello, deberá escribirse en la forma:

$$(X \pm \Delta X) \text{ unidad}$$

Se deberán respetar las siguientes convenciones:

- 1) ΔX deberá tener sólo una cifra significativa
- 2) X deberá tener la cantidad de cifras decimales que sean necesarias para terminar exactamente **en el mismo lugar decimal** en el que termina ΔX . En ningún caso deben agregarse ceros.

Por ejemplo:

- a) $(3,2 \pm 0,1)$ mL
- b) $(13,6875 \pm 0,0002)$ g
- c) (123 ± 4) km

¿Cómo se determina ΔX ?

No hay criterios fijos para determinar ΔX , pero las siguientes modalidades son las más usuales:

- a) $\Delta X = \text{apreciación del instrumento}$

$$\text{resultado} = (X \pm \text{apreciación})$$

- b) $\Delta X = \text{mitad de la apreciación del instrumento}$

$$\text{resultado} = \left(X \pm \frac{\text{apreciación}}{2} \right)$$

- c) $\Delta X = \text{estimación del operador}$

$$\text{resultado} = (X \pm \text{estimación})$$

¿Cómo decidir entre uno y otro criterio? Aquí interviene el criterio del operador. Si considera que la incertezas introducida por él durante el proceso de medición, que es independiente de la apreciación del instrumento, es mayor que dicha apreciación, entonces se debería usar una estimación de la incertezas introducida por el operador (Diferente de la estimación del instrumento). En caso contrario, se debería usar la mitad de la apreciación del instrumento, o lo que el operador decida que es conveniente.

Por ejemplo, si queremos medir el diámetro de una sandía, lo podremos hacer con una regla cuya apreciación sea 0,1 cm, pero la dificultad para realizar la medición hará que la incertezza introducida por el operador sea mayor, por lo que lo correcto sería informar que la incertezza es igual a la estimación del operador.

¿Cómo se expresa el resultado cuando se han realizado muchas mediciones equivalentes de una magnitud?

Suponga que se han determinado n valores: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

El mejor valor de X es el valor promedio simbolizado convencionalmente por \bar{X} ,

y que ya habíamos definido como:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N}$$

$$\Delta X: \left(\frac{\text{intervalo de incerteza}}{2} \right)$$

Una vez que Ud. haya llegado, por alguno de estos métodos, a determinar x y Δx , debe escribir su resultado de manera que se cumplan los puntos 1 y 2. Para ello, redondee Δx a una sola cifra significativa y redondee x de manera que termine en el mismo lugar decimal que Δx .

Ejercicio integrador

Le proponemos que realice el siguiente ejercicio, para resumir todos los conceptos de esta guía:

Elija en su casa alguna fruta de forma aproximadamente esférica (naranja, manzana, durazno, ciruela...) y mida su perímetro. Utilice su ingenio para hacerlo.

Utilice su criterio para determinar la incertezza asociada a la medición.

Informe la magnitud medida:

Informe la incertezza absoluta:

El perímetro correctamente expresado es: cm

En otra unidad mm

En otra unidad km

Ahora mida nuevamente el perímetro. Puede pedirle a otra persona que lo haga, o hacerlo usted. No intente que le dé lo mismo que antes, no esté condicionado por el resultado anterior.

Informe la magnitud medida:

Repita la operación tres veces más

Informe la magnitud medida:

Informe la magnitud medida:

Informe la magnitud medida:

El valor resultante del proceso de medición del perímetro es igual al valor promedio de las cinco mediciones.

Informe el promedio:

Usted puede ahora calcular la incerteza asociada al conjunto de las cinco mediciones.

Informe la incerteza absoluta:

Finalmente, exprese el resultado correctamente

El perímetro correctamente expresado es: cm

En otra unidad mm

En otra unidad km

Su incerteza relativa es:

Su incerteza relativa porcentual es:

Discuta con sus compañeros y docente los métodos utilizados para medir, la apreciación del instrumento y el criterio utilizado para determinar la incerteza absoluta para las cinco medidas.

Actividades de autoevaluación integradoras

Algunas de estas actividades requieren el uso de calculadora

1) La velocidad de la luz (c) es de $299792458 \text{ m s}^{-1}$

El valor de c en km h^{-1} expresado con tres cifras significativas es:

- a) $1,08 \times 10^{15}$ b) $1,08 \times 10^{12}$ c) $1,08 \times 10^9$ d) $8,33 \times 10^7$

2) Una empresa cordobesa en promedio consume 3.000.000 calorías por el uso de artefactos a gas en temporadas invernales. Si los artefactos a gas se reemplazaran por artefactos eléctricos, el consumo equivalente en kWh es:

DATOS: 1 cal = 4,18 J $1 \text{ W} = 1 \text{ Js}^{-1}$

- a) 0,199 b) 3,483 c) $4,514 \times 10^7$ d) $1,254 \times 10^4$

3) Un bioquímico en su laboratorio de microbiología necesita preparar 10 litros de agar nutritivo para el análisis de bacterias ambientales. Para ello, pesó 169,0980 g del agar utilizando una balanza analítica de apreciación 0,1 mg. Si la misma cantidad de agar es pesada con las siguientes balanzas:

I) Una balanza de fiambresía “analógica” de apreciación 10 g.

II) Una balanza digital cuya apreciación es de 0,01g.

III) Una balanza electrónica con escala digital de apreciación 1 mg.

La correcta expresión de las masas según las distintas determinaciones será, respectivamente:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $(170 \pm 5) \text{ g}$ | $(169,10 \pm 0,01) \text{ g}$ | $(169,098 \pm 0,001) \text{ g}$ |
| b) $(17 \pm 1) \times 10^1 \text{ g}$ | $(169,10 \pm 0,01) \text{ g}$ | $(169,098 \pm 0,001) \text{ g}$ |
| c) $(170 \pm 5) \text{ g}$ | $(169,1 \pm 0,01) \text{ g}$ | $(169,100 \pm 0,001) \text{ g}$ |
| d) $(169 \pm 10) \text{ g}$ | $(169,10 \pm 0,01) \text{ g}$ | $(169,098 \pm 0,001) \text{ g}$ |

4) En una balanza analítica, la incerteza absoluta de la pesada es 0,0002 g. Un farmacéutico dice haber pesado 100,0 mg de un medicamento en esa balanza.

La expresión correcta del resultado de la pesada y la incerteza asociada son, respectivamente:

- a) $(100,0000 \pm 0,0002)$ g y la incerteza relativa porcentual es 0,0002.
- b) $(0,100 \pm 0,0002)$ g y la incerteza relativa es 0,00002.
- c) $(100,0 \pm 0,2) \times 10^{-3}$ g y la incerteza relativa porcentual es 0,2.
- d) $(1000 \pm 2) \times 10^{-4}$ g y la incerteza relativa es 0,2.

5) En el análisis de una muestra de orina se determinó su densidad utilizando dos densímetros comerciales y un densímetro patrón. Los resultados obtenidos, expresados en g/mL, se muestran en la siguiente tabla:

Densímetro del alumno 1 (D1)	Densímetro del alumno 2 (D2)	Densímetro patrón (DP)
1,17	1,15	1,183
1,15	1,16	1,182
1,19	1,14	1,184
1,18	1,15	1,186
1,20	1,14	1,189

De acuerdo a la densidad promedio para cada una de las series, se afirma que el valor obtenido en la serie:

- a) D2 es más exacto y más preciso que el obtenido en la serie D1.
- b) D1 es más exacto y menos preciso que el obtenido en la serie D2.
- c) D2 es menos exacto y menos preciso que el obtenido en la serie D1.
- d) D1 es más exacto y más preciso que el obtenido en la serie D2.

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
INTRODUCCIÓN.....	2
Actividad 1	2
Actividad 2	3
Actividad 3	3
MEDICIONES DIRECTAS E INDIRECTAS.....	5
<i>Dimensión</i>	5
Actividad 4	6
<i>Notación exponencial</i>	7
SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)	7
<i>Unidades derivadas</i>	10
Actividad 5	13
<i>Múltiplos y submúltiplos en el SI</i>	14
Actividad 6	15
Actividad 7	16
Actividad 8	16
CIFRAS SIGNIFICATIVAS	19
Actividad 9	22
Actividad 10	22
Actividad 11	24
FUENTES DE INCERTEZAS	24
Actividad 12	29
INCERTEZA ABSOLUTA, RELATIVA Y RELATIVA PORCENTUAL.....	31
<i>Incerteza absoluta</i>	31
<i>Incerteza relativa</i>	31
<i>Incerteza relativa porcentual</i>	32
INCERTEZA EN MEDICIONES INDIRECTAS	32
<i>Suma y resta de incertezas</i>	32
Actividad 13	33
Actividad 14	33
<i>Producto y división de incertezas</i>	34
Actividad 15	37
PRECISIÓN Y EXACTITUD.....	39
<i>Tipos de incerteza en la medida experimental</i>	40
RESUMEN DE CONCEPTOS PARA APLICACIÓN PRÁCTICA.....	42
EJERCICIO INTEGRADOR	43
ACTIVIDADES DE AUTOEVALUACIÓN INTEGRADORAS	45

Unidad 6 – La medición – Respuestas a actividades

► Actividad 2

Ahora, en el día en que usted está estudiando esta guía, le proponemos que realice una medida de tiempo. Una persona nació el 24 de septiembre de 1967 en la ciudad de Leones.

- i) ¿Cuántos días ha vivido?: Al primero de octubre de 2020, sin considerar años bisiestos vivió 19345 días.
- ii) ¿Cuántos meses lunares ha vivido?: Considerando un mes lunar equivalente a 28 días, vivió 690.9 meses.
- iii) ¿Cuántos años de 365 días ha vivido? Sin considerar años bisiestos, vivió 53 años.

► Actividad 3

Supongamos que usted está estudiando esta guía en su habitación, con su mochila, carpeta, la guía de estudio, la goma de borrar, etc.

- a) De acuerdo a sus conocimientos, cuál es según su parecer la mejor unidad de medida para conocer la longitud de:
 - i) la habitación donde está estudiando: cinta métrica
 - ii) la mochila donde guarda sus útiles: regla
 - iii) la guía de estudio: regla
 - iv) la goma de borrar: regla

► Actividad 4

Complete con la dimensión correspondiente. Discuta que magnitudes tienen la misma dimensión

$a = 10 \text{ cm}$	(longitud)	$L = 15 \text{ m}$	(longitud)	$d = 850 \text{ km}$	(longitud)
$x = 8,2 \text{ m}^2$	(área)	$A = 25 \text{ mm}^2$	(área)	$S = 77 \text{ hectáreas}$	(área)
$y = 10 \text{ días}$	(tiempo)	$t = 11,25 \text{ s}$	(tiempo)	$P = 14 \text{ min } 4,20 \text{ s}$	(tiempo)

► Actividad 5

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) Al tomar la presión a un paciente, un farmacéutico encuentra 9 de mínima y 12 de máxima. Utilizando un lenguaje más preciso, se puede decir que el farmacéutico ha medido de alguna manera dos presiones, cuyos valores son:

$$P_1 = 9 \text{ cm de Hg}$$

$$P_2 = 12 \text{ cm de Hg}$$

Teniendo en cuenta que $1 \text{ cm de Hg} = 10 \text{ mm de Hg}$, exprese los valores de P_1 y P_2 en unidades SI.

$$760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$P_1 = 90 \text{ mmHg} = 0,12 \text{ atm} = 11999 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 120 \text{ mmHg} = 0,16 \text{ atm} = 15999 \text{ Pa}$$

2) La presión atmosférica estándar (presión “normal”, a 45° de latitud, a nivel del mar) es $1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr}$

Exprésela en: **mm de Hg y Pa**

$$760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

3) Suponga que en el boletín meteorológico se anuncia que la Presión atmosférica es de 0,97 atm.

Enuncie dicha presión en **Torr y Pa**.

$$737,2 \text{ Torr} = 737,2 \text{ mmHg} = 0,97 \text{ atm} = 98285,25 \text{ Pa}$$

► Actividad 6

Convierta las siguientes magnitudes a las unidades indicadas:

1) 54 cm	a m	0,54 m
2) 54 cm	a fm	$5,4 \times 10^{14} \text{ fm}$
3) 54 cm	a Tm	$5,4 \times 10^{-13} \text{ Tm}$
4) 54 cm	a pulgadas	21,26 pulgadas
5) 54 cm	a Å	$5,4 \times 10^9 \text{ Å}$
6) $23,9 \text{ m}^2$	a km^2	$2,39 \times 10^{-5} \text{ km}^2$
7) $23,9 \text{ m}^2$	a hectáreas ($1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$)	$2,39 \times 10^{-3} \text{ ha}$
8) 58 km h^{-1}	a m s^{-1}	$16,1 \text{ m s}^{-1}$
9) 58 km h^{-1}	a pm min^{-1}	$9,6 \times 10^{14} \text{ pm min}^{-1}$
10) 58 km h^{-1}	a km s^{-1}	$1,61 \times 10^{-2} \text{ km s}^{-1}$
11) 58 km h^{-1}	a Mm h^{-1}	$5,8 \times 10^{-2} \text{ Mm h}^{-1}$
12) 58 km h^{-1}	a $\text{m } \mu\text{s}^{-1}$	$1,61 \times 10^{-5} \text{ m } \mu\text{s}^{-1}$
13) 0,913 atm	a mmHg	694 mmHg
14) 0,913 atm	a torr	694 Torr
15) 0,913 atm	a Pa	92510 Pa
16) 78 J	a cal	18,64 cal
17) 123 g cm^{-3}	a kg m^{-3}	$1,23 \times 10^5 \text{ kg m}^{-3}$

18) 123 g cm^{-3}	a mg mm^{-3}	$1,23 \times 10^2 \text{ mg mm}^{-3}$
19) 123 g cm^{-3}	a libra pulgada $^{-3}$	4,44 libra pulgada $^{-3}$

► Actividad 7

Si se determina la longitud de un objeto con la palma de la mano y ésta entra 5 veces y sobra una parte del objeto se dirá: (complete el espacio punteado)

- a) El objeto mide más de *cinco* palmas, pero menos de *seis* palmas.

Si utiliza otra unidad menor para medir esta parte del objeto que no pudo evaluar, tal como la pulgada y obtiene como resultado un valor intermedio entre 1 y 2 pulgadas, entonces se podrá decir:

- b) El objeto mide más de *cinco* palmas *una* pulgada pero menos de *cinco* palmas *dos* pulgadas.

► Actividad 9

Diga cuántas cifras significativas tienen los siguientes números:

a) 3,14159	(6 C.S.)	f) $0,040 \times 10^3$	(2 C.S.)	k) 10×10^3	(2 C.S.)
b) 0,00120	(3 C.S.)	g) $6,0 \times 10^{23}$	(2 C.S.)	l) $1,0 \times 10^4$	(2 C.S.)
c) 0,1	(1 C.S.)	h) 300000×10^3	(6 C.S.)	m) 1×10^4	(1 C.S.)
d) 0,10	(2 C.S.)	i) 300000×10^{-5}	(6 C.S.)	n) 10^4	(0 C.S.)
e) 02120	(4 C.S.)	j) $250,0 \times 10^{-8}$	(4 C.S.)	ñ) 10000	(5 C.S.)

► Actividad 11

2) Exprese con números de no más de dos cifras significativas, sin potencias de 10 y con la ayuda de los prefijos correspondientes, las siguientes cantidades:

- Distancia Córdoba - Buenos Aires (770 km): 0,77 Mm
- Diámetro de la Tierra (12.370 km): 12 Mm
- Velocidad de la luz ($299.792 \text{ km s}^{-1}$): 0,3 Gm s $^{-1}$
- Distancia Tierra - Sol (149,5 millones de km): 0,15 Tm
- Diámetro de un glóbulo rojo ($7,0 \times 10^{-6} \text{ m}$): 7 μm
- Frecuencia de emisión de Radio Universidad (580 kHz): 0,58 MHz

► Actividad 14

Resuelva los siguientes ejercicios. Trate de reflexionar al máximo sobre el posible significado de los conceptos de la última parte de esta lectura y su relación con las situaciones planteadas en los enunciados siguientes.

1) Un farmacéutico pesa un frasco contenido comprimidos en una balanza de platillos de brazos iguales. Se logra el equilibrio colocando las siguientes pesas en el otro platillo.

1 pesa de $(100,00 \pm 0,05)$ g

2 pesas de $(20,00 \pm 0,05)$ g

1 pesa de $(10,00 \pm 0,01)$ g

4 pesas de $(0,500 \pm 0,001)$ g

1 pesa de $(10,0 \pm 0,1)$ mg

a) Calcule la masa del objeto (en gramos): 152,01 g

b) Calcule la incerteza asociada con el resultado anterior: 0,2 g

c) Exprese esta incerteza en forma relativa y relativa porcentual: 0,001 y 0,1%

d) Exprese el resultado de la pesada en forma correcta y completa. $(152,0 \pm 0,2)$ g

f) Suponga que el mismo objeto se pesa en una balanza de fiambresía, de apreciación 10 g. Indique el valor que espera leer: $(15 \pm 1) \times 10^1$

► Actividad 15

Resuelva los siguientes ejercicios:

2) Calcule y exprese la incerteza relativa y la relativa porcentual de cada una de las siguientes mediciones. Compare sus resultados.

$(2,172 \pm 0,001)$ kg: 0,0005 y 0,05%

$(2,17 \pm 0,01)$ kg: 0,005 y 0,5%

$(2,2 \pm 0,1)$ kg: 0,05 y 5%

$(2,1723 \pm 0,0001)$ kg: 0,00005 y 0,005%

3) Redondear los siguientes números a 3, 4 y 5 cifras significativas:

3,14159 3,14 3,142 3,1416

2,17828 Hz 2,18 Hz 2,178 Hz 2,1783 Hz

1,709975 g 1,71 g 1,710 g 1,7100 g

1,259921 cm³ 1,26 cm³ 1,260 cm³ 1,2599 cm³

1,644034 Pa 1,64 Pa 1,644 Pa 1,6440 Pa

4) En una serie de experiencias se han obtenido los siguientes resultados:

Señale los resultados que están expresados incorrectamente y escríbalos en la forma correcta.

$B_1 = (2,3 \pm 0,2) \text{ N/m}$	Expresado correctamente
$B_2 = (2,7127 \pm 0,0843) \text{ N/m}$	La incerteza tiene tres cifras significativas - $B_2 = (2,71 \pm 0,08) \text{ N/m}$
$B_3 = (1,999 \pm 0,01) \text{ N/m}$	El valor y la incerteza deberían terminar en el mismo lugar decimal - $B_3 = (2,00 \pm 0,01) \text{ N/m}$
$B_4 = (8,35 \pm 0,01) \text{ N/m}$	Expresado correctamente
$B_5 = (18,353 \pm 1) \text{ N/m}$	El valor y la incerteza deberían terminar en el mismo lugar decimal - $B_5 = (18 \pm 1) \text{ N/m}$

- 5) El censo de 2001 estableció para la ciudad de Córdoba 3.052.747 habitantes. Suponga que esta cantidad es incierta en un 1 %. Discuta las posibles fuentes de esa incerteza.
- Calcule la incerteza absoluta: 3×10^4 habitantes
 - Exprese el resultado del censo de acuerdo con los criterios que hemos establecido como correctos: $(305 \pm 3) \times 10^4$ habitantes
- 6) Las balanzas analíticas tienen una apreciación de $1 \times 10^{-4} \text{ g}$. Suponga que se determina con ella que los cuerpos A y B pesan 119,2382 g y 450,9 mg respectivamente. Exprese correctamente los valores de las masas de ambos cuerpos, según lo que espera tener pesándolos en:
- Una balanza de fiambrería “analógica”, de apreciación 10 g: $(12 \pm 1) \times 10^1 \text{ g}$ y $(0 \pm 1) \times 10^1 \text{ g}$
 - Una balanza digital de supermercado, que tiene dos cifras decimales después de la coma, las que cambian de 0,25 en 0,25 (apreciación = 0,25 g): $(119,25 \pm 0,25) \text{ g}$ y $(0,50 \pm 0,25) \text{ g}$. Aquí podemos tomar una excepción a que la incerteza se exprese con dos cifras significativas.
 - Una balanza de precisión, de apreciación 1 mg, que indica el resultado en mg: $(119238 \pm 1) \text{ mg}$ y $(451 \pm 1) \text{ mg}$.
- 7) La velocidad promedio a la que se movió un cuerpo puede ser determinada de manera indirecta si se conocen la distancia que recorrió dicho cuerpo y el tiempo que tardó en recorrer esa distancia. En un experimento con animales, se determinaron los siguientes valores de distancias y tiempos con sus respectivas incertezas:

Animal	Distancia (m)	Tiempo (s)	Error rel. porc	Velocidad
Colibrí	$(10 \pm 3) \times 10^3$	3600 ± 5	28,6%	$(2,8 \pm 0,8) \text{ m s}^{-1}$
Caballo	300 ± 7	$15,4 \pm 0,2$	3,59%	$(19,5 \pm 0,7) \text{ m s}^{-1}$
Caracol	$8,37 \pm 0,01$	$60,5 \pm 0,5$	0,73%	$(0,138 \pm 0,001) \text{ m s}^{-1}$

- a) Calcule el error relativo porcentual de las medidas de distancia y tiempo en cada caso, y evalúe cuál de estas medidas se debería realizar con menor incertezza para mejorar la medición de velocidad.
 - b) Determine el valor de las diferentes velocidades con sus incertezas.
 - c) Calcule el error relativo porcentual de cada valor de velocidad.
- 8) Un frasco que contiene cápsulas de una vitamina pesa $(1,53 \pm 0,01)$ kg. Si se sabe que cada cápsula pesa $(0,745 \pm 0,005)$ g y el frasco que las contiene pesa $(30,0 \pm 0,5)$ g, calcule el número de cápsulas que contiene el frasco, con su incertezza. Recuerde que en este caso, por las condiciones del problema, tanto el número de cápsulas en el frasco, como la incertezza deben ser números enteros: $(201 \pm 3) \times 10$ cápsulas.

Actividades de autoevaluación integradoras

1) La velocidad de la luz (c) es de $299.792.458$ m s $^{-1}$

El valor de c en km h $^{-1}$ expresado con tres cifras significativas es:

c) $1,08 \times 10^9$

2) Una empresa cordobesa en promedio consume 3.000.000 calorías por el uso de artefactos a gas en temporadas invernales. Si los artefactos a gas se reemplazaran por artefactos eléctricos, el consumo equivalente en kWh es:

DATOS: 1 cal = 4,18 J

$$1 \text{ W} = 1 \text{ Js}^{-1}$$

b) 3,483

3) Un bioquímico en su laboratorio de microbiología necesita preparar 10 litros de agar nutritivo para el análisis de bacterias ambientales. Para ello, pesó 169,0980 g del agar utilizando una balanza analítica de apreciación 0,1 mg. Si la misma cantidad de agar es pesada con las siguientes balanzas:

I) Una balanza de fiambresía “analógica” de apreciación 10 g.

II) Una balanza digital cuya apreciación es de 0,01g.

III) Una balanza electrónica con escala digital de apreciación 1 mg.

La correcta expresión de las masas según las distintas determinaciones será, respectivamente:

b) $(17 \pm 1) \times 10^1$ g $(169,10 \pm 0,01)$ g $(169,098 \pm 0,001)$ g

- 4) En una balanza analítica, la incerteza absoluta de la pesada es 0,0002 g. Un farmacéutico dice haber pesado 100,0 mg de un medicamento en esa balanza.

La expresión correcta del resultado de la pesada y la incerteza asociada son, respectivamente:

- c) $(100,0 \pm 0,2) \times 10^{-3}$ g y la incerteza relativa porcentual es 0,2.

- 5) En el análisis de una muestra de orina se determinó su densidad utilizando dos densímetros comerciales y un densímetro patrón. Los resultados obtenidos, expresados en g/mL, se muestran en la siguiente tabla:

Densímetro del alumno 1 (D1)	Densímetro del alumno 2 (D2)	Densímetro patrón (DP)
1,17	1,15	1,183
1,15	1,16	1,182
1,19	1,14	1,184
1,18	1,15	1,186
1,20	1,14	1,189

De acuerdo a la densidad promedio para cada una de las series, se afirma que el valor obtenido en la serie:

- b) D1 es más exacto y menos preciso que el obtenido en la serie D2.

Unidad 7 - Ecuaciones

Contenidos: Ecuaciones lineales o de primer grado con una incógnita. Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado con una incógnita. Ecuaciones fraccionarias. Sistemas de Ecuaciones lineales.

Objetivo: Comprender cómo obtener la solución de un sistema de ecuaciones, tanto la resolución matemática en sí, como también cómo construir las ecuaciones a partir de un enunciado. Se revisarán los diferentes casos existentes de sistemas de ecuaciones.

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNuytiG7lOgCCQQNwE3NGYS6>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32330>

Introducción

Una ecuación matemática es una “igualdad que contiene una o más incógnitas”. Dicho en otras palabras, es una expresión en la cual hay una variable cuyo valor es desconocido... ¡y el reto es conocerlo! Para ello estas ecuaciones pueden ser resueltas utilizando diferentes herramientas matemáticas, muchas de las cuales ya conocemos.

Quizás sin darnos cuenta a diario resolvemos ecuaciones matemáticas de forma intuitiva. Analicemos la siguiente “situación problemática doméstica”:

“El domingo al mediodía vendrán a almorzar seis personas más a mi casa, en la que vivimos ya cuatro personas. Tengo pensado cocinar fideos y cada paquete informa que rinde cuatro porciones. ¿Cuántos paquetes de fideos tendré que cocinar el domingo?”.

Seguramente usted ya conoce la respuesta... ¿Cómo lo hizo? Existen muchos caminos o pasos para solucionar el problema, pero todos implican la resolución de una ecuación.

A medida que avanzamos en el presente curso, en unidades temáticas anteriores ya hemos resuelto ecuaciones matemáticas con el fin de obtener el valor de alguna incógnita. Recordemos algunos ejercicios resueltos en las unidades de Números Reales, Relaciones y Funciones y La Materia.

Resolución de situaciones problemáticas

Quizás uno de los puntos cruciales en la resolución de una situación problemática que implique lidiar con una ecuación matemática, sea la correcta interpretación del problema y expresarlo adecuadamente en términos matemáticos. No existe una única forma de abordar un problema, pero podemos citar una serie de pasos alternativos que nos pueden ayudar a resolverlo:

- 1) Leer y analizar detenidamente el escenario del problema. Es importante leer el enunciado completo antes de empezar a conjeturar una posible solución.
- 2) Listar aquello que se conoce y se desconoce. De esta manera estamos reconociendo cuáles son los datos con los que contamos y cuál/es es/son nuestra incógnita/s.
- 3) Expresar los datos que se tienen en forma matemática considerando la relación existente entre ellos.
- 4) Asociar las variables y plantear una expresión matemática para resolver el problema.
- 5) Resolver la expresión matemática
- 6) Analizar el resultado. Es importante realizar el análisis criterioso del resultado, pues éste debe ser consistente con lo que se pide en el enunciado del problema.

A continuación, se muestra un cuadro que muestra algunos ejemplos clásicos de cómo transformar un dato que se da en lenguaje coloquial en el enunciado de un problema a lenguaje

simbólico o matemático que puede ser de utilidad en la resolución de los problemas que se plantearán a lo largo de este ciclo.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
La suma de un número y su consecutivo	$x + (x + 1)$
Un número par	$2a$
La suma de tres números consecutivos	$x + (x + 1) + (x + 2)$
La mitad de un número	$\frac{1}{2}x \equiv \frac{x}{2}$
La cuarta parte de la diferencia entre dos números	$\frac{a - b}{4}$
El perímetro de un rectángulo	$2b + 2h$ ⁽¹⁾
El perímetro de un círculo	$\pi D = \pi 2r$ ⁽²⁾

⁽¹⁾ b : base, h : altura
⁽²⁾ D : diámetro, r : radio

Resolvamos el siguiente problema tratando de aplicar de alguna manera los pasos:

Problema:

En una obra vial se prolonga la extensión de una ruta. En una primera etapa se extiende la cuarta parte de lo previsto; en una segunda, la mitad de lo que falta y aún quedan por construir 15km. ¿Cuál es la extensión de la prolongación?

Resolución:

Si bien en este caso la incógnita es una distancia expresada en kilómetros, es decir x km, por una cuestión de simplicidad, en la resolución numérica del problema no se incluyen las unidades que dan sentido físico a la variable. Sin embargo, hay que tener en cuenta que siempre que el resultado numérico de un problema sea una magnitud, éste debe expresarse con su unidad correspondiente, tal como se vio en la unidad de Medición.

Luego de esta aclaración, leemos el texto e identificamos a la incógnita como la extensión total de la prolongación, la cual la llamamos x . La prolongación es realizada en etapas, las cuales son expresadas como fracciones de la longitud total prevista:

1º etapa: la cuarta parte de lo previsto, es decir $\frac{x}{4}$

2º etapa: la mitad de lo que falta. Dado que lo que falta equivale a $\left(x - \frac{x}{4}\right)$, la mitad de esto es

$$\frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{x}{4}\right)$$

3º etapa: 15 km.

Sabemos que la suma de lo que ya se construyó en cada etapa más lo que resta por construir es igual a la longitud total prevista de la prolongación, por lo tanto:

$$\frac{x}{4} + \left[\frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{x}{4} \right) \right] + 15 = x$$

Ahora estamos en condición de comenzar a resolver la ecuación que nos permitirá conocer longitud total prevista para la prolongación de la ruta.

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} + \left[\frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{x}{4} \right) \right] + 15 &= x \\ \frac{x}{4} + \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot x \right) \right] + 15 &= x \\ \frac{x}{4} + \left[\frac{3}{8} \cdot x \right] + 15 &= x \\ \frac{5}{8} \cdot x + 15 &= x\end{aligned}$$

Aplicando propiedad uniforme obtenemos:

$$15 = x - \frac{5}{8} \cdot x$$

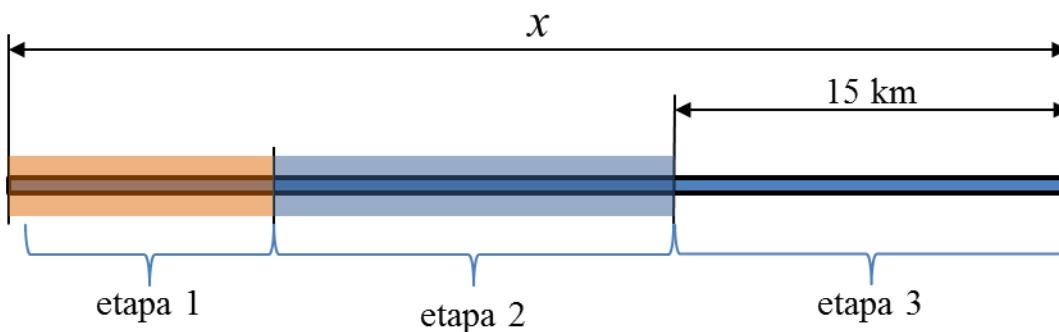
Resolviendo y aplicando nuevamente la propiedad uniforme arribamos a la solución del problema:

$$\begin{aligned}\frac{8 \cdot 15}{3} &= x \\ 40 &= x\end{aligned}$$

Note que, durante la resolución matemática, por comodidad, sólo hemos trabajado con números sin unidades y el resultado sólo es un número que carece de significado si no va acompañado con su respectiva unidad. Entonces la forma correcta de expresar la solución al problema es:

$$\text{Extensión de la prolongación} = x = 40 \text{ km}$$

En algunas ocasiones, para la resolución de una situación problemática, nos puede ayudar tratar de expresar de manera gráfica o esquemática los datos y la incógnita buscada. Si bien esto no siempre se puede hacer, en algunos casos puede ser de utilidad. Por ejemplo, para ayudarnos en la resolución del problema recién resuelto podríamos plantear un esquema del tipo:



$$\text{etapa } 1 = \frac{x}{4}$$

$$\text{etapa } 2 = \text{etapa } 3 = 15 \text{ km}$$

$$\text{etapa } 2 + \text{etapa } 3 = 30 \text{ km}$$

$$\text{etapa } 1 + \text{etapa } 2 + \text{etapa } 3 = x$$

entonces:

$$\frac{x}{4} + 30 = x$$

Resolviendo esta expresión llegaremos al mismo resultado que al que arribamos en la resolución mostrada anteriormente. Aquí queda también demostrado que no necesariamente existe un solo camino para resolver una ecuación, y que siguiendo diferentes razonamientos podemos arribar a "ecuaciones equivalentes", es decir que poseen la misma solución.

A la hora de resolver ecuaciones debemos tener en cuenta que muchas veces, cuando operamos para despejar una variable, podemos perder información. Por eso debemos estar atentos a las operaciones que realizamos, como se ejemplifica en el siguiente caso:

Calcule el valor de x .

$$\log(x^2) = 2$$

Podemos seguir diferentes caminos para resolver esta ecuación, por ejemplo, utilizando la definición de logaritmo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\log(x^2) &= 2 \\ 10^2 &= x^2 \\ 100 &= x^2 \\ \pm\sqrt{100} &= x \\ \pm 10 &= x\end{aligned}$$

Un camino alternativo sería utilizar una de las propiedades de logaritmo como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}\log(x^2) &= 2 \\ 2\log(x) &= 2 \\ \log(x) &= 1 \\ 10 &= x\end{aligned}$$

Note que no hemos llegado estrictamente al mismo resultado, pues en éste último x no puede valer -10 . Esto se debe a que al realizar el primer paso en el despeje de la variable debemos asumir que x es mayor que cero, pues como bien se sabe, el logaritmo de un número negativo no está definido en el conjunto de los números reales. Entonces, al asumir esta condición, estamos “perdiendo” información y posibles resultados.

También vale la pena mencionar que existe una sutil diferencia entre resolver una ecuación (o sistema de ecuaciones) y resolver un problema. Esta diferencia radica en la interpretación de los resultados. Si bien los mecanismos de resolución pueden ser los mismos la situación problemática viste de sentido físico al resultado numérico de la ecuación resuelta. Veamos la comparación entre los siguientes ejemplos simples.

Ejemplo 1: Resuelva la siguiente ecuación:

$$x^2 = 16$$

Resolución:

$$\begin{aligned}x &= \pm\sqrt{16} \\ x &= \pm 4\end{aligned}$$

Entonces el resultado de la ecuación es ± 4 .

Ejemplo 2: Resuelva el siguiente problema:

El área de un cuadrado es de 16 m^2 . Calcule la longitud de uno de sus lados.

Sabemos que el área de un cuadrado es lado al cuadrado, por lo que el mecanismo de resolución matemática es exactamente el mismo que en el ejemplo anterior, pero la solución del problema será distinta, pues el valor de la longitud del lado de un cuadrado debe ser un número positivo; un valor negativo carece de sentido físico.

Entonces la solución del problema es longitud = 4 m.

► Actividad 1

Analice los siguientes enunciados y plantee las ecuaciones que le permitan arribar a la solución:

- 1) La suma de un número y el triple de su opuesto es -18 . Calcúlelo.
- 2) En un triángulo isósceles el lado desigual es $\frac{2}{3}$ de uno de los congruentes. Sabiendo que el perímetro es 4,8 cm, calcule las medidas de los lados.
- 3) La mitad de un número natural multiplicada por su quinta parte es igual a 160. ¿Cuál es ese número?
- 4) Si al doble de un número le sumas su mitad resulta 90. ¿Cuál es el número?
- 5) Ana hizo un viaje en el coche, en el cual consumió 20 litros de nafta. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió $\frac{2}{3}$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba. ¿Cuántos litros de nafta tenía inicialmente?
- 6) Dos personas tienen 27 y 15 años de edad. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de la mayor sea cuatro tercios de la edad de la menor?

Sistema de ecuaciones

Cuando se relacionan entre sí dos ecuaciones con dos incógnitas cada una, se dice que forman un sistema de ecuaciones. En este apartado abordaremos específicamente un *sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas* (en las ecuaciones de primer grado u orden 1, el exponente de las variables es 1 y no hay multiplicaciones ni divisiones entre variables, éstas se relacionan entre sí sólo a través de sumas y restas). La solución de estos sistemas de ecuaciones es la intersección de los conjuntos solución de las ecuaciones individuales que lo forman. La intersección de estos conjuntos puede ser:

- Un número finito de pares ordenados ($x; y$) satisfacen las dos ecuaciones (en el caso de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, existe un único par). En este caso el sistema es **compatible o determinado**.
- El conjunto vacío, o sea que ningún par ordenado satisface a ambas ecuaciones. En este caso el sistema es **incompatible**.

- Un conjunto infinito, esto es: existen infinitos pares ordenados que satisfacen ambas ecuaciones simultáneamente. En este caso el sistema es **indeterminado**.

Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Existen distintos métodos analíticos para resolver sistemas de ecuaciones. Los métodos analíticos más intuitivos y utilizados en la resolución de ejercicios son quizás los métodos de igualación y sustitución. En ellos se opera utilizando las propiedades de los números reales estudiadas en la unidad de Números Reales. Además, empleando las herramientas aprendidas en Funciones Lineales, estos sistemas pueden ser resueltos gráficamente. A continuación, se resolverán distintos tipos de sistemas de ecuaciones utilizando estos métodos.

Estos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones pueden ser utilizados sistemáticamente para resolver sistemas compuestos por más de dos ecuaciones con más de dos variables. La condición para que un sistema de ecuaciones pueda ser resuelto es que debe estar compuesto por tantas ecuaciones como incógnitas; es decir se pueden resolver sistemas de n ecuaciones con n incógnitas.

Método de resolución por igualación

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

El método de resolución por igualación consiste en, inicialmente, despejar en ambas ecuaciones la misma variable. Por ejemplo, utilizando la propiedad uniforme, despejemos la variable x :

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ x = 10 - y \end{cases}$$

A partir de estas nuevas ecuaciones y aplicando la propiedad transitiva podemos plantear una nueva ecuación donde hay sólo una incógnita:

$$4 + y = 10 - y$$

Aplicando ahora nuevamente la propiedad uniforme despejamos el valor de la variable y :

$$y = 3$$

Ahora ya sabemos el valor de y que satisface a ambas ecuaciones. Sólo nos resta calcular cuál es el valor de x . Para ello sólo debemos reemplazar en cualquiera de las ecuaciones originales la variable y por el valor hallado y despejar x .

$$\begin{aligned}x - y &= 4 \\x - 3 &= 4 \\x &= 7\end{aligned}$$

Si la resolución es correcta el par ordenado $(x; y)$ debe satisfacer a ambas ecuaciones.

$$\begin{aligned}x + y &= 10 \\7 + 3 &= 10\end{aligned}$$

Una vez comprobado esto podemos concluir que el par ordenado $(7; 3)$ es solución del sistema de ecuaciones. Este sistema de ecuaciones posee un único par ordenado que satisface a ambas ecuaciones, por lo que es un sistema compatible o determinado.

Método de resolución por sustitución

Resolvamos ahora el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}y - x = x \\x - y = -2\end{cases}$$

El método de resolución por sustitución consiste en, inicialmente, despejar una variable en una de las ecuaciones. Por ejemplo, utilizando la propiedad uniforme, despejemos la variable y de la primera ecuación:

$$y = x + x = 2x$$

Ahora reemplazamos este valor de y en función de x hallado, en la segunda ecuación del sistema:

$$\begin{aligned}x - 2x &= -2 \\-x &= -2 \\x &= 2\end{aligned}$$

Así arribamos al valor de una de las variables. Reemplazando este variable por su valor en cualquiera de las ecuaciones originales y despejando obtendremos el valor de la variable faltante para completar el par ordenado solución del sistema.

$$\begin{aligned}y - x &= x \\y - 2 &= 2 \\y &= 4\end{aligned}$$

El par ordenado solución del sistema de ecuaciones es entonces (2; 4). Como ya se mencionó, a modo de herramienta de control, el par ordenado debe satisfacer ambas ecuaciones. En el último paso comprobamos que cumple con la primera de las ecuaciones, por lo que sólo resta comprobar que cumpla con la segunda:

$$\begin{aligned}x - y &= -2 \\2 - 4 &= -2\end{aligned}$$

Cabe destacar que en ambos ejemplos logramos llegar a un par ordenado que satisface a ambas ecuaciones, por lo que estos sistemas son **compatibles o determinados**.

Método de resolución gráfico

Si analizamos individualmente cada una de las ecuaciones que componen los sistemas mostrados anteriormente como ejemplo observamos que existen infinitos pares ordenados ($x; y$) que los satisfacen. Si graficáramos esos puntos en un sistema de ejes cartesianos, ¿qué obtendríamos? Tomemos como ejemplo el primer sistema de ecuaciones analizado:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

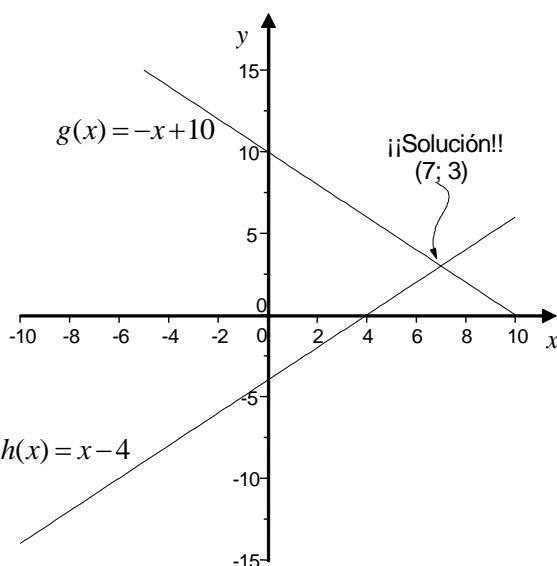
Reordenando las expresiones:

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -x + 10 \end{cases}$$

Ambas expresiones representan la ecuación de una recta, como se vio en Función Lineal, por lo que pueden expresarse como funciones que podemos graficar. Definamos entonces las dos funciones lineales que componen nuestro sistema:

$$\begin{aligned}h(x) &= x - 4 \\g(x) &= -x + 10\end{aligned}$$

Como se indicó anteriormente la solución de estos sistemas de ecuaciones es la intersección de los conjuntos solución de las ecuaciones individuales que lo forman. Gráficamente, la solución que satisface al sistema está dada por las coordenadas del punto intersección entre los dos conjuntos de pares de valores que satisfacen cada ecuación lineal, es decir, el punto de intersección entre las rectas.



Solución: $R \cap S = \{(7; 3)\}$

En función de lo descripto en Funciones Lineales, ¿cuántas rectas pueden pasar por un mismo punto? Teniendo en cuenta esto le proponemos que resuelva analíticamente y gráficamente y que analice los resultados de la siguiente actividad.

► Actividad 2

Resuelva analíticamente y gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 3 \\ -2x + y = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

¿Son estrictamente necesarias todas las ecuaciones para resolver el sistema?

¿Cuántas ecuaciones que satisfagan al par ordenado que es solución de este sistema existen?

Tipos de sistemas de ecuaciones

Sistema incompatible

Intentemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 3x - 6y = 12 \end{cases}$$

Operando en ambas ecuaciones para utilizar el método de resolución por igualación:

$$\begin{aligned}x - 2y &= 8 \\x &= 8 + 2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x - 6y &= 12 \\3x &= 12 + 6y \\x &= 4 + 2y\end{aligned}$$

Ahora, igualando las expresiones y operando:

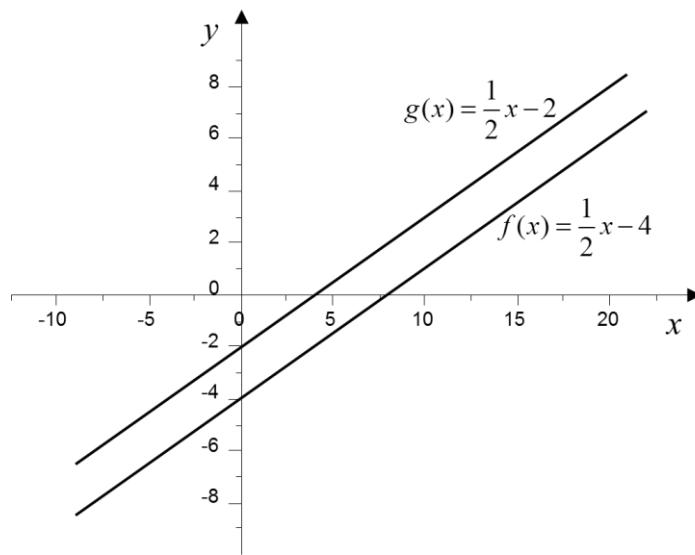
$$\begin{aligned}8 + 2y &= 4 + 2y \\8 - 4 &= 2y - 2y \\4 &= (2 - 2)y \\4 &= 0 \cdot y\end{aligned}$$

Como podemos observar, luego de operar llegamos a una expresión que no se puede cumplir, ya que no existe un número que multiplicado por cero de cuatro. En este caso, entonces no habrá ningún par ordenado que satisfaga a ambas ecuaciones; estamos frente a un caso de un sistema de ecuaciones incompatibles.

Resolviendo este mismo ejemplo de manera gráfica nos ayudará a comprender este tipo de sistemas.

Podemos operar sobre las ecuaciones para transformarlas en expresiones más familiares para poder luego graficarlas en un sistema de ejes cartesianos como funciones lineales:

$$\begin{cases}y = \frac{1}{2}x - 4 \\y = \frac{1}{2}x - 2\end{cases}$$



En el gráfico podemos observar que las rectas no se cruzan nunca, son paralelas, pues tienen la misma pendiente, por lo que no existe un par ordenado (un punto en el gráfico) que pertenezca al mismo tiempo a ambas rectas. La solución del sistema es la intersección de las rectas, que en este caso es un conjunto vacío. Decimos entonces que este sistema de ecuaciones es incompatible.

Sistema indeterminado

Intentemos resolver ahora el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -6x + 3y = 12 \end{cases}$$

Utilicemos el método de resolución por sustitución. Despejado x de la primera expresión:

$$\begin{aligned} 2x - y &= -4 \\ 2x &= y - 4 \\ x &= \frac{1}{2}y - 2 \end{aligned}$$

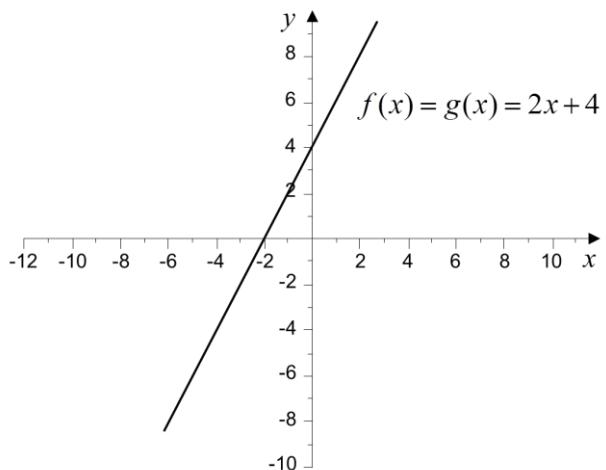
Ahora reemplazemos esta expresión en la segunda ecuación y calculemos el valor de y .

$$\begin{aligned} -6x + 3y &= 12 \\ -6 \cdot \left(\frac{1}{2}y - 2 \right) + 3y &= 12 \\ -3y + 12 + 3y &= 12 \\ 0 \cdot y &= 0 \end{aligned}$$

Llegamos a una expresión en la que igualdad es satisfecha independientemente del valor que y adopte. Esto indica que no habrá un único par ordenado que satisfaga el sistema de ecuaciones, por el contrario, habrá infinitos.

Analicemos este ejemplo gráficamente. Operando sobre las ecuaciones las expresamos de manera que podamos graficarlas en un sistema de ejes cartesianos como funciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -6x + 3y = 12 \end{cases} \text{ es equivalente a } \begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$$



Las rectas para ambas ecuaciones son coincidentes, por lo tanto, hay infinitos pares que satisfacen a ambas ecuaciones. La intersección de las rectas es el conjunto de esos infinitos pares, por lo que el sistema es indeterminado.

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones propuestos utilizando los diferentes métodos presentados.

► Actividad 3

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = -1 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5x - 6y = 6 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x + 2 = y \\ x + y = -3 \end{cases}$$

Sistemas de n ecuaciones con n incógnitas

Como se mencionó con anterioridad utilizando los métodos de resolución analítica descriptos es posible resolver sistemas de n ecuaciones con n incógnitas. El mecanismo consiste en ir “eliminando” variables por sustitución o eliminación hasta llegar a una expresión en función de sólo una variable para obtener el primer valor numérico. Una vez obtenido este valor, se lo

reemplaza en las ecuaciones originales convirtiéndose el sistema en un sistema de $(n-1)$ ecuaciones con $(n-1)$ incógnitas. Veamos el siguiente ejemplo resuelto.

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

Llamemos (a), (b) y (c) a la primera, segunda y tercera ecuación del sistema, respectivamente. Utilizando el método de resolución por sustitución, de (a) tenemos que:

$$x = 1 + z - y$$

Reemplazando esta expresión para x en las ecuaciones (b) y (c) nos quedan dos ecuaciones en función de dos variables, z e y , las cuales pueden ser resueltas como lo hicimos hasta ahora.

$$\begin{cases} 3(1+z-y) + 2y + z = 1 \\ 5(1+z-y) + 3y + 4z = 2 \end{cases} \equiv \begin{cases} 4z - y = -2 \\ 9z - 2y = -3 \end{cases}$$

Llamemos (d) y (e) a la primera y segunda ecuación del nuevo sistema, respectivamente. Despejando y de (d):

$$y = 4z + 2$$

y reemplazando y y resolviendo en (e):

$$\begin{aligned} 9z - 2(4z + 2) &= -3 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

Habiendo obtenido el valor de z , se lo puede reemplazar en (d) o en (e) para obtener el valor correspondiente a y .

$$\begin{aligned} 4(1) - y &= -2 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

Ya con los valores de z e y podemos volver a la ecuación (a) y reemplazar para calcular el valor de x .

$$\begin{aligned} x + 6 - 1 &= 1 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

En la siguiente actividad se preponen algunos sistemas de n ecuaciones con n incógnitas para ser resueltos.

► Actividad 4

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1) \begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-3y+5z=-6 \\ 3x+y-5z=6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} a-b+c=4 \\ 3a-5b+2c=16 \\ 5a+4b-3c=2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x+y-z=2 \\ x-2y+z=0 \\ 2x+3y-4z=-4 \end{cases}$$

Resolución de situaciones problemáticas

Como ya se mencionó anteriormente, la resolución de situaciones problemáticas implica la comprensión de un enunciado y la capacidad de transformar los datos consignados de manera coloquial a lenguaje simbólico o matemático. En definitiva, debemos ser capaces de construir el sistema de ecuaciones representativo del problema para poder resolverlo aplicando cualquiera de los métodos que ya conocemos.

Tratemos de resolver este primer problema juntos. Lo primero es tratar de comprender el texto y luego asociar las distintas variables en un sistema de ecuaciones de tal forma que nos permita arribar a la solución deseada.

Problema: Una de las hijas de una familia dice que tiene tantos hermanos como hermanas, y uno de sus hermanos dice que tiene el doble de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos hijos y cuántas hijas tiene la familia?

Resolución: Llamemos v al número de varones y m al de mujeres. En este sistema, las variables v y m representan a las incógnitas que plantea como interrogante el enunciado.

La primera de las ecuaciones viene dada por lo que dice una de las hijas de la familia: "...dice que tiene tantos hermanos como hermanas...". Entonces el número de mujeres será igual al número de varones más uno (teniendo en cuenta a la mujer que aporta el dato). Esto es:

$$m = v + 1$$

La segunda ecuación viene dada por lo que aporta uno de los hijos: “...dice que tiene el doble de hermanas que de hermanos”. Entonces el número de mujeres será dos veces el número de varones menos uno (descontando al hermano que aporta el dato y no se cuenta). Esto es:

$$m = 2(v-1)$$

Teniendo expresadas las dos ecuaciones que definen nuestro sistema estamos en condiciones de empezar a resolver matemáticamente.

$$\begin{cases} v+1=m \\ 2(v-1)=m \end{cases}$$

Utilizando cualquiera de los métodos de resolución podremos arribar a la solución.

Lo importante ahora es asociar un significado a cada solución.

Para que esto sea realmente resuelto lo invitamos a reflexionar acerca de las siguientes preguntas:

¿Cuál es el significado real de cada variable m y v ?

Si analizamos la representación gráfica de las dos ecuaciones lineales, ¿Se podrá encontrar la misma solución?

Justifique la falta de validez de la siguiente **supuesta** solución: $(m; v) = (-3; 2)$.

Para que usted ingrese al maravilloso mundo de construir sus propios enunciados, le proponemos que modifique el enunciado de tal manera que la solución sea: 4 mujeres y 2 varones.

Los problemas que se muestran a continuación requieren para su resolución la construcción de sistemas de ecuaciones. Resuélvalos teniendo en cuenta las recomendaciones brindadas. Realice la comprobación del resultado reemplazando en las ecuaciones originales las variables por los valores del par ordenado solución obtenido. Analice criteriosamente la validez de los resultados respecto del enunciado planteado.

► Actividad 5

- 1) Averigüe un número de dos cifras sabiendo que la cifra de las decenas supera en 6 a la de las unidades y ésta es la cuarta parte de la cifra de las decenas.

- 2) Calcule las edades de dos hermanos sabiendo que la razón de las mismas es $\frac{4}{5}$ y dentro de 6 años será $\frac{6}{7}$.
- 3) Encuentre dos números tales que su diferencia es $\frac{7}{5}$ y su razón $-\frac{2}{5}$.
- 4) Halle la base y la altura de un rectángulo sabiendo que, si se aumenta en 5 unidades la base y se disminuye en 1 la altura, el área no varía y que la base inicial supera a la altura inicial en 4 unidades.
- 5) En un corral con aves y conejos hay 23 cabezas y 60 patas. ¿Cuántas aves y cuántos conejos hay?
- 6) Se tiene un cuadrado C. Sabiendo que, si su lado se incrementa en 2 cm para formar otro cuadrado, su área se incrementa en 36 cm^2 . ¿Cuál es el área del cuadrado C?
- 7) La presión de un gas A es cinco veces la de otro B, y sumadas dan 24 atm. ¿Cuál es la presión de cada gas?
- 8) El recorrido de un camino se realizó en dos tramos de igual longitud. Completar el primer tramo a velocidad constante requirió tres horas. Recorrer el segundo tramo incrementando la velocidad en 20 km h^{-1} requirió dos horas. ¿Cuántos kilómetros se recorrieron en total?
- 9) El área de un rectángulo es 4 m^2 . Calcule las dimensiones del rectángulo sabiendo que, si a la longitud de la base la incrementamos en 1 m y a la altura la disminuimos en 2 m, el área del nuevo rectángulo sigue siendo 4 m^2 .
- 10) Los grados Celsius y Fahrenheit están relacionados por la ecuación ${}^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9}({}^{\circ}\text{F} - 32)$. ¿Qué temperatura hay, si la misma medida en grados Celsius es la mitad que medida en grados Fahrenheit?
- 11) Un automovilista salió de Villa Médanos rumbo a Pampa Seca, recorriendo durante la primera hora el 30% del trayecto; durante los 60 minutos siguientes cubrió las dos séptimas partes del camino, tras lo cual se detuvo y preguntó a una persona que por allí pasaba, cuánto le faltaba aún para llegar a Pampa Seca. La respuesta que recibió fue 58 km. ¿Cuál es la distancia entre las dos localidades?
- 12) Para comprobar si su hijo Hernán estudiaba sus lecciones de álgebra, el Sr. Fernández le dijo una noche que le daría \$8 por cada problema que resolviera acertadamente de los deberes que le daba el profesor, y que deduciría \$5 por cada problema mal resuelto. Esa semana los problemas fueron 26. El sábado, el Sr. Fernández le preguntó a su hijo cuánto dinero debía darle, Hernán respondió: “Nada papá, estamos a mano”. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente y en cuántos se equivocó?
- 13) Un químico mide los volúmenes de cinco muestras. El promedio de esos volúmenes es 6 mL, y si se toman sólo las primeras cuatro muestras el promedio da 7 mL. ¿Cuál es el volumen de la muestra restante?
- 14) La Sra. Villar envió a su hija al supermercado a comprar algunas cosas, dándole \$20. Cuando Melisa regreso, le devolvió a su mamá \$1 y a las preguntas de ésta sobre los gastos, la pequeña respondió: “El queso me costó \$5 menos que la lata de atún y \$4 más que la harina” ¿Cuánto pagó Melisa por el queso, la harina y la lata de atún?

Sistemas de ecuaciones mixtos

Cuando al menos una de las incógnitas en las ecuaciones del sistema presenta un grado mayor a uno, decimos que el sistema es de tipo mixto. Consideremos ahora el siguiente ejemplo:

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$$

Resolvamos este sistema por sustitución:

Aplicando la propiedad uniforme a la primera ecuación obtenemos la expresión de x en función de y :

$$x = 1 - 2y$$

Reemplazamos x en la segunda:

$$\begin{aligned} (1-2y)^2 + y^2 &= 2 \\ 1-4y+4y^2 + y^2 &= 2 \\ 5y^2 - 4y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

En este punto llegamos a una situación en donde tenemos una expresión cuadrática igualada a cero. Cuando se estudió función cuadrática se desarrolló el método de resolución de estas expresiones. Repase además cómo resolvió el problema 10 de la actividad anterior. Resolviendo entonces esta de segundo grado en y :

$$\begin{aligned} y_1 &= 1 \\ y_2 &= -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

Por sustitución de los valores de y en la primera ecuación, se obtienen dos pares ordenados que son solución del sistema:

$$\begin{aligned} \text{solución } 1 &: (-1; 1) \\ \text{solución } 2 &: \left(\frac{7}{5}; -\frac{1}{5}\right) \end{aligned}$$

Note que en los sistemas de dos ecuaciones de primer grado se obtenía como solución solo un par ordenado, que gráficamente representaba el punto intersección de las rectas definidas por cada ecuación; este sistema posee dos pares ordenados solución.

Realicemos ahora la representación gráfica de las relaciones asociadas al sistema y encontremos las intersecciones. Para facilitar la representación gráfica podemos reacomodar las expresiones despejando y para que quede en función de x .

La primera ecuación adopta la siguiente forma:

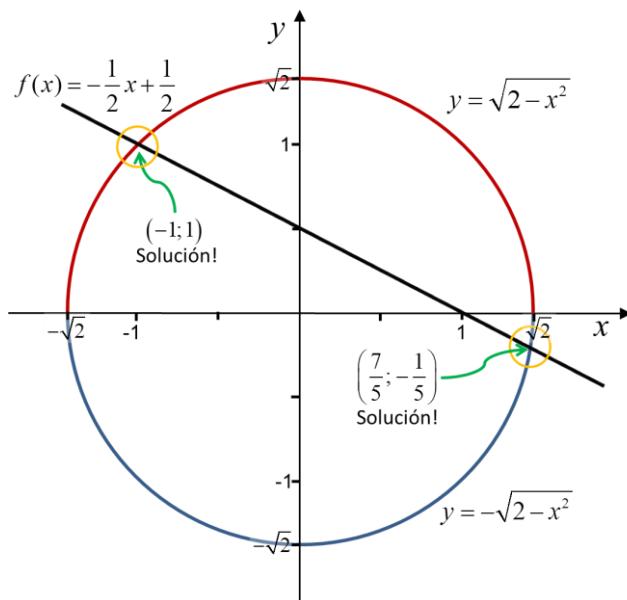
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

Esta es una expresión familiar, ya que es la ecuación de una recta. Veamos qué sucede con la segunda:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 2 \\ y^2 &= 2 - x^2 \\ \pm y &= \sqrt{2 - x^2} \\ y &= \pm \sqrt{2 - x^2} \end{aligned}$$

Al realizar el segundo paso en el despeje recuerde lo aprendido en propiedades de la radicación en R. Note que, para un mismo valor de x , y tomará el mismo valor absoluto, pero con distinto signo. ¿Será entonces esta relación una función? Para responder esta pregunta usted puede repasar el concepto de función.

Entonces la representación gráfica de estas ecuaciones es la siguiente:



Podemos ver que la representación gráfica de la segunda ecuación es una circunferencia de radio $r = \sqrt{2}$, formada por la suma de dos semicircunferencias de valores positivos y negativos de y . La recta definida por la función lineal corta a la circunferencia en dos puntos, los cuales corresponden a los pares ordenados solución del sistema.

Analicemos ahora sistema de ecuaciones del siguiente ejemplo:

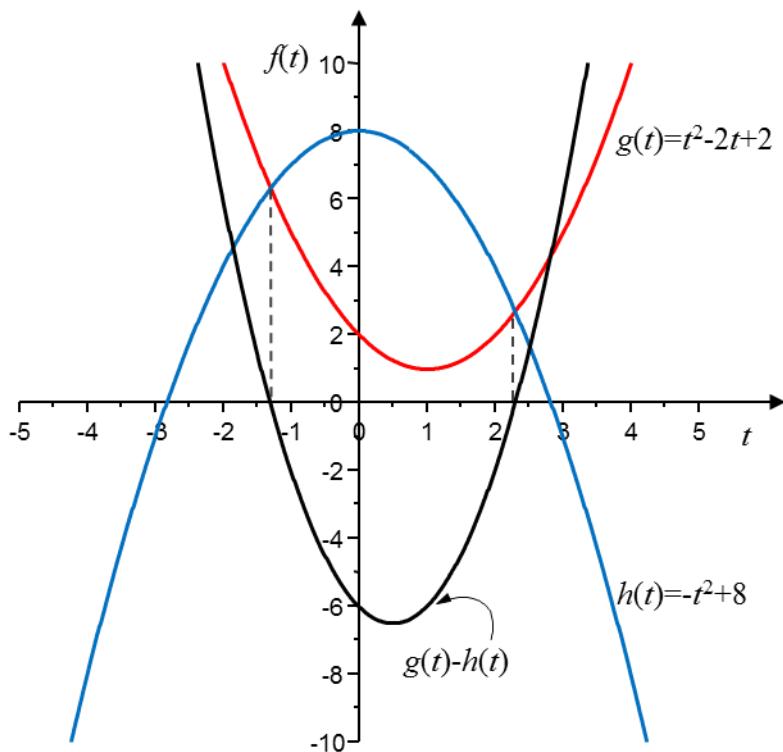
$$\begin{cases} -t^2 - y = -8 \\ -t^2 + y = -2t + 2 \end{cases}$$

Veamos la representación de las dos funciones cuadráticas e incluiremos la representación función que resulta de restar ambas funciones. Entonces tenemos:

$$h(t) = -t^2 + 8$$

$$g(t) = t^2 - 2t + 2$$

$$g(t) - h(t) = 2t^2 - 2t - 6$$



¿Qué significado puede Ud. encontrar en el hecho de que la función $g(t) - h(t)$ presente como raíces las abscisas de los puntos de intersección entre las dos paráolas?

Un sistema de ecuaciones mixto no necesariamente está formado por ecuaciones de primer y segundo grado. Por el contrario, pueden estar presentes todo tipo de relación matemática, como se exemplifica a continuación:

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones mixto.

$$\begin{cases} \log_x(y) = 2 \\ y - 2x = 3 \end{cases}$$

Por definición de logaritmo a partir de la primera ecuación llegamos a la siguiente expresión:

$$x^2 = y$$

Reemplazando en la segunda ecuación y reordenando:

$$0 = -x^2 + 2x + 3$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado en x obtenemos:

$$\begin{aligned} x_1 &= -1 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Para calcular el valor de y sólo nos resta remplazar los valores de x en las ecuaciones originales. Note que la incógnita x es la base de un logaritmo, por lo que ésta no puede tomar valores negativos ni cero. Por esta razón sólo será tomado como válido el valor de x_2 :

$$\begin{aligned} \log_3(y) &= 2 \\ 3^2 &= y \\ 9 &= y \end{aligned}$$

Una vez que hayamos corroborado los valores obtenidos en las ecuaciones originales estaremos en condiciones de decir que el par ordenado solución del problema es (3; 9).

A continuación, encontrará diversos sistemas de ecuaciones mixtos. Resuélvalos y compruebe en cada caso las soluciones encontradas.

► Actividad 6

Resuelva los siguientes sistemas. Es importante notar que obtener un resultado numérico no basta para afirmar que el sistema tenga solución. Siempre debe verificarse que esa solución resuelva las ecuaciones iniciales de una forma válida.

$$1) \begin{cases} y + x^2 = 2x \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 2 - (x + y) \\ (x - y)(x + y) = y^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (x + y)^2 = y(y + 2x) + 4 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3^t \cdot 3^v = 9 \\ t \cdot v = 55^{(1-\frac{2}{4}, 2)} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log_{10}(x - 1) = 0 \\ \frac{x}{y} = y \end{cases}$$

Inecuaciones

Hasta el momento hemos resuelto situaciones en las que trabajamos con igualdades, es decir expresiones matemáticas (en algunos casos, enunciado de por medio) en donde dos partes de esta expresión se relacionan con un signo “igual”. Sin embargo, muchas veces nos encontraremos con situaciones problemáticas cuya solución no es una igualdad o resultado numérico único, sino más bien un conjunto de valores que se hallan acotados por ciertas condiciones. Estas condiciones son por lo general un “mayor a” y/o “menor a”. La expresión matemática simbólica de este tipo de problemas se denomina inecuación y su resolución está íntimamente relacionada con el tema Relación de Orden en R, en la unidad temática de Números Reales. Veamos algunos ejemplos resueltos.

Ejemplo:

Resolver la siguiente inecuación:

$$2(x+1)-3 < x-7$$

La forma de resolver esta inecuación es empleando las mismas herramientas que utilizamos para la resolución de ecuaciones, con el cuidado necesario de algunos casos puntuales, como veremos a continuación. Entonces los pasos para resolver esta inecuación podrían ser los siguientes:

- i) $2(x+1)-3 < x-7$
- ii) $2x+2-3+7 < x$
- iii) $6 < -x$
- iv) $-6 > x$

Note que en el último paso de la resolución de la inecuación se utilizó la propiedad uniforme multiplicando ambos lados de la desigualdad por -1 . Al hacerlo se cambia el signo por su opuesto, es decir que en este caso cambia de menor a mayor. El resultado de esta inecuación es entonces que x es menor que -6 . Este resultado puede ser expresado gráficamente:



► Actividad 7

Resuelva las siguientes inecuaciones:

- 1) En una reunión hay veinte familias, cada una de ellas integrada por: dos adultos, al menos un niño y a lo sumo cuatro. Averigüe entre qué números está comprendida la cantidad de presentes.
- 2) Halle los pares de números naturales consecutivos tales que su suma esté comprendida entre 39 y 49 (sin incluirlos).
- 3) La medida del perímetro de un rectángulo debe estar comprendida entre 48 m y 80. Sabiendo que la altura no supera a 8 m, exprese mediante inecuaciones las condiciones, represente la solución y proponga tres pares de números enteros para las medidas de la base y la altura.

Autoevaluación

- 1) Un químico gastó la sexta parte de una muestra en el ensayo N°1, la doceava parte del total en el ensayo N°2, la tercera parte del total en el ensayo N°3 y aún le quedan $\frac{5}{2}$ g. El peso de la muestra original era:

- a) 7 g b) 12 g c) 5 g d) 6 g

2) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones

$$I \begin{cases} 2x - y = -4 \\ -6x + 3y = 12 \end{cases}$$

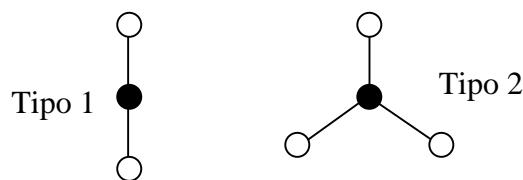
$$II \begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$$

$$III \begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Se puede afirmar que

- a) I y II son sistemas que tienen infinitas soluciones
- b) Sólo I tiene solución única
- c) Sólo III tiene solución única
- d) II y III son sistemas que tiene solución única

3) Suponga que se tienen dos cajas, una con 360 bolitas negras y la otra con 930 bolitas blancas, y se quieren armar las siguientes estructuras:



El número máximo de estructuras de cada tipo que se pueden armar es:

- a) 180 de tipo 1 y 180 de tipo 2
- b) 150 de tipo 1 y 210 de tipo 2
- c) 210 de tipo 1 y 150 de tipo 2
- d) No es posible utilizar todas las bolitas de ambos colores sin que sobre ninguna

4) Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = a \end{cases}$$

Las expresiones de x que satisfacen este sistema de ecuaciones son:

a) $x_1 = 1 \quad x_2 = a$

c) $x_1 = -1 + \sqrt{a} \quad x_2 = -1 - \sqrt{a}$

b) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4a}}{2} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4a}}{2}$

d) $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5a}}{2} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5a}}{2}$

5) La altura (h) para una serie de triángulos puede ser descripta como $4 \leq h \leq 6$ y la base (b) como $8 \leq b \leq 10$. ¿Cuál de las siguientes es la mejor descripción de las áreas (A) para esa serie de triángulos?

a) $32 \leq A \leq 30$

b) $32 \leq A \leq 48$

c) $16 \leq A \leq 30$

d) $16 \leq A \leq 60$

Contenido

UNIDAD 7 - ECUACIONES.....	1
VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
INTRODUCCIÓN	2
RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS	2
Actividad 1	7
SISTEMA DE ECUACIONES	7
<i>Resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas</i>	8
<i>Método de resolución por igualación</i>	8
<i>Método de resolución por sustitución</i>	9
<i>Método de resolución gráfico.....</i>	10
Actividad 2	11
TIPOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES	11
<i>Sistema incompatible</i>	11
<i>Sistema indeterminado.....</i>	13
Actividad 3	14
SISTEMAS DE N ECUACIONES CON N INCÓGNITAS.....	14
Actividad 4	16
RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS	16
Actividad 5	17
SISTEMAS DE ECUACIONES MIXTOS.....	19
Actividad 6	22
INECUACIONES.....	23
Actividad 7	24
AUTOEVALUACIÓN.....	24

Unidad 7 – Ecuaciones – Respuestas a actividades

► Actividad 1

Analice los siguientes enunciados y plantee las ecuaciones que le permitan arribar a la solución:

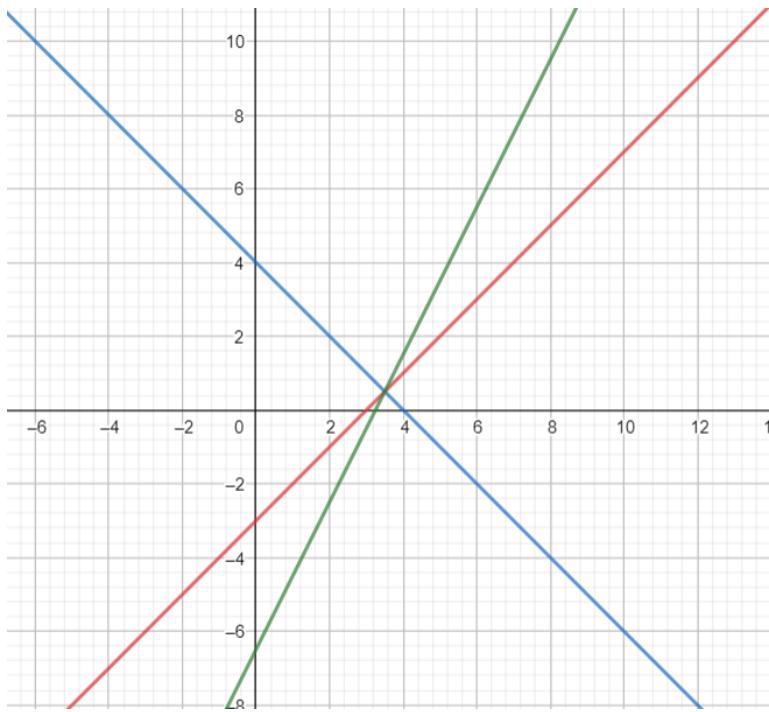
- 1) La suma de un número y el triplo de su opuesto es -18 . Calcúlelo: El número es 9
- 2) En un triángulo isósceles el lado desigual es $\frac{2}{3}$ de uno de los congruentes. Sabiendo que el perímetro es $4,8$ cm, calcule las medidas de los lados: Los lados miden $1,8$ cm ($\frac{9}{5}$ cm), $1,8$ cm ($\frac{9}{5}$ cm) y $1,2$ cm ($\frac{6}{5}$ cm)
- 3) La mitad de un número natural multiplicada por su quinta parte es igual a 160 . ¿Cuál es ese número?: El número es 40
- 4) Si al doble de un número le sumas su mitad resulta 90 . ¿Cuál es el número?: El número es 36
- 5) Ana hizo un viaje en el coche, en el cuál consumió 20 litros de nafta. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió $2/3$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba. ¿Cuántos litros de nafta tenía inicialmente?: Ana tenía 24 litros de nafta
- 6) Dos personas tienen 27 y 15 años de edad. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de la mayor sea cuatro tercios de la edad de la menor?: Deben transcurrir 21 años

► Actividad 2

Resuelva analíticamente y gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 3 \\ -2x + y = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

$$R: \left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2} \right)$$



¿Son estrictamente necesarias todas las ecuaciones para resolver el sistema?: No son necesarias las 3 ecuaciones

¿Cuántas ecuaciones que satisfagan al par ordenado que es solución de este sistema existen?: Solo son necesarias 2 de ellas.

► Actividad 3

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{R: } (1; -1)$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{R: } \left(5; \frac{15}{2}\right)$$

$$3) \begin{cases} -\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = -1 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\text{R: } (3; 5)$$

$$4) \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

R: No tiene solución

$$5) \begin{cases} 5x - 6y = 6 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\text{R: } \left(\frac{6}{7}; -\frac{2}{7}\right)$$

$$6) \begin{cases} x + 2 = y \\ x + y = -3 \end{cases}$$

$$\text{R: } \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

► Actividad 4

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1) \begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-3y+5z=-6 \\ 3x+y-5z=6 \end{cases} \quad R: x=\frac{11}{23}; y=\frac{55}{46}; z=-\frac{31}{46}$$

$$2) \begin{cases} a-b+c=4 \\ 3a-5b+2c=16 \\ 5a+4b-3c=2 \end{cases} \quad R: a=2; b=-2; c=0$$

$$3) \begin{cases} 2x+y-z=2 \\ x-2y+z=0 \\ 2x+3y-4z=-4 \end{cases} \quad R: x=\frac{14}{9}; y=\frac{8}{3}; z=\frac{34}{9}$$

► Actividad 5

- 1) Averigüe un número de dos cifras sabiendo que la cifra de las decenas supera en 6 a la de las unidades y ésta es la cuarta parte de la cifra de las decenas: El número es 82
- 2) Calcule las edades de dos hermanos sabiendo que la razón de las mismas es $\frac{4}{5}$ y dentro de 6 años será $\frac{6}{7}$: Las edades son 12 y 15 años
- 3) Encuentre dos números tales que su diferencia es $\frac{7}{5}$ y su razón $-\frac{2}{5}$: Los números son $\frac{2}{5}$ y -1 .
- 4) Halle la base y la altura de un rectángulo sabiendo que, si se aumenta en 5 unidades la base y se disminuye en 1 la altura, el área no varía y la base inicial supera a la altura inicial en 4 unidades: La altura del rectángulo es igual a $\frac{9}{4}$ y la altura es igual a $\frac{25}{4}$.
- 5) En un corral con aves y conejos hay 23 cabezas y 60 patas. ¿Cuántas aves y cuántos conejos hay?: Hay 16 aves y 7 conejos
- 6) Se tiene un cuadrado C. Sabiendo que, si su lado se incrementa en 2 cm para formar otro cuadrado, su área se incrementa en 36 cm^2 . ¿Cuál es el área del cuadrado C?: El área del cuadrado es igual a 64

- 7) La presión de un gas *A* es cinco veces la de otro *B*, y sumadas dan 24 atm. ¿Cuál es la presión de cada gas?: La presión del gas *A* es igual a 20 atm y la del gas *B* es igual a 4 atm
- 8) El recorrido de un camino se realizó en dos tramos de igual longitud. Completar el primer tramo a velocidad constante requirió tres horas. Recorrer el segundo tramo incrementando la velocidad en 20 km h⁻¹ requirió dos horas. ¿Cuántos kilómetros se recorrieron en total?: Se recorrieron en total 240 km (120 km de ida y 120 km de vuelta)
- 9) El área de un rectángulo es 4 m². Calcule las dimensiones del rectángulo sabiendo que, si a la longitud de la base la incrementamos en 1 m y a la altura la disminuimos en 2 m, el área del nuevo rectángulo sigue siendo 4 m²: La base del rectángulo mide 1 m y la altura 4 m
- 10) Los grados Celsius y Fahrenheit están relacionados por la ecuación ${}^{\circ}C = \frac{5}{9}({}^{\circ}F - 32)$. ¿Qué temperatura hay, si la misma medida en grados Celsius es la mitad que medida en grados Fahrenheit?: La temperatura es igual a 160 °C (320 °F)
- 11) Un automovilista salió de Villa Médanos rumbo a Pampa Seca, recorriendo durante la primera hora el 30% del trayecto; durante los 60 minutos siguientes cubrió las dos séptimas partes del camino, tras lo cual se detuvo y preguntó a una persona que por allí pasaba, cuánto le faltaba aún para llegar a Pampa Seca. La respuesta que recibió fue 58 km. ¿Cuál es la distancia entre las dos localidades?: La distancia es igual a 140 km
- 12) Para comprobar si su hijo Hernán estudiaba sus lecciones de álgebra, el Sr. Fernández le dijo una noche que le daría \$8 por cada problema que resolviera acertadamente de los deberes que le daba el profesor, y que deduciría \$5 por cada problema mal resuelto. Esa semana los problemas fueron 26. El sábado, el Sr. Fernández le preguntó a su hijo cuánto dinero debía darle, Hernán respondió: “Nada papá, estamos a mano”. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente y en cuántos se equivocó?: Resolvió correctamente 10 problemas y se equivocó en 16 problemas.
- 13) Un químico mide los volúmenes de cinco muestras. El promedio de esos volúmenes es 6 mL, y si se toman sólo las primeras cuatro muestras el promedio da 7 mL. ¿Cuál es el volumen de la muestra restante?: El volumen de la muestra restante es igual a 2 mL
- 14) La Sra. Villar envió a su hija al supermercado a comprar algunas cosas, dándole \$20. Cuando Melisa regresó, le devolvió a su mamá \$1 y a las preguntas de ésta sobre los gastos, la pequeña respondió: “El queso me costó \$5 menos que la lata de atún y \$4 más que la harina” ¿Cuánto pagó Melisa por el queso, la harina y la lata de atún?: Melisa pago por el queso \$6, por la harina \$2 y por la lata de atún \$11

► Actividad 6

Resuelva los siguientes sistemas. Es importante notar que obtener un resultado numérico no basta para afirmar que el sistema tenga solución. Siempre debe verificarse que esa solución resuelva las ecuaciones iniciales de una forma válida.

$$1) \begin{cases} y + x^2 = 2x \\ x - y = 6 \end{cases}$$

R: (3; -3) y (-2; -8)

$$2) \begin{cases} x + y = 2 - (x + y) \\ (x - y)(x + y) = y^2 \end{cases}$$

R: $(2 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$ y $(2 + \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2})$

$$3) \begin{cases} (x + y)^2 = y(y + 2x) + 4 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$$

R: (2; 0) y (-2; 0)

$$4) \begin{cases} 3^t \cdot 3^v = 9 \\ t \cdot v = 55^{(1-\frac{2}{4}, 2)} \end{cases}$$

R: (1; 1)

$$5) \begin{cases} \log_{10}(x-1) = 0 \\ \frac{x}{y} = y \end{cases}$$

R: $(2; -\sqrt{2})$ y $(2; \sqrt{2})$

► Actividad 7

Resuelva las siguientes inecuaciones:

- 1) En una reunión hay veinte familias, cada una de ellas integrada por: los padres, al menos un hijo y a lo sumo cuatro hijos. Averigüe entre qué números está comprendida la cantidad de presentes: Entre el 60 y el 120, ambos inclusive.
- 2) Halle los pares de números naturales consecutivos tales que su suma esté comprendida entre 39 y 49 (sin incluirlos): 20 y 21; 21 y 22; 22 y 23; 23 y 24
- 3) La medida del perímetro de un rectángulo debe estar comprendida entre 48 m y 80 m. Sabiendo que la altura no supera a 8 m, exprese mediante inecuaciones las condiciones, represente la solución y proponga tres pares de números enteros para las medidas de la base y la altura:

$$\begin{cases} 2a + 2b \geq 48 \\ 2a + 2b \leq 80 \\ a \leq 8 \end{cases}$$

R: base = 18 m y altura = 8 m; base = 30 m y altura = 5 m; base = 35 m y altura = 2 m

Autoevaluación

- 1) Un químico gastó la sexta parte de una muestra en el ensayo N°1, la doceava parte del total en el ensayo N°2, la tercera parte del total en el ensayo N°3 y aún le quedan $\frac{5}{2}$ g. El peso de la muestra original era:

d) 6 g

- 2) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones

$$I \begin{cases} 2x - y = -4 \\ -6x + 3y = 12 \end{cases}$$

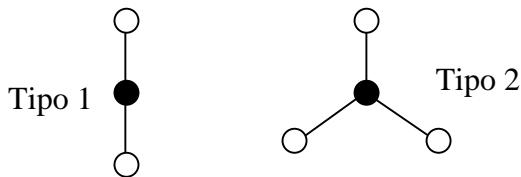
$$II \begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$$

$$III \begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Se puede afirmar que

- c) Sólo III tiene solución única

- 3) Suponga que se tienen dos cajas, una con 360 bolitas negras y la otra con 930 bolitas blancas, y se quieren armar las siguientes estructuras:



El número máximo de estructuras de cada tipo que se pueden armar es:

- b) 150 de tipo 1 y 210 de tipo 2

- 4) Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = a \end{cases}$$

Las expresiones de x que satisfacen este sistema de ecuaciones son:

b) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4a}}{2}$ $x_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4a}}{2}$

- 5) La altura (h) para una serie de triángulos puede ser descripta como $4 \leq h \leq 6$ y la base (b) como $8 \leq b \leq 10$. ¿Cuál de las siguientes es la mejor descripción de las áreas (A) para esa serie de triángulos?
- c) $16 \leq A \leq 30$

Unidad 8 – El átomo y la tabla periódica

Contenidos: Evolución Histórica del concepto de electricidad. Síntesis histórica de la construcción de los modelos atómicos. Principio de Electroneutralidad. La discontinuidad del átomo: las partículas subatómicas: protón, electrón y neutrón. Descripción de las experiencias relevantes que determinaron la evolución de los modelos atómicos. Átomos, moléculas e iones: Balance de Carga. La pérdida o ganancia de electrones como "criterio de estabilidad energética" de los cationes y aniones. Estados y de oxidación. La Tabla Periódica. Criterios de clasificación. Análisis histórico. La Tabla Periódica como fuente de datos.

Objetivo: El estudio de las partículas subatómicas, es decir, cómo están constituidos los átomos. Se estudiará la evolución histórica del modelo del átomo, cómo se construyó la tabla periódica tal como la conocemos actualmente, cómo se distribuyen los electrones en un átomo y la tendencia de los átomos a perder o ganar electrones, dependiendo de su configuración electrónica

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNuYzvkIkjOm9jU5yZJAOSRQ>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=39661>

Introducción

El estudio de la electricidad se originó con la observación, realizada por **Tales de Mileto** en el año 600 AC, de que un pedazo de ámbar al ser frotado atrae pequeñas partículas de hierba o madera.

La palabra *Electricidad* proviene del griego *elektron* (ámbar) y se aplica a una colección vasta y diversa de fenómenos.

Electricidad es:

- la energía que llega a nuestros hogares con la cual podemos encender luces, equipos de audio, computadoras, motores, entre otras cosas.
- la energía acumulada en pilas o baterías (electroquímicas) que se usan en relojes, radios, linternas y otros.
- la naturaleza de los rayos y relámpagos.
- la razón por la cual las pelusas quitadas a un abrigo de lana vuelven a pegarse al mismo.
- las pequeñas chispas que suelen desprenderse de la pantalla del televisor encendido al acercarle la mano.

► Actividad 1

1) Explique cada uno de los fenómenos mencionados anteriormente.

- a) Explique las similitudes y diferencias.
- b) Agregue otros ejemplos y agrupe los “conjuntos” de electricidades que le parezcan del mismo tipo.

2) Describa las variedades de chispas que conozca teniendo en cuenta cómo se generan y seleccione las que considere de origen eléctrico.

Discuta la posible ubicación de cada uno de los conjuntos formados en el punto anterior. Indique la posible naturaleza de esos eventos y explique cada una.

Fenómenos de tan dispar apariencia reconocen una explicación común, que se basa en la naturaleza *microscópica* de la materia, en su *naturaleza eléctrica*. No es posible explicar el átomo, ni la química ni las uniones químicas si se ignoran sus propiedades eléctricas.

Estos hechos pueden parecer triviales pero la Humanidad recorrió un largo camino para poder comprender estos fenómenos. Desde que la humanidad apareció en la Tierra, presenció tormentas con rayos y relámpagos. En principio sólo atinó a refugiarse y cuando empezó a meditar por esas cuestiones, al no poder explicarlas, se las atribuyó a los dioses.

A medida que el tiempo transcurría, la Historia se mezclaba con la leyenda. Son comunes los relatos acerca de los griegos, quienes notaron como los collares de ámbar atraían pequeñas

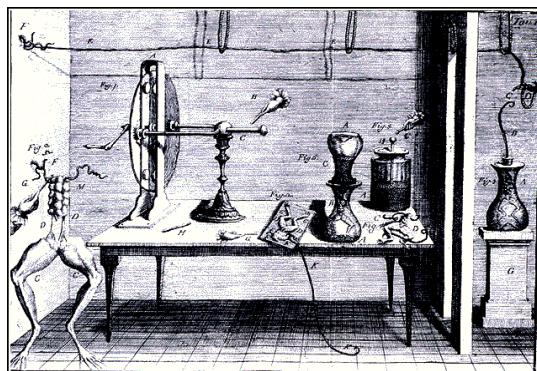
partículas por el frotamiento con la ropa y podían producir pequeñas chispas (en los días de baja humedad relativa ambiente). Así es como la **Electricidad** tuvo su nombre. Pero esto no quiere decir que este fenómeno fuera entendido. Mucho menos que en el origen del rayo y la atracción de partículas por sus collares estuvieran actuando las mismas leyes.

En el siglo XIX, **Faraday** logró mostrar que todas las electricidades que se conocían podían producir los mismos efectos y eran en definitiva distintas manifestaciones de una sola electricidad: *la electricidad*.

Observaciones y antecedentes

Luigi Galvani (Italia, 1737-1798) empezó sus experimentos con ranas alrededor de 1780, al observar que cuando operaba un generador electrostático que producía electricidad y las chispas saltaban de sus partes, un músculo de rana que estaba en el otro extremo del laboratorio se contraía al ser tocado con un bisturí de metal sostenido por un ayudante. Cuando el músculo fue conectado a la máquina con un alambre, Galvani encontró que se contraía simultáneamente con la producción de electricidad. Entonces puso la máquina y la rana en cuartos diferentes y conectando con un alambre obtuvo los mismos resultados, aunque notó que conforme el alambre era más largo las contracciones eran más débiles.

Galvani es muy recordado por el descubrimiento que hizo en 1786, cuando salió de la casa a colgar con un gancho las patas de rana de una cerca de hierro mientras hacía un experimento. Él mismo lo describió de la siguiente manera: “Así, una mañana a principios de septiembre colocamos ranas que habían sido preparadas de la manera usual, destruyendo la médula espinal con un gancho de hierro y las colgamos de la parte de arriba de la cerca. Si el gancho tocaba la cerca, sorpresa: frecuentemente había contracciones espontáneas de las ranas. Si uno usaba un dedo para empujar el gancho contra la superficie de hierro los músculos relajados eran excitados, tantas veces como fueran empujados.” Los experimentos de Galvani fueron publicados en su famoso libro de 1791, *De Viribus Electricitatis in Motu Musculari Commentarius* más conocido como “Comentarios” en los que atribuye estos resultados a una energía que él llamó *electricidad animal*.

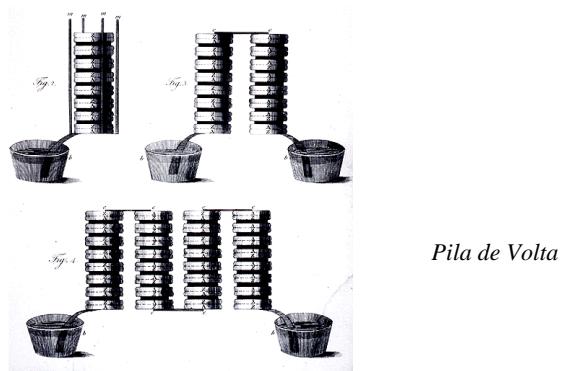


Dibujo que representa el Laboratorio de Galvani

La reacción más importante a “Comentarios” de Galvani vino de **Alessandro Volta** (Italia, 1745-1827), un físico italiano que primero estuvo de acuerdo con sus resultados, pero después decidió que eran falsos. Galvani murió en 1798, antes que Volta demostrarara que su explicación estaba

parcialmente equivocada, ya que usando discos hechos con metales diferentes y separándolos con pedazos de tela humedecidos en ácido o salmuera, el físico inventó la primera batería en 1780. Esta invención demostró que los diferentes metales usados en los experimentos de Galvani habían sido la fuente de electricidad para estimular las contracciones musculares de la rana y, sin embargo, Galvani demostró la *electricidad animal* y abrió el camino para el estudio de los mecanismos de la generación y propagación de las señales eléctricas en el sistema nervioso. Por su parte, Volta hizo uno de los inventos más grandes del siglo: la *pila electroquímica*.

El modo efectivo de generar electricidad consistía en combinar pares de monedas o discos de Zn y Cu o Ag, separados por una tela o papel poroso empapados en salmuera. Volta repitió el experimento usando los dos tipos de metal que Galvani usaba en sus experimentos y sintió un choque, por lo que decidió que la unión de dos metales diferentes **generaba electricidad**. Esto lo hizo cambiar de opinión en relación a los experimentos de Galvani, tornando sus alabanzas en una crítica severa e inclusive llegó a eliminar el término *electricidad animal* de sus escritos. Volta dijo que los *torpedos*¹ podían ser eléctricos, pero que las ranas de Galvani no lo eran, sino que simplemente actuaban como *electrómetros* muy sensibles que detectaban las pequeñas corrientes generadas por el contacto de dos metales diferentes. Así, entre 1793 y 1800 Volta publicó varios trabajos apoyando la *electricidad bimetálica* y a menudo atacó a Galvani.



Pila de Volta

En 1831, Faraday demostró que el movimiento de una bobina de alambre conductor en un campo magnético también puede generar electricidad.

En 1882, Edison puso en marcha en Nueva York la primera central eléctrica para abastecer de electricidad a la población.

A partir de ese momento, hubo dos fuentes de energía eléctrica (para su utilización práctica): la pila voltaica y el generador electromagnético.

Naturaleza eléctrica de la materia

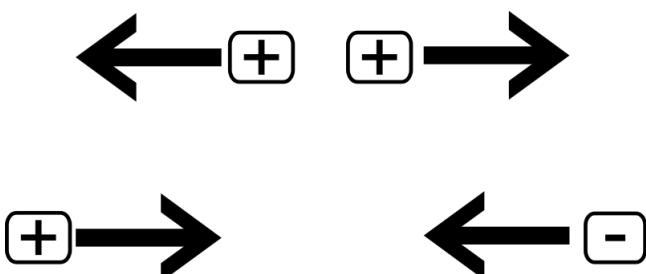
a) La materia puede clasificarse de acuerdo a su comportamiento eléctrico como:

¹ *torpedo*: pez marino del orden de los selacios, cuyo contacto produce un shock eléctrico.

- cargada positivamente → carga (+).
- cargada negativamente → carga (-).
- carga neutra → $\Sigma q = 0$.²

b) Esta clasificación es válida para la materia en todas sus formas, tanto a nivel macroscópico como microscópico. Esto sucede porque las partículas subatómicas tienen una cierta cantidad de carga eléctrica que las caracteriza. El hecho que a nivel macroscópico la materia se pueda presentar como cargada positivamente, negativamente o neutra es simplemente resultado del balance total de la carga de las partículas que la constituyen.

c) Partículas de **igual signo** se repelen y de **distinto signo** se atraen



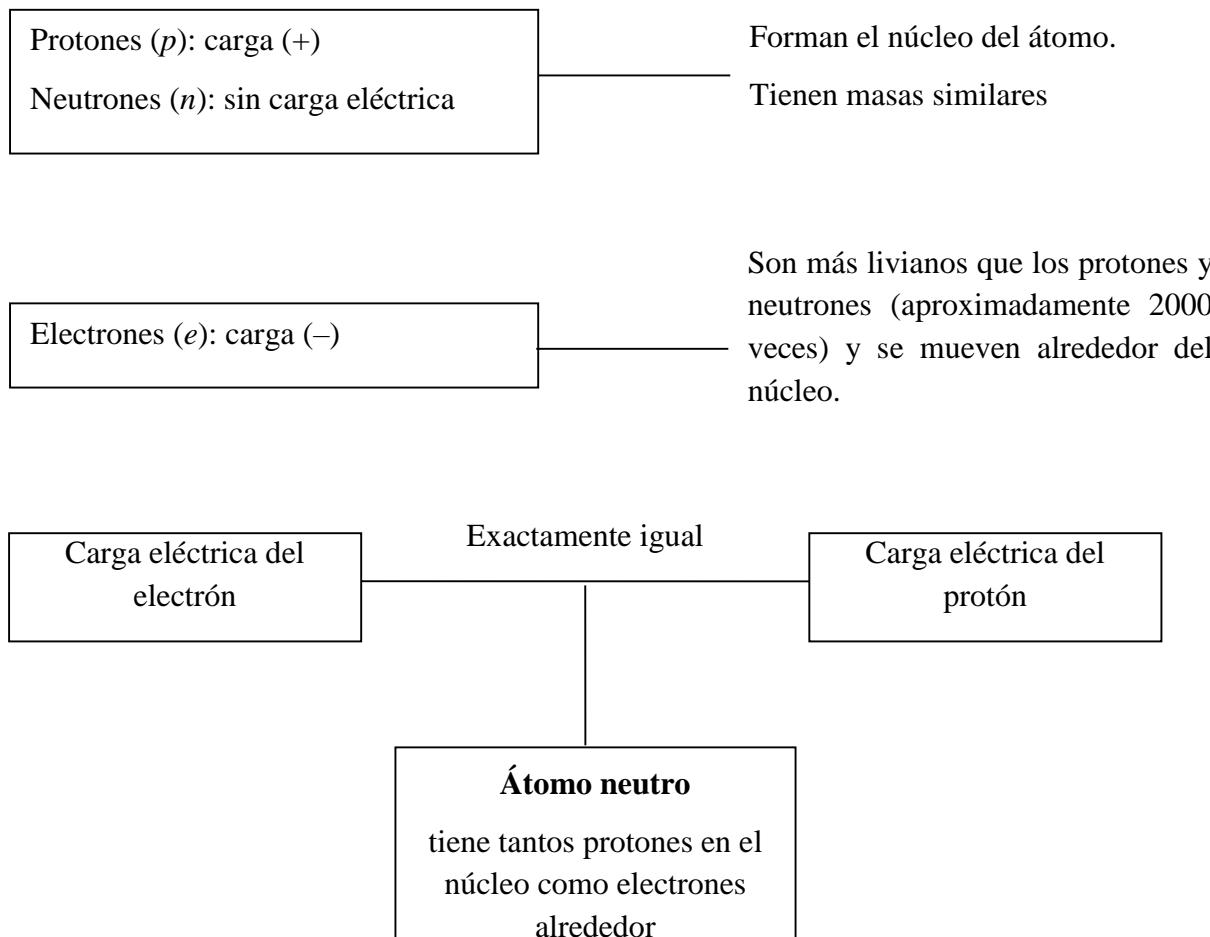
d) El estado habitual de la materia macroscópica es *neutro*. Esto se debe a que hay un *exacto balance* de carga entre las partículas con carga positiva y las que tienen carga negativa. En última instancia esto refleja el hecho que ése es el estado normal de cada molécula y de cada átomo aislado.

e) Pequeñas alteraciones en este delicado balance de cargas de la materia, a nivel macroscópico, dan lugar a los infinitamente variados fenómenos eléctricos a los que nos estamos refiriendo. A nivel microscópico, las alteraciones que la proximidad de un átomo o molécula produce en la distribución de cargas del otro (y viceversa) son responsables de las diversas afinidades y uniones químicas.

f) Partículas cargadas en movimiento, trasladándose (o siendo trasladadas), constituyen una corriente de cargas eléctricas o *corriente eléctrica* (i) → (Ampere).

² Σq : sumatoria de todas las cargas presentes en un sistema. La electroneutralidad de un sistema se representa como $\Sigma q=0$.

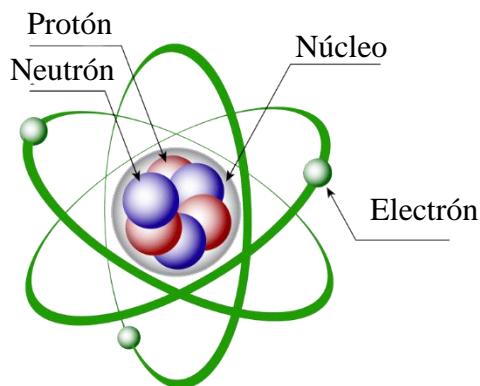
g) El átomo, en una imagen superficial, puede ser descrito como formado por tres partículas fundamentales:³



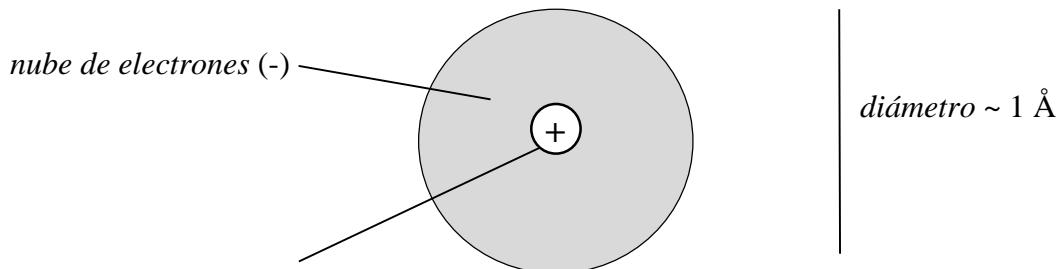
El núcleo de un átomo es extremadamente denso debido a que su masa es prácticamente la del átomo, pero su volumen es muy pequeño. La carga del núcleo es *positiva*. Los electrones son muy livianos y se mueven de tal forma, que generan una *nube* de carga negativa alrededor del núcleo.

Popularmente se esbozan diagramas para representar a los átomos en los cuales los electrones están perfectamente individualizados en órbitas bien definidas, pero esta idea está *alejada* de la realidad por lo que daremos un ejemplo, pero evitaremos su uso posteriormente.

³ Las características y distribución de las partículas subatómicas serán objeto de estudio de una sección posterior de esta guía.



Un esquema más representativo de la realidad sería el siguiente:



núcleo (+) (prácticamente contiene la masa atómica total)

h) Los electrones son mucho más livianos que los protones, pero tienen la misma **cantidad** de carga que ellos (aunque la carga es negativa). De modo que:

Un átomo con un núcleo constituido por Z protones tiene la misma cantidad de electrones (que pasan a formar la *nube electrónica*) y la carga neta es *cero*.⁴

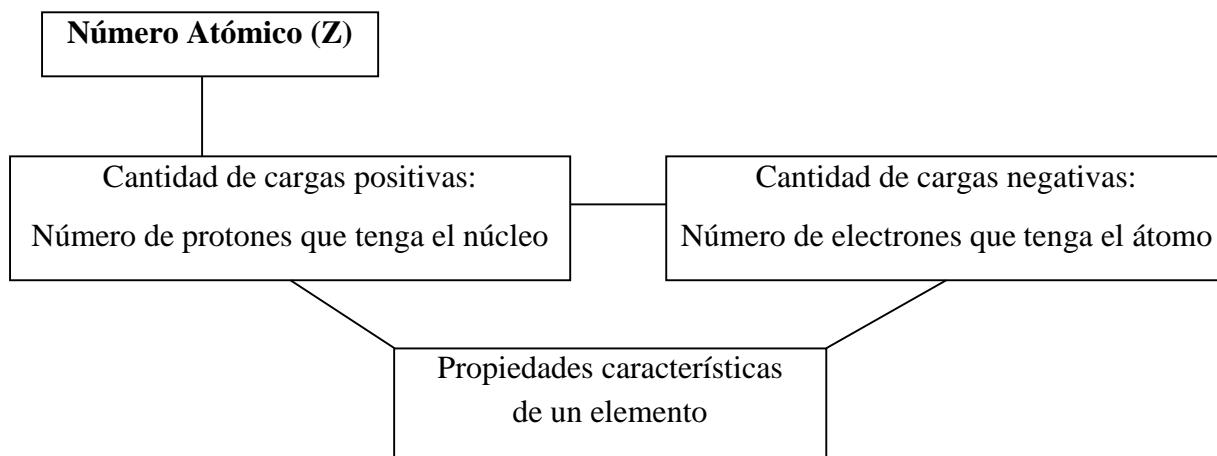
i) La estructura del núcleo de los átomos no es afectada por fenómenos mecánicos (golpes o vibraciones), ni térmicos (alta o baja temperatura), ni químicos (los núcleos mantienen su identidad). Las alteraciones que se producen en el núcleo son las transformaciones *radioactivas*, pero estas no son el objetivo de esta guía.

j) Las *reacciones químicas* involucran a los electrones del átomo. ¿De cuántos electrones se rodea el núcleo para constituir un átomo?

Depende de cuántos protones tenga ese núcleo. El número de protones es el que distingue a un átomo de uno de otro elemento. La cantidad de electrones que puede tener el átomo está determinada por el número de protones que éste posee en su núcleo. Dependiendo de cuántos sean estos electrones, los mismos se ordenarán de una cierta forma otorgando las propiedades químicas

⁴ En el caso de que haya un exceso de cargas positivas o negativas, habrá cationes o aniones (Na^+ o Cl^-), respectivamente.

que caractericen a ese elemento. Por lo tanto, la cantidad y el orden de los electrones, la fuerza con que sean atraídos por el núcleo, y sus posibilidades de intercambiarlos con otros elementos determinarán las características de un elemento.



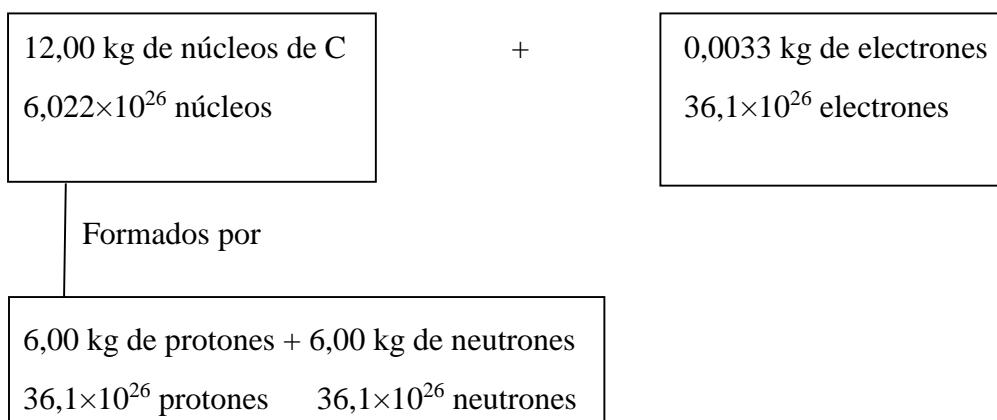
k) Un átomo se distingue de otro por tener *distinto* Número Atómico (por tener distinta cantidad de protones en su núcleo).

l) La masa de estas partículas, o de un átomo o una molécula es muy pequeña y se la define en términos comparativos como veremos más adelante.

► Actividad 2

1) Analice los dos ejemplos que siguen e interprete los detalles que sean posibles a la luz de los conceptos planteados anteriormente.

Ejemplo A: si tuviéramos 12 kg de C puro, habría:



Ejemplo B: En 1 kg de Cu hay:

456 g de protones ($2,7 \times 10^{26}$ protones)

544 g de neutrones ($3,2 \times 10^{26}$ neutrones)

0,25 g de electrones ($2,7 \times 10^{26}$ electrones)

2) Obtenga los siguientes cocientes con dos cifras significativas (recuerde los conceptos estudiados) y ubíquelos en una tabla como la siguiente:

	12,00 kg de C	1 kg de Cu
a) electrones/protones: e/p		
b) neutrones/protones: n/p		
c) masa(kg) de $e / N^o e$		
d) masa(kg) de $p / N^o p$		
e) masa(kg) de $n / N^o n$		
f) masa de $e /$ masa de p		
g) masa de $e /$ masa total		

3) Con base en los números que Ud. ha obtenido para los distintos casilleros, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿en qué casilleros hay evidencia de que la materia es eléctricamente neutra?

b) ¿cuál es, expresada en kg, la masa del neutrón?

c) ¿cuál es, expresada en kg, la masa del protón?

d) ¿cuál es, expresada en kg, la masa del electrón?

e) ¿qué porcentaje de la masa de C corresponde a los electrones? ¿y en el Cu?

f) ¿qué porcentaje de la masa de C y de Cu corresponde a la masa de los respectivos núcleos?

g) Ud. diría que las relaciones |carga|/masa:

$$\frac{|carga\ eléctrica|}{masa} = \frac{|q|}{m}$$

del electrón y del protón son:

iguales

mucho mayor

mucho mayor

del protón

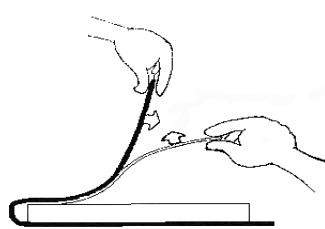
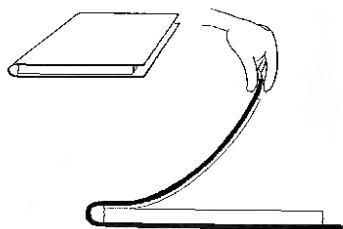
la del electrón

Elija la opción correcta y justifique su respuesta. ¿Y la relación carga/masa?

Magnitudes importantes

Partícula	Carga Eléctrica (Coulomb)	Masa (kg)	Masa molar (g/mol)
electrón	$-1,601975 \times 10^{-19}$	$0,91093897 \times 10^{-30}$	0,0005486
protón	$+1,601975 \times 10^{-19}$	$1672,6231 \times 10^{-30}$	1,0072697
neutrón	0	$1674,9543 \times 10^{-30}$	1,0086650

4) Suponga que compra una carpeta de tapa blanda de PVC. Ud. coloca adentro las hojas de papel y al levantar la tapa plástica observa que la primera hoja de papel está adherida a ésta. Si Ud. la separa un par de centímetros (haga la prueba), verá que al soltarla vuelve decididamente a pegarse a la tapa de plástico.



Discuta la posible veracidad de las siguientes afirmaciones:

- Sobre la base de estos hechos, se puede afirmar que el plástico se carga al separarse del papel y por eso lo atrae.
- En realidad no puede saberse si el que se carga es el plástico o el papel: uno de los dos se carga y atrae al otro.

- c) Ninguno puede cargarse si no se carga también el otro, pues lo que sucede es que uno se queda con los electrones del otro y adquiere carga (-), originando una carga (+) en el otro generándose la fuerza de atracción.
- d) Averiguar quién tiene los electrones del otro sería muy fácil. Sólo bastaría pesar el papel y el plástico, antes y después, para decidirlo.
- e) Otra posibilidad es que uno de ellos se quede con los protones del otro. El que los pierde queda negativo y el que los adquiere queda positivo.

Ayuda: plantee la condición de electroneutralidad a partir de

$$\sum_i q_i = q_{papel} + q_{plastico} = 0$$

Evolución histórica de los modelos atómicos

Demócrito (Grecia, 400 AC) fue el primero que propuso la idea del ÁTOMO. Él lo propuso a partir de la idea de partir una piedra en mitades sucesivas hasta llegar a la partícula fundamental que él llamó *átomo* (en griego, *indivisible*).

La idea moderna del átomo fue dada por **John Dalton** (Gran Bretaña, 1766-1833) quien, por medio de la experimentación y de la cuantificación, resumió gran cantidad de datos experimentales en leyes. Dalton sugirió que los átomos son indivisibles, que los átomos de distintos elementos tienen diferentes masas y que los átomos se combinan en proporciones de números enteros y simples (1800). Hoy se reconoce que estos postulados no son totalmente correctos, pero fueron la primera explicación racional de las leyes cuantitativas de las combinaciones químicas.

En la sección anterior hemos dicho que los fenómenos eléctricos están íntimamente relacionados con el *átomo*, o, mejor dicho, con la estructura atómica, es decir que los fenómenos observables son el reflejo de los cambios que sufre la materia a *nivel microscópico*. Es por ello, que una mayor comprensión de la estructura del átomo y de las características de las partículas que lo forman (protónes, neutrones y electrones) nos permitirá explicar los fenómenos asociados a la materia.

Experiencia de Faraday: unidad fundamental de carga eléctrica

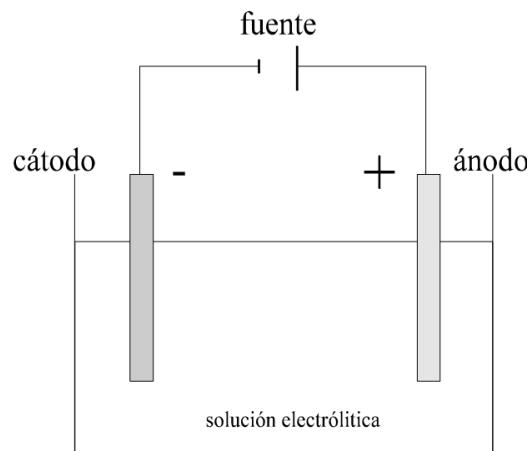
Michael Faraday (Gran Bretaña, 1791-1867), fue un bibliotecario que se interesó en los fenómenos eléctricos. Él logró demostrar que todas las “electricidades” que se conocían hasta ese momento (animal, metálica, etc.) eran manifestaciones de un solo fenómeno: *la electricidad*.

Uno de los tantos legados de Faraday fue el conjunto de las *leyes de la electrólisis* (1834). Ellas describen cuantitativamente el resultado de hacer circular una *corriente eléctrica* por una *solución electrolítica* (o conductora de la electricidad). Estas experiencias fueron muy importantes porque relacionaron de manera directa los resultados de mediciones eléctricas (cantidades de carga eléctrica), con propiedades netamente químicas de algunos elementos (estado de oxidación).

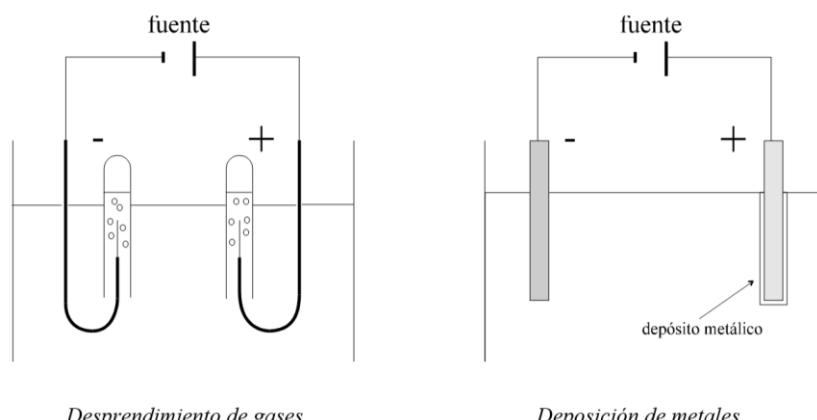
El experimento consistía en conectar dos barras metálicas a un generador de energía eléctrica. Las barras metálicas se sumergen en una solución electrolítica y se enciende la fuente.

Las barras metálicas se denominan *electrodos*: *ánodo* es el electrodo positivo y el *cátodo* el electrodo negativo.

En el electrolito hay una cierta cantidad de moléculas *disociadas en iones*, que sufren la influencia del campo eléctrico generado entre los electrodos. Esto obliga a los iones positivos a ir hacia el cátodo (por lo que los llamaremos cationes) y a los negativos hacia el ánodo (por lo que los llamaremos aniones).



A medida que los iones de una sustancia comienzan a llegar al electrodo que los atrae, puede suceder que, mientras se van neutralizando con las cargas opuestas que toman del mismo, se vayan acumulando gradualmente. Por ejemplo, algunas sustancias aparecen en fase gaseosa, como burbujas que ascienden junto al electrodo, abandonando el líquido. Otras sustancias recubren electrodo con una capa sólida (depósito electrolítico).



Desprendimiento de gases

Deposición de metales

Fueron estas mediciones las que comenzaron a relacionar cuantitativamente la química con la electricidad: ¿cuánto tiempo se deberá hacer circular una corriente por el circuito para desprender 10 mL de $\text{H}_2\text{(g)}$ o para depositar 1,0 g de $\text{Cu}_{(s)}$ en un electrodo adecuado?

Para ser más específicos, Faraday determinó que para depositar (o desprender, en el caso de un gas) lo que hoy se denomina *un mol* de cualquier sustancia, había que hacer circular una cierta

cantidad de carga: aproximadamente 96500 C (C: coulomb, en SI). O el doble: 193000 C, o el triple (según el estado de oxidación de la sustancia). Nunca cantidades intermedias.¹

$$1 \text{ mol de cargas} = 96487 \text{ C}$$

$$1 \text{ carga} = 1,601975 \times 10^{-19} \text{ C}$$

En esta época no se sabía cómo era el átomo, pero gracias al desarrollo alcanzado en las *experiencias químicas*, la idea del átomo existía y era muy firme. Éste fue el comienzo del ordenamiento de las ideas sobre la electricidad. Aún no se conocía como intervenían las cargas eléctricas en el átomo.

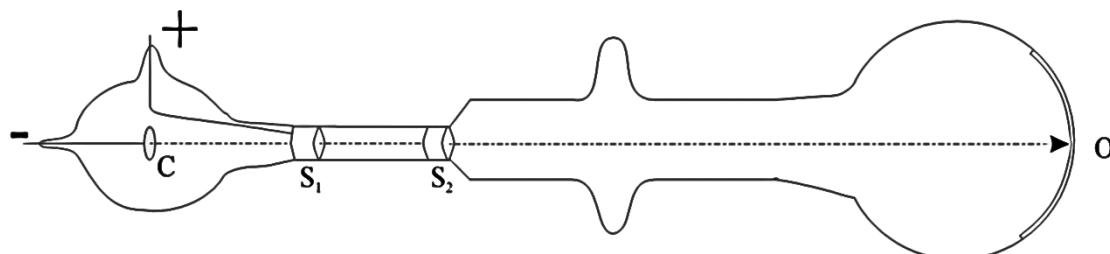
Con estas experiencias, Faraday sugirió que existía una *cantidad elemental de carga*, que no podía ser *subdividida*.

La próxima pregunta es: ¿esa unidad de carga, es positiva o negativa?

Experiencia de Thomson: caracterización de la partícula elemental de carga

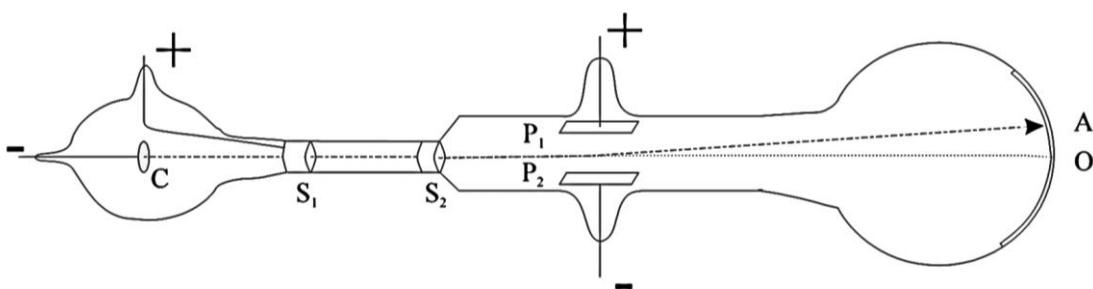
Faraday exploró también la posibilidad de generar chispas con sus electrodos en recipientes donde se hizo *vacío* (mejor dicho, presiones muy bajas): *descargas en gases enrarecidos*.

Joseph John Thomson (Gran Bretaña, 1856-1940, Premio Nobel de Física 1906), investigó intensamente estas descargas y logró producir rayos catódicos. En un tubo al cual se le ha realizado vacío, se aplica un potencial de varios cientos de voltios entre el cátodo C (-) y el ánodo S₁ (+), el cual tiene un orificio en el centro. El haz generado atraviesa S₁ y S₂ y continúa su viaje en línea recta hasta chocar en el punto O, como se puede observar en la figura.



Thomson trató de desviar los haces (aplicando un campo eléctrico entre P₁ y P₂) y observó hacia dónde se desviaban. Por ejemplo, si P₁ es (+), el haz se dirigía hacia el punto A.

¹ En la práctica (como, por ejemplo, en problemas de estequiometría), usualmente la constante de Faraday se toma como 96500 C pero lo correcto, sería utilizar el valor de 96486,95425 C.



No hay que olvidar los primeros intentos de **Heinrich Hertz** (Prusia, 1804-1865) en determinar la carga de estos rayos, aunque no tuvo mucho éxito. Él no pudo observar ninguna deflexión debida al campo eléctrico. El problema fue que no hizo suficiente vacío en el tubo.

Thomson determinó que los rayos catódicos tenían CARGA NEGATIVA.

Tenga en cuenta que decir *negativo* o *positivo* es sólo una convención. Hoy sabemos que son haces de electrones y que podemos controlarlos a voluntad: arriba, abajo, izquierda o derecha. Podemos dirigirlos a una pantalla fosforescente (que brilla al recibir el impacto de los electrones) y generar imágenes: un televisor o una pantalla de PC.

Thomson midió, hizo hipótesis, y después de mucho trabajo enunció, en octubre de 1897, que los rayos catódicos eran haces de partículas negativas, llamadas luego electrones. *Las propiedades de estos corpúsculos eran independientes del elemento químico de cuyo átomo se hubieran extraído:*

Eran partículas constituyentes de cualquier átomo, es decir, de todos los átomos

Thomson logró medir la relación carga/masa (q/m) de estos corpúsculos, o *electrones*: resultó ser varios miles de veces mayor que la de cualquier átomo o ion de cualquier sustancia cuya q/m se hubiera determinado con las experiencias de Faraday. Por lo tanto, el electrón debe ser muy liviano, de muy poca masa comparado con la de algún átomo.

De este modo nació oficialmente el *electrón*: primera partícula subatómica identificada con cierto grado de certeza.

No se conocía su masa (salvo que era mucho menor que la masa de un átomo). Sí se conocía su relación q/m y se confirmó que el átomo (hace ya 100 años) no era indivisible, sino que estaba formado por partículas subatómicas, las cuales podían extraerse en ciertas condiciones.

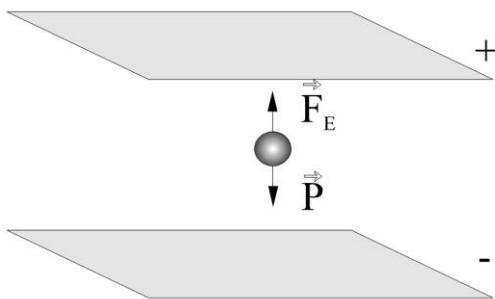
► Actividad 3

¿Qué postulado del modelo atómico de Dalton resulta invalidado como consecuencia de la experiencia de Thomson?

Experiencia de Millikan: determinación de la carga del electrón

Para establecer definitivamente la naturaleza exacta de estas partículas, era necesario medir la carga o la masa en forma directa lo cual presentaba enormes dificultades.

En 1909, **Robert Millikan** (Estados Unidos, 1868-1953, Premio Nobel de Física 1923) comenzó a estudiar el comportamiento de gotas de aceite cargadas eléctricamente en un compartimiento situado en un campo eléctrico. El campo eléctrico aplicado entre las placas se ajustaba de tal forma de contrarrestar el peso de la gota.



¿Por qué Millikan usó gotas de aceite en vez de electrones?

La minuciosa labor de Millikan constituyó la prueba final de la naturaleza atómica de la electricidad al poder determinar la carga del electrón:

$$e = -1,601975 \times 10^{-19} \text{ C}$$

La mínima cantidad de carga eléctrica presente en la naturaleza es la carga que posee un electrón. En toda transformación en la que intervengan cargas eléctricas intervienen los electrones: los transportadores de carga eléctrica.

Modelo Atómico de Thomson

¿Dónde estaría la carga positiva? Dejemos que Thomson lo diga, en los siguientes trozos de conferencia dadas en Yale en 1903 y en la Royal Institution en 1906:

Hemos visto que, si producimos los corpúsculos por medio de rayos catódicos, luz Ultravioleta, o de metales incandescentes e independientemente de los metales o gases presentes, siempre obtenemos la misma clase de corpúsculos. Como corpúsculos semejantes en todo respecto pueden ser obtenidos a partir de agentes y materiales muy diferentes y como la masa de los corpúsculos es menor que la de cualquier átomo conocido, vemos que el corpúsculo debe ser un constituyente del átomo de muchas diferentes sustancias

Así, nos vemos confrontados con la idea de que los átomos de los elementos químicos están compuestos por sistemas más simples, una idea que en varias formas ha sido propuesta por más de un químico. Así, Proust en 1815 expuso el punto de vista de que los átomos de todos los elementos químicos están compuestos de átomos de hidrógeno; si esto fuera así, las masas en

combinación de todos los elementos, en la suposición de que no hay pérdida de masa cuando los átomos de hidrógenos se combinan para formar el átomo de algún otro elemento, serían enteros; un resultado que no está de acuerdo con los observados. Para evitar esta discrepancia, Dumas sugirió que el átomo primordial podría no ser el átomo de hidrógeno sino un átomo más pequeño que tuviera solamente la mitad o un cuarto de la masa del átomo de hidrógeno. Un mayor apoyo fue dado a la idea de la naturaleza compleja de átomo por el descubrimiento por Newlands y Mendeleiev de lo que se conoce como la ley periódica... Mayor evidencia en la misma dirección es suministrada por la semejanza en la estructura de los espectros de elementos dentro del mismo grupo en serie periódica, una semejanza que el trabajo reciente, sobre la existencia en espectros de series de líneas cuyas frecuencias están vinculadas por relaciones numéricas definidas, ha hecho mucho para enfatizar y establecer ...

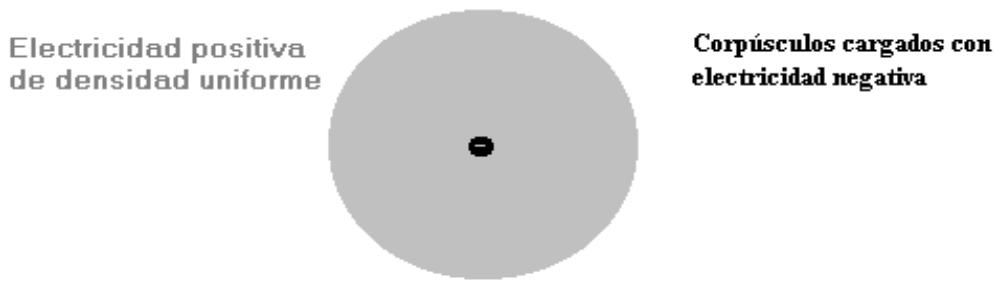
El fenómeno de la radioactividad... lleva el argumento más lejos aún, pues parece haber buenas razones para creer que la radioactividad se debe a cambios que ocurren dentro de los átomos de las sustancias radioactivas. Si esto es así, debemos encarar el problema de la constitución del átomo y ver si podemos imaginar un modelo que tenga en él la potencialidad de explicar las notables propiedades mostradas por las sustancias radioactivas.

Puede en esta forma no ser superfluo considerar la posibilidad de la existencia de corpúsculos en el problema de la constitución del átomo y aunque el modelo del átomo al cual nos vemos dirigidos por estas consideraciones es muy crudo e imperfecto, puede quizás ser de utilidad sugiriendo líneas de investigación que probablemente nos proporcionen información sobre la constitución del átomo.

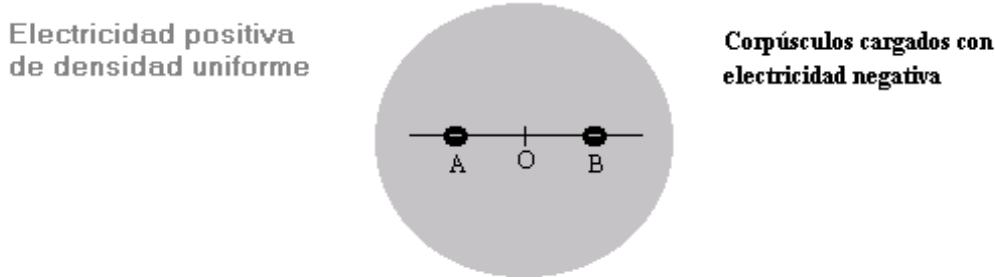
Veamos en las propias palabras de Thomson cómo era ese modelo crudo e imperfecto que el mismo había propuesto:

La forma en la cual ocurre la electricidad positiva dentro del átomo es en la actualidad un asunto sobre el cual tenemos muy poca información. Ningún cuerpo electrizado positivamente ha sido encontrado aún en una masa menor que la de un átomo de hidrógeno. Todos los sistemas electrizados positivamente en los gases a bajas presiones parecen átomos, los cuales neutros en su estado normal, han quedado positivamente cargados por la pérdida de un corpúsculo. A falta de conocimiento exacto de la forma en la cual ocurre la electricidad positiva dentro del átomo, consideraremos un caso en el cual la electricidad positiva está distribuida en la forma más conveniente para el cálculo matemático, es decir cuando ocurre como una esfera de densidad uniforme a través de la cual están distribuidos los corpúsculos.

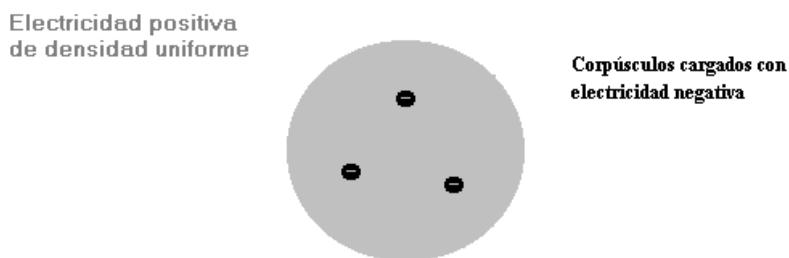
La electricidad positiva atrae los corpúsculos hacia el centro de la esfera mientras que su repulsión mutua los aleja de él; cuando están en equilibrio, estarán distribuidos de manera tal que la atracción de la electrificación positiva está balanceada por la atracción de los otros corpúsculos. Consideremos ahora el problema de cómo 1, 2, 3..., n corpúsculos se distribuirían si fueran colocados dentro de una esfera con electricidad positiva de densidad uniforme, siendo la carga negativa total sobre los corpúsculos equivalente a la carga positiva en la esfera. Cuando existe solamente un corpúsculo la solución es muy simple: evidentemente el corpúsculo irá hacia el centro de la esfera..."



“Cuando hay dos corpúsculos dentro de una esfera con electricidad positiva, cuando estén en equilibrio, se situarán en dos puntos, A y B en una recta que contiene el centro O de la esfera y tal que $OA=OB=a/2$, donde a es el radio de la esfera.



Tres corpúsculos dentro de una esfera estarán en equilibrio estable cuando estén en los vértices de un triángulo equilátero cuyo centro esté en el centro de la esfera y cuyo lado es igual en longitud al radio de la esfera.



Thomson continuó investigando configuraciones de equilibrio (en tres dimensiones) de un número mayor de electrones dentro de la esfera con un “fluido” cargado positivamente. Argumentó que las perturbaciones externas (calor, descarga eléctrica) harían vibrar a los electrones alrededor de sus posiciones de equilibrio y radiar ondas electromagnéticas.

Descubrimiento de la Radioactividad y radiación de alta energía: una herramienta indispensable

Y así estaban las cosas unos años antes de 1900. No se sabía mucho en realidad, pero se trabajaba febrilmente. Todos los físicos estaban fascinados con sus tubos de rayos catódicos. Y tanto jugar con ellos, comenzaron a suceder cosas.

Wilhelm Röntgen (1845-1923, físico alemán, premio Nobel) descubrió que esos tubos, además de rayos catódicos (los cuales existían en su interior), emitían otros rayos, que no se veían (ni se sentían, ni nada; por eso nadie los había descubierto antes), que eran emitidos al exterior, que tenían alto poder de penetración (lo atravesaban todo, digamos para simplificar) y que se podían detectar porque velaban las placas y películas fotográficas.

Así el 1º de enero de 1896, Röntgen había sacudido al mundo con la primera fotografía (“radiografía”) de los huesos de una mano tomada gracias a las propiedades de los flamantes rayos X.

¿Qué eran estos rayos X? No se sabía. Nadie lo sabía. Röntgen no lo sabía. Por eso los bautizó “X”. Sólo se sabía cómo producirlos. Y que no había forma de desviarlos: al menos los métodos utilizados por Thomson para desviar “sus” rayos catódicos no daban resultado con los rayos X.

Como es de prever, este descubrimiento produjo una commoción a nivel mundial, sobre todo en el campo de la Física y la Medicina. Todo el mundo científico comenzó a estudiar estos rayos.

Thomson en su laboratorio también, por supuesto. Aprovechó para eso la presencia de un joven recién graduado (con todas las medallas habidas y por haber), **Ernest Rutherford** (1871-1937, científico británico nacido en Nueva Zelanda, premio Nobel de Química en 1908), a quién designó su asistente personal y que volverá a aparecer en esta historia.

Antoine Henry Becquerel (1852-1908, Francia, premio Nobel de Física en 1902), otro físico investigando estos intrigantes rayos X, logró producirlos a partir de ciertos cristales de uranio y realizó un hermoso trabajo sobre el tema.

A punto de publicarlo, sin embargo, advirtió Becquerel una grave falla: *éstos no eran rayos X*. Eran otros, eran algo *nuevo*. Tan nuevo que no se sabía ni que nombre ponerles. Se los llamó rayos de Becquerel; más tarde el fenómeno fue denominado radioactividad.

Esto de la radioactividad era algo muy curioso: las radiaciones (que al igual que la radiación X no se veían ni se sentían; se detectaban por su efecto sobre la película fotográfica) que emanaban de ciertas sustancias denominadas radioactivas; en general compuestos de uranio o de radio.

Pronto todo se transformó en un gran rompecabezas. Sucedían cosas extrañas. Las sustancias radioactivas se multiplicaban. Los enigmas se multiplicaban. Por ejemplo, Rutherford era uno de los que estaban entusiasmados estudiando estas radiaciones. Para hacerlo, Rutherford debía conseguir una muestra de Urano; lo que no era fácil. Una vez conseguida la muestra (siempre eran cantidades pequeñísimas) se estudiaban sus radiaciones. Luego, tal vez se terminaba la muestra y se conseguía otra. La nueva muestra tenía otro tipo de radiaciones. Entonces se suponía que estaba contaminada con trazas de otro elemento en tan ínfimas proporciones que no se lo detectaba químicamente - sólo lo delataba la presencia de sus radiaciones.

Los físicos debieron asociarse con los químicos para poder refinar y purificar adecuadamente sus muestras e identificar los compuestos y sus impurezas. Recién unos diez años más tarde (en 1912) se pudo entender el significado de esta lista (y se entendieron repentinamente muchas otras cosas), cuando **Frederick Soddy** (1877-1956, físico y químico británico, premio Nobel de Química en 1921) propuso la existencia de isótopos: elementos indistinguibles químicamente (y por lo tanto inseparables por medios químicos) que podían emitir distintos tipos de radiaciones.

Mientras tanto, los isótopos no estaban aún en la mente de nadie, y el rompecabezas era cada vez más complejo, los enigmas se multiplicaban. Rápidamente se descubrió que parte de la confusión se debía a lo que parecía ser un único fenómeno: la radioactividad, involucraba más de un tipo de radiaciones. En efecto, se halló que se presentaban radiaciones mezcladas de dos tipos.

No se sabía que eran, y se las bautizó: Radiación α y Radiación β

Posteriormente apareció otra; se la denominó (como no podía ser de otro modo) Radiación γ

Rutherford trabajó mucho con ellas desde un comienzo y logró establecer, en los primeros años del siglo XX, lo siguiente:

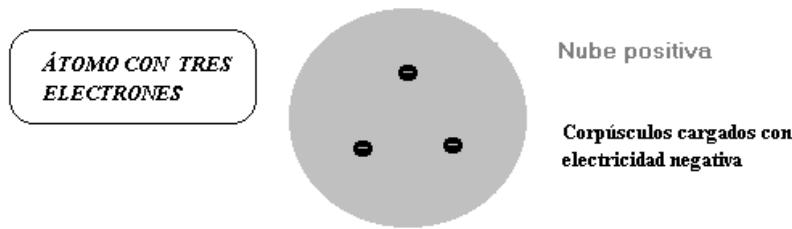
a) Los “rayos α ” eran detenidos fácilmente por la materia: el mismo aire los detenía en milímetros. Era necesario hacer el vacío para estudiarlos; en caso contrario sólo se observaban los efectos de la radiación β (en realidad mezclada con la radiación γ , aunque no se sabía).

b) Los “rayos β ” poseían un poder de penetración mayor que el de los “rayos α ”. Viajaban en línea recta, pero podían ser desviados con relativa facilidad con imanes y campos eléctricos. De esa manera se descubrió que tenían carga negativa. Como todo el mundo estaba muy contento con los electrones a los que se les había atribuido el transporte de la carga negativa, todo el mundo quedó satisfecho cuando se pudo determinar la reacción q/m de estos rayos β y se halló que era la misma que la de los electrones. De modo que algo quedó claro:

Los rayos β son haces de electrones.

c) Los rayos α en cambio, mostraron tener carga positiva, y ser muy difíciles de desviar. Es decir, Rutherford no los pudo desviar, en un principio. Luego de mucho trabajo logró idear una experiencia en la cual pudo producirles una levísima desviación que sirvió para anunciar que, en teoría, era posible desviarlos. En la práctica, esto era extremadamente difícil. Y eso era todo lo que se sabía. Ud. puede ahora buscar en una enciclopedia y enterarse que las partículas α son “núcleos de Helio”. Eso a Rutherford, no le hubiera dicho nada, porque el helio aún no había sido descubierto. Ni el núcleo. Ud. puede leer en una enciclopedia que una partícula α está compuesta por dos neutrones y dos protones. Rutherford tampoco podía haber entendido eso, pues no se conocían los neutrones ni los protones, ni se sabía que partículas así podían existir. No se sabía nada.

Lo único que se creía con cierta firmeza era que a la carga negativa del átomo la tenían los electrones, partículas de masa muy pequeña con relación al resto. Y sobre esta base, se especulaba acerca de la posibilidad de que el átomo fuera así:



Lo que constituía el MODELO ATÓMICO DE THOMSON. Thomson había sido el jefe de Rutherford, es decir que trabajaba conforme con tal modelo, que para él era, además, el modelo atómico del jefe.

Más de diez años estuvo Rutherford detrás del enigma de las partículas α , aprendiendo sus propiedades. En ese lapso se descubrió el helio y Rutherford fue quien halló la relación entre el helio y sus partículas α . No pudo hallar el enunciado que hoy está en cualquier enciclopedia: que las partículas α son núcleos de helio, pues no se sabía que existiese algo como el núcleo. Pero alguna relación halló.

► Actividad 4

Analice el siguiente cuadro comparativo de características y propiedades de las radiaciones α , β , γ y X.

Radiación	Desviación	Carga	Poder Penetrante	Partícula	Luz
α	Sí	Positiva	Muy bajo	Sí	No
β	Sí	Negativa	Muy bajo	Sí	No
γ	No	No	Muy alto	No	Sí
X	No	No	Alto	No	Sí

Experiencia de Rutherford: descubrimiento del núcleo atómico.

Y fue en 1909, tratando de confirmar el modelo de Thomson, cuando colocó a un joven ayudante a estudiar cómo un haz de partículas α podía atravesar una delgada hoja de oro (en la idea de que no iba a haber grandes desviaciones en las trayectorias de las partículas).

► Actividad 5

Si el átomo fuese como el descrito por el modelo atómico de Thomson; ¿cómo esperaría que fuese la trayectoria de una partícula α al acercarse a un átomo con esas características?

La idea de que las partículas α no podían desviarse mucho se basaba en que, según el modelo de Thomson, la carga positiva estaba distribuida en todo el volumen del átomo, y era algo así como una pasta “blanda” (los electrones se podían mover en su interior). Así que, o las sucesivas capas

de átomos que hallaba la partícula α al atravesar la delgada capa de oro la frenaban, o la dejaban pasar. Pero no podían desviarla mucho. Las únicas partículas contra las que se podía “chocar” eran los electrones; pero éstos para la partícula α eran tan livianos, que se podía prever que ellos eran los que iban a ser despedidos. Era como tirar un tiro a una bolsa con arena: o el proyectil se frena, o la atraviesa. Pero no puede rebotar, a menos que dentro de la bolsa haya algún otro cuerpo, más duro y masivo, capaz de rechazar al proyectil. Bien, dejemos que sean las palabras de Rutherford en una conferencia pronunciada mucho después en 1937, en Cambridge, las que nos digan lo que sucedió.

“Ahora yo mismo estuve muy interesado en la siguiente etapa, ... y me gustaría usar este ejemplo para demostrarles cómo se tropieza uno a menudo con los hechos por accidente. En los primeros días había observado la dispersión de partículas α y el Dr. Geiger⁵en mi laboratorio la había examinado en detalle. Él encontró, en piezas delgadas (láminas) de metal pesado, que la dispersión era usualmente pequeña, del orden de un grado. Un día Geiger vino a mí y dijo: “¿No cree Ud. que el joven Marsden⁶ a quien estoy entrenando en los métodos radioactivos debería principiar una pequeña investigación?”. Yo había pensado eso también, y le dije: “¿Por qué no dejamos que investigue si algunas partículas α pueden ser dispersadas en un ángulo grande?”. Puedo decirles en confianza que no creía que lo serían, ya que conocíamos que la partícula α era una gran partícula masiva muy rápida, con gran cantidad de energía, y podría demostrar que si la dispersión era debida al efecto acumulado de un número de pequeñas dispersiones, la probabilidad de que las partículas α fueran dispersadas hacia atrás era muy pequeña. Entonces, recuerdo que dos o tres días después Geiger vino a mí con gran excitación diciendo: “Hemos podido lograr que algunas de las partículas α regresaran... ”.

Realmente era el evento más increíble que me había sucedido en mi vida. Era casi tan increíble como si Uds. dispararan una bala a un pedazo de papel delgado a cuarenta centímetros y ésta regresara y los golpeara. Al considerarlo me di cuenta de que esta dispersión hacia atrás debía ser el resultado de una sola colisión y cuando hice cálculos vi que era imposible obtener algo de ese orden de magnitud a excepción de que se tomara un sistema en el cual la mayor parte de la masa del átomo estuviera concentrada en un pequeño núcleo. Fue entonces que tuve la idea de un átomo con un centro masivo minúsculo portando una carga”.

► Actividad 6

- a) ¿Qué postulados del modelo atómico de Thomson quedaron invalidados con la experiencia de Rutherford?

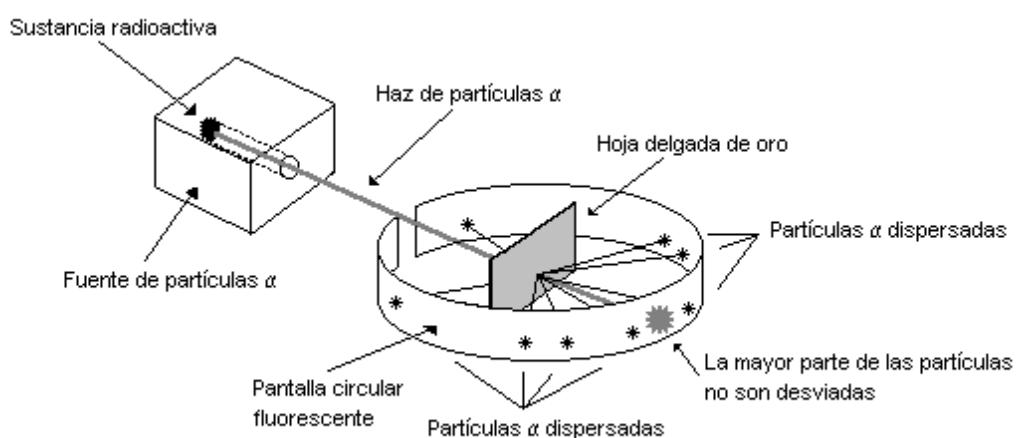
- b) ¿Qué postulados del modelo atómico de Thomson continuaron siendo válidos después del nuevo hallazgo?

⁵Físico alemán que vivió en el período 1882- 1945.

⁶Físico ayudante de Rutherford.

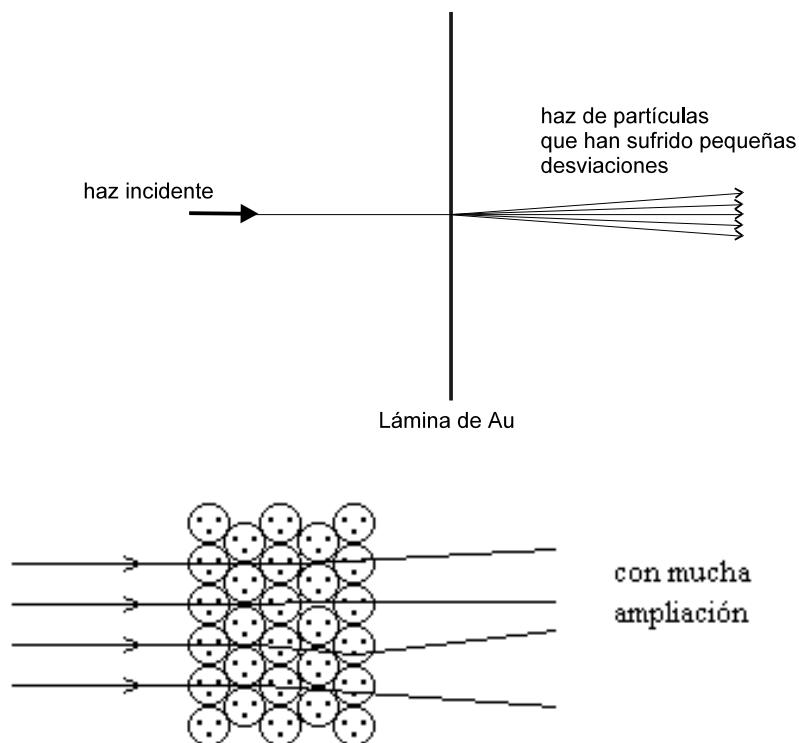
c) ¿Cómo modificaría el modelo atómico de Thomson para explicar los resultados de la experiencia de Rutherford?

Este es un esquema del diseño experimental empleado por Rutherford:

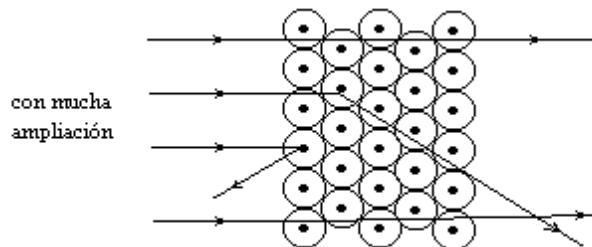
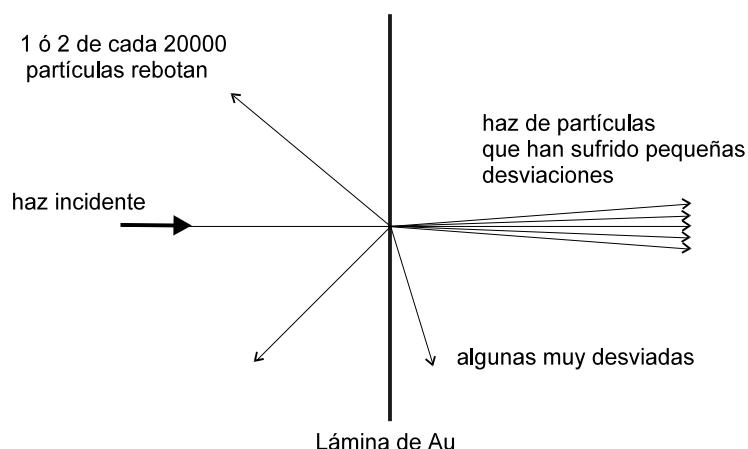


Y esto es sólo un esquema que no puede mostrar la real forma del aparato, el cual, además debía estar dentro de un dispositivo que permitía hacer vacío: condición indispensable para detectar la marcha de las partícula α .

Éste es un esquema de lo esperado al realizar la experiencia:



Y éste es un esquema de lo ocurrido al realizar la experiencia:



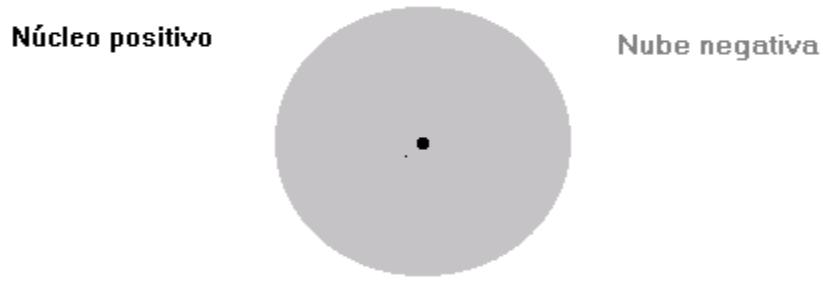
Todos estos esquemas adolecen de graves defectos de proporción. Son esquemas para sugerir ideas. Pero las cifras que comienzan a entrar en juego se resisten a ser imaginadas.

Por ejemplo:

Una lámina metálica por lo general detiene la luz, detiene los rayos X y detiene también los rayos α . Ésta no lo hacía porque su espesor era de aproximadamente $0,0004\text{ mm} = 4 \times 10^{-4}\text{ mm}$. ¿Puede Ud., imaginar algo de este espesor? Se podría ver a través de esta lámina. Haría falta apilar 2500 placas para hacer 1 mm de espesor.

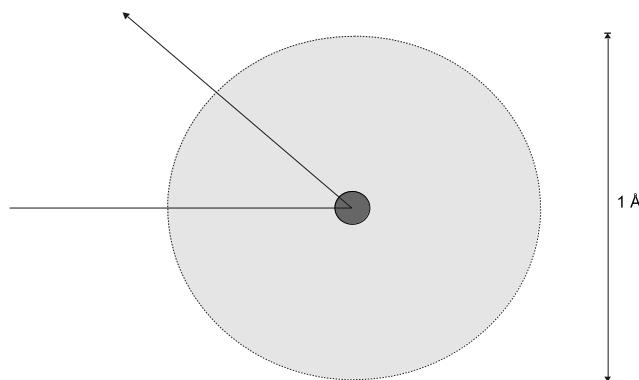
Geiger y Mardsen hallaron que una o dos partículas de cada 20000 se desviaban más de 90° (es decir “rebotaban”). ¿Cómo imagina Ud. que llegaron a ese resultado? ¿Habrán contado varias veces hasta 20000? ¿No hubiera pensado Ud. que uno en 20000 es algo que no debe ser tenido en cuenta, dado que está comprendido dentro de la incertezza de los experimentos?

Rutherford consideró que uno en 20000, habiendo sido confirmado, ERA MUY IMPORTANTE, así que efectuó sus cálculos y llegó a la conclusión que toda la carga positiva y casi toda la masa (algo así como el 99,9 % de ella) estaba concentrada en un núcleo cuyo diámetro era 10000 veces menor que el del átomo. ¿Puede Ud. imaginarlo?

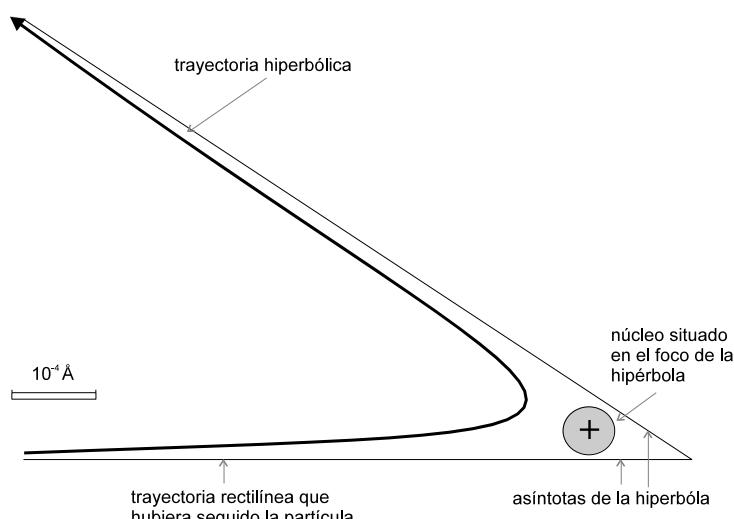


De acuerdo con lo dicho, está totalmente desproporcionado el tamaño del núcleo. Si aceptásemos al núcleo como está, el diámetro de la nube electrónica debería ser de 10 metros. Si dejásemos la nube como está el núcleo debería ser del tamaño de un glóbulo blanco. No se lo vería, y sería difícil de imaginar que ese glóbulo blanco contiene casi toda la masa del átomo. Así es que todos los dibujos adolecerán de este defecto. Dibujaremos átomos esféricos con núcleos bien robustos, para transmitir una idea. En un dibujo bien proporcionado el núcleo no se vería.

Rutherford hizo sus cálculos hizo repetir la “experiencia de dispersión de partículas α ” por sus ayudantes con mediciones muy cuidadosas y todas las predicciones se verificaron adecuadamente. Rutherford caminaba muy contento por los pasillos y anunciaba a todo el mundo: “Ya sabía cómo era el átomo”. Su esquema contemplaba que las únicas cosas realmente masivas que había en el interior de la lámina (o en el interior de cualquier sustancia), eran (y son) los minúsculos núcleos de los átomos. De modo que, una partícula α fácilmente podría atravesar la lámina sin hallar ningún núcleo en su camino (por supuesto, Rutherford debió hacer cálculos para poder afirmar eso). Por otra parte, una partícula α , en su viaje por el interior de la lámina chocaba seguramente con muchos electrones; pero éstos, tan livianos para ella, salían despedidos sin afectarla mucho. Ahora bien, si alguna de las partículas α estuviera dirigida directa o casi directamente hacia algún núcleo se aproximaría mucho (muchísimo) a él; y entonces la enorme fuerza repulsiva [partícula α : carga (+), núcleo: carga (+)], al ser el núcleo mucho más pesado, desviaría totalmente a la partícula α de su trayectoria original.

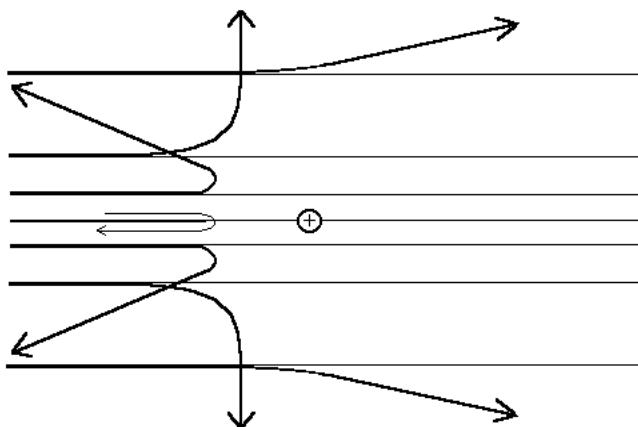


Y en una escala mucho más ampliada, de modo que pudiera percibirse el núcleo, se vería así:



Si imaginamos próximas a un tendremos algo como lo siguiente:

varias trayectorias núcleo dado,



“La fuerza repulsiva entre cargas de igual signo ... es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia” (Ley de Coulomb).

Las partículas que pasan más lejos del núcleo, sufren fuerzas repulsivas débiles y se desvían poco; las que se acercan más, sufren fuerzas tremendas, y se desvían totalmente, como puede verse en el esquema anterior.

Y así fue como en mayo de 1911 Rutherford presentó sus resultados, los que dieron origen a un nuevo modelo atómico, ya que ahora se hacía necesario pensar que los electrones eran fuertemente atraídos por el núcleo, y por eso no cabía la posibilidad de que estuvieran en reposo.

► Actividad 7

Resuma las características del modelo atómico de Rutherford:

El núcleo atrae muy fuertemente a los electrones. ¿Cómo es posible concebir que estos no se “peguen” a él?

Sabemos que los electrones se mantienen en general “lejos” del núcleo. Lejos significa a distancias del orden de 1 Å; o 0,5 Å; o 0,1 Å; o algo parecido - ya mencionamos que cualquiera de estas distancias, desde el “punto de vista” del núcleo, es inmensa (sabemos que el valor de las distancias núcleo-electrón es de ese orden, en promedio, porque ese es el tamaño del átomo, que es conocido). Podemos intentar una explicación y una respuesta a la pregunta anterior, haciendo una analogía:

El Sol atrae fuertemente a los planetas, pero éstos se mantienen lejos, porque están en órbita. El movimiento se mantiene indefinidamente, porque no hay fuerzas de rozamiento, en el vacío interplanetario. Del mismo modo, nos vemos inducidos a imaginar (no podemos verlos) a los electrones en órbita en torno al núcleo. El movimiento se mantendrá indefinidamente porque no habría rozamiento en el vacío interatómico. Las cifras involucradas son difíciles de imaginar: los tamaños muy pequeños; todas las velocidades serían muy altas (¡miles de km/s podría llegar a ser la velocidad media de un electrón en órbita!); los lapsos empleados en cualquier evento, inimaginablemente breves; y el número de veces por segundo que se recorre una órbita, inimaginablemente inmenso. Los verbos se han utilizado en modo condicional porque no decimos que estas cosas sean así en realidad, sino que así deberían ser para completar esta analogía que es el Modelo de Rutherford.

Un modelo es una construcción conceptual, que sirve como herramienta para tratar de interpretar la realidad, pero que NO ES la realidad.

Este modelo atómico de Rutherford (en honor a Ernest Rutherford, quien lo propuso en 1911), también llamado modelo clásico del átomo, ha sido superado luego por otros modelos cuánticos, que se ajustan mejor a la realidad y que tienen su origen en la teoría cuántica de la materia, de algunas de cuyas ideas hablaremos enseguida.

¿Dónde están los electrones?, ¿Cómo se mueven?

Rutherford reconocía que los electrones debían estar en movimiento o sino serían atraídos hacia el núcleo, pero su modelo dejaba una imagen incompleta de cómo los electrones están distribuidos alrededor del mismo. Él sugería que los electrones podían orbitar el núcleo como los planetas orbitan el sol. Sin embargo, las leyes de física ya conocidas en los tiempos de Rutherford, predecían que las partículas cargadas como los electrones, cuando se mueven en un campo de fuerza como el del núcleo deberían emitir radiación, perdiendo gradualmente energía y, por lo tanto, al ser atraídos por el núcleo terminarían colapsando con él. Dado que esto no sucede, serían necesarias nuevas leyes. La física clásica estaba basada en el comportamiento de objetos grandes, fácilmente visibles. Pero estas leyes no sirvieron para explicar lo que ocurría en el mundo submicroscópico. A principios de 1900 varios avances teóricos fundamentales fueron hechos y una “nueva física” nació. Basada en lo que llamamos teoría cuántica, la nueva física trata con éxito los fenómenos en los que participan partículas del tamaño de moléculas, átomos y electrones con la energía de radiación.

La introducción de la teoría cuántica revolucionó nuestro entendimiento acerca de la materia y de la energía, y nos llevó directamente a la físico-química moderna. La teoría cuántica considera la existencia de los **cuantos** (o *quanta*). Un cuanto es un paquete de energía que está sólo disponible en cantidades separadas y discretas, es decir, que no puede tomar cualquier valor.

Imagine que una juguetería tiene como oferta una pelota por \$10,00, dos pelotas por \$18,50 y tres pelotas por \$25,00. Entonces, el dinero que pago está cuantizado, porque no puedo pagar \$12,00 ni \$10,01, sólo \$10,00, \$18,50 o \$25,00.

La idea de que la energía está cuantizada fue introducida en 1900 por **Max Planck** (Alemania, 1858-1947) y numerosos trabajos posteriores nos permiten decir que en la naturaleza la energía está cuantizada en cualquier proceso que imaginemos: al ser absorbida, al ser emitida, al ser transferida, etc... (Por ahora sólo nos interesa hablar de los cuantos de energía, que son los que dieron origen a la teoría. Pero la teoría actual prevé la cuantización de muchas otras variables).

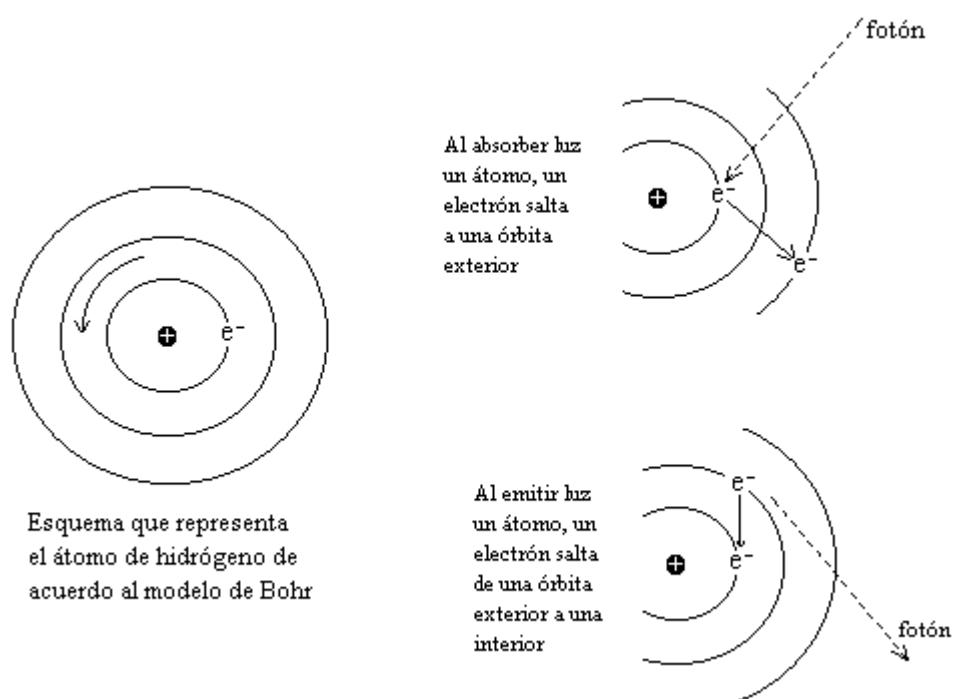
Modelo atómico de Bohr: cuantización de la energía

El gran físico danés **Niels Bohr** (1885-1962) presentó en 1913 el primer modelo de átomo basado en la cuantización de la energía y describió detalladamente como debía moverse el electrón.

El modelo de Bohr explicó la estructura del átomo más simple, el de Hidrógeno, y su espectro (de “emisión” y de “absorción”). Superó los puntos conflictivos del modelo atómico de Rutherford simplemente suponiendo que la física clásica estaba equivocada. Bohr planteó que no hay razón para esperar que los electrones en el átomo irradién energía.

A partir de la matemática y por un camino completamente no experimental presentó su teoría basada en los siguientes postulados, que son conocidos como los postulados de Bohr:

- 1) En un átomo, el electrón tiene permitidos únicamente ciertos estados definidos de movimiento: cada uno de estos estados llamados estacionarios tiene una energía fija y definida, porque la energía está cuantizada.
- 2) Cuando un electrón está en uno de estos estados, el átomo no irradia (es decir no emite energía), ni tampoco la absorbe; pero cuando el electrón cambia de un estado de alta energía a un estado de energía inferior, el átomo emite un cuanto de radiación cuya energía es igual a la diferencia de energía entre los dos estados.
- 3) En cualquiera de estos estados, el electrón se mueve siguiendo una órbita circular alrededor del núcleo.



Si bien este modelo permitió dar un gran paso en la interpretación de muchos de los hechos experimentales observados en sistemas unielectrónicos (el modelo de Bohr permitió interpretar el espectro de emisión de líneas del átomo de hidrógeno, lo que era una fuerte evidencia experimental de su validez), también es cierto que muchos otros quedaron sin respuesta, sobre todo los que se referían al comportamiento de átomos con más de un electrón (multielectrónicos).

► Actividad 8

- ¿Por qué se debió desarrollar la física cuántica?
- ¿Qué modificaciones introdujo Bohr al modelo atómico de Rutherford?

Evolución del modelo atómico después de Bohr

En 1923 **Louis De Broglie**, quien aceptaba el tratamiento de la luz como una onda electromagnética, sugirió que las partículas muy pequeñas —de dimensiones atómicas o subatómicas— y que se mueven a grandes velocidades (entiéndase que las partículas son materiales es decir que tienen masa y ocupan un lugar en el espacio) pueden comportarse en algunos casos como ondas electromagnéticas. El electrón, como Ud. sabe, es una partícula, pero también (según la teoría de De Broglie) puede comportarse como una onda. En realidad, el tratamiento de las ondas electromagnéticas como constituidas por partículas materiales no era un tema nuevo. Desde hacía varios años, el interrogante sobre la naturaleza de la luz y su

comportamiento a veces como onda, otras como partículas, estaba en la mente de muchos pensadores.

Werner Heisenberg (Alemania, 1901-1976) contribuyó a desarrollar la teoría del movimiento del electrón. Él no pudo decir dónde estaba el electrón, es más, dijo que jamás podremos saberlo porque llegó a una conclusión que hoy conocemos como *principio de incertidumbre o de indeterminación*, que debe ser tenida muy en cuenta al tratar de entender el mundo submicroscópico. Este principio es aplicable a todas las partículas del átomo, especialmente al electrón, ya que se comportan como ondas y establece que para tales partículas es imposible determinar simultáneamente su posición y velocidad con una exactitud determinada. Por analogía podemos decir que, como el electrón puede comportarse como onda o partícula, es imposible saber dónde está y a qué velocidad se mueve dentro del átomo al mismo tiempo. Dado que no se puede conocer simultáneamente la posición y la velocidad de un electrón, no es posible que al moverse siga una trayectoria definida; es decir que el electrón no puede moverse siguiendo una trayectoria circular como había postulado Bohr.

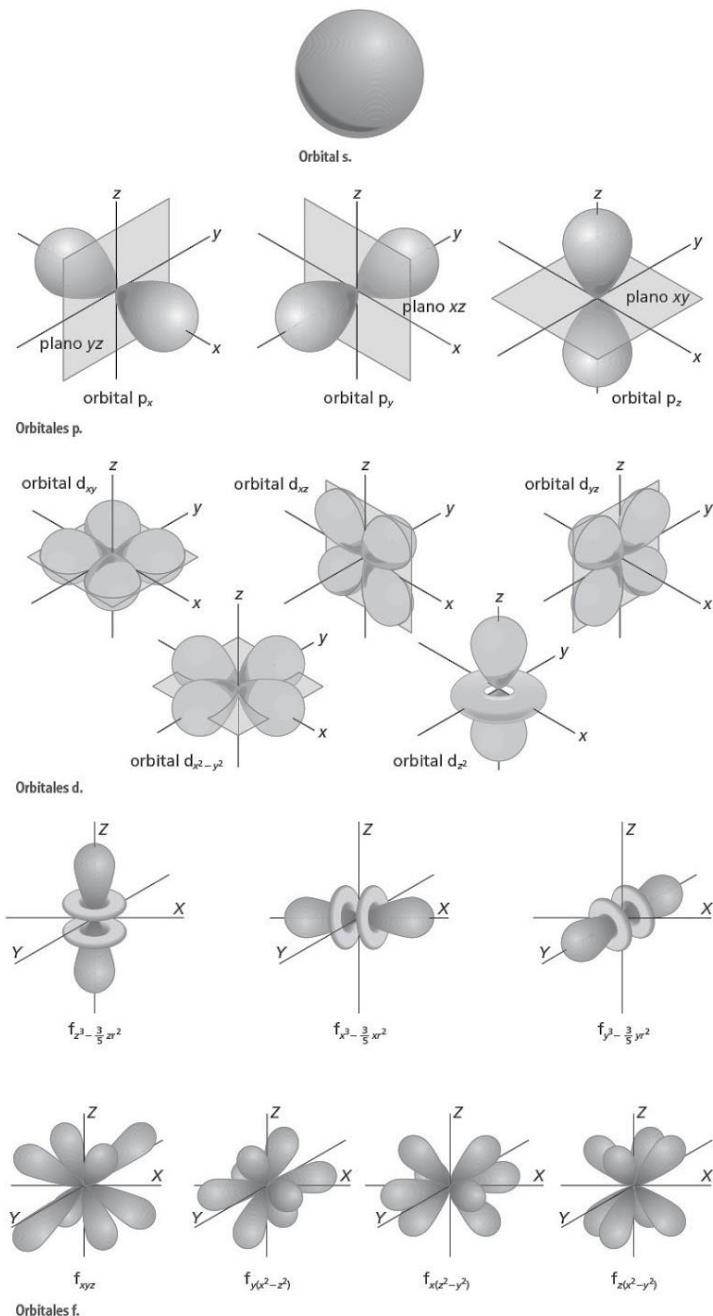
Entonces: ¿dónde están los electrones?, ¿qué pasa con las órbitas circulares?

Erwin Schrödinger (Austria, 1887-1961), un físico que gustaba de la filosofía y es actualmente reconocido como uno de los padres de la mecánica cuántica, elaboró una respuesta a tales interrogantes. Considerando el comportamiento de los electrones como onda encontró una ecuación que permite conocer la probabilidad de que un electrón se encuentre en una cierta región del espacio. El espacio o zona en el cual es más probable encontrar un electrón con un nivel de energía específico es llamado “orbital atómico”. Note la diferencia entre la órbita de Bohr y el orbital de Schrödinger. Una órbita es una trayectoria (un “camino”) a través del espacio claramente definida; en cambio un orbital es una región en el espacio alrededor del núcleo en la cual sabemos que es más probable encontrar el electrón, pero de acuerdo al principio de Heisenberg no podemos localizar exactamente su posición.

En el modelo de Bohr, se postulaba una órbita circular de radio $0,529177\text{\AA}$, para el nivel de energía $n = 1$ en el átomo de Hidrógeno, el cuál coincide con el obtenido por la Mecánica Cuántica. La diferencia reside en que, el orbital ocupa un espacio tridimensional y es de forma esférica, por lo que el radio de Bohr no sería el radio de una órbita si no que es la distancia al núcleo donde sería más probable encontrar al electrón. Debe quedarnos claro que, aunque no podemos saber dónde está el electrón exactamente, sí podemos averiguar la probabilidad de encontrarlo dentro de determinadas zonas del espacio de acuerdo a la energía fija y definida que tiene un electrón moviéndose alrededor del núcleo. Estas “zonas o regiones del espacio” pueden ser representadas gráficamente a partir de la ecuación de Schrödinger. Al resolver matemáticamente dicha ecuación surgen de manera natural los números cuánticos (llamados así porque se relacionan con la cuantización de la energía), de los cuales usted habrá escuchado (y seguirá escuchando), pero en los cuales no nos detendremos en este curso.

Los números cuánticos están relacionados directamente con la forma y simetría de los orbitales. Podemos distinguir cuatro tipos de orbitales atómicos de “forma” diferente (y números cuánticos diferentes) los que se denominan s, p, d y f. En una sección posterior, Ud. comprenderá la importancia de los “orbitales atómicos” y de su “forma”, en la existencia de moléculas y otras especies químicas. Por ahora, en la figura de la página siguiente, le mostramos la “forma” de los distintos orbitales atómicos para que se vaya familiarizando.

Lo que se representa es la distribución en el espacio (región o zona) de la probabilidad de encontrar el electrón, es decir la “forma” del orbital atómico. Ud. luego conocerá el significado de expresar al orbital esférico como “1s” y no “s”, solamente, como así también por qué los orbitales 2p son tres, los 3d cinco y los 4f siete. Ud. los comprenderá en otras materias de su carrera donde se analizarán en detalle. Por ahora, sólo es necesario que observe su “forma” y simetría, por qué reciben diferentes nombres de acuerdo a estas características, en qué se asemejan y en qué se diferencian los orbitales de tipo s, p o d. Observando las figuras Ud. podrá deducir en qué zona del espacio es más probable encontrar el electrón de acuerdo a qué tipo de orbital se trate.



Podés ver más detalles de los orbitales en https://www.youtube.com/watch?v=ZxG_nxBhRD8

El modelo atómico actual se basa en la Mecánica Cuántica, la cual considera que la energía está cuantizada. Además, los electrones no se mueven en posiciones exactamente determinadas

(órbitas) si no que ocupan una región del espacio cuya forma dependerá del nivel de energía en que se encuentren. Estas regiones son los orbitales y son la probabilidad de encontrar al electrón. Un esquema del átomo sería:

- 1) Existe un núcleo central, cargado positivamente, que concentra la casi totalidad de la masa atómica. Está formado por protones y neutrones.
- 2) Alrededor del núcleo se encuentran los electrones ocupando los orbitales. Estos orbitales están caracterizados por una energía determinada o nivel energético. Cada orbital puede ser ocupado por dos electrones como máximo debido al Principio de Exclusión de Pauli.

► Actividad 9

- 1) Realice un cuadro sinóptico con la evolución de los modelos atómicos, desde el modelo de Dalton hasta el actual, en el cual consten los postulados de cada modelo que se desecharon y los que se mantuvieron de un modelo a otro y los hechos experimentales que motivaron la evolución que se estudió en esta guía.
- 2) Discuta sus conclusiones con sus compañeros y el docente.
- 3) ¿Qué relación encuentra entre lo estudiado en esta guía y la construcción del conocimiento científico?

► Actividad 10

Si se repitiera la experiencia de Rutherford, considerando el modelo atómico actual se observaría que:

- a) La mayoría de las partículas alfa rebotarían debido a que los electrones no giran en órbitas definidas sino que se mueven generando una nube electrónica alrededor del núcleo.
- b) Sólo algunas partículas alfa rebotarían, verificando la existencia de un núcleo denso y cargado positivamente.
- c) Ninguna partícula alfa atravesaría la lámina de oro ya que quedarían atrapadas en la nube electrónica negativa, verificando de esta forma la existencia de los electrones.
- d) Las partículas alfa rebotarían debido a que la energía de los electrones está cuantizada.

Historia de la química: el génesis de la tabla periódica

Hace más de cien años que la Tabla Periódica preside, como un monumento, los laboratorios de química en el mundo. Se ha estirado y alargado un poco y ya no se fundamenta sobre las mismas bases, pero su aspecto general no ha cambiado. Mendeleiev (Rusia, 1834-1907) cuando elaboró su clasificación periódica en 1869 ignoraba las razones atómicas que explicaban la periodicidad de las propiedades químicas y conocía bastantes menos elementos que nosotros. ¿Cómo pudo hacer un descubrimiento así?

Resulta tentador atribuirlo a una “intuición genial” o a un “sueño visionario”. Pero la realidad histórica es otra. La clasificación periódica no brotó como una chispa repentina en terreno virgen. Mendeleiev se esforzó durante años para conseguir la tabla que expresa la ley periódica; por otra parte, no fue el primero - ni el último - en intentar clasificar los elementos químicos. Antes que la suya se propusieron decenas de tablas, más o menos completas, más o menos aproximadas, que han caído en los “olvidos” de la historia. Los predecesores de Mendeleiev han representado un papel determinante en la génesis de la Tabla Periódica; tan determinante que el descubrimiento no debe atribuirse únicamente a Mendeleiev, sino a seis químicos que entre 1862 y 1869, construyeron progresivamente el sistema periódico. Aquí no se trata de redistribuir los premios y la escala de los méritos, sino más bien de circunscribir las circunstancias y condiciones de la construcción de la Tabla Periódica. ¿Cuándo y cómo se planteó el problema de una clasificación de los elementos? ¿Cuáles son las grandes etapas de su génesis? ¿Cuál es el aporte personal de Mendeleiev que ha podido justificar su celebridad? Sólo considerando estas tres preguntas puede llegar a comprenderse mejor el “milagro” que ha permitido agrupar en una tabla los ladrillos elementales que forman todo el universo material.

Rápidamente se comprende porqué se planteó el problema de una clasificación de los elementos, si se imagina la situación de un profesor de química hace aproximadamente un siglo atrás. ¿Cómo es posible almacenar la suma de conocimientos acumulados acerca de miles de sustancias?

Ello era posible cuando esa variedad podía reducirse a los cuatro elementos fundamentales heredados de Aristóteles: la tierra, el aire, el agua y el fuego. Pero he aquí que, en el Siglo XVIII, los progresos conjuntos de la metalurgia y el análisis químico hicieron estallar estas cuatro unidades: se identificaron varias tierras en las minas, se aislaron varias clases de aire, el agua fue descompuesta por Lavoiser (francés, 1734-1794) quien descubrió posteriormente la composición exacta del aire. Todo sucedía como si los progresos obligaran a renunciar al deseo racional de volver a llevar lo múltiple a la unidad; es decir, de la doctrina de Aristóteles, cuatro elementos, ahora debía pasarse a varias decenas, o sea, aceptar una pluralidad indefinida de elementos.

Las dificultades aumentaron cuando a principio de siglo, apareció Volta (italiano, 1745-1827) con una nueva técnica de análisis que utilizaba el principio de la pila que lleva su nombre, la electrólisis. A partir de esto, los cuerpos simples se multiplicaron: Lavoiser había enumerado 33 elementos (no todos simples); en 1830 ya eran 50 y en la década del 60, más de 60.

Todas las clasificaciones de elementos intentadas durante el siglo XIX procedían de dos puntos diametralmente opuestos sobre la cuestión del pluralismo de los elementos: Por un lado, se suponía la existencia de un elemento originario, una materia primera de la que se derivarían todos los elementos conocidos. Tal es el sentido de la hipótesis elaborada por Prout a principios de siglo. Suponía que todos los cuerpos simples derivaban de una materia primera única, que sería el hidrógeno. Por otro lado, Mendeleiev rechazaba en bloque todas las hipótesis de una materia primera. Proclamaba la individualidad de los elementos y la imposibilidad de transmutarlos.

La idea de Prout se abrió paso rápidamente porque la mayoría de los pesos atómicos asignados a los elementos de aquella época eran múltiplos enteros del valor atribuido al átomo de hidrógeno. Con esta idea se alentaron investigaciones sobre la determinación de las masas atómicas y además, se agudizó la necesidad de sistematización de los resultados experimentales, activando en particular la investigación de parentescos y relaciones entre los elementos; finalmente, se impuso la primacía de un sistema de clasificación: la masa atómica. Las relaciones numéricas entre los

pesos atómicos, considerados como índices de filiación, debían permitir tejer poco a poco una red de familias químicas, en el propio sentido del término, hasta formar el árbol genealógico de la materia inerte.

En este sentido, en 1817, el profesor Döbereiner descubrió una notable relación: la masa “equivalente” (hoy se diría molecular) del óxido de estroncio (50) es igual a la media aritmética del óxido de calcio (27,5) y del óxido de bario (72,5), en un sistema en el que el **H = 1** y el **Cl = 7,5**. En aquella época fue un hecho puntual y aislado, pero 12 años más tarde, a partir de masas atómicas más precisas obtenidas por Berzelius, Döbereiner empezó a generalizar la idea de las triadas y propuso series como:

$$Br = \frac{Cl + I}{2} \quad Na = \frac{Li + K}{2} \quad Se = \frac{S + Te}{2}$$

Diez años después, Gmelin pasó de las triadas a las series de elementos. El concretó toda su atención en las relaciones aritméticas entre las masas atómicas y despreció las analogías químicas, pero esta alternativa no tuvo una resonancia adecuada entre los químicos.

Luego se observó una pausa en el impulso clasificador debido al desarrollo de la química orgánica. Las nuevas propuestas para clasificar los elementos se oponían cada vez más a la hipótesis unitaria de Prout. Para descubrir la ley periódica había necesidad de renunciar al culto de los nombres y el fetichismo de la aritmética para concentrarse en las analogías químicas. Esto se produjo en el Primer Congreso Internacional de Química en 1860. Allí se dio fin a una larga querella de medio siglo de duración que opuso los atomistas a los “equivalentistas” que preferían hablar de “masa equivalente” y, por lo tanto, rehusaban cualquier hipótesis sobre la constitución de la materia. Esta disputa tuvo por principales afectos el rechazo de la distinción entre molécula y átomo, y una divergencia cada vez más acusada en los sistemas de masas atómicas. La finalidad del congreso era llegar a un acuerdo. Después de numerosas discusiones, el sistema de Cannizzaro (Italia, 1826-1910), formado sobre la base de la ley de Avogadro (Italia, 1776-1856), fue el que finalmente obtuvo la adhesión de la mayoría de los químicos.

Los sucesivos ensayos de Newlands demostraron la importancia de aquel nuevo sistema de masas atómicas. Newlands había formado 11 grupos de elementos de propiedades análogas y observó que la diferencia de las masas atómicas entre dos elementos es aproximadamente igual a 8 o a un múltiplo de 8. En 1864 con las masas atómicas de Canizzaro consiguió formar un verdadero sistema y anunció en 1865 la “ley de las octavas”, según la cual las propiedades se repetían cada siete elementos. Newlands fue el primero en hacer previsiones de elementos: a veces erróneamente, como la de un elemento intermedio entre el paladio y el platino; a veces acertadamente, como la de un elemento de masa atómica 73 entre el silicio y el estaño que corresponde al lugar del futuro germanio. En el mismo año que Newlands, Odling formó un sistema más completo. Contaba con 57 elementos (de 60 conocidos) y era más fiel al orden de crecimiento de masas atómicas. También dejó lugares vacíos para elementos por descubrir, particularmente entre las masas atómicas 40 y 60 y entre 64 y 75. Por lo tanto, se trataba de una disposición muy próxima a la de Mendeleiev. Todavía más cerca de Mendeleiev - tan próxima que no se pudo evitar una querella de prioridad-, surgió la Tabla de Julius Lothar Meyer (Alemania, 1830-1895). Ambos químicos querían clasificar los elementos por el mismo motivo: querían hacer un manual de química para sus estudiantes en el cual se presentara una química racional, ordenada

y sistemática. Se ve aquí que los intereses pedagógicos pudieron ser el origen de un gran descubrimiento.

Lothar Meyer construyó un sistema periódico muy semejante al de Mendeleiev en 1868, un año antes que él, pero como no lo publicó hasta 1870 tuvo una querella de prioridad, sin entrar en detalle es posible subrayar las diferencias entre los dos sistemas rivales. Lo más evidente es que Meyer no previó las propiedades de los elementos por descubrir ni se atrevió a corregir masas atómicas. Meyer, sin ser partidario de la hipótesis de Prout, dudó siempre de la individualidad de los átomos y nunca perdió la esperanza de que se descubriese una materia prima originaria que diese cuenta de las analogías expuestas en su Tabla. Mendeleiev, por su parte, rechazaba esta hipótesis de plano, las consideraba como “utopías de la razón”. En lugar de intentar buscar, como la mayoría de sus antecesores, algunas líneas de parentesco para remontarse hasta un ancestro común, Mendeleiev aspiraba a abarcar lo múltiple en la unidad a deducir una ley única, sin excepciones ni fallos. Esta idea no solo surgió porque se habían corregido las masas atómicas sino también porque con la ley de Avogadro se impuso una distinción entre átomo y molécula.

Para clasificar los elementos, Mendeleiev parte de lo concreto: estudia el agua, el aire, después los compuestos carbonatados y finalmente la sal de cocina. Partiendo de sustancias familiares define poco a poco, las propiedades elementales del hidrógeno, del oxígeno, del nitrógeno, del carbono, del sodio y del cloro; todos son cabeza de fila (o segundo para el sodio y el cloro) de grupos verticales de la futura clasificación. Este plan de construcción muestra la originalidad del proceso de Mendeleiev, ya que, la mayoría de sus predecesores consideraban sobre todo parecidos para formar familias, él atendió de entrada a las diferencias y confrontó a los elementos según sus propiedades químicas más contrastadas. Fue comparado así, los extremos, metales alcalinos y halógenos. Estos dos grupos constituyeron el armazón del edificio. Una vez denominado este esquema general, el orden y la razón de las analogías locales fueron manifestándose poco a poco; las diferentes familias, ya conocidas en su mayoría, fueron disponiéndose de acuerdo con el orden de crecimiento de la masa atómica de los elementos.

Finalmente propuso una tabla compacta con grupos verticales y períodos horizontales. Esta no fue la tabla ideal, ya que no pudo expresar en ella las “analogías diagonales” pero la Tabla Periódica de Mendeleiev sirvió como base fundamental en la construcción de la actual Tabla Periódica de los Elementos.

► Actividad 11

- a) Resuma en pocas palabras cuáles fueron los criterios utilizados para clasificar los elementos en el Siglo XIX.
- b) Realice un esquema en donde se indiquen las similitudes y diferencias entre la clasificación de los elementos realizada por Mendeleiev y Meyer.
- c) Compare sus conclusiones con las de sus compañeros y discuta con ellos y su docente.

► **Actividad 12**

a) Teniendo en cuenta el modelo atómico actual, dibuje el átomo de hidrógeno e identifique la ubicación de las partículas sub-atómicas (un protón y un electrón).

b) Teniendo en cuenta el modelo atómico actual, dibuje el átomo de helio (He).

Identifique la ubicación de las partículas sub-atómicas (dos protones, dos neutrones y dos electrones).

c) En ambos ejemplos verifique la electroneutralidad.

d) Discuta sus resultados con sus compañeros y confronte con el docente.

► **Actividad 13**

a) Defina con sus palabras lo que entiende por valencia.

b) Defina con sus palabras lo que entiende por número de oxidación.

c) Defina con sus palabras lo que entiende por *número másico* y *número atómico*.

d) Indique cuál/es de la/s siguiente/s afirmación/es es/son verdadera/s. **J.S.R.** (justifique sus respuestas).

- las fórmulas químicas son representaciones de la naturaleza interna de la materia.
- la valencia es la afinidad de un elemento para combinarse con otro.
- la valencia es un número natural.

- el número de oxidación es un número sin signo.
- el número de oxidación es igual a la valencia pero tiene signo positivo o negativo.
- el número de oxidación es igual al número de electrones ganados o cedidos por un átomo.

Configuración electrónica de los átomos

Para el estudiante de química conocer la distribución de electrones en la zona que rodea el núcleo de cualquier átomo, le aporta información relevante. De acuerdo al modelo atómico actual, se puede asegurar que los electrones del átomo no ocupan cualquier zona del espacio, sino que la probabilidad de encontrarlos es mayor en certas y determinadas zonas que en otras.

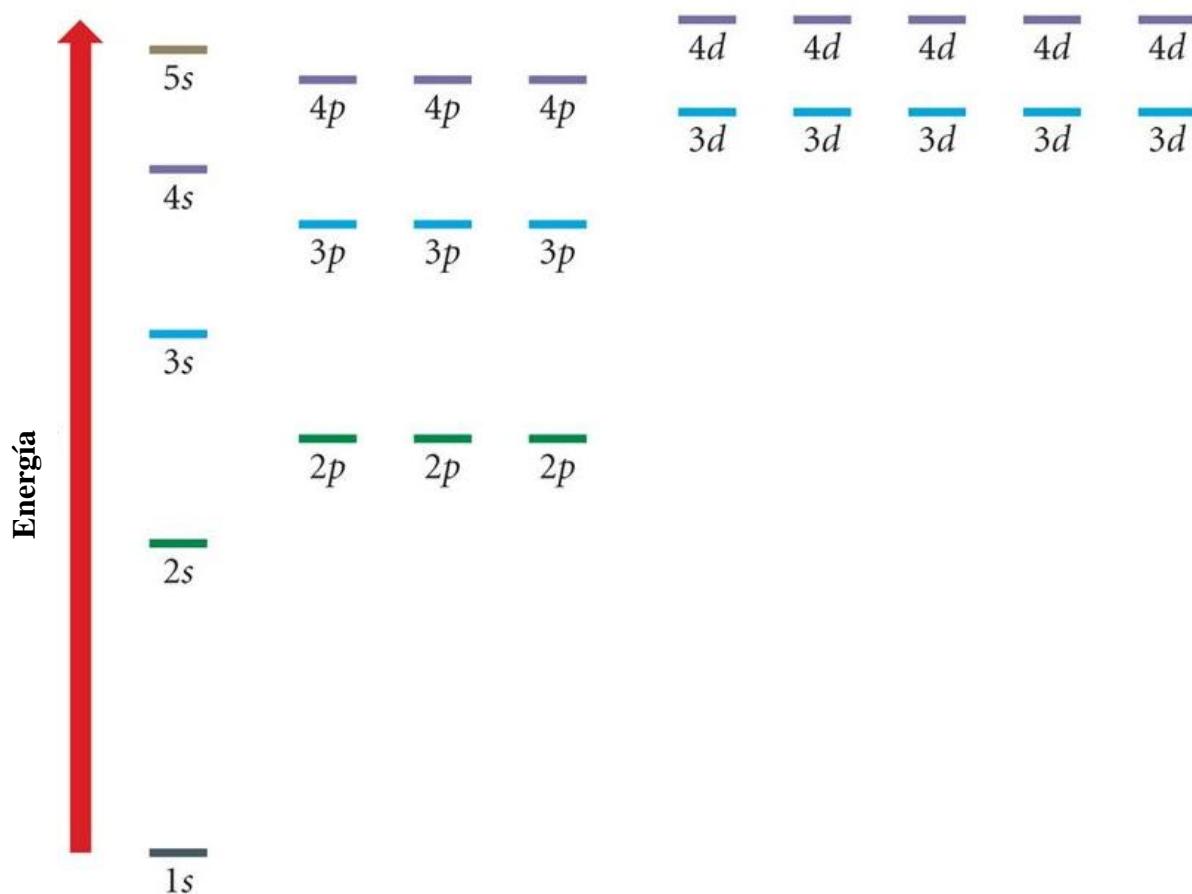
Estas zonas o espacios se corresponden con ciertos y determinados niveles de energía de interacción entre el núcleo y cada uno de los electrones. Estos niveles se representan con números enteros (1,2,3,4...n) y se corresponden con las capas de Bohr K, L, M, N, etc. A medida que este número aumenta, significa que los electrones tendrán mayores probabilidades de encontrarse más alejados del núcleo. Dentro de cada nivel hay subniveles que se representan con las letras *s*, *p*, *d* y *f* que pueden alojar un número máximo de electrones:

subnivel	número máximo de electrones	Representación
<i>s</i>	2	$s^{(1-2)}$
<i>p</i>	6	$p^{(1-6)}$
<i>d</i>	10	$d^{(1-10)}$
<i>f</i>	14	$f^{(1-14)}$

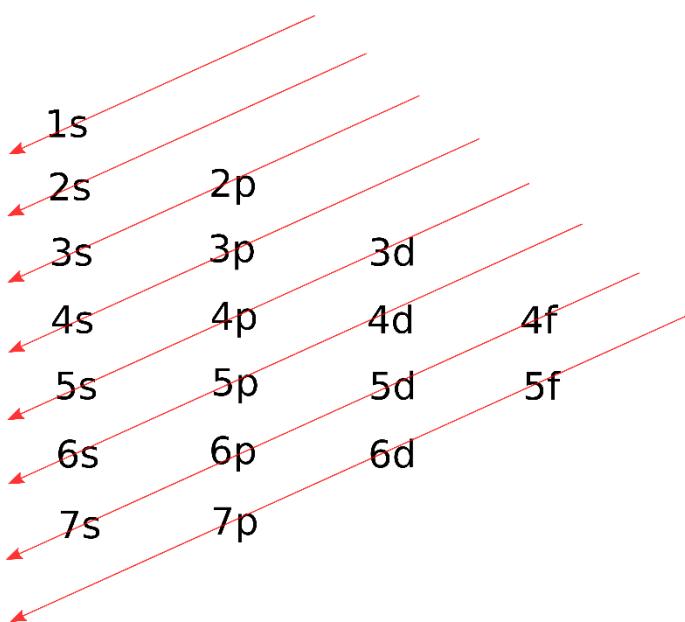
Tanto la teoría como los estudios experimentales, han demostrado que el orden de energía creciente para los diferentes orbitales es:

$$1s < 2s < 2p < 3s < 3p < 4s \cong 3d < 4p < 5s \cong 4d < 5p < 6s \cong 4f \cong 5d < 6p < 7s < 5f$$

En general se da la siguiente regularidad: los subniveles ns , $(n-1)d$ y $(n-2)f$ se diferencian poco en energía y siempre tienen menor energía que el subnivel np . En la siguiente página puede verse un diagrama aproximado de los niveles relativos de energía de los orbitales atómicos.



Existe una regla nemotécnica para recordar el orden de energía creciente de los subniveles atómicos, que consiste en disponer a los mismos según el esquema que se muestra a continuación y ordenarlos según la serie de diagonales.



Por ejemplo, si un átomo tiene 5 electrones, la distribución electrónica que presenta es:

NIVEL 1: $[1s^2]$

NIVEL 2: $\{[2s^2][2p^1]\}$

Esto indica que:

- en el nivel **1_(K)** el subnivel *s* contiene 2 electrones.
- en el nivel **2_(L)** el subnivel *s* contiene 2 electrones.
- en el nivel **2_(L)** el subnivel *p* contiene 1 electrón.

El conocimiento de la distribución de los electrones de un átomo sirve para identificarlo y también para predecir su comportamiento

► Actividad 14

1) Teniendo en cuenta todo lo anterior, escriba la distribución de electrones en los átomos que presentan:

9 electrones.....

10 electrones.....

12 electrones.....

15 electrones.....

2) Nombre los parámetros que diferencian un elemento de otro.

3) ¿A dónde se recurre usualmente para encontrar a los elementos químicos, sus símbolos y números atómicos característicos?

Los elementos y la tabla periódica

► Actividad 15

1) Defina *elemento* (recuerde la clasificación de sistemas materiales de la guía de “La Materia”).

2) Lea el siguiente texto:

Recién en 1870, el químico ruso Dimitri Mendeleiev descubrió que las propiedades de algunos elementos y compuestos eran parecidos y construyó la primera Tabla Periódica, base de todas las versiones posteriores. La periodicidad de los elementos utilizada por Mendeleiev fue aceptada desde un comienzo como una propuesta válida, sin embargo, éste debió realizar algunas inversiones en la Tabla Periódica que construyó.

Con el objeto de resaltar que eran las analogías de las propiedades físicas y químicas lo que determinaba su posición en la Tabla, ubicó antes al elemento argón (Ar; P.A. o M.A.: 39,948) que al potasio (K; P.A. o M.A.: 39,098), a pesar de que éste era más liviano. Él argumentaba la posibilidad de que algunas de las masas atómicas (pesos atómicos) de esos elementos no fueran lo suficientemente exactos, lo cual hoy, podemos decir que es falso.

Lo original del trabajo del químico ruso fue haber predicho con suficiente exactitud las propiedades de tres elementos desconocidos en su época: galio, escandio y germanio, para los cuales dejó los espacios vacíos en la Tabla Periódica. A la luz de los nuevos conocimientos de la naturaleza de la materia, los criterios utilizados por Mendeleiev fueron revisados y mejorados. Se estableció que:

- la masa atómica de los elementos depende fundamentalmente de las partículas nucleares.
- las propiedades químicas están determinadas por el número de protones.
- de acuerdo con el principio de electroneutralidad, existe una relación entre la masa atómica de Mendeleiev, el número atómico, el número de electrones y las propiedades químicas observadas.

Años más tarde, W.C. Röentgen (1895) descubrió los rayos “X” y en 1913, Henry H. Moseley utilizó rayos catódicos para impactar con ellos a una lámina metálica. De esta forma obtuvo emisión de rayos “X” característicos, lo cual le permitió demostrar que la longitud de onda de dichos rayos emitidos es una función del **número atómico** del elemento empleado en la lámina.

Como consecuencia de sus estudios, Moseley, modificó el enunciado de la ley periódica proponiendo que:

Las propiedades periódicas de los elementos son función de sus números atómicos

De esta manera, las inversiones realizadas por Mendeleiev quedaron justificadas creando la Tabla Periódica actual.

Hoy, a más de un siglo, la química moderna ha reconocido que la actual Tabla Periódica es un elemento indispensable para los químicos. En ella se ordenan los símbolos de todos los elementos conocidos y se presentan algunas de sus propiedades características.

- a) Sintetice en un diagrama los hechos relevantes de la génesis de la Tabla Periódica.
- b) Analice la Tabla Periódica.
- c) Liste cinco elementos que aparezcan en la Tabla, represéntelos con sus símbolos característicos.

► Actividad 16

Lea y analice el siguiente comentario sobre la Tabla Periódica:

La clasificación periódica agrupa a todos los elementos conocidos. De los 118 elementos que se encuentran en ella, 88 son naturales y el resto fueron obtenidos por medio de reacciones nucleares (tecnezio, francio, etc.). En la tabla periódica, a cada una de las columnas verticales se la denomina “grupo”. Estos grupos (que contienen elementos con características similares) se clasifican de la siguiente forma:

- **Elementos representativos:** son aquellos que, en la distribución electrónica, están completando subniveles s y p en su último nivel de energía.
- **Elementos de transición:** son aquellos que, en la distribución electrónica, están completando subniveles d en su último nivel de energía.
- **Elementos de transición interna:** son aquellos que, en la distribución electrónica, están completando subniveles f en su último nivel de energía.

De todos estos grupos, a los que contienen elementos representativos o de transición se les asigna un número que sirve para identificarlos.

A los elementos del Grupo 1 también se los denomina “metales alcalinos”, mientras que a los del Grupo 2 se los denomina “alcalinos terreos”. Los elementos del Grupo 17 son llamados “halógenos” y los del Grupo 18, “gases inertes, raros o nobles”.

Para designar a estos grupos también se solían utilizar números romanos seguidos de la letra “A” o “B” (por ejemplo, al grupo 4 se lo denominaba IVB y al grupo 14, IVA). Además, solía tratarse a los grupos 8, 9 y 10 como un único grupo triple, conocido colectivamente como grupo VIII. Esta forma de denominar los grupos se prestaba a confusión, ya que algunos autores (principalmente europeos) utilizaban las letras “A” y “B” de manera opuesta a lo mencionado anteriormente. Para evitar esto, en 1988 se puso en uso el nuevo sistema de nomenclatura IUPAC (donde se usan los números arábigos de 1 a 18). Si bien en muchos textos todavía se utiliza la vieja nomenclatura, no se recomienda su uso.

► **Actividad 17**

- 1) Marque en la Tabla Periódica la diagonal que divide a los elementos metálicos de los no metálicos.
- 2) Realice una lista con 5 elementos metálicos y 5 no metálicos:

► **Actividad 18**

- 1) Complete el siguiente cuadro asociando los elementos con su Z (número atómico) y su distribución electrónica.

ELEMENTO	SÍMBOLO	Nº ATÓMICO (Z)	DISTRIBUCIÓN ELECTRÓNICA
Hidrógeno			1s ¹
Litio			
	Na	11	
Boro		5	
			1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ¹

- 2) Remarque los electrones del último nivel energético de esos elementos.
- 3) Observe la ubicación de dichos elementos en la tabla anotando sus conclusiones. Discuta con el docente

► **Actividad 19**

Dados de los siguientes pares de elementos:



- 1) Escriba y compare las distribuciones electrónicas
- 2) Observe la ubicación de estos elementos en la Tabla Periódica.

3) Identifique los parámetros que definen la ubicación de estos elementos en la tabla periódica.

Elemento	Columna o Grupo	Fila o Período
Li		
Be		
B		
C		

Usted ha encontrado que los elementos que poseen igual número de electrones en su último nivel se ubican en una misma columna y reciben el nombre de grupos o familias formando un conjunto de elementos que poseen propiedades semejantes. A modo de ejemplo el primer grupo de la Tabla Periódica está formado por elementos que tienen un solo electrón en el último nivel, son metales y conducen la corriente eléctrica.

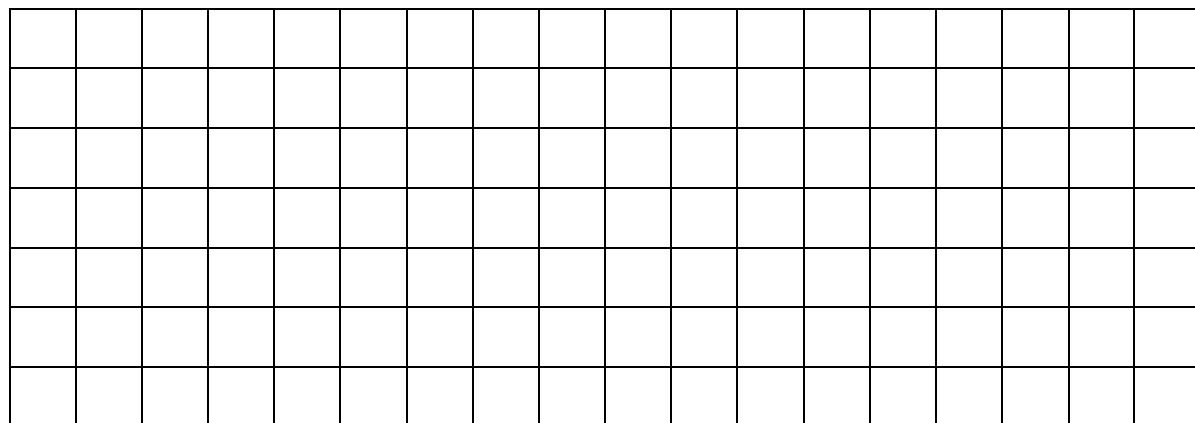
Las filas de la Tabla Periódica definen los llamados períodos, esto es, el conjunto de elementos que están completando o han completado el mismo nivel de energía, es decir, con el mismo n .

Por todo lo anteriormente citado, podemos decir que la posición de un elemento en la Tabla Periódica se define con los datos aportados por el período y el grupo al que pertenece.

De lo visto hasta aquí se puede deducir que la distribución de electrones en un elemento es una vía importante que determina su posición en la Tabla Periódica.

► Actividad 20

Dado el siguiente rectángulo que contiene 126 posiciones:



- 1) Marque con una cruz las posiciones ocupadas por los elementos conocidos (naturales o artificiales), utilizando para ello la Tabla Periódica.

- 2) Con todo lo construido hasta al momento, considere cual será la posibilidad de encontrar elementos que ocupen posiciones entre el hidrógeno (H) y el helio (He); entre el berilio (Be) y el boro (B); entre el magnesio (Mg) y el aluminio (Al). Justifique su respuesta teniendo en cuenta el modelo atómico actual.

La pérdida o ganancia de electrones en el átomo

Conocemos que el principio de electroneutralidad permite conocer un balance entre cargas del átomo y explica la aparición de iones (aniones o cationes), debido al desequilibrio en dicho balance. Se plantea entonces:

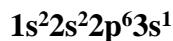
¿Cuántos electrones puede perder un átomo?

¿Todos? ¿Algunos? ¿Cuáles?

Un átomo, normalmente como máximo, puede perder el número de electrones que tiene en exceso con respecto al gas noble que le antecede y puede como máximo, ganar el número de electrones que le falta para adquirir de esa manera, la distribución electrónica del gas noble que le sigue.

► Actividad 21

Suponga que elige el átomo de sodio (Na), el cual posee como coordenadas de la Tabla Periódica: período 3 y grupo 1. Por lo tanto, tiene 11 electrones y 11 protones. La distribución de los electrones es:



La distribución de los electrones del último nivel es: **3s¹**

y la del gas noble que le antecede [Ne: Neón] es: **1s²2s²2p⁶**

Entonces la distribución electrónica del Na puede representarse: **[Ne]3s¹**

- 1) El número de electrones que deberá perder el átomo de sodio para adquirir la distribución de electrones del gas noble que le antecede es **J.S.R.** (Justifique su respuesta)

- 2) Considere el átomo de oxígeno (O) cuyas coordenadas de Tabla Periódica son: período 2 y grupo 16. Complete lo siguiente:

El oxígeno tiene..... protones yelectrones. La distribución de electrones es:
.....

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al oxígeno será:
.....

3) Repita la actividad anterior con los siguientes elementos. Utilice la Tabla Periódica como herramienta.

Calcio (Ca):

Nitrógeno (N):

Fósforo (P):

Cloro (Cl):

Azufre (S):

Plomo (Pb):

► Actividad 22

De acuerdo con lo anterior, indique la cantidad de electrones que pueden ganar o perder los siguientes elementos indicando las situaciones diferentes que puede predecir en cada caso.

ELEMENTO	CORAZÓN (gas inerte)	Nº DE ELECTRONES
Na	[Ne] 3s ¹	
Li	[He] 2s ¹	
Cl	[Ne]3s ² 3p ⁵	
Ca	[Ar] 4s ²	
Y	[Kr] 5s ² 4d ¹	

► Actividad 23

Busque otros ejemplos dentro de los elementos de los períodos 2 y 3 de la Tabla Periódica y repita la actividad anterior.

ELEMENTO	CORAZÓN (gas inerte)	Nº DE ELECTRONES

El número de electrones ganados o cedidos se denomina estado o número de oxidación.

La unidad de transferencia es el electrón. Si los electrones son cedidos quedará un exceso de carga positiva que se indicará posponiendo al número natural entero, el signo (+). Si los electrones son ganados quedará un exceso de carga negativa y el signo será (-). Por cada electrón ganado o cedido se genera un estado de oxidación diferente por lo que, existirán tantos estados como electrones pueda intercambiar.

Un caso particularmente ilustrativo es el átomo de nitrógeno (N) con $Z = 7$, el cual posee dos electrones en el corazón del átomo y cinco electrones en la capa de valencia. Tiene entonces la posibilidad de ceder 5 electrones y la de ganar 3 electrones. Por lo tanto, la cantidad de estados de oxidación posibles es 9, cuyos números de oxidación son: 1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 1-, 2-, 3- y 0.

De manera coloquial podemos referirnos al estado de oxidación 2+, con lo cual estamos haciendo alusión a un estado de oxidación en particular cuyo número de oxidación es 2+.

Estados o números de oxidación

Reglas generales:

- El número de oxidación de cualquier elemento eléctricamente neutro es cero.
- El número de oxidación del estado más frecuente del oxígeno es 2-.
- El número de oxidación del estado más frecuente del hidrógeno es 1+.

► Actividad 24

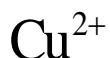
Dada la siguiente tabla:

ELEMENTO	CARÁCTER METÁLICO	NÚMEROS DE OXIDACIÓN
H	No Metálico	1+, 1-
Li, Na, K, Rb, Cs, Fr	Metálico	1+
Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra	Metálico	2+
B	Metaloide	3+, 3-
Al, Ga	Metálico	3+
In, Au	Metálico	1+, 3+
C	No Metálico	2+, 4+, 4-
Si, Ge	Metaloide, Metálico	2+, 4+
Sn, Pb	Metálico	2+, 4+
N	No Metálico	3+, 5+, 3-
P, As	No Metálico	3+, 5+, 3-
Sb	Metálico	3+, 5+, 3-
Bi	Metálico	3+, 5+
O	No Metálico	2-
S	No Metálico	4+, 6+, 2-
Se	No Metálico	4+, 6+, 2-
Te, Po	Metaloide, Metálico	4+, 6+, 2-
F	No Metálico	1-
Cl, Br, I	No Metálico	1+, 3+, 5+, 7+, 1-
He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn	Gas Noble	0
Cr	Metálico/No Metálico	2+, 3+ / 6+
Mn	Metálico/No Metálico	2+, 3+ / 4+ / 6+, 7+
Fe	Metálico	2+, 3+
Zn, Cd	Metálico	2+
Co, Ni	Metálico	2+, 3+
Hg, Cu	Metálico	1+, 2+
Ti	Metálico	3+, 4+
Ag	Metálico	1+

- a) Considerando el estado de oxidación del cobre cuyo número de oxidación es 2+, ¿Cuál es la carga del catión Cu²⁺?
- b) Analice las semejanzas y diferencias entre el concepto de valencia y número de oxidación.
- c) Discuta sus conclusiones con sus compañeros y con su docente.

Un ejemplo para reflexionar:

Consideremos un ión cobre con un estado de oxidación cuyo número de oxidación es 2+. Su representación simbólica es:



donde Cu es el símbolo del elemento cobre y el supraíndice representa la carga iónica seguida de su signo.

La carga del catión es igual a +2 y significa que la cantidad de protones totales presentes en la especie supera al número de electrones totales en dos unidades. De esta manera, en total acuerdo con la definición de número de oxidación, estamos definiendo la carga de la especie en forma relativa como la diferencia del número de partículas cargadas subatómicas (electrones y protones). Como a cada partícula cargada subatómica le corresponde una carga absoluta, expresada de acuerdo con el S.I. en coulomb (C), podemos expresar la carga absoluta del catión Cu²⁺ a partir de su carga relativa. Recordando los conceptos aprendidos en la Unidad Temática N° 8, el módulo de la carga del electrón es la misma que la del protón e igual a $1,601975 \times 10^{-19}$ C.

Con esta información, podemos calcular la carga absoluta del catión Cu²⁺. Veamos como procedemos a hacerlo.

Siendo n_e y n_p el número total de electrones y protones del catión, y q_e la carga de un electrón y q_p la carga de un protón, se afirma que la carga del catión Cu²⁺ puede ser calculada a partir de:

$$q_{\text{Cu}^{2+}} = n_p \cdot q_p + n_e \cdot q_e$$

considerando que:

$$|q_e| = |q_p| \Rightarrow n_e \cdot q_e = -n_e \cdot |q_e|$$

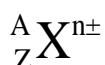
la carga del catión Cu^{2+} puede rescribirse como:

$$\begin{aligned} n_p \cdot |q_p| - n_e \cdot |q_e| &= n_p \cdot |q_e| - n_e \cdot |q_e| \\ q_{\text{Cu}^{2+}} &= |q_e| \cdot (n_p - n_e) \\ q_{\text{Cu}^{2+}} &= 2 \cdot |q_e| = 2 \cdot |q_p| \end{aligned}$$

ya que $n_e = 27$, $n_p = 29$, $q_e = -1,601975 \times 10^{-19}$ C y $q_p = +1,601975 \times 10^{-19}$ C, la carga absoluta que posee un único catión Cu^{2+} es $3,20395 \times 10^{-19}$ C y su carga relativa al módulo de carga del electrón o protón es +2.

Representación de especies

La forma de representar una especie, brindando información sobre sus partículas subatómicas es:



donde

A es el número másico (protones más neutrones)

Z es el número atómico (protones)

$n\pm$ es el número o estado de oxidación (electrones ganados o perdidos)

► Actividad 25

Dadas las especies:



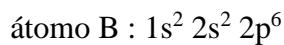
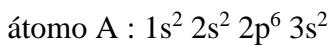
Indique para cada uno el número de protones, neutrones y electrones. ¿Algunas de esas especies son isoelectrónicas (tienen el mismo número de electrones)?:

Ejercitación

1) Si denominamos p al número de protones y e al número de electrones de una especie química, ¿Cuál/es de las siguientes afirmaciones se cumple/n?

- a) para todo catión, $(p-e) \in Z^-$
- b) para todo átomo neutro, $(p-e) \in Z^+$
- c) para todo anión, $(p-e) \in Z^-$
- d) para todo ión, $(p-e)=0$

2) Las siguientes configuraciones representan a dos átomos neutros:



Se afirma que:

- a) Si el átomo A pierde dos electrones se transforma en el átomo B.
- b) Si el átomo B gana dos electrones se transforma en el átomo A.
- c) El átomo A pertenece al grupo 2 (IIA) y periodo 3.
- d) El átomo B pertenece al grupo 6 (VIB) y periodo 2.

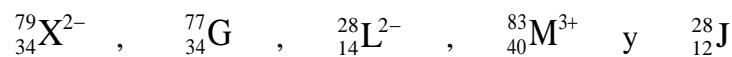
3) Un elemento X del tercer período forma un anión con la siguiente configuración electrónica: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$.

Si la carga nuclear del anión es igual a 5 veces el valor absoluto de su carga neta, calcule la carga neta del anión.

4) Se tienen dos isótopos del elemento X (isótopo A e isótopo B) con masas atómicas m_A y m_B tales que $m_A < m_B$. ¿A qué factor se atribuye la diferencia entre las masas?

5) ¿Cuál es la máxima cantidad de electrones que pueden ocupar el subnivel 4s y el subnivel 3p?

6) Sean las siguientes especies:



¿Cuál/es de las siguientes afirmaciones es/son verdaderas?

- a) $^{79}_{34}X^{2-}$ y $^{28}_{14}L^{2-}$ tienen el mismo número de electrones.
- b) $^{77}_{34}G$ y $^{83}_{40}M^{3+}$ tienen el mismo número de neutrones.
- c) $^{28}_{14}L^{2-}$ y $^{28}_{12}J$ tienen el mismo número de protones.
- d) $^{77}_{34}G$ y $^{79}_{34}X^{2-}$ tienen el mismo número másico.

7) Escriba la carga y la configuración electrónica de los siguientes iones:

Ión	Carga	Configuración Electrónica	Ión	Carga	Configuración Electrónica
Na^+			O^{2-}		
Cl^-			Mg^{2+}		
S^{2-}			Fe^{3+}		
S^{6+}			Al^{3+}		
K^+			Br^{3+}		
Be^{2+}			Br^{7+}		

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
INTRODUCCIÓN.....	2
Actividad 1	2
OBSERVACIONES Y ANTECEDENTES.....	3
NATURALEZA ELÉCTRICA DE LA MATERIA.....	4
Actividad 2	8
<i>Magnitudes importantes</i>	10
EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS MODELOS ATÓMICOS	11
<i>Experiencia de Faraday: unidad fundamental de carga eléctrica</i>	11
<i>Experiencia de Thomson: caracterización de la partícula elemental de carga</i>	13
Actividad 3	14
<i>Experiencia de Millikan: determinación de la carga del electrón</i>	15
<i>Modelo Atómico de Thomson</i>	15
<i>Descubrimiento de la Radioactividad y radiación de alta energía: una herramienta indispensable</i>	17
Actividad 4	20
<i>Experiencia de Rutherford: descubrimiento del núcleo atómico</i>	20
Actividad 5	20
Actividad 6	21
Actividad 7	25
<i>Modelo atómico de Bohr: cuantización de la energía</i>	27
Actividad 8	28
<i>Evolución del modelo atómico después de Bohr</i>	28
Actividad 9	31
Actividad 10	31
HISTORIA DE LA QUÍMICA: EL GÉNESIS DE LA TABLA PERIÓDICA.....	31
Actividad 11	34
Actividad 12	35
Actividad 13	35
CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA DE LOS ÁTOMOS.....	36
Actividad 14	38
LOS ELEMENTOS Y LA TABLA PERIÓDICA.....	38
Actividad 15	38
Actividad 16	40
Actividad 17	41
Actividad 18	41
Actividad 19	41
Actividad 20	42
<i>La pérdida o ganancia de electrones en el átomo</i>	43
Actividad 21	43
Actividad 22	44
Actividad 23	44
<i>Estados o números de oxidación</i>	45
Actividad 24	45
REPRESENTACIÓN DE ESPECIES	48
Actividad 25	48
EJERCITACIÓN.....	49

Unidad 8 – El átomo y la tabla periódica – Respuestas a actividades

► Actividad 2

2) Obtenga los siguientes cocientes con dos cifras significativas (recuerde los conceptos estudiados) y ubíquelos en una tabla como la siguiente:

	12,00 kg de C	1 kg de Cu
a) electrones/protones: e/p	1,0	1,0
b) neutrones/protones: n/p	1,0	1,2
c) masa(kg) de $e / N^o e$	$9,1 \times 10^{-31}$	$9,3 \times 10^{-31}$
d) masa(kg) de $p / N^o p$	$1,7 \times 10^{-27}$	$1,7 \times 10^{-27}$
e) masa(kg) de $n / N^o n$	$1,7 \times 10^{-27}$	$1,7 \times 10^{-27}$
f) masa de e / masa de p	$5,5 \times 10^{-4}$	$5,5 \times 10^{-4}$
g) masa de e / masa total	$2,8 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-4}$

3) Con base en los números que Ud. ha obtenido para los distintos casilleros, conteste las siguientes preguntas:

- a) ¿en qué casilleros hay evidencia de que la materia es eléctricamente neutra?: a
- b) ¿cuánto vale, en kg, la masa del neutrón?: $1,7 \times 10^{-27}$
- c) ¿cuánto vale en kg la masa del protón?: $1,7 \times 10^{-27}$
- d) ¿cuánto vale en kg la masa del electrón?: $9,1 \times 10^{-31}$
- e) ¿con cuáles de los casilleros se puede relacionar el siguiente dato obtenido de una tabla de constantes físicas? *Masa del electrón*: $0,549 \times 10^{-3}$ unidades de masa atómica (uma): f
- f) ¿qué porcentaje de la masa de C corresponde a los electrones? ¿y en el Cu?: 0,028% y 0,025%
- g) ¿qué porcentaje de la masa de C y de Cu corresponde a la masa de los respectivos núcleos?: Aproximadamente 100%
- h) Ud. diría que las relaciones $|carga|/masa$:

$$\frac{|carga\ eléctrica|}{masa} = \frac{|q|}{m}$$

del electrón y del protón son: mucho mayor la del electrón

¿Y la relación carga/masa? Mucho menor la del protón

► Actividad 10

Si se repitiera la experiencia de Rutherford, considerando el modelo atómico actual se observaría que:

- b) Sólo algunas partículas alfa rebotarían, verificando la existencia de un núcleo denso y cargado positivamente.

► Actividad 14

1) Teniendo en cuenta todo lo anterior, escriba la distribución de electrones en los átomos que presentan:

9 electrones: $1s^2 2s^2 2p^5$

10 electrones: $1s^2 2s^2 2p^6$

12 electrones: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

15 electrones: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$

► Actividad 18

1) Complete el siguiente cuadro asociando los elementos con su Z (número atómico) y su distribución electrónica.

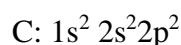
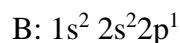
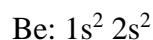
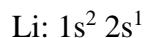
ELEMENTO	SÍMBOLO	Nº ATÓMICO (Z)	DISTRIBUCIÓN ELECTRÓNICA
Hidrógeno	H	1	$1s^1$
Litio	Li	3	$1s^2 2s^1$
Sodio	Na	11	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$
Boro	B	5	$1s^2 2s^2 2p^1$
Aluminio	Al	13	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

► Actividad 19

Dados de los siguientes pares de elementos:

Li/Be y **B/C**

1) Escriba y compare las distribuciones electrónicas



3) Identifique los parámetros que definen la ubicación de estos elementos en la tabla periódica.

Elemento	Columna o Grupo	Fila o Período
Li	1	2
Be	2	2
B	13	2
C	14	2

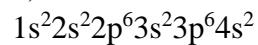
► Actividad 21

1) El número de electrones que deberá perder el átomo de sodio para adquirir la distribución de electrones del gas noble que le antecede es 1

2) El oxígeno tiene 8 protones y 8 electrones. La distribución de electrones es: $1s^2 2s^2 2p^4$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al oxígeno será: $1s^2 2s^2 2p^6$

3) El calcio tiene 20 protones y 20 electrones. La distribución de electrones es:



La distribución de los electrones del gas noble más próximo al calcio será: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

El nitrógeno tiene 7 protones y 7 electrones. La distribución de electrones es: $1s^2 2s^2 2p^3$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al nitrógeno será: $1s^2 2s^2 2p^6$

El fósforo tiene 15 protones y 15 electrones. La distribución de electrones es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al fósforo será: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

El cloro tiene 17 protones y 17 electrones. La distribución de electrones es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al cloro será: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

El azufre tiene 16 protones y 16 electrones. La distribución de electrones es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al azufre será: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

El plomo tiene 8 protones y 8 electrones. La distribución de electrones es:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^2$

La distribución de los electrones del gas noble más próximo al plomo será:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6$

► Actividad 22

De acuerdo con lo anterior, indique la cantidad de electrones que pueden ganar o perder los siguientes elementos indicando las situaciones diferentes que puede predecir en cada caso.

ELEMENTO	CORAZÓN (gas inerte)	Nº DE ELECTRONES
Na	[Ne] $3s^1$	Perder 1
Li	[He] $2s^1$	Perder 1
Cl	[Ne] $3s^2 3p^5$	Ganar 1
Ca	[Ar] $4s^2$	Perder 2
Y	[Kr] $5s^2 4d^1$	Perder 3

► Actividad 25

Dadas las especies:



Indique para cada uno el número de protones, neutrones y electrones. ¿Algunas de esas especies son isoelectrónicas (tienen el mismo número de electrones)?:

${}_{\text{8}}^{\text{16}}\text{O}^{2-}$: 8 protones, 8 neutrones, 10 electrones

${}_{\text{17}}^{\text{35}}\text{Cl}^{5+}$: 17 protones, 18 neutrones, 12 electrones

${}_{\text{17}}^{\text{37}}\text{Cl}^{1-}$: 17 protones, 20 neutrones, 18 electrones

${}_{\text{1}}^{\text{2}}\text{H}^{1+}$: 1 protón, 1 neutrón, 0 electrones

$^{197}_{79}\text{Au}^+$: 79 protones, 118 neutrones, 78 electrones

$^{14}_7\text{N}^{3-}$: 7 protones, 7 neutrones, 10 electrones

El $^{16}_8\text{O}^{2-}$ y el $^{14}_7\text{N}^{3-}$ son isoelectrónicos.

Ejercitación

1) Si denominamos p al número de protones y e al número de electrones de una especie química, ¿Cuál/es de las siguientes afirmaciones se cumple/n?

c) para todo anión, $(p-e) \in \mathbb{Z}^-$

2) Las siguientes configuraciones representan a dos átomos neutros:

átomo A : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

átomo B : $1s^2 2s^2 2p^6$

Se afirma que:

c) El átomo A pertenece al grupo 2 (IIA) y periodo 3.

3) Un elemento X del tercer período forma un anión con la siguiente configuración electrónica: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$.

Si la carga nuclear del anión es igual a 5 veces el valor absoluto de su carga neta, calcule la carga neta del anión.

3-

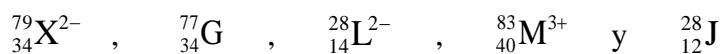
4) Se tienen dos isótopos del elemento X (isótopo A e isótopo B) con masas atómicas m_A y m_B tales que $m_A < m_B$. ¿A qué factor se atribuye la diferencia entre las masas?

A la diferencia en el número de neutrones

5) ¿Cuál es la máxima cantidad de electrones que pueden ocupar el subnivel 4s y el subnivel 3p?

2 y 6

6) Sean las siguientes especies:



¿Cuál/es de las siguientes afirmaciones es/son verdaderas?

b) $^{77}_{34}\text{G}$ y $^{83}_{40}\text{M}^{3+}$ tienen el mismo número de neutrones.

7) Escriba la carga y la configuración electrónica de los siguientes iones:

Ión	Carga	Configuración Electrónica	Ión	Carga	Configuración Electrónica
Na^+	+1	$1s^2 2s^2 2p^6$	O^{2-}	-2	$1s^2 2s^2 2p^6$
Cl^-	-1	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	Mg^{2+}	+2	$1s^2 2s^2 2p^6$
S^{2-}	-2	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	Fe^{3+}	+3	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^3$
S^{6+}	+6	$1s^2 2s^2 2p^6$	Al^{3+}	+3	$1s^2 2s^2 2p^6$
K^+	+1	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	Br^{3+}	+2	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^2$
Be^{2+}	+2	$1s^2$	Br^{7+}	+7	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^8$

Unidad 9 – El lenguaje de la química

Contenidos: Símbolos de los elementos. Fórmulas químicas. Principio de Electroneutralidad. Formación de compuestos binarios de naturaleza iónica. Relación de Combinación. Haluros, Nitruros, Óxidos, Sulfuros, Carburos, etc. Compuestos ternarios (oxoácidos y sus sales). Compuestos poliatómicos. Reglas de Nomenclatura Química. IUPAC, sistemática, tradicional.

Objetivo: En esta unidad usted aprenderá a nombrar los compuestos químicos inorgánicos de una forma sistemática, presentando las distintas formas de nombrar un determinado compuesto (tradicional, sistemática, etc.).

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNtQL4zu-1Rgnf-FsMVqm05a>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=59884>

Introducción

La nomenclatura química debe considerarse un **LENGUAJE**. Como todo lenguaje está constituida de palabras y debe obedecer ciertas reglas gramaticales. En el lenguaje de la química las **letras** son los nombres o los símbolos de los átomos o elementos químicos. Así como un conjunto de **letras** forman una **palabra**, la **unión de los símbolos de los elementos constituye la fórmula del compuesto**.

El nombre de los compuestos químicos nació como una necesidad de dar un nombre propio a una serie de sustancias que se obtuvieron luego de sucesivos procesos de purificación. Debido a que, en un principio, se desconocía la composición de dichas sustancias, el nombre hacía referencia al aspecto físico o a alguna propiedad de la misma. Es así como surgieron tantos nombres como sustancias puras aparecieron. A continuación, se muestran algunos ejemplos y su correspondiente nombre más empleado en la actualidad:

aceite de vitriolo	→	Ácido sulfúrico
azul de montaña	→	Carbonato de cobre
cal viva	→	Óxido de calcio
Celestina	→	Sulfato de estroncio
espíritu de sal ó ácido muriático	→	Ácido clorhídrico
piedra infernal	→	Nitrato de plata
sal de blanqueo	→	Hipoclorito de sodio
soda cáustica	→	Hidróxido de sodio

La determinación de la composición química de las sustancias puras y la proporción con la que los elementos se encontraban unidos formándolas llevó al nacimiento de:

- las **fórmulas químicas**, conjunto de símbolos de los elementos que constituyen un compuesto con atomicidades, simbolizadas como subíndices que indican la relación de combinación.
- las **reglas de nomenclatura**, conjunto de reglas que permiten obtener el **nombre** del compuesto de una forma sistematizada para que dicho nombre indique claramente la fórmula química.

La información necesaria sobre un compuesto se puede buscar utilizando dos vías diferentes:

→ la **fórmula química**

→ el **nombre químico**

Ambas son claves importantes en el proceso de búsqueda del conocimiento químico.

En este punto, es importante aclarar que las fórmulas, por sí mismas, *no dan información sobre la naturaleza de las interacciones que mantienen unidos a los elementos, sólo indican su proporción*. Es así, que si se tiene:



Representando **C** y **A** dos elementos que se combinan de forma tal que el compuesto posee *x* átomos de **C** por cada *y* átomos de **A**.

Hoy en día, la **fórmula química** constituye la representación simbólica de un compuesto químico y es una representación **Universal**.

Dentro de un mismo idioma existen una serie de **nombres** aceptados que permiten identificar una sustancia química sin ambigüedad. Así como hay diversas formas de expresar una misma idea con frases gramaticalmente correctas, hay varias formas de nombrar un mismo compuesto unívocamente.

Las nomenclaturas más conocidas son las denominadas **sistemática** y **tradicional (semisistemática)**. Ambas permiten obtener las proporciones en las que se encuentran los elementos en un compuesto neutro o en una especie aniónica o catiónica. La diferencia radica en que la nomenclatura sistemática permite obtener esta información más directamente que la nomenclatura tradicional. En esta unidad aprenderemos ambas nomenclaturas, debido a que la nomenclatura tradicional es la más conocida y a que la sistemática está siendo cada vez más empleada en catálogos comerciales de drogas y en los sistemas de búsqueda de información bibliográfica. Debido a la sencillez de la nomenclatura sistemática, la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC, International Union of Pure and Applied Chemistry) recomienda su uso.

En esta guía aprenderemos a “formular” y a “nombrar” a las sustancias más comunes dentro de la Química Inorgánica. La nomenclatura de la química del carbono (Química Orgánica) no será tratada en este curso debido a su complejidad. La clasificación que emplearemos se diseñó con fines prácticos para facilitar el aprendizaje de la nomenclatura, con ella no se pretende agrupar a los compuestos basándose en sus propiedades químicas y en consecuencia no es conveniente que Ud. la adopte como una estructura rígida.

En todos los casos la construcción de todos los compuestos neutros, aniones y cationes se basa en el **Principio de Conservación de la Carga**. Esto significa que la suma de las cargas de los aniones y cationes que dan origen a una especie deberá ser igual a la carga neta de la especie formada.

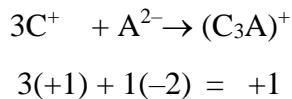
La combinación de aniones y cationes puede dar origen a especies poliatómicas cargadas o neutras. Si la especie resultante es:

- **un anión poliatómico**, la suma de las cargas de los aniones y cationes que le dan origen será negativa e igual a la carga iónica o carga neta del anión poliatómico formado:

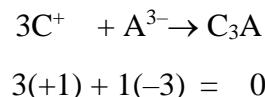


$$3(+1) + 5(-1) = -2$$

- **un catión poliatómico**, la suma de las cargas de los aniones y cationes que le dan origen será positiva e igual a la carga iónica o carga neta del catión poliatómico formado:

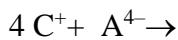
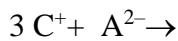
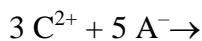
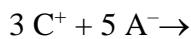


- **neutra**, la suma de las cargas de los aniones y cationes que le dan origen será cero. Este es un caso particular del Principio de Conservación de la Carga y usted ya lo conoce. Este es el denominado Principio de Electroneutralidad.



► Actividad 1

Obtenga las especies formadas a partir de los aniones y cationes monoatómicos que se presentan a continuación. No se olvide de efectuar el balance de carga para obtener la carga neta de la especie formada.



El empleo del Principio de conservación de la carga en la construcción de especies poliatómicas neutras o cargadas (cationes y aniones) supone explícitamente que las especies son formadas a partir de aniones y cationes monoatómicos.

Esto no significa necesariamente que la unión entre los elementos que constituyen el compuesto formado sea de naturaleza electrostática.

El principio de conservación de la carga es sólo una *herramienta* útil para construir los compuestos.

En asignaturas posteriores usted estudiará los distintos tipos de uniones que pueden mantener los átomos unidos.

Como habrá observado, el principio de conservación de la carga empleado en la formación de especies poliatómicas neutras o cargadas es fácil aplicarlo cuando se conoce la carga y cantidad de cationes y aniones monoatómicos de origen. Los subíndices de **C** y **A** en el compuesto formado corresponden al número de cationes y aniones monoatómicos combinados respectivamente. Estos subíndices reciben el nombre de *atomicidad* de **C** y **A**. La carga neta del compuesto resulta de la suma de todas las cargas positivas y negativas aportadas por los cationes y aniones monoatómicos.

A continuación, analizaremos cómo es posible formar un compuesto neutro cuando se conoce la naturaleza de los cationes y aniones monoatómicos y se desconoce la atomicidad de los mismos.

Supongamos que la especie que queremos formar es **C_xA_y**. La carga que tiene el catión (**C**) y el anión (**A**) monoatómicos resulta de la pérdida y ganancia de electrones respectivamente. Como Ud. ya sabe esto corresponde al estado de oxidación de cada ión.

Veamos un ejemplo, el compuesto **C_xA_y** es eléctricamente neutro, por lo que cumple con el **Principio de Electroneutralidad** según:

$$\text{atomicidad de C} \cdot (\text{carga del catión C}) + \text{atomicidad de A} \cdot (\text{carga del anión A}) = 0 \\ x \cdot (\text{carga del catión C}) + y \cdot (\text{carga del anión A}) = 0$$

Si la carga del catión es +3 y la del anión -2, la ecuación anterior puede ser rescrita como:

$$x \cdot (+3) + y \cdot (-2) = 0$$

Pueden existir varios pares de valores de *x* e *y* que satisfagan la igualdad. En la construcción de las fórmulas químicas en general, se adopta el par de *x* e *y* que posea valores mínimos, enteros y positivos. Se puede comenzar a probar con valores crecientes desde *x* = 1 hasta que el valor de *y* para su correspondiente valor de *x* (1 o 2, 3, etc.) sea un número entero y positivo.

Por ejemplo, en la ecuación anterior $x \cdot (+3) + y \cdot (-2) = 0$, los valores que satisfacen la igualdad son:

$$\begin{aligned} \text{Para } x = 1 &\Rightarrow 3 = 2y \Rightarrow y = 3/2 \\ \text{Para } x = 2 &\Rightarrow 6 = 2y \Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

Así, los mínimos valores enteros y positivos que satisfacen la igualdad planteada son *x* = 2 e *y* = 3. El compuesto formado será:



Cuando las atomicidades son iguales a uno no se escriben en la fórmula química.

► Actividad 2

1) Dados los siguientes aniones y cationes construya 20 compuestos del tipo C_xA_y aplicando el principio de electroneutralidad.



2) Dados los siguientes óxidos (O^{2-}), determine la carga del catión.



3) Sabiendo que H es un catión cuyo número de oxidación es 1+ y O es un anión cuyo número de oxidación es 2-, determine la carga del átomo restante.



Ahora que hemos aplicado el Principio de Conservación de la Carga veremos qué tipos de aniones o cationes son los que dan origen a la mayor parte de los compuestos inorgánicos.

Consideremos un ión sulfato. Su representación simbólica es:



donde S y O son los símbolos de los elementos azufre y oxígeno, y el supraíndice representa la carga iónica seguida de su signo.

La carga del anión es igual a -2 y significa que la cantidad de electrones totales presentes en la especie supera al número de protones totales en dos unidades. De acuerdo con el balance de carga y aplicando el mismo procedimiento que en el ejemplo del Cu^{2+} de la Unidad Temática anterior, podemos calcular la carga absoluta del anión SO_4^{2-} . Veamos como procedemos a hacerlo.

Siendo q_S y q_O la carga relativa de los iones de azufre y oxígeno que forman el SO_4^{2-} , At_S y At_O la atomicidad de azufre y oxígeno en el ión, q_e es la carga de un electrón y q_p la carga de un protón, la carga absoluta del ión SO_4^{2-} puede escribirse como:

$$q_{\text{SO}_4^{2-}} = At_S \cdot q_S \cdot |q_e| + At_O \cdot q_O \cdot |q_e|$$

con las cargas relativas de los iones S y O definidas como:

$$q_S = n_{p,S} \cdot \frac{q_p}{|q_e|} + n_{e,S} \cdot \frac{q_e}{|q_e|} = n_{p,S} - n_{e,S}$$

y

$$q_O = n_{p,O} \cdot \frac{q_p}{|q_e|} + n_{e,O} \cdot \frac{q_e}{|q_e|} = n_{p,O} - n_{e,O}$$

Es posible demostrar que:

$$q_{\text{SO}_4^{2-}} = |q_e| \cdot (q_S + 4 \cdot q_O)$$

Como $q_S = +6$ y $q_O = -2$, y $At_S = 1$ y $At_O = 4$ obtenemos que:

$$q_{\text{SO}_4^{2-}} = -2 \cdot |q_e|$$

por lo tanto, la carga absoluta que posee un único anión SO_4^{2-} es $-3,20395 \times 10^{-19} \text{ C}$ y su carga relativa al módulo de carga del electrón o protón es -2 . En este caso, el número total de electrones es la suma de los electrones que provienen de los átomos de azufre y oxígeno, y de dos electrones extra que provienen de uno o varios elementos neutros (que no está representado en el ejemplo) que los cedió para formar cationes. Ejemplo: dos cationes sodio o un catión magnesio.

A) Cationes

A.1) Cationes monoatómicos

Cationes Metálicos

Formulación

Se emplea el **símbolo del elemento** con la carga iónica seguida de su signo como **supraíndice**.



Ejemplos: Na^+ Ca^{2+} Fe^{3+} Fe^{2+} Pb^{2+} Pb^{4+} Cu^+ Cu^{2+}

Nomenclatura

Si el catión presenta sólo un estado de oxidación se nombra con el **nombre del elemento** sin modificar, anteponiéndole la palabra catión.

Ejemplos: Na^+ catión sodio Ca^{2+} catión calcio

Cuando el catión presenta más de un estado de oxidación, el nombre dependerá del tipo nomenclatura empleada.

Nomenclatura sistemática

Se coloca el **nombre del elemento** seguido del **estado de oxidación** entre **paréntesis** y con **número romano**.

[nombre del elemento] (estado de oxidación)

Ejemplos: Fe^{2+} hierro (II) Fe^{3+} hierro (III)
 Pb^{2+} plomo (II) Pb^{4+} plomo (IV)
 Cu^+ cobre (I) Cu^{2+} cobre (II)

Nomenclatura tradicional

Cuando el catión tiene sólo dos estados de oxidación, se utiliza la **raíz del nombre del elemento** con sufijo **oso** o **ico** para el menor y mayor estado de oxidación respectivamente.

[raíz del nombre del elemento]oso

[raíz del nombre del elemento]ico

Ejemplos: Fe^{2+} ferroso Fe^{3+} férrico
 Pb^{2+} plumboso Pb^{4+} plúmbico
 Cu^+ cuproso Cu^{2+} cúprico

Este tipo de nomenclatura para los cationes no es aconsejado por la IUPAC y debe evitarse su uso. En ambas nomenclaturas se puede anteponer la palabra catión al nombre del mismo.

Cationes No Metálicos

Nomenclatura

La nomenclatura utilizada para los cationes *no metálicos* es similar a la vista anteriormente.

Ejemplos:

	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
S^{4+}	Azufre (IV)	Sulfuroso
S^{6+}	Azufre (VI)	Sulfúrico

Cabe aclarar que los *Cationes No Metálicos* son entidades hipotéticas que se definen como recursos didácticos para comprender y aprender el *lenguaje de la química*.

Por tal motivo en el marco de este curso Ud. solo los utilizará para generar especies poliatómicas (que se verá en el inciso B.5)

► Actividad 3

Complete la siguiente tabla con los símbolos y nombres de cationes monoatómicos.

Fórmula de catión	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
Pb^{4+}	plomo (IV)	plúmbico
Pb^{2+}	plomo (II)	plumboso
Sn^{4+}	estaño (IV)	
Sn^{2+}		estañoso
	hierro (III)	
Fe^{2+}		cúprico
Cu^+		
	catión sodio	
		catión magnesio
Ba^{2+}		
Al^{3+}		
Au^{3+}		
		áurico
Ag^+		

A.2) Cationes Homopoliatómicos

Estas especies químicas aparecen como cationes sólo en determinados elementos, cuando la configuración electrónica del átomo favorece la unión de dos o más elementos para formar un catión homopoliatómico.

Formulación

Se coloca el símbolo del **elemento** con la atomicidad apropiada como **subíndice** y como **supraíndice** la carga neta del catión homopoliatómico seguida de su signo.

Ejemplos: Hg_2^{2+} O_2^+ Cu_2^{2+}

Nomenclatura sistemática

Se escribe el **nombre del elemento** con el **prefijo** multiplicativo (ver abajo) y se coloca a continuación **entre paréntesis** y con **número arábigo** la **carga** del catión seguida de su signo.

prefijo [nombre del elemento] (carga del catión seguida de su signo)

Ejemplos: Hg_2^{2+} dimercurio (2+)
 O_2^+ dioxígeno (1+)
 Cu_2^{2+} dicobre (2+)

Los prefijos multiplicativos indican la atomicidad del elemento en el compuesto tanto en el anión como en el catión. Estos son los siguientes:

Prefijos	Atomicidad
di o bi	dos
tri	tres
tetra	cuatro
penta	cinco
hexa	seis
hepta	siete

Si la atomicidad es uno, no es necesario emplear el prefijo "mono"; en este caso se puede nombrar directamente el anión o catión.

A.3) Cationes heteropoliatómicos.

Derivados de los compuestos con hidrógeno y elementos del grupo 15 y 16

La IUPAC ha aceptado el uso de los nombres triviales de estas especies. Por lo tanto, el uso de estos nombres es aceptado como tal. A continuación, se presentan las fórmulas y nombres de los más empleados.

Fórmula	Nombre Trivial
NH_4^+	amonio
H_3O^+	hidronio

B) Aniones

B.1) Aniones monoatómicos

Formulación

Se emplea el **símbolo del elemento** con la carga iónica seguida de su signo como **supraíndice**.



Nomenclatura

Los aniones monoatómicos se designan (a excepción del óxido) con la **raíz del nombre del elemento y el sufijo uro** independientemente del tipo de nomenclatura que utilice ya que el nombre de estos aniones no ha sufrido modificación con el tiempo. En la siguiente tabla se resumen los más empleados:

Elemento	Raíz	Raíz + sufijo	Representación simbólica
Hidrógeno	Hidr	Hidruro	H^-
Flúor	Flúor	Fluoruro	F^-
Cloro	Clor	Cloruro	Cl^-
Bromo	Brom	Bromuro	Br^-
Yodo	Iod	Ioduro	I^-
Oxígeno	Oxi	Óxido	O^{2-}
Azufre	Sulf	Sulfuro	S^{2-}
Selenio	Seleni	Seleniuro	Se^{2-}
Telurio	Teluri	Teluriuro	Te^{2-}
Nitrógeno	Nitr	Nitruro	N^{3-}

Fósforo	Fosf	Fosfuro	P ³⁻
Arsénico	Arseni	Arseniuro	As ³⁻
Antimonio	Antimoni	Antimoníuro	Sb ³⁻
Carbono	Carb	Carburo	C ⁴⁻
Silicio	Sil	Siliciuro	Si ⁴⁻

► Actividad 4

Empleando la tabla periódica, indique para cada elemento no metálico representativo cuál es el **anión monoatómico** que puede formar.

B.2) Aniones homopoliatómicos

Formulación

Se coloca el símbolo del **elemento** con la atomicidad apropiada como **subíndice** y como **supraíndice** la carga neta del anión homopoliatómico seguida de su signo.

Ejemplos: O₂⁻ O₂²⁻ S₂²⁻ I₃⁻

Nomenclatura sistemática

Se escribe el **nombre del anión** con el **prefijo multiplicativo** y se coloca **entre paréntesis** y con **número arábigo** la **carga** del anión poliatómico seguida de su signo.

prefijo [nombre del anión] (carga del anión poliatómico seguida de su signo)

Nomenclatura tradicional

De acuerdo a esta nomenclatura los homopolianión reciben nombres triviales. A continuación, se resumen los más empleados.

Homopolianiones más comunes y su nomenclatura

Fórmula	N. Sistemática	N. Tradicional
O ₂ ⁻	dióxido (1-)	superóxido
O ₂ ²⁻	dióxido (2-)	peróxido

S_2^{2-}	disulfuro (2-)	disulfuro
I_3^-	trioduro (1-)	triioduro

B.3) Aniones diatómicos de catión hidrógeno (H^+)

Con los aniones monoatómicos del grupo 16 distintos de O

Formulación

Escribir primero el símbolo del **hidrógeno**, luego el del **anión monoatómico** y colocar como **supraíndice** la **carga neta del anión** seguida de su signo de forma tal que con el principio de conservación de la carga se obtengan aniones con carga igual a (1-).

Ejemplos: HS^-

HSe^-

HTe^-

Nomenclatura sistemática

Se escribe la palabra **hidrógeno** seguida del **nombre del anión monoatómico**.

hidrógeno [*nombre del anión monoatómico*]

Ejemplos: HS^- hidrógeno sulfuro
 HSe^- hidrógeno seleniuro
 HTe^- hidrógeno teluriuro

Nomenclatura tradicional

Se escribe el **nombre del anión monoatómico** y luego la palabra **ácido**

[*nombre del anión monoatómico*] ácido

Ejemplos: HS^- sulfuro ácido
 HSe^- seleniuro ácido
 HTe^- teluriuro ácido

► Actividad 5

¿De la combinación del catión hidrógeno con los aniones monoatómicos es posible formar especies aniónicas con elementos del grupo 17? Si es así, de ejemplos.

► Actividad 6

Complete la siguiente tabla formulando o nombrando los aniones resultantes de la combinación del **catión hidrógeno con los aniones monoatómicos del grupo 16 distintos de O²⁻**.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL (en solución acuosa)
HS ⁻	Hidrógeno sulfuro	sulfuro ácido
		seleniuro ácido
HTe ⁻	Hidrógeno teluriuro	

Anión Hidróxido

El ión óxido se une con el catión hidrógeno para formar el anión diatómico **hidróxido**¹.



B.4) Aniones heteropoliatómicos (CN⁻ y SCN⁻)

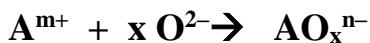
Los heteropolianiones siguientes reciben nombres triviales. A continuación, se resumen los más empleados.

Fórmula	Nombre
CN ⁻	Cianuro
SCN ⁻	Sulfocianuro o Tiocianato

¹ Este anión debe nombrarse como anión hidróxido o simplemente hidróxido, no debiendo nombrarse como oxihidrilo o hidroxilo.

B.5) Aniones poliatómicos del tipo AO_x^{n-} , Oxoaniones

Los aniones poliatómicos que vamos a considerar contienen un átomo central con estado de oxidación positivo (catión no metálico) rodeado por aniones óxido. La fórmula general es del tipo:



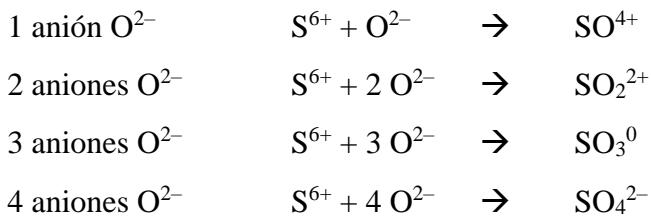
donde **x** indica el número iones óxido que rodean al átomo central **A** y **n-** indica la carga total del anión formado seguida de su signo.

La carga del oxoanión (**-n**) se obtiene multiplicando la carga del anión óxido (-2) por el número de iones óxidos (**x**) y sumando a este producto la carga del catión no metálico (+**m**). Cabe aclarar que esta carga nos permite determinar el Estado de Oxidación del Átomo Central (**E.O.A.C.**). Esto es:

$$\text{x} (-2) + 1 (\text{+m}) = -\text{n}$$

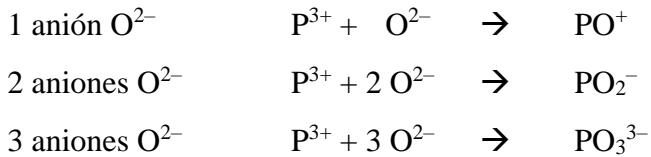
$$\text{x} (-2) + \text{E.O.A.C.} = -\text{n}$$

¿Cómo obtenemos la cantidad de iones óxido que rodean al átomo central? Por ejemplo, si tenemos un catión de S con estado de oxidación 6+, debemos incorporar tantos óxidos hasta que se superen las 6 cargas positivas del azufre:



En este punto, 4 iones O^{2-} han superado las 6 cargas positivas del azufre, por lo tanto, hemos formado el oxoanión SO_4^{2-} . En el caso particular de los oxoaniones cuyo átomo central es fósforo o arsénico, P^{3+} , P^{5+} , As^{3+} y As^{5+} , se pueden formar distintos oxoaniones. Es importante tener en cuenta la formación de oxoaniones con un ión óxido más que los necesarios para superar el estado de oxidación del átomo central.

Ejemplos:



► Actividad 7

Complete la siguiente tabla con los aniones poliatómicos del tipo $\text{AO}_x^{\text{n}-}$ más comunes.

ANIONES POLIATÓMICOS AO _x ⁿ⁻ : OXOANIONES				
Átomo central	E.O.A.C.	Nº de aniones O ²⁻ que incorpora	Carga neta del oxoanión	Fórmula del oxoanión
C	4+	3	-2	CO ₃ ²⁻
N	3+			
N	5+			
P	3+			
P	3+			
P	5+			
P	5+			
As	3+			
As	3+			
As	5+			
As	5+			
S	4+			
S	6+			
Cl	1+			
Cl	3+			
Cl	5+			
Cl	7+			
Br	1+			
Br	3+			
Br	5+			
Br	7+			
I	1+			
I	3+			
I	5+			
I	7+			
Mn	7+			
Mn	6+			
Si	4+			
Cr	6+			

Formulación

Se coloca el **símbolo del elemento del átomo central** seguido del **símbolo del oxígeno** con la atomicidad adecuada como **subíndice** y como **supraíndice** la carga total del conjunto, seguida de su signo, de forma que se cumpla el principio de conservación de carga.

Ejemplos:



Nomenclatura sistemática

Se coloca un **prefijo** multiplicativo (di, tri, tetra, etc.) que indica el número de iones óxido, seguido de “oxo” y a continuación **la raíz del nombre del átomo central** con el sufijo **ato** y en caso necesario se coloca entre paréntesis y con número romano el **E.O.A.C.**

prefijo[oxo] [raíz del nombre del átomo central]ato (E.O.A.C.)

Ejemplos:	SO_4^{2-}	tetraoxosulfato (VI)
	SO_3^{2-}	trioxosulfato (IV)
	ClO^-	oxoclorato (I)
	ClO_2^-	dioxoclorato (III)
	ClO_3^-	trioxoclorato (V)
	ClO_4^-	tetraoxoclorato (VII)

Este tipo de nomenclatura recibe el nombre específico de Sistemática de Coordinación y es recomendada por la IUPAC.

Nomenclatura tradicional

Cuando el átomo central presenta dos estados de oxidación el anión se nombra con **la raíz del nombre del átomo central** y con sufijo **ito** o **ato** para el menor y mayor E.O.A.C. respectivamente.

[raíz del nombre del átomo central]ito
[raíz del nombre del átomo central]ato

Ejemplos:	SO_3^{2-}	sulfito
	SO_4^{2-}	sulfato

Cuando el átomo central posee cuatro estados de oxidación, los mismos se ordenan de menor a mayor colocándose:

- para el primero, el **prefijo “hipo”** a **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “ito”**
- para el segundo, solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el sufijo **“ito”**.

- para el tercero, solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el sufijo “**ato**”
- para el cuarto, el **prefijo “per” a la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “ato”**.

hipo [*raíz del nombre del átomo central*]ito

[*raíz del nombre del átomo central*]ito

[*raíz del nombre del átomo central*]ato

per [*raíz del nombre del átomo central*]ato

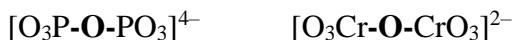
Ejemplos:	ClO^-	hipoclorito
	ClO_2^-	clorito
	ClO_3^-	clorato
	ClO_4^-	perclorato

Los oxoaniones formados a partir de P y As reciben de acuerdo a la nomenclatura tradicional nombres diferentes dependiendo del número de aniones óxidos que rodean el átomo central (P o As) y se escriben a continuación:

PO_4^{3-}	ortofosfato o fosfato	PO_3^-	metafosfato
PO_3^{3-}	ortofosfito o fosfito	PO_2^-	metafosfito
AsO_4^{3-}	ortoarseniato o arseniato	AsO_3^-	metarseniato
AsO_3^{3-}	ortoarsenito o arsenito	AsO_2^-	metarsenito

Un caso particular, polioxoaniones binucleares con oxígeno como puente.

Este tipo de oxoaniones son aquellos que presentan 2 átomos centrales rodeados de iones óxidos y unidos entre sí por medio de un oxígeno que actúa como puente. La fórmula de dos de los más comunes se detalla a continuación:



Su fórmula condensada y su nomenclatura se detallan a continuación, en la nomenclatura sistemática la letra griega μ delante de “oxo” indica que actúa como puente:

Fórmula	N. Tradicional	N. Sistemática
$\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$	Pirofosfato	μ -oxo bis[trioxofosfato (V)]
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$	Dicromato	μ -oxo bis[trioxocromato (VI)]

Un caso particular, polioxoaniones de manganeso.

Este tipo de oxoaniones reciben un nombre particular sólo en la nomenclatura tradicional, pudiéndose nombrarlos normalmente de acuerdo a la nomenclatura sistemática desarrollada en esta sección. Su fórmula y su nomenclatura se detallan a continuación:

Fórmula	N. Tradicional	N. Sistemática
MnO_4^-	Permanganato	Tetraoxomanganato (VII)
MnO_4^{2-}	Manganato	Tetraoxomanganato (VI)

En este momento es conveniente que conozca los aniones poliatómicos más comúnmente empleados en el laboratorio y que Ud. empleará en algún experimento de este curso y durante su carrera.

► **Actividad 8**

Complete la siguiente tabla.

OXOANIONES (AO_x^{n-}), fórmulas y nomenclatura		
Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
CO_3^{2-}		
NO_3^-		
NO_2^-		
PO_4^{3-}		
PO_3^{3-}		
$\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$		
AsO_4^{3-}		
AsO_3^{3-}		
SO_4^{2-}		
SO_3^{2-}		
CrO_4^{2-}		
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$		
ClO^-		
ClO_2^-		

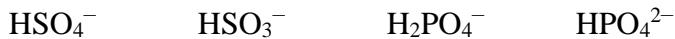
ClO_3^-		
ClO_4^-		
IO_3^-		
IO_4^-		
MnO_4^-		
MnO_4^{2-}		
BO_3^{3-}		
SiO_4^{4-}		

B.6) Aniones poliatómicos del tipo $\text{H}_y\text{AO}_x^{n-}$, hidrógeno oxoaniones u oxoaniones ácido

Formulación

Se coloca el **oxoanión** precedido por el catión **hidrógeno** con la atomicidad correspondiente como **subíndice** y como **supraíndice la carga neta** seguida de su signo de la especie resultante que se obtiene de la aplicación del principio de conservación de la carga.

Ejemplos:



Nomenclatura sistemática

Se coloca la palabra **anión**, luego la palabra **hidrógeno** precedida con el **prefijo** y a continuación el nombre del **oxoanión** de acuerdo a la nomenclatura **sistemática**.

anión *prefijo[hidrógeno][nombre del oxoanión (sistemática)]*

Ejemplos:

HSO_4^-	anión hidrógenotetraoxosulfato (VI)
HSO_3^-	anión hidrógenotrioxosulfato (IV)
H_2PO_4^-	anión dihidrógenotetraoxofosfato (V)
HPO_4^{2-}	anión hidrógenotetraoxofosfato (V)

Nomenclatura tradicional (Semisistemática)

Se coloca el nombre del **oxoanión**, de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** y luego la palabra “**ácido**” con el **prefijo** correspondiente al número de hidrógenos presentes.

[nombre del oxoanión (tradicional)] prefijo[ácido]

Ejemplos:

HSO_4^-	sulfato ácido
HSO_3^-	sulfito ácido
H_2PO_4^-	fosfato diácido
HPO_4^{2-}	fosfato monoácido o fosfato ácido

► Actividad 9

Dados los oxoaniones PO_3^{3-} AsO_4^{3-} AsO_3^{3-} $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$

a) Formule los posibles oxoaniones ácidos de los mismos.

b) Nómbrelos de acuerdo a la nomenclatura tradicional y sistemática.

► Actividad 10

Complete la siguiente tabla formulando o nombrando los **hidrógeno oxoaniones**.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL
H_2PO_4^-	anión dihidrógeno tetraoxofosfato (V)	fosfato diácido u ortofosfato diácido
		pirofosfato diácido
		sulfato ácido
		sulfito ácido
	anión hidrógeno trioxoseleniato (IV)	
HSeO_4^-		
	anión dihidrógeno trioxofosfato (III)	
HPO_4^{2-}		

C) Compuestos neutros

C.1) Sales neutras: Catión metálico + Anión monoatómico distinto de óxido (O^{2-})

Formulación

Escribir primero el **catión**, luego el **anión monoatómico** y colocar las **atomicidades** como subíndices de ambos de forma tal que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos: $CaCl_2$ FeS Fe_2S_3

Nomenclatura sistemática

Con este tipo de nomenclatura existen dos formas alternativas de nombrar a un mismo compuesto.

a) Colocar el nombre del **anión monoatómico** seguido del **nombre del catión** de acuerdo a la **nomenclatura sistemática** y separado por la preposición “**de**”. Recuerde que en el caso de que el catión presente más de un estado de oxidación, debe indicarse su **número de oxidación** en número romano y entre paréntesis.

[nombre del anión monoatómico] de [nombre del catión (sistemático)]

Ejemplos: $CaCl_2$ cloruro de calcio
 FeS sulfuro de hierro (II)
 Fe_2S_3 sulfuro de hierro (III)

b) Colocar el nombre del **anión monoatómico** con el **prefijo** multiplicativo seguida del nombre del **elemento del catión** con el **prefijo** multiplicativo y separado por la preposición “**de**”.

prefijo [nombre del anión monoatómico] de prefijo [nombre del elemento del catión]

Ejemplos: $CaCl_2$ dicloruro de calcio
 FeS sulfuro de hierro
 Fe_2S_3 trisulfuro de dihierro

Nomenclatura tradicional

Se coloca el nombre del **anión monoatómico** seguido del **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “de” y si posee dos estados de oxidación recuerde que se emplean los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “de”.

[*nombre del anión monoatómico*] de [*nombre del catión*]

[*nombre del anión monoatómico*] [*nombre del catión tradicional(oso)*]

[*nombre del anión monoatómico*] [*nombre del catión tradicional(ico)*]

Ejemplos: CaCl₂ cloruro de calcio

FeS sulfuro ferroso

Fe₂S₃ sulfuro férrico

La nomenclatura tradicional para este tipo de compuestos está prácticamente en desuso, por lo que no se recomienda su empleo.

► Actividad 11

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos resultantes de la combinación de **catión metálico con anión monoatómico distinto de óxido (O²⁻)**. Complete los nombres y/o fórmulas faltantes.

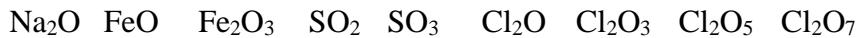
SALES NEUTRAS			
FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL	
KBr	bromuro de potasio	bromuro de potasio	bromuro de potasio
FeCl ₂			cloruro ferroso
	cloruro de hierro (III)		
		sulfuro de cobre	
	sulfuro de cobre (II)		
	hidruro de calcio		
Al ₂ Te ₃		triteluriuro de dialuminio	

C.2) Óxidos: Catión monoatómico distinto de hidrógeno + anión óxido (O^{2-})

Formulación

Escribir primero el símbolo del **cation**, luego el símbolo del **anión óxido** y colocar las atomicidades como subíndices de forma tal que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos:



Nomenclatura sistemática

Con este tipo de nomenclatura existen dos formas alternativas de nombrar a un mismo compuesto.

a) Se emplea la palabra **óxido** seguida del **nombre del catión** de acuerdo a la **nomenclatura sistemática** y separada por la preposición “**de**”.

Recuerde que en el caso de que dicho catión presente más de un estado de oxidación, se escribe el **número de oxidación** en número romano y entre paréntesis.

óxido de [nombre del catión(sistemática)]

Ejemplos: Na_2O óxido de sodio

FeO óxido de hierro (II)

Fe_2O_3 óxido de hierro (III)

SO_2 óxido de azufre (IV)

SO_3 óxido de azufre (VI)

Cl_2O óxido de cloro (I)

Cl_2O_3 óxido de cloro (III)

Cl_2O_5 óxido de cloro (V)

Cl_2O_7 óxido de cloro (VII)

b) Colocar la palabra **óxido** con el **prefijo** multiplicativo seguido del **nombre del elemento del catión** con el **prefijo** multiplicativo y separado por la preposición “**de**”.

prefijo óxido de prefijo [nombre del elemento del catión]

Ejemplos: Na_2O óxido de disodio

FeO	óxido de hierro
Fe ₂ O ₃	trióxido de dihierro
SO ₂	dióxido de azufre
SO ₃	trióxido de azufre
Cl ₂ O	óxido de dicloro
Cl ₂ O ₃	trióxido de dicloro
Cl ₂ O ₅	pentóxido de dicloro
Cl ₂ O ₇	heptóxido de dicloro

Nomenclatura tradicional

Si el catión es metálico, se coloca la palabra **óxido** seguido del **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “de”, y si posee dos estados de oxidación recuerde que se emplean los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “de”.

óxido de [nombre del elemento del catión]

óxido [nombre del catión tradicional (oso)]

óxido [nombre del catión tradicional (ico)]

Ejemplos: Na₂O óxido de sodio

 FeO óxido ferroso

 Fe₂O₃ óxido férrico

Si el catión es no metálico y presenta dos estados de oxidación, se coloca la palabra **anhídrido** seguida del **nombre del catión** de acuerdo a la **nomenclatura tradicional**.

Recuerde el empleo de los sufijos **oso** o **ico** para el menor y mayor estado de oxidación respectivamente.

anhídrido [nombre del catión tradicional(oso)]

anhídrido [nombre del catión tradicional(ico)]

Ejemplos: SO₂ anhídrido sulfuroso

 SO₃ anhídrido sulfúrico

Si el catión es no metálico y posee cuatro estados de oxidación, los mismos se ordenan de menor a mayor colocándose en todos los casos la palabra **anhídrido** seguida de:

- para el primero, el **prefijo “hipo” a la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “oso”**.
- para el segundo, solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “oso”**.
- para el tercero, solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “ico”**.
- para el cuarto, el **prefijo “per” a la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “ico”**.

anhídrido hipo [*raíz del nombre del átomo central*]oso

anhídrido [*raíz del nombre del átomo central*]oso

anhídrido [*raíz del nombre del átomo central*]ico

anhídrido per [*raíz del nombre del átomo central*]ico

Ejemplos:	Cl_2O	anhídrido hipocloroso
	Cl_2O_3	anhídrido cloroso
	Cl_2O_5	anhídrido clórico
	Cl_2O_7	anhídrido perclórico

La nomenclatura tradicional para este tipo de compuestos y en especial cuando el catión es no metálico está en desuso. La denominación anhídridos, por ejemplo (CO_2) anhídrido carbónico, sólo puede encontrarla en algunos libros no actualizados. Actualmente, se recomienda no emplearla. Por lo tanto, evite su uso.

El nitrógeno forma una gran variedad de óxidos (NO , NO_2 , N_2O , N_2O_3 , N_2O_5 , etc.) y muchos de ellos no pueden ser nombrados siguiendo la nomenclatura tradicional, la que solo describe al óxido nitroso (N_2O) y al óxido nítrico (NO). Por lo tanto, para los otros se debe utilizar la nomenclatura sistemática.

► Actividad 12

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos resultantes de la combinación de **catión monoatómico distinto de hidrógeno con anión óxido (O^{2-})**. Ud. deberá completar los nombres y/o fórmulas faltantes.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL
Fe ₂ O ₃	óxido de hierro (III)	trióxido de dihierro
Li ₂ O	óxido de litio	
ZnO	óxido de zinc	
	óxido de cromo (VI)	anhídrido crómico
Cu ₂ O		
	óxido de cobre (II)	
		anhídrido sulfuroso
	óxido de azufre (VI)	
		anhídrido fosforoso
	óxido de bromo (I)	
		anhídrido bromoso
		pentóxido de dibromo
		anhídrido perbrómico
MnO ₂		dióxido de manganeso

C.3) Hidróxidos: Catión metálico o NH₄⁺ + anión hidróxido (HO⁻)

Formulación

Se coloca primero el **cátion** seguido del anión **hidróxido** con su respectiva atomicidad como **subíndice** de forma tal que se cumpla el principio de electroneutralidad. Dado que el anión hidróxido constituye una especie poliatómica, para indicar el número de aniones hidróxidos, este debe encerrarse entre paréntesis y luego colocar las atomicidades. El paréntesis sirve para separar un grupo de átomos en una fórmula e indicar que constituyen una identidad.

Ejemplos: Ba(HO)₂ Fe(HO)₂ Fe(HO)₃ NH₄(HO)

Nomenclatura sistemática

Aquí existen dos formas alternativas de nombrar a un mismo compuesto.

- a) El nombre del compuesto se forma colocando la palabra **hidróxido** seguida del **nombre del cátion** de acuerdo a la **nomenclatura sistemática**, separados por la preposición “de”. Recuerde que, si el mismo presenta más de **un estado de oxidación**, éste se coloca entre paréntesis y en número romano.

hidróxido de [*nombre del catión*] (*estado de oxidación*)

Ejemplos:	Ba(OH) ₂	hidróxido de bario
	Fe(OH) ₂	hidróxido de hierro (II)
	Fe(OH) ₃	hidróxido de hierro (III)
	NH ₄ (OH)	hidróxido de amonio

b) El nombre del compuesto se forma colocando la palabra **hidróxido** precedida del **prefijo** griego que indique el número de aniones hidróxidos que hay en la fórmula y a continuación el **nombre del elemento del catión**, separados por la preposición “de”.

prefijo hidróxido de [nombre del elemento del catión]

Ejemplos:	Ba(OH) ₂	dihidróxido de bario
	Fe(OH) ₂	dihidróxido de hierro
	Fe(OH) ₃	trihidróxido de hierro
	NH ₄ (OH)	hidróxido de amonio

Nomenclatura tradicional

Se coloca la palabra **hidróxido** seguido del **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “de” y si posee dos estados de oxidación recuerde que se emplean los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “de”.

hidróxido de [*nombre del elemento del catión*]

hidróxido [*nombre del catión tradicional(oso)*]

hidróxido [*nombre del catión tradicional(ico)*]

Ejemplos:	Ba(OH) ₂	hidróxido de bario
	Fe(OH) ₂	hidróxido ferroso
	Fe(OH) ₃	hidróxido férrico
	NH ₄ (OH)	hidróxido de amonio

La nomenclatura tradicional para este tipo de compuestos está prácticamente en desuso, por lo que no se recomienda su empleo.

► Actividad 13

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **catión metálico o amonio con anión hidróxido**

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL
Au(HO) ₃	hidróxido de oro (III)	trihidróxido de oro
Na(HO)		hidróxido de sodio
	hidróxido de calcio	
Al(HO) ₃		
		dihidróxido de manganeso
Pb(HO) ₂		
	hidróxido de plomo (IV)	
		hidróxido niqueloso
Co(HO) ₂		
	hidróxido de cobalto (III)	
	hidróxido de hierro (III)	
Fe(HO) ₂		dihidróxido de hierro

C.4) Peróxidos, superóxidos, disulfuros y triyoduros: Catión metálico o de hidrógeno + homopolianión

Formulación

Colocar primero el **catión** seguido del **anión homopoliatómico** y colocar las **atomicidades** como subíndices de ambos de forma tal que se cumpla el principio de electroneutralidad.

Ejemplos: KO₂ K₂O₂ K₂S₂ KI₃

Nomenclatura sistemática

El nombre se forma colocando el nombre del **anión homopoliatómico** de acuerdo a la nomenclatura **sistemática** (ver tabla correspondiente) seguido del nombre del **catión**, con su **número de oxidación** entre paréntesis y en número romano si el mismo presenta más de un estado de oxidación, separados por la preposición “de”.

[nombre del anión homopoliatómico(sistématico)] de [nombre del catión (sistématico)]

- Ejemplos:
- NaO_2 dióxido (1-) de sodio
 - K_2O_2 dióxido (2-) de potasio
 - Na_2S_2 disulfuro (2-) de sodio
 - KI_3 triioduro (1-) de potasio

Nomenclatura tradicional

El nombre se forma colocando el nombre del **anión homopoliatómico** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** (ver tabla correspondiente) seguido del **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “**de**” y si posee dos estados de oxidación recuerde el empleo de los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “**de**”.

[*nombre del anión homopoliatómico (tradicional)*] de [*nombre del catión (tradicional)*]

- Ejemplos:
- KO_2 superóxido de potasio
 - K_2O_2 peróxido de potasio
 - K_2S_2 disulfuro de potasio
 - KI_3 triioduro de potasio

Actualmente ambas nomenclaturas para este tipo de compuestos están en uso.

► Actividad 14

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por un **Catión metálico o de hidrógeno con homopolianión**.

Fórmula	N. Sistemática	N. Tradicional
H_2O_2	dióxido(2-) de hidrógeno	peróxido de hidrógeno
HO_2		
	triyoduro(1-) de sodio	
	dióxido(1-) de sodio	
Na_2O_2		

		superóxido de litio
BaO ₂		

**C.5) Calcogenuros y haluros de hidrógeno - su disolución acuosa hidrácidos:
Catión hidrógeno + anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O^{2-})**

Formulación

Escribir primero el símbolo del **hidrógeno**, luego el símbolo del **anión** y colocar la atomicidad del hidrógeno como subíndice de forma tal que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos: HF
H₂S

Nomenclatura sistemática

a) Se coloca el nombre del **anión monoatómico** seguido de la palabra **hidrógeno** y separado por la preposición “**de**”.

[nombre del anión monoatómico] de hidrógeno

Ejemplos: HF fluoruro de hidrógeno
H₂S sulfuro de hidrógeno

b) Colocar el nombre del **anión monoatómico** seguido de la palabra **hidrógeno** con el **prefijo** correspondiente y separada por la preposición “**de**”.

[nombre del anión monoatómico] de prefijo hidrógeno

Ejemplos: HF fluoruro de hidrógeno
H₂S sulfuro de dihidrógeno

Nomenclatura tradicional

Se coloca el nombre del **anión monoatómico** seguido de la palabra **hidrógeno** y separado por la preposición “**de**”. Coincide con la nomenclatura sistemática del punto a).

[nombre del anión monoatómico] de hidrógeno

- Ejemplos: HF fluoruro de hidrógeno
 H₂S sulfuro de hidrógeno

Nomenclatura de su disolución acuosa

Estos compuestos en solución acuosa se denominan *hidrácidos*. Se nombran con la palabra **ácido** seguida de la **raíz del nombre del elemento del anión monoatómico** y la terminación **hídrico**, según

ácido [raíz del nombre del elemento del anión monoatómico]hídrico

- Ejemplos: HF ácido fluorhídrico
 H₂S ácido sulfhídrico

► Actividad 15

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos neutros resultantes de la combinación de **cátion hidrógeno con anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O²⁻)**. Ud. deberá completar los nombres y/o fórmulas faltantes.

FÓRMULA	Nomenclatura sistemática		N. en solución acuosa
HF	fluoruro de hidrógeno	fluoruro de hidrógeno	ácido fluorhídrico
	cloruro de hidrógeno		
			ácido bromhídrico
		ioduro de hidrógeno	
		sulfuro de dihidrógeno	
	teluriuro de hidrógeno		
			ácido selenhídrico

C.6) Hidruros no metálicos: Aniones hidrógeno (H^-) + elementos de los grupos 13, 14 y 15²

Formulación

Se coloca primero el **elemento del grupo 14 o 15** y luego el **hidrógeno** con una atomicidad tal que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos: BH₃ CH₄ SiH₄ NH₃ PH₃ AsH₃ SbH₃

Nomenclatura

Si bien existe una nomenclatura sistemática para estos compuestos, no la detallaremos. La IUPAC ha aceptado el uso de los nombres triviales de estas especies.

Representación simbólica	Nombre Trivial
BH ₃	Borano
CH ₄	Metano
SiH ₄	Silano
NH ₃	Amoníaco
PH ₃	Fosfina
AsH ₃	Arsina
SbH ₃	Estibina

C.7) Oxoácidos: Cationes hidrógeno (H^+) + oxoanión (AO_x^{n-})

Estos compuestos liberan cationes H⁺ en solución acuosa confiriéndole al medio propiedades ácidas.

Formulación

Se coloca primero el catión **hidrógeno** con la **atomicidad** como subíndice que indica el número de cationes hidrógeno que resulta de aplicar el principio de electroneutralidad, seguido de la fórmula del **oxoanión**.

Ejemplos: H₂SO₄ H₂SO₃ HClO HClO₂ HClO₃ HClO₄

² Si bien el NH₃ desde el punto de vista de la electronegatividad es un nitruro, la IUPAC para nombrarlo lo considera un hidruro.

Nomenclatura sistemática

Se nombra primero el **oxoanión** de acuerdo a la nomenclatura **sistemática**, seguido de **hidrógeno** (nombre del catión) anteponiéndole el **prefijo** correspondiente separados por la preposición “**de**”.

La indicación del E.O.A.C. en el oxoanión, entre paréntesis y en números romanos, puede obviarse porque es redundante al emplearse los prefijos.

[nombre del oxoanión (sistemático)] de prefijo[hidrógeno]

Ejemplos:	H_2SO_4	tetraoxosulfato (VI) de hidrógeno
	H_2SO_3	trioxosulfato (IV) de hidrógeno
	HClO	oxoclorato (I) de hidrógeno
	HClO_2	dioxoclorato (III) de hidrógeno
	HClO_3	trioxoclorato (V) de hidrógeno
	HClO_4	tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno

Nomenclatura tradicional (Semisistématica)

Cuando el átomo central posee dos estados de oxidación, colocar la palabra **ácido** seguida de la **raíz del nombre del átomo central** con el **sufijo oso** para el menor estado de oxidación y con el **sufijo ico** para el mayor estado de oxidación.

[ácido] [raíz del nombre del átomo central]oso

[ácido] [raíz del nombre del átomo central]ico

Ejemplos:	H_2SO_3	ácido sulfuroso
	H_2SO_4	ácido sulfúrico

Cuando el átomo central posee cuatro estados de oxidación los mismos se ordenan de menor a mayor colocándose en todos los casos la palabra **ácido** seguida de:

- para el primero el **prefijo “hipo” a la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “oso”**
- para el segundo solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “oso”**
- para el tercero solamente **la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo ico**

- para el cuarto el **prefijo “per” a la raíz del nombre del átomo central** terminado con el **sufijo “ico”**.

•

ácido hipo[raíz del nombre del átomo central]oso

ácido [raíz del nombre del átomo central]oso

ácido [raíz del nombre del átomo central]ico

ácido per[raíz del nombre del átomo central]ico

Ejemplos:	HClO	ácido hipocloroso
	HClO ₂	ácido cloroso
	HClO ₃	ácido clórico
	HClO ₄	ácido perclórico

Los oxoácidos formados a partir de P y As reciben de acuerdo a la nomenclatura tradicional diferentes nombres de acuerdo al número de aniones óxidos que rodean al átomo central (P o As) en el oxoanión:

H ₃ PO ₄	ácido ortofosfórico o fosfórico	HPO ₃	ácido metafosfórico
H ₃ PO ₃	ácido ortofosforoso o fosforoso	HPO ₂	ácido metafosforoso
H ₃ AsO ₄	ácido ortoarsénico o arsénico	HAsO ₃	ácido metaarsénico
H ₃ AsO ₃	ácido ortoarsenioso o arsenioso	HAsO ₂	ácido metaarsenioso

Actualmente se usan ambas nomenclaturas para este tipo de compuestos, sin embargo para oxoácidos poco comunes se recomienda la nomenclatura sistemática.

► Actividad 16

Dados los siguientes aniones, deduzca la cantidad de cationes hidrógeno (H⁺) que son necesarios para neutralizarlos. Nombre los compuestos, así formado, de acuerdo a la nomenclatura sistemática.

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) BrO ₃ ⁻ | b) IO ₄ ⁻ |
| c) AsO ₄ ³⁻ | d) SO ₃ ²⁻ |

► Actividad 17

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **cationes H⁺** + **oxoanión (AO_xⁿ⁻)**, **Oxoácidos**.

Fórmula	Nomenclatura sistemática	N. Tradicional
H ₃ BO ₃	trioxoborato (III) de trihidrógeno	ácido bórico
H ₂ CO ₃		
HNO ₃		
		ácido nitroso
H ₃ PO ₃		ácido ortofosforoso
	tetraoxofosfato (V) de trihidrógeno	
	μ-oxo-bis[trioxofosfato (V)] de tetrahidrógeno	
	tetraoxoarseniato (V) de trihidrógeno	ácido arsénico
H ₃ AsO ₃		ácido arsenioso
H ₂ SO ₄		
		ácido sulfuroso
	tetraoxocromato (VI) de dihidrógeno	ácido crómico
	μ-oxo-bis[trioxocromato (VI)] de dihidrógeno	ácido dícrómico
		ácido hipocloroso
HClO ₂		
HClO ₃		ácido clórico
	tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno	
HIO ₃		
		ácido peryódico
HMnO ₄		

► Actividad 18

Completar la tabla basándose en el siguiente ejemplo.

2H^+	+ trioxocarbonato (IV)	= trioxocarbonato (IV) de dihidrógeno
H^+	+ -----	= dioxonitrato (III) de -----
3H^+	+ tetraoxoarseniato (V)	= -----
H^+	+ -----	= tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno
H^+	+ trioxonitrato (V)	= -----
2H^+	+ -----	= tetraoxocromato (VI) de dihidrógeno

► Actividad 19

Escribir las fórmulas de los siguientes compuestos:

- a) tetraoxomanganato (VII) de hidrógeno.
- b) monooxoclorato (I) de hidrógeno.
- c) trioxosulfato (IV) de dihidrógeno.
- d) tetraoxoantimonato (V) de trihidrógeno.

► Actividad 20

Dadas las siguientes fórmulas, verificar si coinciden con el nombre correspondiente y, en caso contrario, escribirlo o nombrarlo correctamente.

HClO_2	dioxoclorato (III) de hidrógeno
H_2CO_3	tetraoxocarbonato (IV) de dihidrógeno
H_3PO_4	tetraoxofosfato (V) de trihidrógeno

C.8) Oxosales: Cation metálico + oxoanión (AO_x^{n-})

Formulación

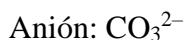
Se coloca primero el **cation** y luego el **oxoanión**, colocando las **atomicidades** como subíndices adecuados de tal forma que se cumpla el principio de electroneutralidad.

Recuerde que, dado que el oxoanión constituye una especie poliatómica, para indicar el número de oxoaniones éste debe encerrarse entre paréntesis y luego colocar los subíndices. El paréntesis sirve para separar un grupo de átomos en una fórmula e indicar que constituyen una identidad.

Ejemplos: $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ K_2SO_3 $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$ $\text{Fe}_2(\text{SO}_3)_3$

► Actividad 21

Construya las fórmulas con los siguientes iones realizando las combinaciones posibles. Recuerde el uso de paréntesis.



Nomenclatura sistemática

Se coloca un **prefijo** (ver Nota 4) que indica el número de aniones poliatómicos que contiene el compuesto, seguido del **nombre del oxoanión** de acuerdo a la nomenclatura **sistemática** y luego el **nombre del elemento del catión** con su **prefijo** separados por la preposición “**de**”.

La indicación del E.O.A.C. en el oxoanión, entre paréntesis y en números romanos, puede obviarse porque es redundante al emplearse los prefijos.

Puede aclararse entre paréntesis y en número romano el estado de oxidación del catión cuando posee más de un estado de oxidación.

prefijo[nombre del oxoanión (sistemático)] de prefijo[nombre del elemento del catión]

Ejemplos:

$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	tris[tetraoxosulfato (VI)] de dialuminio
K_2SO_3	trioxosulfato (IV) de dipotasio
$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	bis[trioxonitrato (V)] de hierro
$\text{Fe}_2(\text{SO}_3)_3$	tris[trioxosulfato (IV)] de dihierro

El prefijo que se antepone al nombre del oxoanión no debe confundirse con el prefijo que corresponde al nombre del oxoanión. Para ello se emplean otros prefijos multiplicativos que se indican a continuación:

Número de aniones poliatómicos	Prefijo
2	bis
3	tris
4	tetrakis
5	pentakis

Nomenclatura tradicional:

Se coloca el **nombre del oxoanión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** y luego el **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “de” y si posee dos estados de oxidación recuerde que se emplean los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “de”.

[nombre del oxoanión(tradicional)] de [nombre del catión]

[nombre del oxoanión(tradicional)] [nombre del catión (tradicional)]

Ejemplos:

$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	sulfato de aluminio
K_2SO_3	sulfito de potasio
$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	nitrato ferroso
$\text{Fe}_2(\text{SO}_3)_3$	sulfito férrico

Actualmente se usan ambas nomenclaturas para este tipo de compuestos. Sin embargo, no se recomienda el empleo de la nomenclatura tradicional para los cationes. Por lo que es común encontrar que el oxoanión se nombre de acuerdo a la nomenclatura tradicional y el catión de acuerdo a la nomenclatura sistemática, sobre todo cuando el catión posee más de un estado de oxidación, lo que da origen a una nomenclatura tipo “mixta”.

Ejemplos:	$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	nitrato de hierro (II)
	$\text{Fe}_2(\text{SO}_3)_3$	sulfito de hierro (III)

► Actividad 22

Nombrar los compuestos formados en la Actividad 21 según la nomenclatura sistemática y según la nomenclatura tradicional.

► Actividad 23

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **Catión metálico + Oxoanión (AO_x^{n-})**, **Oxosales**.

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
$\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$	tris[tetraoxosulfato (VI)]de dihierro	sulfato férrico
		perclorato de sodio
	tetraoxosulfato (VI) de hierro (II)	
$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$		
		sulfito niquelico
	trioxosilicato (IV) de cobre (II)	
$\text{Au}(\text{ClO}_2)_3$		
		carbonato de calcio
	trioxocarbonato (IV) de hierro (II)	
		hipobromito plumboso
	bis[trioxonitrato (V)] de hierro	
	trioxosulfato (IV) de magnesio	
$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$		
		permanganato de potasio
AgIO		

C.9) Sales ácidas: Catión metálico o poliatómico + hidrógeno oxoanión o hidrógeno anión monoatómico

Formulación

Colocar primero el **catión** y después el **hidrógeno anión** (hidrógeno oxoanión o hidrógeno anión monoatómico). Colocar las atomicidades como subíndices del **catión** y del **hidrógeno anión** para que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos: $\text{Ba}(\text{HS})_2$ MgHPO_4 KH_2PO_3 $\text{Pb}(\text{H}_2\text{AsO}_4)_2$

Nomenclatura sistemática

Se coloca un **prefijo** (ver Nota 4) que indica el número de aniones poliatómicos que contiene el compuesto, seguido del **nombre del hidrógeno anión** de acuerdo a la nomenclatura **sistemática** y luego el **nombre del elemento del catión** con su **prefijo** separados por la preposición “**de**”.

[prefijo[nombre del hidrógeno anión (sistemático)] de prefijo[nombre del elemento del catión]]

Ejemplos:

Ba(HS) ₂	bis[hidrógeno sulfuro] de bario
MgHPO ₄	hidrógeno tetraoxofosfato(V) de magnesio
KH ₂ PO ₃	dihidrógeno trioxofosfato(III) de potasio
Pb(H ₂ AsO ₄) ₂	bis[dihidrógeno tetraoxoarseniato(V)] de plomo (II)

Nomenclatura tradicional

Se coloca el **nombre del hidrógeno anión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** y luego el **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional**. Si el catión presenta un estado de oxidación se interpone la preposición “**de**” y si posee dos estados de oxidación recuerde que se emplean los **sufijos oso e ico**, omitiéndose en este último caso la preposición “de”.

[nombre del hidrógeno anión (tradicional)] de [nombre del catión]

[nombre del hidrógeno anión (tradicional)] [nombre del catión (tradicional)]

Ejemplos:

Ba(HS) ₂	sulfuro ácido de bario
MgHPO ₄	ortofosfato monoácido de magnesio
KH ₂ PO ₃	ortofosfito diácido de potasio
Pb(H ₂ AsO ₄) ₂	ortoarseniano diácido plumboso

Actualmente se usan ambas nomenclaturas para este tipo de compuestos. Sin embargo, no recomienda el empleo de la nomenclatura tradicional para los cationes. Por lo que es común encontrar que el oxoanión se nombre de acuerdo a la nomenclatura tradicional y el catión de acuerdo a la nomenclatura sistemática, sobre todo cuando el catión posee más de un estado de oxidación, lo que da origen a una nomenclatura tipo “mixta”.

Pb(H₂AsO₄)₂ ortoarseniano diácido de plomo (II)

La denominación antigua de este tipo de sales, anteponiéndole el prefijo “bi” al nombre tradicional del oxoanión, por ejemplo: (NaHCO₃) bicarbonato de sodio, (NaHSO₃) bisulfito de sodio, sólo puede encontrarla en algunos libros no actualizados. Actualmente, se recomienda no emplearla. Por lo tanto, evite su uso.

► Actividad 24

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por **Catión metálico o poliatómico + hidrógeno anión, Sales ácidas.**

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
NaHCO ₃		
		sulfato ácido férrico
	bis[dihidrógeno trioxofosfato (III)] de calcio	
Al ₂ (HPO ₄) ₃		

C.10) Sales básicas: Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido (HO^-) + anión monoatómico u oxoanión

Formulación

Colocar primero el **catión**, después el **anión (monoatómico u oxoanión)** y por último el anión **hidróxido**. Colocar las atomicidades como subíndices del **catión**, del **anión** y del **hidróxido** para que se cumpla el **principio de electroneutralidad**.

Ejemplos: MgCl(HO) ZnI(HO) PbNO₃(HO)

Nomenclatura sistemática

Colocar el nombre de los **aniones** (anión mono o poliatómico e hidróxido) en orden alfabético y de acuerdo a la nomenclatura **sistemática** precedidos por los **prefijos** correspondientes y luego el **nombre del elemento del catión** con el **prefijo** correspondiente.

Recuerde que el número de oxidación del catión debe aclararse entre paréntesis y en número romano, como es usual si presenta más de un estado de oxidación.

orden alfabético, sin considerar los prefijos

prefijo[*nombre del anión(sistématica)*] prefijo[*hidróxido*] de prefijo[*nombre del catión*]

Ejemplos:	MgCl(HO)	Cloruro hidróxido de magnesio
	ZnI(HO)	Hidróxido ioduro de zinc
	PbNO ₃ (HO)	Hidróxido trioxonitrato (V) de plomo (II)
	Al(NO ₃) ₂ (HO)	Hidróxido bis[trioxonitrato (V)] de aluminio

Nomenclatura tradicional

Colocar el nombre del **anión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** seguido de la palabra **básico** con un **prefijo** que indique el número de aniones hidróxidos, y luego el **nombre del catión** de acuerdo a la nomenclatura **tradicional** (es decir empleando, si corresponde, los sufijos **oso** o **ico** cuando sea necesario), en este último caso se omite la preposición “**de**”.

prefijo[nombre del anión(tradicional)] prefijo[básico] de [nombre del catión(tradicional)]

prefijo[nombre del anión(tradicional)] prefijo[básico] [nombre del catión(tradicional)]

Ejemplos:	MgCl(HO)	Cloruro básico de magnesio
	ZnI(HO)	Ioduro básico de zinc
	PbNO ₃ (HO)	Nitrato básico plumboso

Actualmente se usan ambas nomenclaturas para este tipo de compuestos. Sin embargo, no se recomienda el empleo de la nomenclatura tradicional para los cationes.

Por lo que es común encontrar que el oxoanión se nombre de acuerdo a la nomenclatura tradicional y el catión de acuerdo a la nomenclatura sistemática, sobre todo cuando el catión posee más de un estado de oxidación, lo que da origen a una nomenclatura tipo “mixta”.



► Actividad 25

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por **Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido + anión monoatómico u oxoanión, Sales básicas.**

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
CuIO ₃ (HO)		
	hidróxido trioxonitrito (V) de plomo(II)	
		Carbonato básico de aluminio

Actividades complementarias

1) Nombrar los siguientes compuestos utilizando la nomenclatura sistemática y tradicional.



2) Escribir las fórmulas de:

Nombre	Fórmula
bis[hidrógeno trioxocarbonato (IV)] de cadmio (II)	
bis[hidrógeno tetraoxosulfato (VI)] de hierro (II)	
hidrógeno tetraoxofosfato (V) de disodio	
dihidrógeno trioxofosfato (III) de litio	
hidrógeno trioxosulfato (IV) de plata	
hidrógeno tetraoxofosfato (V) de dimercurio	

3) Dados los siguientes compuestos químicos: MgS ; LiBrO₃ ; Pb(CO₃)₂ ; KHSO₄

La secuencia correcta que relaciona los nombres con la fórmula es:

- a) sulfato de magnesio - bromato de litio - carbonato plumboso - sulfato de potasio.
- b) sulfuro de magnesio - bromato de litio - carbonato plúmbico - sulfito ácido de potasio.
- c) sulfito de magnesio - bromito de litio - carbonato plumboso - sulfito ácido de potasio.
- d) sulfuro de magnesio - bromato de litio - carbonato plúmbico - sulfato ácido de potasio.

4) Dadas las siguientes fórmulas y nombres de compuestos químicos:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| I) Al(IO ₃) ₃ | tris[trioxoiodato (V)] de aluminio. |
| II) Cu(HS) ₂ | bis[hidrógeno sulfuro] de cobre (II) |
| III) Ag ₃ N | nitruro de plata. |
| IV) HBrO | hidróxido de bromo (I). |
| V) H ₃ PO ₃ | ácido fosfórico. |

Indique la opción que contiene el conjunto de pares correctos:

- a- I, II y III. c- II y IV.
b- II, III y V. d- II y III.

5) La única opción que contiene a las especies con IGUAL relación de combinación catión/anión es:

- a) tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno, tetraoxosulfato (VI) de dihidrógeno, nitrato de aluminio, y trioxocarbonato (IV) de dipotasio.
- b) Tetraoxosilicato (IV) de diberilio, sulfato de magnesio, nitrato de aluminio y sulfuro de sodio.
- c) sulfato de magnesio, fluoruro de litio, bis[monooxoclorato (I)] de calcio e hidróxido de estroncio.
- d) fluoruro de litio, sulfato de magnesio, hipoclorito de sodio y tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno.

6) Dadas las siguientes especies químicas:

monóxido de dinitrógeno - monóxido de nitrógeno - trióxido de dinitrógeno - dióxido de nitrógeno - pentóxido de dinitrógeno - nitrito de amonio - nitrato de amonio.

Marque la opción correcta:

- a) En cada una de las especies el número de oxidación del oxígeno es diferente.
- b) En ninguno de los compuestos dados se repite el número de oxidación del nitrógeno.
- c) Hay compuestos donde el nitrógeno posee estados con números de oxidación positivos y negativos.
- d) En los compuestos dados, el nitrógeno sólo tiene estados con números de oxidación positivos.

7) El cloro presenta diferentes estados de oxidación y forma así diferentes compuestos, algunos de los cuales se presentan a continuación:

- I) HCl III) KClO_3
II) ClO_2 IV) $\text{Mg}(\text{ClO}_4)_2$

Sus respectivos nombres son:

Opción	I)	II)	III)	IV)
a	cloruro de sodio	hipoclorito de oxígeno	perclorato de potasio	clorito de magnesio
b	cloruro de hidrógeno	monóxido de dicloro	perclorato de potasio	clorato de magnesio
c	cloruro de hidrógeno	dióxido de cloro	clorato de potasio	perclorato de magnesio
d	hipoclorito de hidrógeno	anión clorito	clorato de potasio	perclorato de magnesio

Autoevaluación

A continuación, le sugerimos la siguiente actividad que pretende que Ud. realice de manera individual con el objetivo de evaluar el aprendizaje de los contenidos de la guía, para lo cual le proponemos los siguientes pasos:

- -Seleccione 10 compuestos (en el orden propuesto en A)
- -Realice la actividad
- -Controle sus resultados con sus compañeros, docente o las respuestas de la autoevaluación.
- -Repita aquellos ítems en los que falló.
- -Seleccione nuevamente 10 compuestos y realice los pasos anteriores.

A- NOMBRAR LOS SIGUIENTES COMPUESTOS (según la nomenclatura sistemática y la tradicional):

1- <chem>Co2O3</chem>	21- <chem>Ag2O2</chem>	41- <chem>NaHCO3</chem>	61- <chem>HF</chem>
2- <chem>CeO2</chem>	22- <chem>Cu(MnO4)2</chem>	42- <chem>GaH3</chem>	62- <chem>H4P2O7</chem>
3- <chem>FeO</chem>	23- <chem>Cu2O</chem>	43- <chem>KH</chem>	63- <chem>H2S</chem>
4- <chem>MgO</chem>	24- <chem>Bi2O3</chem>	44- <chem>LiH</chem>	64- <chem>HNO2</chem>
5- <chem>NaO2</chem>	25- <chem>Ga2O3</chem>	45- <chem>H2O</chem>	65- <chem>Cu(HO)2</chem>
6- <chem>PbO</chem>	26- <chem>As2O3</chem>	46- <chem>NH4Cl</chem>	66- <chem>Cu(HO)</chem>
7- <chem>SnO2</chem>	27- <chem>GeO2</chem>	47- <chem>Al4C3</chem>	67- <chem>HBrO2</chem>
8- <chem>MoO3</chem>	28- <chem>I2O5</chem>	48- <chem>SbN</chem>	68- <chem>Fe(HO)2</chem>

9- CaO ₂	29- TiO ₂	49- AsCl ₃	69- Fe(OH) ₃
10- KNO ₃	30- MnO ₂	50- AsP	70- HIO ₄
11- NaNO ₂	31- Mn ₂ O ₃	51- BaH ₂	71- CaHAsO ₄
12- H ₂ SO ₄	32- La ₂ O ₃	52- BaO	72- Ca(OH) ₂
13- CaO	33- CaHPO ₄	53- BaO ₂	73- Al(OH) ₃
14- HgO	34- H ₂ Te	54- BiCl ₃	74- SrCl ₂
15- Na ₂ HPO ₄	35- NaH	55- HNO ₃	75- Ag(OH)
16- ZnO	36- NH ₃	56- H ₂ CO ₃	76- Au(OH)
17- Fe ₂ (SO ₄) ₃	37- HI	57- H ₄ SiO ₄	77- Pb(OH) ₂
18- SnO	38- CuH ₂	58- H ₂ SeO ₄	78- Pb(OH) ₄
19- K ₂ O	39- CaH ₂	59- HIO ₃	79- Ca(O ₂) ₂
20- Au ₂ O ₃	40- FeH ₃	60- H ₂ SeO ₃	80- Al ₂ (O ₂) ₃

B- FORMULAR:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1- Óxido de dicobre | 31- Yoduro de cromo (III) |
| 2- Óxido de cobre (II) | 32- Fluoruro de litio |
| 3- Óxido de diplata | 33- Cloruro de bario |
| 4- Trióxido de dioro | 34- Fluoruro de cobre (II) |
| 5- Óxido de dipotasio | 35- Trifluoruro de boro |
| 6- Monóxido de estaño | 36- Bromuro de cadmio |
| 7- Óxido de estaño (IV) | 37- Seleniuro de aluminio |
| 8- Óxido de plomo (II) | 38- Siliciuro de magnesio |
| 9- Trióxido de azufre | 39- Tetracloruro de carbono |
| 10- Óxido de vanadio (V) | 40- Nitrito de plata |
| 11- Trióxido de dibromo | 41- Perclorato de sodio |
| 12- Óxido de estaño (IV) | 42- Tetraoxosulfato (VI) de hierro |
| 13- Óxido de titanio (II) | 43- Nitrito niqueloso |
| 14- Peróxido de cerio (IV) | 44- Tris[trioxonitrato (V)] de oro |
| 15- Óxido de níquel (II) | 45- Tetraoxomanganato (VI) de diamonio |
| 16- Óxido de magnesio | 46- Tetraoxomanganato (III) de cobre (II) |
| 17- Peróxido de bario | 47- μ -oxo bis[trioxocromato (VI)] de diplata |
| 18- Ácido periódico | 48- Tetraoxocromato (VI) de hierro (II) |

- | | |
|------------------------------|--|
| 19- Ácido mangánico | 49- Metafosfito de amonio |
| 20- Ácido carbónico | 50- Tetrakis[trioxoclorato(V)] de estaño(IV) |
| 21- Ácido hipoyodoso | 51- Hipobromito plumboso |
| 22- Permanganato de potasio | 52- Iodito plúmbico |
| 23- Ácido ortosilícico | 53- Sulfato niqueloso |
| 24- Ácido ortofosfórico | 54- Trioxocarbonato (IV) de dicobre |
| 25- Yoduro de cobre (I) | 55- Fosfato monoácido de aluminio |
| 26- Yoduro de oro (III) | 56- Trioxosulfato (IV) de níquel (II) |
| 27- Nitrato de aluminio | 57- Hidrógeno sulfuro de plomo (II) |
| 28- Bromuro de plata | 58- Hidrógeno telurio de antimonio (III) |
| 29- Fluoruro de hierro (III) | 59- Fosfato diácido férrico |
| 30- Seleniuro de amonio | 60- Sulfato ácido de calcio |

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACIÓN:

A- NOMBRAR:

- 1- Trióxido de dicobalto / Óxido de cobalto (III) / Óxido cobáltico
- 2- Dióxido de cerio / Óxido de cerio (IV) / Óxido cérico
- 3- Monóxido de hierro / Óxido de hierro (II) / Óxido ferroso
- 4- Óxido de magnesio
- 5- Dióxido (1-) de sodio / Superóxido de sodio
- 6- Monóxido de plomo / Óxido de plomo (II) / Óxido plumboso
- 7- Dióxido de estaño / Óxido de estaño (IV) / Óxido estánico
- 8- Trióxido de molibdeno / Óxido de molibdeno (VI) / Anhídrido molibdénico
- 9- Dióxido (2-) de calcio / Peróxido de calcio
- 10- Trioxonitrato (V) de potasio / Nitrato de potasio
- 11- Dioxonitrato (III) de sodio / Nitrito de sodio
- 12- Tetraoxosulfato (VI) de dihidrógeno / Ácido sulfúrico
- 13- Óxido de calcio
- 14- Monóxido de mercurio / Óxido de mercurio (II) / Óxido mercúrico
- 15- Hidrógeno tetraoxofosfato (V) de disodio / Fosfato monoácido de sodio
- 16- Óxido de cinc
- 17- Tris[tetraoxosulfato (VI)] de dihierro / Sulfato férrico
- 18- Óxido de estaño (II) / Monóxido de estaño / Óxido estannoso
- 19- Óxido de potasio / Óxido de dipotasio
- 20- Óxido de oro (III) / Trióxido de dioro / Óxido áurico
- 21- Dióxido (2-) de plata / Peróxido de plata
- 22- Bis[tetraoxomanganato (VII)] de cobre (II) / Permanganato cúprico
- 23- Óxido de cobre (I) / Monóxido de dicobre / óxido cuproso
- 24- Óxido de bismuto (III) / Trióxido de dibismuto / Óxido bismutoso
- 25- Óxido de galio / Trióxido de digalio
- 26- Óxido de arsénico (III) / Trióxido de diarsénico / Anhídrido arsenioso
- 27- Óxido de germanio (IV) / Dióxido de germanio / Óxido germánico
- 28- Óxido de yodo (V) / Pentóxido de diyodo / Anhídrido yódico

- 29- Óxido de titanio (IV) / Dióxido de titanio / Óxido titánico
 30- Óxido de manganeso (IV) / Dióxido de manganeso
 31- Óxido de manganeso (III) / Trióxido de dimanganeso / Óxido mangánico
 32- Óxido de lantano (III) / Trióxido de dilantano
 33- Hidrógeno tetraoxofosfato (V) de calcio / Fosfato ácido de calcio
 34- Teluriuro de hidrógeno / Ácido telurhídrico
 35- Hidruro de sodio
 36- Trihidruro de nitrógeno / Amoníaco
 37- Yoduro de hidrógeno / Ácido yodhídrico
 38- Hidruro de cobre (II) / Dihidruro de cobre / Hidruro cúprico
 39- Hidruro de calcio / Dihidruro de calcio
 40- Hidruro de hierro (III) / Trihidruro de hierro / Hidruro férrico
 41- Hidrógeno trioxocarbonato (IV) de sodio / Carbonato ácido de sodio
 42- Hidruro de galio (III) / Trihidruro de galio
 43- Hidruro de potasio / Monohidruro de potasio
 44- Hidruro de litio / Monohidruro de litio
 45- Agua / Óxido de hidrógeno
 46- Cloruro de amonio
 47- Carburo de aluminio / Tricarburo de tetraluminio
 48- Nitruro de antimonio
 49- Cloruro de arsénico (III) / Tricloruro de arsénico
 50- Fosfuro de arsénico (III) / Fosfuro de arsénico
 51- Hidruro de bario / Dihidruro de bario
 52- Óxido de bario / Monóxido de bario
 53- dióxido (2-) de bario / Peróxido de bario
 54- Cloruro de bismuto (III) / Tricloruro de bismuto
 55- Trioxonitrato (V) de hidrógeno / Ácido nítrico
 56- Trioxocarbonato (IV) de dihidrógeno / Ácido carbónico
 57- Tetraoxosilicato (IV) de tetrahidrógeno / Ácido silícico o ácido ortosilícico
 58- Tetraoxoseleniato (VI) de dihidrógeno / Ácido selénico
 59- Trioxoyodato (V) de hidrógeno / Ácido yódico
 60- Trioxoseleniato (IV) de dihidrógeno / Ácido selenioso
 61- Fluoruro de hidrógeno / Ácido fluorhídrico
 62- μ -oxo bis[trioxofosfato (V)] de tetrahidrógeno / Ácido pirofosfórico
 63- Sulfuro de hidrógeno / Ácido sulfhídrico /
 64- Dioxonitrato (III) de hidrógeno / Ácido nitroso
 65- Hidróxido de cobre (II) / Dihidróxido de cobre / Hidróxido cúprico
 66- Hidróxido de cobre (I) / Monohidróxido de cobre / Hidróxido cuproso
 67- Dioxobromato (III) de hidrógeno / Ácido bromoso
 68- Hidróxido de hierro (II) / Dihidróxido de hierro / Hidróxido ferroso
 69- Hidróxido de hierro (III) / Trihidróxido de hierro / Hidróxido férrico
 70- Tetraoxoyodato (VII) de hidrógeno / Ácido peryódico
 71- Hidrógeno tetraoxo arseniato (V) de calcio / Arseniato ácido de calcio
 72- Hidróxido de calcio / Dihidróxido de calcio
 73- Hidróxido de aluminio / Trihidróxido de aluminio
 74- Cloruro de estroncio / Dicloruro de estroncio
 75- Hidróxido de plata
 76- Hidróxido de oro (I) / Monohidróxido de oro / Hidróxido auroso
 77- Hidróxido de plomo (II) / Dihidróxido de plomo / Hidróxido plumboso
 78- Hidróxido de plomo (IV) / Tetrahidróxido de plomo / Hidróxido plúmbico
 79- Dióxido (1-) de calcio / Superóxido de calcio

80- Dióxido (2-) de aluminio / Peróxido de aluminio

B- Formular:

- | | | |
|--------------------------------------|--|--|
| 1- Cu ₂ O | 21- HIO | 41- NaClO ₄ |
| 2- CuO | 22- KMnO ₄ | 42- FeSO ₄ |
| 3- Ag ₂ O | 23- H ₄ SiO ₄ | 43- Ni(NO ₂) ₂ |
| 4- Au ₂ O ₃ | 24- H ₃ PO ₄ | 44- Au(NO ₃) ₃ |
| 5- K ₂ O | 25- CuI | 45- (NH ₄) ₂ MnO ₄ |
| 6- SnO | 26- AuI ₃ | 46- CuMnO ₄ |
| 7- SnO ₂ | 27- AlN | 47- Ag ₂ Cr ₂ O ₇ |
| 8- PbO | 28- AgBr | 48- FeCrO ₄ |
| 9- SO ₃ | 29- FeF ₃ | 49- NH ₄ PO ₂ |
| 10- V ₂ O ₅ | 30- (NH ₄) ₂ Se | 50- Sn(ClO ₃) ₄ |
| 11- Br ₂ O ₃ | 31- CrI ₃ | 51- Pb(BrO) ₂ |
| 12- SnO ₂ | 32- LiF | 52- Pb(IO ₂) ₄ |
| 13- TiO | 33- BaCl ₂ | 53- NiSO ₄ |
| 14- Ce(O ₂) ₂ | 34- CuF ₂ | 54- Cu ₂ CO ₃ |
| 15- NiO | 35- BF ₃ | 55- Al ₂ (HPO ₄) ₃ |
| 16- MgO | 36- CdBr ₂ | 56- NiSO ₃ |
| 17- BaO ₂ | 37- Al ₂ Se ₃ | 57- Pb(HS) ₂ |
| 18- HIO ₄ | 38- Mg ₂ Si | 58- Sb(HTe) ₃ |
| 19- H ₂ MnO ₄ | 39- CCl ₄ | 59- Fe(H ₂ PO ₄) ₃ |
| 20- H ₂ CO ₃ | 40- AgNO ₂ | 60- Ca(HSO ₄) ₂ |

Resumen de nomenclatura

A) Cationes

A.1) Cationes monoatómicos

Cationes metálicos y no metálicos

Si el catión presenta sólo un estado de oxidación:

Nomenclatura

catión [nombre del elemento]

Cuando el catión presenta más de un estado de oxidación:

Nomenclatura sistemática

[nombre del elemento] (estado de oxidación)

Nomenclatura tradicional

[raíz del nombre del elemento]oso
[raíz del nombre del elemento]ico

A.2) Cationes homopoliatómicos

Nomenclatura sistemática

prefijo [nombre del elemento] (carga neta)
--

A.3) Cationes heteropoliatómicos

Derivados de los compuestos con hidrógeno y elementos del grupo 15 y 16

Fórmula	Nombre Trivial
NH_4^+	amonio
H_3O^+	hidronio

B) Aniones

B.1) Aniones monoatómicos

Nomenclatura

Elemento	Raíz	Raíz + sufijo	Representación simbólica
Hidrógeno	Hidr	Hidruro	H^-
Fluor	Fluor	Fluoruro	F^-
Cloro	Clor	Cloruro	Cl^-
Bromo	Brom	Bromuro	Br^-
Yodo	Iod	Ioduro	I^-
Oxígeno	Oxi	Óxido	O^{2-}
Azufre	Sulf	Sulfuro	S^{2-}
Selenio	Seleni	Seleniuro	Se^{2-}
Telurio	Teluri	Teluriuro	Te^{2-}
Nitrógeno	Nitr	Nitruro	N^{3-}
Fósforo	Fosf	Fosfuro	P^{3-}
Arsénico	Arseni	Arseniuro	As^{3-}
Antimonio	Antimoni	Antimoniuero	Sb^{3-}
Carbono	Carb	Carburo	C^{4-}
Silicio	Sil	Siliciuro	Si^{4-}

B.2) Aniones homopoliatómicos

Homopolianiones más comunes y su nomenclatura

Fórmula	N. Sistemática	N. Tradicional
O_2^-	dióxido (1-)	superóxido
O_2^{2-}	dióxido (2-)	peróxido
S_2^{2-}	disulfuro (2-)	disulfuro
I_3^-	triioduro (1-)	triioduro

B.3) Aniones diatómicos de catión hidrógeno (H^+)

Con los aniones monoatómicos del grupo 16 distintos de O^{2-}

Nomenclatura sistemática

hidrógeno [nombre del anión monoatómico]
--

Nomenclatura tradicional

[nombre del anión monoatómico] ácido

Anión hidróxido.

anión diatómico hidróxido

HO^-

B.4) Aniones heteropoliatómicos (CN^- y SCN^-)

Fórmula	Nombre
CN^-	Cianuro
SCN^-	Sulfocianuro

B.5) Aniones poliatómicos del tipo AO_x^{n-} , Oxoaniones

Nomenclatura sistemática

prefijo[oxo][raíz del nombre del átomo central]ato (E.O.A.C.)

Nomenclatura tradicional

Cuando el átomo central presenta dos estados de oxidación:

[raíz del nombre del átomo central]ito
[raíz del nombre del átomo central]ato

Cuando el átomo central posee cuatro estados de oxidación:

hipo [raíz del nombre del átomo central]ito
[raíz del nombre del átomo central]ito
[raíz del nombre del átomo central]ato
per [raíz del nombre del átomo central]ato

B.6) Aniones poliatómicos del tipo $H_yAO_x^{n-}$, hidrógeno oxoaniones u oxoaniones ácido

Nomenclatura sistemática

anión prefijo[hidrógeno][nombre del oxoanión (sistemática)]

Nomenclatura tradicional (Semisistématica)

[nombre del oxoanión (tradicional)] prefijo[ácido]

C) Compuestos neutros

C.1) Sales neutras: Catión metálico + Anión monoatómico distinto de óxido (O^{2-}).

Nomenclatura sistemática

a) [nombre del anión monoatómico] de [nombre del catión (sistématico)]

b) prefijo[nombre del anión monoatómico] de prefijo[nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

[nombre del anión monoatómico] de [nombre del catión]

[nombre del anión monoatómico] [nombre del catión tradicional(oso)]

[nombre del anión monoatómico] [nombre del catión tradicional(ico)]

C.2) Óxidos: Catión monoatómico distinto de hidrógeno + Anión óxido (O^{2-})

Nomenclatura sistemática

a) óxido de [nombre del catión(sistématica)]

b) prefijo óxido de prefijo [nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

-Si el catión es metálico:

óxido de [nombre del elemento del catión]

óxido [nombre del catión tradicional (oso)]

óxido [nombre del catión tradicional (ico)]

-Si el catión es no metálico y presenta dos estados de oxidación:

anhídrido [nombre del catión tradicional(oso)]

anhídrido [nombre del catión tradicional(ico)]

-Si el catión es no metálico y posee cuatro estados de oxidación:

- anhídrido hipo [raíz del nombre del átomo central] oso
- anhídrido [raíz del nombre del átomo central] oso
- anhídrido [raíz del nombre del átomo central] ico
- anhídrido per [raíz del nombre del átomo central] ico

C.3) Hidróxidos: Catión metálico o NH_4^+ + anión hidróxido

Nomenclatura sistemática

- a) hidróxido de [nombre del catión] (estado de oxidación)
- b) prefijo hidróxido de [nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

- hidróxido de [nombre del elemento del catión]
- hidróxido [nombre del catión tradicional(oso)]
- hidróxido [nombre del catión tradicional(ico)]

C.4) Peróxidos, superóxidos, disulfuros y triyoduros: Catión metálico o de hidrógeno + homopolianión

Nomenclatura sistemática

- [nombre del anión homopoliatómico(sistématico)] de [nombre del catión (sistématico)]

Nomenclatura tradicional

- [nombre del anión homopoliatómico (tradicional)] de [nombre del catión (tradicional)]

C.5) Calcogenuros y haluros de hidrógeno - su disolución acuosa hidrácidos: Catión hidrógeno + Anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O^{2-}).

Nomenclatura sistemática

- a) [nombre del anión monoatómico] de hidrógeno
- b) [nombre del anión monoatómico] de prefijo hidrógeno

Nomenclatura tradicional

- [nombre del anión monoatómico] de hidrógeno

Nomenclatura de su disolución acuosa

ácido [raíz del nombre del elemento del anión monoatómico]hídrico

C.6) Hidruros no metálicos: aniones hidrógeno (H^-) con elementos de los grupos 13, 14 y 15

Nomenclatura

Representación simbólica	Nombre Trivial
BH_3	Borano
CH_4	Metano
SiH_4	Silano
NH_3	Amoníaco
PH_3	Fosfina
AsH_3	Arsina
SbH_3	Estibina

C.7) Oxoácidos: Cationes H^+ + oxoanión (AO_x^{n-})

Nomenclatura sistemática

[nombre del oxoanión(sistemático)] de prefijo[hidrógeno]

Nomenclatura tradicional (Semisistématica)

-Cuando el átomo central posee dos estados de oxidación:

ácido [raíz del nombre del átomo central]oso

ácido [raíz del nombre del átomo central]ico

-Cuando el átomo central posee cuatro estados de oxidación:

ácido hipo [raíz del nombre del átomo central]oso

ácido [raíz del nombre del átomo central]oso

ácido [raíz del nombre del átomo central]ico

ácido per [raíz del nombre del átomo central]ico

C.8) Oxosales: Catión metálico + Oxoanión (AO_x^{n-})

Nomenclatura sistemática

a) prefijo[nombre del oxoanión (sistemático)] de prefijo[nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

[nombre del oxoanión(tradicional)] de [nombre del catión]

[nombre del oxoanión(tradicional)] [nombre del catión (tradicional)]

C.9) Sales ácidas: Catión metálico o poliatómico + hidrógeno oxoanión o hidrógeno anión monoatómico

Nomenclatura sistemática

prefijo[nombre del hidrógeno anión (sistemático)] de prefijo[nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

[nombre del oxoanión(tradicional)] de [nombre del catión]

[nombre del oxoanión(tradicional)] [nombre del catión (tradicional)]

C.10) Sales básicas: Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido + anión monoatómico u oxoanión

Nomenclatura sistemática

prefijo[nombre del anión(sistématica)] prefijo[hidróxido] de prefijo[nombre del elemento del catión]

Nomenclatura tradicional

prefijo[nombre del anión(tradicional)]prefijo[básico] de [nombre del catión(tradicional)]

Esta unidad está basada en las recomendaciones de la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (International Union of Pure and Applied Chemistry, IUPAC), específicamente en el “Libro rojo”, Nomenclatura de Química Inorgánica de la Comisión de Nomenclatura de Química Inorgánica. Blackwell Scientific Publications, 1990.

Contenido

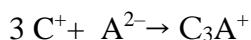
VIDEOS EXPLICATIVOS	1
RECURSOS	1
INTRODUCCIÓN.....	2
Actividad 1.....	4
Actividad 2.....	5
A) CATIONES.....	7
A.1) Cationes monoatómicos	7
Actividad 3.....	9
A.2) Cationes Homopoliatómicos	10
A.3) Cationes heteropoliatómicos.	11
B) ANIONES.....	11
B.1) Aniones monoatómicos.....	11
Actividad 4.....	12
B.2) Aniones homopoliatómicos.....	12
B.3) Aniones diatómicos de catión hidrógeno (H^+).....	13
Actividad 5.....	14
Actividad 6.....	14
B.4) Aniones heteropoliatómicos (CN^- y SCN^-)	14
B.5) Aniones poliatómicos del tipo AO_x^{n-} , Oxoaniones	15
Actividad 7	15
Actividad 8.....	19
B.6) Aniones poliatómicos del tipo $H_yAO_x^{n-}$, hidrógeno oxoaniones u oxoaniones ácido.....	20
Actividad 9.....	21
Actividad 10.....	21
C) COMPUESTOS NEUTROS	22
C.1) Sales neutras: Catión metálico + Anión monoatómico distinto de óxido (O^{2-})	22
Actividad 11.....	23
C.2) Óxidos: Catión monoatómico distinto de hidrógeno + anión óxido (O^{2-}).....	24
Actividad 12.....	26
C.3) Hidróxidos: Catión metálico o NH_4^+ + anión hidróxido (HO^-)	27
Actividad 13.....	29
C.4) Peróxidos, superóxidos, disulfuros y triyoduros: Catión metálico o de hidrógeno + homopolianión.....	29
Actividad 14.....	30
C.5) Calcogenuros y haluros de hidrógeno - su disolución acuosa hidrácidos: Catión hidrógeno + anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O^{2-})	31
Actividad 15.....	32
C.6) Hidruros no metálicos: Aniones hidrógeno (H^-) + elementos de los grupos 13, 14 y 15	33
C.7) Oxoácidos: Cationes hidrógeno (H^+) + oxoanión (AO_x^{n-})	33
Actividad 16.....	35
Actividad 17.....	36
Actividad 18.....	37
Actividad 19.....	37
Actividad 20.....	37
C.8) Oxosales: Catión metálico + oxoanión (AO_x^{n-})	37
Actividad 21.....	38
Actividad 22.....	39
Actividad 23.....	39
C.9) Sales ácidas: Catión metálico o poliatómico + hidrógeno oxoanión o hidrógeno anión monoatómico....	40
Actividad 24.....	42
C.10) Sales básicas: Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido (HO^-) + anión monoatómico u oxoanión	42

Actividad 25	43
ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS.....	44
AUTOEVALUACIÓN.....	46
RESUMEN DE NOMENCLATURA.....	51
A) CATIONES	51
A.1) Cationes monoatómicos.....	51
A.2) Cationes homopoliatómicos	51
A.3) Cationes heteropoliatómicos.....	51
B) ANIONES	52
B.1) Aniones monoatómicos	52
B.2) Aniones homopoliatómicos	52
B.3) Aniones diátomicos de catión hidrógeno (H^+)	53
B.4) Aniones heteropoliatómicos (CN^- y SCN^-)	53
B.5) Aniones poliatómicos del tipo AO_x^{n-} , Oxoaniones	53
B.6) Aniones poliatómicos del tipo $H_yAO_x^{n-}$, hidrógeno oxoaniones u oxoaniones ácido	53
C) COMPUESTOS NEUTROS.....	54
C.1) Sales neutras: Catión metálico + Anión monoatómico distinto de óxido (O^{2-}).....	54
C.2) Óxidos: Catión monoatómico distinto de hidrógeno + Anión óxido (O^{2-}).....	54
C.3) Hidróxidos: Catión metálico o NH_4^+ + anión hidróxido	55
C.4) Peróxidos, superóxidos, disulfuros y triyoduros: Catión metálico o de hidrógeno + homopolianión	55
Nomenclatura tradicional.....	55
C.5) Calcogenuros y haluros de hidrógeno - su disolución acuosa hidrácidos: Catión hidrógeno + Anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O^{2-}).	55
C.6) Hidruros no metálicos: aniones hidrógeno (H^-) con elementos de los grupos 13, 14 y 15	56
C.7) Oxoácidos: Cationes H^+ + oxoanión (AO_x^{n-})	56
C.8) Oxosales: Catión metálico + Oxoanión (AO_x^{n-})	57
C.9) Sales ácidas: Catión metálico o poliatómico + hidrógeno oxoanión o hidrógeno anión monoatómico.....	57
C.10) Sales básicas: Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido + anión monoatómico u oxoanión	57

Unidad 9 – El lenguaje de la química – Respuestas a actividades

► Actividad 1

Obtenga las especies formadas a partir de los aniones y cationes monoatómicos que se presentan a continuación. No se olvide de efectuar el balance de carga para obtener la carga neta de la especie formada.



► Actividad 2

2) Dados los siguientes óxidos (O^{2-}), determine la carga del catión.



3) Sabiendo que H es un catión cuyo número de oxidación es 1+ y O es un anión cuyo número de oxidación es 2-, determine la carga del átomo restante.



► Actividad 3

Complete la siguiente tabla con los símbolos y nombres de cationes monoatómicos.

Fórmula de catión	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
Pb^{4+}	plomo (IV)	plúmbico
Pb^{2+}	plomo (II)	plumboso
Sn^{4+}	estaño (IV)	<i>estáñico</i>
Sn^{2+}	estaño (II)	estañoso
Fe^{3+}	hierro (III)	<i>férrico</i>
Fe^{2+}	hierro (II)	<i>ferroso</i>

Cu^{2+}	<i>cobre (II)</i>	cúprico
Cu^+	<i>cobre (I)</i>	cuproso
Na^+	catión sodio	<i>catión sodio</i>
Mg^{2+}	<i>catión magnesio</i>	catión magnesio
Ba^{2+}	<i>catión bario</i>	<i>catión bario</i>
Al^{3+}	<i>catión aluminio</i>	<i>catión aluminio</i>
Au^{3+}	<i>oro (III)</i>	áurico
Au^{1+}	<i>oro (I)</i>	auroso
Ag^+	<i>catión plata</i>	<i>catión plata</i>

► Actividad 6

Complete la siguiente tabla formulando o nombrando los aniones resultantes de la combinación del **cátion hidrógeno con los aniones monoatómicos del grupo 16 distintos de O²⁻**.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL (en solución acuosa)
HS ⁻	Hidrógeno sulfuro	sulfuro ácido
HSe ⁻	<i>Hidrógeno seleniuro</i>	seleniuro ácido
HTe ⁻	Hidrógeno teluriuro	<i>Teluriuro ácido</i>

► Actividad 7

Complete la siguiente tabla con los aniones poliatómicos del tipo AO_xⁿ⁻ más comunes.

ANIONES POLIATÓMICOS AO _x ⁿ⁻ : OXOANIONES				
Átomo central	E.O.A.C.	Nº de aniones O ²⁻ que incorpora	Carga neta del oxoanión	Fórmula del oxoanión
C	4+	3	-2	CO ₃ ²⁻
N	3+	2	-1	NO ₂ ⁻
N	5+	3	-1	NO ₃ ⁻
P	3+	2	-1	PO ₂ ⁻
P	3+	3	-3	PO ₃ ³⁻
P	5+	3	-1	PO ₃ ⁻
P	5+	4	-3	PO ₄ ³⁻
As	3+	2	-1	AsO ₂ ⁻
As	3+	3	-3	AsO ₃ ³⁻

As	5+	3	-1	AsO_3^-
As	5+	4	-3	AsO_4^{3-}
S	4+	3	-2	SO_3^{2-}
S	6+	4	-2	SO_4^{2-}
Cl	1+	1	-1	ClO^-
Cl	3+	2	-1	ClO_2^-
Cl	5+	3	-1	ClO_3^-
Cl	7+	4	-1	ClO_4^-
Br	1+	1	-1	BrO^-
Br	3+	2	-1	BrO_2^-
Br	5+	3	-1	BrO_3^-
Br	7+	4	-1	BrO_4^-
I	1+	1	-1	IO^-
I	3+	2	-1	IO_2^-
I	5+	3	-1	IO_3^-
I	7+	4	-1	IO_4^-
Mn	7+	4	-1	MnO_4^-
Mn	6+	4	-2	MnO_4^{2-}
Si	4+	3	-2	SiO_3^{2-}
Cr	6+	4	-2	CrO_4^{2-}

► Actividad 8

Complete la siguiente tabla.

OXOANIONES (AO_x^{n-}), fórmulas y nomenclatura		
Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
CO_3^{2-}	trioxocarbonato (IV)	carbonato
NO_3^-	trioxonitrato (V)	nitrato
NO_2^-	dioxonitrato (III)	nitrito
PO_4^{3-}	tetraoxofosfato (V)	ortofosfato o fosfato
PO_3^{3-}	trioxofosfato (III)	ortofosfito o fosfito
$P_2O_7^{4-}$	u-oxo bis[trioxofosfato (V)]	pirofosfato
AsO_4^{3-}	tetraoxoarseniato (V)	ortoarsenato o arseniato
AsO_3^{3-}	trioxoarseniato (III)	ortoarsenito o ortoarsenito
SO_4^{2-}	tetraoxosulfato (VI)	sulfato

SO_3^{2-}	<i>trioxosulfato (IV)</i>	<i>sulfito</i>
CrO_4^{2-}	<i>tetraoxocromato (VI)</i>	<i>cromato</i>
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$	<i>μ-oxo bis[trioxocromato (VI)]</i>	<i>dicromato</i>
ClO^-	<i>oxoclorato (I)</i>	<i>hipoclorito</i>
ClO_2^-	<i>dioxoclorato (III)</i>	<i>clorito</i>
ClO_3^-	<i>trioxoclorato (V)</i>	<i>clorato</i>
ClO_4^-	<i>tetraoxoclorato (VII)</i>	<i>perclorato</i>
IO_3^-	<i>trioxoiodato (V)</i>	<i>iodato</i>
IO_4^-	<i>tetraoxoiodato (VII)</i>	<i>periodato</i>
MnO_4^-	<i>tetraoxomanganato (VII)</i>	<i>permanganato</i>
MnO_4^{2-}	<i>tetraoxomanganato (VI)</i>	<i>manganato</i>
BO_3^{3-}	<i>trioxoborato (III)</i>	<i>borato</i>
SiO_4^{4-}	<i>tetraoxosilicato (IV)</i>	<i>ortosilicato</i>

► Actividad 10

Complete la siguiente tabla formulando o nombrando los **hidrógeno oxoaniones**.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL
H_2PO_4^-	anión dihidrógeno tetraoxofosfato (V)	fosfato diácido u ortofosfato diácido
$\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-}$	anión dihidrógeno μ-oxo bis[trioxofosfato (V)]	pirofosfato diácido
HSO_4^-	anión hidrógeno tetraoxosulfato (VI)	sulfato ácido
HSO_3^-	anión hidrógeno trioxosulfato (IV)	sulfito ácido
HSeO_3^-	anión hidrógeno trioxoseleniato (IV)	selenito ácido
HSeO_4^-	anión hidrógeno tetraoxoseleniato (VI)	seleniato ácido
H_2PO_3^-	anión dihidrógeno trioxofosfato (III)	ortofosfato o fosfato ácido
HPO_4^{2-}	anión hidrógeno tetraoxofosfato (V)	ortofosfato o fosfato ácido

► Actividad 11

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos resultantes de la combinación de **cátion metálico con anión monoatómico distinto de óxido (O^{2-})**. Complete los nombres y/o fórmulas faltantes.

SALES NEUTRAS			
FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL	
KBr	bromuro de potasio	bromuro de potasio	bromuro de potasio
FeCl ₂	<i>cloruro de hierro (II)</i>	<i>dicloruro de hierro</i>	cloruro ferroso
FeCl ₃	cloruro de hierro (III)	<i>tricloruro de hierro</i>	<i>cloruro férrico</i>
Cu ₂ S	<i>sulfuro de cobre (I)</i>	sulfuro de dicobre	<i>sulfuro cuproso</i>
CuS	sulfuro de cobre (II)	<i>sulfuro de cobre</i>	<i>sulfuro cúprico</i>
CaH ₂	hidruro de calcio	<i>dihidruro de calcio</i>	<i>hidruro de calcio</i>
Al ₂ Te ₃	<i>teluriuro de aluminio</i>	triteluriuro de dialuminio	<i>teluriuro de aluminio</i>

► Actividad 12

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos resultantes de la combinación de **cátion monoatómico distinto de hidrógeno con anión óxido (O^{2-})**. Ud. deberá completar los nombres y/o fórmulas faltantes.

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL	
Fe ₂ O ₃	óxido de hierro (III)	trióxido de dihierro	óxido férrico
Li ₂ O	óxido de litio	<i>óxido de dilitio</i>	<i>óxido de litio</i>
ZnO	óxido de zinc	<i>óxido de zinc</i>	<i>óxido de zinc</i>
CrO ₃	óxido de cromo (VI)	<i>trióxido de cromo</i>	anhídrido crómico
Cu ₂ O	<i>óxido de cobre (I)</i>	<i>óxido de dicobre</i>	<i>óxido cuproso</i>
CuO	óxido de cobre (II)	<i>óxido de cobre</i>	<i>óxido cúprico</i>
SO ₂	<i>óxido de azufre (IV)</i>	<i>dióxido de azufre</i>	anhídrido sulfuroso
SO ₃	óxido de azufre (VI)	<i>trióxido de azufre</i>	<i>anhídrido sulfúrico</i>
P ₂ O ₃	<i>óxido de fósforo (III)</i>	<i>trióxido de difósforo</i>	anhídrido fosforoso
Br ₂ O	óxido de bromo (I)	<i>óxido de dibromo</i>	anhídrido hipobromoso

Br_2O_3	<i>óxido de bromo (III)</i>	<i>trióxido de dibromo</i>	anhídrido bromoso
Br_2O_5	<i>óxido de bromo (V)</i>	pentóxido de dibromo	<i>anhídrido brómico</i>
Br_2O_7	<i>óxido de bromo (VII)</i>	<i>heptóxido de dibromo</i>	anhídrido perbrómico
MnO_2	<i>óxido de manganeso (IV)</i>	dióxido de manganeso	<i>óxido mangánico</i>

► Actividad 13

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **cátion metálico o amonio con anión hidróxido**

FÓRMULA	N. SISTEMÁTICA	N. TRADICIONAL
$Au(HO)_3$	hidróxido de oro (III)	trihidróxido de oro
$Na(HO)$	<i>hidróxido de sodio</i>	<i>hidróxido de sodio</i>
$Ca(HO)_2$	hidróxido de calcio	<i>dihidróxido de calcio</i>
$Al(HO)_3$	<i>hidróxido de aluminio</i>	<i>trihidróxido de aluminio</i>
$Mn(HO)_2$	<i>hidróxido de manganeso (II)</i>	dihidróxido de manganeso
$Pb(HO)_2$	<i>hidróxido de plomo (II)</i>	<i>dihidróxido de plomo</i>
$Pb(HO)_4$	hidróxido de plomo (IV)	<i>tetrahidróxido de plomo</i>
$Ni(HO)_2$	<i>hidróxido de níquel (II)</i>	<i>dihidróxido de níquel</i>
$Co(HO)_2$	<i>hidróxido de cobalto (II)</i>	<i>dihidróxido de cobalto</i>
$Co(HO)_3$	hidróxido de cobalto (III)	<i>trihidróxido de cobalto</i>
$Fe(HO)_3$	hidróxido de hierro (III)	<i>trihidróxido de hierro</i>
$Fe(HO)_2$	<i>hidróxido de hierro (II)</i>	dihidróxido de hierro

► Actividad 14

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por un **Catión metálico o de hidrógeno con homopolianión**.

Fórmula	N. Sistemática	N. Tradicional
H_2O_2	dióxido(2-) de hidrógeno	peróxido de hidrógeno
HO_2	<i>dióxido(1-) de hidrógeno</i>	<i>superóxido de hidrógeno</i>

NaI_3	triyoduro(1-) de sodio	<i>triioduro de sodio</i>
NaO_2	dióxido(1-) de sodio	<i>superóxido de sodio</i>
Na_2O_2	<i>dióxido(2-) de sodio</i>	<i>peróxido de sodio</i>
LiO_2	<i>dióxido(1-) de litio</i>	superóxido de litio
BaO_2	<i>dióxido(2-) de bario</i>	<i>peróxido de bario</i>

► Actividad 15

En la siguiente tabla se presentan los nombres de algunos compuestos neutros resultantes de la combinación de **cátion hidrógeno con anión monoatómico del grupo 16 y 17 distinto de óxido (O^{2-})**. Ud. deberá completar los nombres y/o fórmulas faltantes.

FÓRMULA	Nomenclatura sistemática	N. en solución acuosa
HF	fluoruro de hidrógeno	fluoruro de hidrógeno
HCl	cloruro de hidrógeno	<i>cloruro de hidrógeno</i>
HBr	<i>bromuro de hidrógeno</i>	<i>bromuro de hidrógeno</i>
HI	<i>ioduro de hidrógeno</i>	ioduro de hidrógeno
H_2S	<i>sulfuro de hidrógeno</i>	sulfuro de dihidrógeno
H_2Te	teluriuro de hidrógeno	<i>teluriuro de dihidrógeno</i>
H_2Se	<i>seleniuro de hidrógeno</i>	<i>seleniuro de dihidrógeno</i>

► Actividad 16

Dados los siguientes aniones, deduzca la cantidad de cationes hidrógeno (H^+) que son necesarios para neutralizarlos. Nombre los compuestos, así formado, de acuerdo a la nomenclatura sistemática.

- a) BrO_3 : *HBrO₃ trioxobromato (V) de hidrógeno*
- b) IO_4^- : *HIO₄ tetraoxoiodato (VII) de hidrógeno*
- c) AsO_4^{3-} : *H₃AsO₄ tetraoxoarseniato (V) de trihidrógeno*
- d) SO_3^{2-} : *H₂SO₃ trioxosulfato (IV) de dihidrógeno*

► Actividad 17

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **cationes H⁺ + oxoanión (AO_xⁿ⁻)**, Oxoácidos.

Fórmula	Nomenclatura sistemática	N. Tradicional
H ₃ BO ₃	trioxoborato (III) de trihidrógeno	ácido bórico
H ₂ CO ₃	trioxocarbonato (IV) de dihidrógeno	ácido carbónico
HNO ₃	trioxonitrato (V) de hidrógeno	ácido nítrico
HNO ₂	dioxonitrato (III) de hidrógeno	ácido nitroso
H ₃ PO ₃	trioxofosfato (III) de hidrógeno	ácido ortofosforoso
H ₃ PO ₄	tetraoxofosfato (V) de trihidrógeno	ácido ortofosfórico o fosfórico
H ₄ P ₂ O ₇	μ-oxo-bis[trioxofosfato (V)] de tetrahidrógeno	ácido pirofosfórico
H ₃ AsO ₄	tetraoxoarseniato (V) de trihidrógeno	ácido arsénico
H ₃ AsO ₃	trioxoarseniato (III) de trihidrógeno	ácido arsenioso
H ₂ SO ₄	tetraoxosulfato (VI) de dihidrógeno	ácido sulfúrico
H ₂ SO ₃	trioxosulfato (IV) de hidrógeno	ácido sulfuroso
H ₂ CrO ₄	tetraoxocromato (VI) de dihidrógeno	ácido crómico
H ₂ Cr ₂ O ₇	μ-oxo-bis[trioxocromato (VI)] de dihidrógeno	ácido dicrómico
HClO	oxoclorato (I) de hidrógeno	ácido hipocloroso
HClO ₂	dioxoclorato (III) de hidrógeno	ácido cloroso
HClO ₃	trioxoclorato (V) de hidrógeno	ácido clórico
HClO ₄	tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno	ácido perclórico
HIO ₃	trioxoiodato (V) de hidrógeno	ácido yódico
HIO ₄	tetraoxoiodato (VII) de hidrógeno	ácido peryódico
HMnO ₄	tetraoxomanganato (VII) de hidrógeno	ácido permangánico

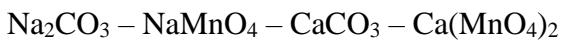
► Actividad 18

Completar la tabla basándose en el siguiente ejemplo.

► Actividad 19

Escribir las fórmulas de los siguientes compuestos:

► Actividad 20



► Actividad 22

Nombrar los compuestos formados en la Actividad 21 según la nomenclatura sistemática y según la nomenclatura tradicional.

Trioxocarbonato (IV) de disodio / Carbonato de sodio

Tetraoxomanganato (VII) de sodio / Permanganato de sodio

Trioxocarbonato (VI) de calcio / Carbonato de calcio

Bis[Tetraoxomanganato (VII)] de calcio / Permanganato de sodio

► Actividad 23

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los siguientes compuestos resultantes de la combinación de **Catión metálico + Oxoanión (AO_x^{n-})**, **Oxosales**.

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
$\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$	tris[tetraoxosulfato(VI)]de dihierro	sulfato férrico
NaClO_4	tetraoxoclorato(VII) de sodio	perclorato de sodio
FeSO_4	tetraoxosulfato(VI) de hierro (II)	<i>sulfato ferroso</i>
$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	<i>tris[tetraoxosulfato(VI)] de dialuminio</i>	<i>sulfato de aluminio</i>
$\text{Ni}_2(\text{SO}_3)_3$	<i>tris[trioxosulfato(IV)] de diníquel</i>	sulfito niquélico
CuSiO_3	trioxosilicato(IV) de cobre (II)	<i>silicato cúprico</i>
$\text{Au}(\text{ClO}_2)_3$	bis[dioxoclorato(IV)] de oro (III)	<i>clorito áurico</i>
CaCO_3	trioxocarbonato(IV) de calcio	carbonato de calcio
FeCO_3	trioxocarbonato(IV) de hierro (II)	<i>carbonato ferroso</i>
$\text{Pb}(\text{BrO})_2$	bis[bromato(I)] de plomo (II)	hipobromito plumboso
$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$	bis[trioxonitrito (V)] de hierro	<i>nitrato ferroso</i>
MgSO_3	trioxosulfato (IV) de magnesio	<i>sulfito de magnesio</i>
$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	μ -oxo bis[trioxocromato(VI)] de dipotasio	<i>dicromato de potasio</i>
KMnO_4	tetraoxomanganato(VII) de potasio	permanganato de potasio
AgIO	oxoiodato(I) de plata	<i>hipoiodito de plata</i>

► Actividad 24

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por **Catión metálico o poliatómico + hidrógeno anión, Sales ácidas.**

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
NaHCO ₃	hidrógeno carbonato(IV) de sodio	carbonato ácido de sodio
Fe(HSO ₄) ₃	tris[hidrógeno tetraoxosulfato(VI)] de hierro (III)	sulfato ácido férrico
Ca(H ₂ PO ₃) ₂	bis[dihidrógeno trioxofosfato (III)] de calcio	fosfito diácido de calcio
Al ₂ (HPO ₄) ₃	tris[hidrógeno tetraoxofosfato(V)] de aluminio	ortofosfato monoácido de aluminio

► Actividad 25

Complete la siguiente tabla con las fórmulas y nombres correspondientes para los compuestos formados por **Catión metálico o poliatómico + anión hidróxido + anión monoatómico u oxoanión, Sales básicas.**

Fórmula	Nomenclatura sistemática	Nomenclatura tradicional
CuIO ₃ (HO)	hidróxido trioxoiodato(V) de cobre (II)	iodato básico cúprico
PbNO ₃ (HO)	hidróxido trioxonitrato (V) de plomo(II)	nitrato básico plumboso
AlCO ₃ (HO)	hidróxido trioxocabonato(IV) de aluminio	carbonato básico de aluminio

Actividades complementarias

1) Nombrar los siguientes compuestos utilizando la nomenclatura sistemática y tradicional.



bis[hidrógeno trioxocarbonato(IV)] de manganeso (II) / carbonato ácido manganoso

bis[hidrógeno tetraoxosulfato(VI)] de calcio / sulfato ácido de calcio

hidrógeno tetraoxofosfato(V) de disodio / ortofosfato monoácido de sodio / fosfato monoácido de sodio

2) Escribir las fórmulas de:

Nombre	Fórmula
bis[hidrógeno trioxocarbonato (IV)] de cadmio (II)	$Cd(HCO_3)_2$
bis[hidrógeno tetraoxosulfato (VI)] de hierro (II)	$Fe(HSO_4)_2$
hidrógeno tetraoxofosfato (V) de disodio	Na_2HPO_4
dihidrógeno trioxofosfato (III) de litio	LiH_2PO_3
hidrógeno trioxosulfato (IV) de plata	$AgHSO_3$
hidrógeno tetraoxofosfato (V) de dimercurio	Hg_2HPO_4

3) Dados los siguientes compuestos químicos: MgS ; LiBrO₃ ; Pb(CO₃)₂ ; KHSO₄

La secuencia correcta que relaciona los nombres con la fórmula es:

- d) sulfuro de magnesio - bromato de litio - carbonato plúmbico - sulfato ácido de potasio.

4) Dadas las siguientes fórmulas y nombres de compuestos químicos:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| I) Al(IO ₃) ₃ | tris[trioxoiodato (V)] de aluminio. |
| II) Cu(HS) ₂ | bis[hidrógeno sulfuro] de cobre (II) |
| III) Ag ₃ N | nitruro de plata. |
| IV) HBrO | hidróxido de bromo (I). |
| V) H ₃ PO ₃ | ácido fosfórico. |

Indique la opción que contiene el conjunto de pares correctos:

- a- I, II y III

5) La única opción que contiene a las especies con IGUAL relación de combinación catión/anión es:

- d) fluoruro de litio, sulfato de magnesio, hipoclorito de sodio y tetraoxoclorato (VII) de hidrógeno.

6) Dadas las siguientes especies químicas:

monóxido de dinitrógeno - monóxido de nitrógeno - trióxido de dinitrógeno - dióxido de nitrógeno - pentóxido de dinitrógeno - nitrito de amonio - nitrato de amonio.

Marque la opción correcta:

- c) Hay compuestos donde el nitrógeno posee estados con números de oxidación positivos y negativos.

7) El cloro presenta diferentes estados de oxidación y forma así diferentes compuestos, algunos de los cuales se presentan a continuación:

- | | |
|----------------------|--|
| I) HCl | III) KClO ₃ |
| II) ClO ₂ | IV) Mg(ClO ₄) ₂ |

Sus respectivos nombres son:

Opción	I)	II)	III)	IV)
c	cloruro de hidrógeno	dióxido de cloro	clorato de potasio	perclorato de magnesio

Unidad 10 – El Mol

Contenidos: Escalas masas atómicas. Evolución de los sistemas de referencia. Unidad masa atómica: u.m.a. Masa atómica elemental. La masa atómica versus el peso atómico. La masa molecular. La unidad de medición en química: el mol. Expresión de la cantidad de materia en términos de: mol de átomo, de moléculas, de electrones, de protones, neutrones, etc. Fórmula mínima. Fórmula molecular. Problemas de aplicación.

Objetivo: El objetivo de esta unidad es que usted comprenda las diferentes formas de cuantificar las masas y cantidades de sustancia presentes en una muestra, expresándolo en unidades tales como mol, uma, etc.

Videos explicativos

https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNueCRzZA3a_rgoN676qUD2a

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=28100>

Consideraciones preliminares

En Química nunca estaremos interesados en el PESO (sensación de fuerza), SIEMPRE nos interesará la MASA (cantidad de materia).

Por lo tanto, cuando hablamos de Masa Molecular y Masa Atómica, nos referimos a la MASA MOLECULAR (cantidad de materia de la molécula) y MASA ATÓMICA (cantidad de materia de un átomo).

Es decir, en química, (y en particular en esta guía) ya sea que se diga MASA (que es lo correcto), ya sea que se diga PESO (que es incorrecto, pero será ADMITIDO), lo que se quiere decir es:

MASA

Masa relativa

► Actividad 1

La familia Salin está compuesta por Pedro Salin, María de Salin, y sus hijos Juan, Teresa, José y el más pequeño Matías. Un día compran una balanza familiar, pero al querer pesarse, observaron que la escala de la balanza tenía borrados los números, pero no las divisiones de la escala. No obstante, Pedro Salin decidió que su familia se pesara y los resultados obtenidos se expresaron como el número de divisiones observado en la escala de la balanza. Los valores obtenidos para cada uno de los miembros de la familia, se presentan en la siguiente tabla:

Persona	Nº de div.	Nº de divisiones / Nº de div. (Matías)	Masa/Masa (Matías)	Masa (kg)
Pedro	40			
María	30			
Juan	25			
Teresa	20			
José	10			
Matías	5			

- Complete la tabla indicando cuántas veces más pesados son los miembros de la familia con respecto a Matías.
- Un día papá Pedro luego de buscar a Matías a la salida del colegio decide llevarlo y pesarlo en la balanza de una farmacia, encontrando que el pequeño Matías pesaba 10 kg. Con esta información, ¿es posible determinar la masa de todos los integrantes de la familia? Si lo es, complete la columna correspondiente.
- Hubiera sido igualmente útil para determinar los pesos que, en lugar de Matías, se hubiera pesado el señor Pedro. ¿Por qué?

- d) ¿Tiene algún significado indicar que la masa de Pedro es tantas veces mayor al de Matías?
 ¿Considera que es poca o mucha información?

Tal vez usted considere que la actividad que acaba de realizar posee poco sentido, sin embargo, la determinación de masas de compuestos y elementos químicos guardan una gran similitud con el problema antes planteado. Gran número de químicos en el pasado se enfrentaron con el problema de determinar cuánto pesa un átomo de un determinado elemento, cuántas veces más pesados es un átomo de un elemento con respecto a otro, cuántos átomos de un elemento están presentes en una determinada masa del elemento y como estas preguntas muchas más. En esta guía Ud. encontrará las respuestas a muchos de estos interrogantes.

A comienzos del siglo XIX un gran número de químicos trabajaban en sus laboratorios con el propósito de encontrar las respuestas a preguntas similares a las que se formularon en el anterior párrafo. Ud. recordará, como ha visto en temas anteriores, que por esa época se habían establecido las llamadas leyes ponderales:

- Ley de las proporciones definidas.
- Ley de las proporciones múltiples.
- Ley de las proporciones equivalentes.

Y Dalton había difundido sus postulados que serían las bases de la actual teoría atómica, y también por aquella época Avogadro había sugerido que los elementos gaseosos podían consistir en moléculas poliatómicas en base a medidas volumétricas. Como Ud. observará, era una época de mucho trabajo experimental, que producía nuevas hipótesis que debían corroborarse, como así también se establecieron varias leyes que aún rigen en nuestros días. Si bien conocían que los elementos reaccionan para formar compuestos combinándose en razón de números enteros y pequeños, el problema era determinar las fórmulas moleculares y el peso de los átomos de los elementos que daban origen a los compuestos. Ellos tenían conciencia que, si una de estas incógnitas era conocida, la otra podía ser determinada. No disponían de métodos analíticos que les ofreciera esa información, por lo tanto, tuvieron que “idear”, con los medios disponibles, como resolver la siguiente ecuación para la masa de un compuesto formado por átomos de A y B:

$$\text{masa del compuesto} = \text{masa de todos los átomos de A} + \text{masa de todos los átomos de B}$$

$$\begin{aligned}\text{masa del compuesto} &= \text{número de átomos de A} \times \text{masa real de un átomo de A} + \\ &\quad \text{número de átomos de B} \times \text{masa real de un átomo de B}\end{aligned}$$

Los químicos desconocían el número total de átomos de A y B, así como el valor de la masa real de cada uno de los átomos.

Lea con atención el siguiente texto donde Amadeo Avogadro explica las ideas que existían por aquella época tal como las detalló en su "Ensayo de una manera de determinar las masas relativas de las moléculas elementales de los cuerpos y las proporciones según las cuales ellas entran en estas combinaciones" (Memoria publicada en *Journal de Physique, de Chimie, d'Historie Naturelle et des Arts LXXIII, 1811*)

"Gay Lussac (1) señaló en una memoria interesante que las combinaciones de los gases entre ellos se efectúan siempre según las relaciones de volúmenes muy simples, y que cuando el resultado de la combinación es un gas, su volumen también está en relación simple con el de sus componentes; pero las relaciones de las cantidades de sustancias en los compuestos parecen depender necesariamente sólo del número relativo de las moléculas que se combinan y del de las moléculas compuestas resultantes. Por lo tanto, es necesario admitir que existen también relaciones muy simples entre los volúmenes de las sustancias gaseosas y el número de moléculas simples o compuestas que las constituyen. La primera hipótesis que se presenta a este respecto y que incluso parece la única admisible consiste en suponer que el número de moléculas integrantes (2) de un gas cualquiera es siempre el mismo a igual volumen, o es siempre proporcional a su volumen..."

Se ve que partiendo de esta hipótesis se tiene el medio de determinar muy cómodamente las masas relativas de las moléculas de los cuerpos que se pueden obtener en estado gaseoso y el número relativo de estas moléculas en los compuestos, pues las relaciones de las masas de las moléculas son entonces las mismas que las de las densidades de los diferentes gases a igual presión y temperatura, y el número relativo de las moléculas en un compuesto es dado inmediatamente por la relación de los volúmenes de los gases que los forman. Por ejemplo, dado que los números 1,10359 y 0,07321 expresan las densidades de los gases Oxígeno e Hidrógeno, cuando se toma como unidad a la del aire atmosférico, y la relación entre los dos números representa la que tiene lugar entre las masas de dos volúmenes iguales de esos dos gases, esta relación en la hipótesis propuesta expresará la relación de las masas de sus volúmenes. Así, la masa de la molécula de Oxígeno será alrededor de quince veces mayor que la de la molécula de Hidrógeno o, más exactamente será a ésta como 15,074 a 1. De la misma manera la masa de la molécula de azote será a la de Hidrógeno como 0,96913 a 0,07321; es decir, como 13 o, más exactamente 13,238 a 1. Por otra parte, como se sabe que la relación de los volúmenes del Hidrógeno al Oxígeno en la formación de agua resulta de la unión de cada molécula de Oxígeno con dos moléculas de Hidrógeno (3), se deduce que el agua resulta de la unión de cada molécula de Oxígeno con dos moléculas de Hidrógeno... "

(1) Joseph Louis Gay Lussac (1778-1850) químico y físico francés. Sus primeros trabajos estuvieron dedicados al estudio de los gases. En 1802 publicó un artículo sobre la dilatación uniforme de los gases, el mismo año que Dalton publicaba resultados análogos a los que había llegado en forma independiente. Además, realizó numerosos estudios en otros campos de la química.

(2) Avogadro llama molécula integrante a lo que hoy llamamos simplemente molécula, pero usualmente aplica esta denominación sólo a las sustancias compuestas.

(3) Gay Lussac y A. von Humboldt determinaron con precisión esta relación en 1804, la que había sido previamente por Cavendish y ya señalada con anterioridad por A. Volta.

► Actividad 2

- a) ¿Es posible escribir la siguiente expresión a partir del párrafo escrito por Avogadro?

$$\frac{(\text{masa/volumen})_{\text{Oxígeno}}}{(\text{masa/volumen})_{\text{Hidrógeno}}} = \frac{\frac{\text{número total de moléculas} \times 2 \times \text{Masa atómica de Oxígeno}}{\text{número total de moléculas} \times 2 \times \text{Masa atómica de Hidrógeno}}}{\frac{\text{de Oxígeno}}{\text{del Oxígeno}}}$$

- b) De acuerdo a lo enunciado por Avogadro, indique si es posible reducir la expresión anterior a la siguiente. Si lo es, en qué condiciones:

$$\frac{(\text{masa})_{\text{Oxígeno}}}{(\text{masa})_{\text{Hidrógeno}}} = \frac{\text{masa atómica del Oxígeno}}{\text{masa atómica del Hidrógeno}}$$

- c) ¿Qué masa atómica relativa al Hidrógeno estableció Avogadro para el Oxígeno y para el Nitrógeno (azoe)?

Es decir, las masas atómicas relativas fueron determinadas por primera vez, comparando la masa del elemento en cuestión (A) con la masa del elemento de referencia (B), cuando éstos forman compuestos binarios AB. Por ejemplo:

Relación de masa en la que se combinan A y B:

$$\text{Peso atómico relativo} = \frac{\text{masa de A}}{\text{masa de B}} = \frac{50\text{g}}{10\text{g}} = 5$$

Masa de A = 50g

Masa de la referencia B = 10g

Entonces, el elemento A es 5 veces más pesado que la referencia.

Así fue como se trató de establecer una escala de masas atómicas relativas, para lo cual fue necesario elegir un elemento como referencia, asignarle una masa atómica y expresar el peso de los otros elementos con relación a la referencia.

Aproximadamente en 1807, **Jöns Jakob Berzelius** (químico sueco) realizó determinaciones de masas atómicas con mayor sofisticación que Dalton. Berzelius empleó los resultados de Dulong y Petit, que habían determinado que las capacidades caloríficas de los elementos metálicos eran proporcionales a sus masas atómicas, como así también la ley de combinación de volúmenes de Gay Lussac. La primera tabla de masas atómicas elaborada por Berzelius en 1828 se compara favorablemente con los valores aceptados actualmente.

El hecho de que las masas atómicas de diferentes elementos no se relacionaran simplemente, es decir que no se relacionan por números exactamente enteros, llevó a elegir un patrón o estándar adecuado para medir las masas atómicas en comparación con éste. En un principio se tomó como

referencia el valor de la masa atómica del Hidrógeno igual a 1. Esta elección significó que el Oxígeno poseía entonces una masa atómica no entera e inconveniente de 15,9. Es el oxígeno, después de todo, el elemento que fue usualmente empleado en determinar las proporciones en las que los elementos se combinan, debido a que el Oxígeno se combina fácilmente con varios elementos diferentes y forma compuestos en general estables (óxidos).

Para darle al Oxígeno una masa atómica entera y por ende más conveniente, su peso fue corrido de 15,9 a 16,0000. En esta escala Oxígeno = 16,0000, la masa atómica del Hidrógeno es igual, aproximadamente, a 1,008. Esta escala ha sido empleada desde entonces (1830) y hasta mediados del siglo XX.

En la siguiente tabla se presentan algunos de los cincuenta y cuatro elementos conocidos en la época de Berzelius y sus correspondientes masas atómicas, por supuesto determinadas en aquella época (~1830).

Algunas de las masas atómicas determinadas en la época de Berzelius (1828)

Elemento	P. atómico	Elemento	P. atómico	Elemento	P. atómico
Aluminio	26,98	Fósforo	30,975	Plomo	207,21
Azufre	32,066	Hidrógeno	1,0080	Potasio	39,100
Bromo	79,916	Hierro	55,85	Sodio	22,991
Carbono	12,011	Nitrógeno	14,008	Titanio	47,90
Cloro	35,457	Oxígeno	16,0000	Uranio	238,07

► Actividad 3

- De acuerdo a los valores de la tabla anterior, ¿cuál es el elemento adoptado como patrón de referencia y cuál es su masa atómica?
- ¿Cuáles fueron los motivos por los cuales se lo eligió?
- Consultando una Tabla Periódica actual compare los valores determinados en aquella época con los actuales. ¿Ud. Considera que estos valores difieren poco o mucho con los actuales?

El Oxígeno forma compuestos estables con mayor número de elementos que el Hidrógeno. Quizás ésta haya sido una causa válida para redefinir la unidad de medida. Así fue como se definió a la nueva unidad, la unidad de masa atómica, como la dieciseisava parte de la masa del Oxígeno.

Entonces la masa atómica de un elemento X (PA_X) fue definida como:

$$PA_X = \frac{\text{Masa}_X}{(\text{Masa}_O/16)}$$

Con el tiempo se mejoró la calidad de las mediciones, especialmente con el empleo de la espectrografía de masa o la técnica que aún se emplea en nuestros días, derivada de aquella que es la espectrometría de masas. No obstante, ocurriría otro hallazgo en el siglo XX, que nuevamente introduciría polémica en la determinación de un patrón de referencia adecuado.

A esta altura del desarrollo es posible que usted se pregunte por qué, siendo tan pequeña la diferencia de acuerdo al patrón elegido, existía tanta preocupación por definir la calidad de la unidad de masas atómicas. Las masas atómicas son los primeros datos con que el químico cuenta para dimensionar sus experiencias, por lo tanto es importante (usted lo vio en la guía de mediciones), que la unidad de medición tenga el mínimo error posible.

El siguiente párrafo fue extraído de una publicación del año 1961 redactado por E. A. Guggenheim (*J. Chem. Educ.* 38, 1961), y explica un poco de la historia de la determinación del patrón de referencia en nuestro siglo.

"La escala de "masas atómicas" basada en O = 16 fue introducida bajo la influencia de Berzelius en los comienzos del siglo diecinueve y ha sido usada desde entonces por los químicos. En 1929 Giauque y Johnston (1), descubrieron los isótopos ^{18}O y ^{17}O además del sólo hasta entonces conocido núclido de Oxígeno ^{16}O . Desde ese tiempo los físicos han usado por obvias razones la escala $^{16}\text{O} = 16$. La escala química (2) y la escala física difieren por un factor de 1,000275. La diferencia entre ambas escalas ha sido fuente de una inconveniencia en aumento y verdaderamente de irritación para ambos, físicos y químicos. Desde aproximadamente cuatro años ha habido discusiones sobre la posibilidad de encontrar una escala aceptable para ambos, estas discusiones últimamente han resultado satisfactorias. Los físicos, por razones técnicas que no necesitan ser detalladas aquí, necesitan una escala basada en un núclido puro con número másico múltiplo de cuatro. Los químicos por otro lado, para no tener que desechar las extensas tablas de cantidades molares, se prepararon para aceptar un cambio solamente si es de 1 parte en 10^4 . Estas condiciones descartan ambas escalas existentes. En 1957 Olander y Nier independientemente propusieron la escala $^{12}\text{C} = 12$ y esto ha sido aceptado ahora por ambos, químicos y físicos."

(1) Giauque, W. F. y Johnston, H. L.; *Nature*, 123, 318, 831 (1929)

(2) Los químicos, ignorando la presencia de isótopos en la composición del Oxígeno (^{16}O , ^{17}O , ^{18}O), definieron como unidad a 1/16 de la masa de la mezcla natural de los tres. Mientras que los físicos fueron más específicos y definieron a la unidad como 1/16 de la masa del isótopo de oxígeno 16 (^{16}O). Estas dos definiciones llevaron a dos escalas diferentes de masas atómicas. De acuerdo con la escala de los físicos, la masa atómica de la mezcla de los isótopos del Oxígeno no era 16 sino 16,0044, la escala química definía la unidad en base a la mezcla isotópica de Oxígeno.

► Actividad 4

De acuerdo a la lectura del párrafo anterior, indique cuál fue el hallazgo que produjo la división entre físicos y químicos por la unidad de referencia.

Isótopo, Número Atómico (Z), Número de Masa (A)

Como Usted sabe, el átomo está constituido por protones, neutrones y electrones. El número de protones es característico de un dado elemento, se lo conoce como **número atómico** y se lo simboliza con la letra **Z**. El **número de masa** es igual a la suma de protones más neutrones que tiene el átomo, se lo simboliza con la letra **A**. Por lo tanto, la diferencia

(**A-Z**), indica el número de neutrones que tiene el átomo.

Experimentalmente se ha podido comprobar que átomos de un mismo elemento poseen distinta masa. Como las características químicas de un elemento están dadas por su número de electrones (igual al número de protones) la diferencia de masa se debería al número de neutrones.

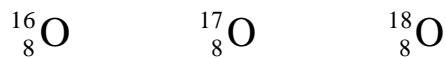
A estos átomos que difieren en el número de neutrones y poseen igual número de protones se los denomina **ISÓTOPOS**.

Para la identificación del isótopo correspondiente, se utiliza la siguiente convención:

A la izquierda del símbolo químico, hacia arriba se coloca el número másico A y hacia abajo se coloca el número atómico Z.



Por ejemplo, el elemento Oxígeno está compuesto por los siguientes isótopos:



El químico ruso Dimitri Mendeleiev, construyó la Tabla Periódica de los elementos ordenándolos según el orden creciente de sus masas atómicas. La Tabla Periódica moderna es obtenida cuando se ordenan los elementos según el orden creciente de sus números atómicos, por lo cual los Isótopos no tienen ubicación en la Tabla Periódica de elementos.

► Actividad 5

- 1) Revea el concepto de número atómico y número másico de la guía “El átomo y la tabla periódica”. Busque una Tabla Periódica, obsérvela.

- 2) Complete las características que poseen los isótopos del elemento Oxígeno en la siguiente tabla, indicando: Número de protones, neutrones y electrones.

Número atómico (Z)	Número de Masa (A)	Número de electrones	Número de protones	Número de neutrones	Simbolismo
					$^{16}_8\text{O}$
					$^{17}_8\text{O}$
					$^{18}_8\text{O}$

Existen isótopos radiactivos inestables que son utilizados con fines médicos, por ejemplo, el ^{131}I (llamado I-131), que se utiliza en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades. Por otro lado, el isótopo de yodo estable es I-127. Determine el número de protones y de neutrones en ambos.

► Actividad 6

- 1) Relea el párrafo escrito por Guggenheim
- 2) Indique bajo qué condiciones los químicos y los físicos estaban dispuestos a reunificar la escala de masas atómicas.
- 3) ¿Sobre qué elemento, o mejor dicho sobre cuál núclido, recayó la elección?

En 1961 la IUPAC redefinió la unidad como la doceava parte de la masa del isótopo de Carbono 12 y la denominó unidad de masa atómica (u.m.a.)

► Actividad 7

Analice por qué se eligió antiguamente como referencia para la escala de masas atómicas la dieciseisava parte de la masa de Oxígeno y actualmente la doceava parte de la masa de Carbono y no la masa entera.

Masa (Peso) atómica

Es importante aclarar que **las masas atómicas** dadas en tablas y usadas para la mayoría de los cálculos, **son promedios que reflejan la composición natural de la mezcla de isótopos de un dado elemento**. Por lo tanto, la...

Masa Atómica de un elemento se define como la masa promedio de forma ponderada de la mezcla natural de isótopos del elemento relativo a 1/12 del peso de un átomo de Carbono 12.

Esto significa que si la masa atómica del Cloro es 35,4527 u.m.a., la masa promedio de la mezcla de isótopos del Cloro es 35,4527 veces más pesada que la doceava parte del peso del átomo de Carbono 12.

Esto no quiere decir que los átomos de Cloro tengan una masa igual 35,4527 u.m.a. Si nos referimos a un átomo del isótopo $^{35}_{17}\text{Cl}$ su masa será de 34,9689 u.m.a., mientras que si consideramos un átomo del isótopo $^{37}_{17}\text{Cl}$ su masa será de 36,9659 u.m.a. Ahora, si nos referimos a un conjunto de átomos de Cloro, sí podemos decir que el promedio de las masas es igual a 35,4527 u.m.a., porque estamos considerando tanto átomos de $^{35}_{17}\text{Cl}$ como de $^{37}_{17}\text{Cl}$.

Estrictamente, es incorrecto decir que un átomo de Cloro tiene una masa de 35,4527 u.m.a., lo correcto sería decir que un átomo de Cloro *promedio* tiene una masa de 35,4527 u.m.a., pero es habitual omitir la palabra promedio, y por lo tanto cuando buscamos en la tabla periódica y vemos que el magnesio tiene una masa igual a 24,305 u.m.a., eso es el átomo de magnesio promedio, aunque no se diga explícitamente. Ningún átomo de magnesio puede tener una masa igual a 24,305 u.m.a.

► Actividad 8

En la siguiente tabla Ud. encontrará la abundancia natural relativa de los isótopos del Bromo, y la masa atómica relativa de sus isótopos.

Isótopo	Abundancia isotópica (%)	Masa atómica (u.m.a)
$^{79}_{35}\text{Br}$	50,69	78,91835
$^{81}_{35}\text{Br}$	49,31	80,91629

- ¿Qué entiende por abundancia isotópica? ¿Cuántos átomos de $^{79}_{35}\text{Br}$ y cuántos de $^{81}_{35}\text{Br}$ hay en 1×10^6 átomos del elemento Bromo?
- ¿Cuál es la masa atómica del elemento Bromo?
- ¿Cuál es la masa que figura en la Tabla Periódica, el de sus isótopos o el de la mezcla natural de los isótopos?
- Analice la causa por la cual los diferentes isótopos de un mismo elemento, en el caso de que los tenga, no ocupan diferentes ubicaciones en la Tabla Periódica de elementos.

► Actividad 9

En la siguiente tabla Ud. encontrará la abundancia natural y la masa atómica relativa del isótopo del sodio.

Isótopo	Abundancia isotópica(%)	Masa atómica (u.m.a)
$^{23}_{11}\text{Na}$	100	22,9898

-
- a) ¿Cuál es la masa atómica del elemento sodio?
- b) ¿Cuál es la masa que figura en la Tabla Periódica?

Como Ud. podrá observar en los ejemplos anteriores la masa atómica de los isótopos es casi igual al número másico del isótopo correspondiente, pero no exactamente el mismo. Por ejemplo en el caso del Sodio, el isótopo $^{23}_{11}\text{Na}$ pesa 22,9898 u.m.a. pero no 23,0000 u.m.a. Esta pequeña diferencia tiene sus orígenes en cómo está constituido el núcleo y su justificación está más allá del objetivo de este curso. Como conclusión podemos decir que, el hecho de que las masas atómicas de los elementos sea un número no entero puede deberse no sólo a la existencia natural de diferentes isótopos de un mismo elemento, sino también a que la masa atómica de los isótopos no es un entero cuando se lo expresa en u.m.a. es decir, referido al peso de la doceava parte de la masa de un átomo de $^{12}_6\text{C}$.

Seguro que Usted se habrá preguntado: ¿cuál es el significado físico de la unidad de la masa atómica (u.m.a.)? La respuesta es bastante simple si se tiene en cuenta que el núcleo del isótopo ^{12}C está formado por 6 protones y 6 neutrones, es decir 12 partículas nucleares. Si tenemos en cuenta la definición de la u.m.a., el dividir por doce **la masa de un átomo de $^{12}_6\text{C}$, es aproximadamente equivalente a decir que la u.m.a. refleja la masa de un protón o de un neutrón.**

► Actividad 10

De acuerdo a los siguientes valores de masa expresado en kg y a lo que Ud. ha aprendido hasta ahora:

masa del protón	$1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
masa del neutrón	$1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$
u.m.a.	$1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justificando su respuesta.

La u.m.a. es:

- 1) exactamente igual a la masa del protón.
- 2) exactamente igual a la masa del neutrón.
- 3) exactamente igual a la doceava parte de la masa del isótopo de Carbono 12.
- 4) exactamente igual a la masa del isótopo de Carbono 12.
- 5) aproximadamente igual a la masa del protón.
- 6) aproximadamente igual a la masa del neutrón.
- 7) aproximadamente igual a la doceava parte de la masa del isótopo de Carbono 12.

- 8) aproximadamente igual a la masa del isótopo de Carbono 12.

En conclusión, podemos decir que la masa de un átomo puede estar expresada en u.m.a como por ejemplo:

Isótopo	Masa atómica (u.m.a.)
$^{56}_{26}\text{Fe}$	55,845

Esto significa que la masa de un átomo de hierro contiene 55,845 veces la u.m.a. Teniendo en cuenta que el valor de la u.m.a. es $1,6605 \times 10^{-24}$ g, podríamos expresar la masa atómica de un átomo de hierro en gramos y su valor sería $9,2731 \times 10^{-23}$ g.

Masa (Peso) molecular

En guías anteriores Ud. aprendió a escribir fórmulas químicas, ya sea a partir de los átomos, moléculas o iones que le dieron origen. También ha estudiado que las unidades de referencia para establecer un sistema de medición de masas atómicas fueron cambiando en función de la exactitud y precisión de las mediciones alcanzadas desde la investigación química y fundamentalmente desde la física.

Es posible que en la escuela secundaria Ud. haya aprendido a calcular masas moleculares a partir de la suma de las masas atómicas, acorde con la fórmula química del compuesto en cuestión. Este procedimiento era conceptualmente válido antes de que se estableciera el valor de la unidad de masa atómica. En la actualidad es aceptado por la comunidad científica que, despreciando los efectos relativistas, la unidad de masa atómica (u.m.a.) tiene una masa aproximadamente igual a la masa del protón o del neutrón. La comunidad científica reconoce como valor aceptado para la u.m.a. $1,6605 \times 10^{-24}$ g.

Para calcular la masa molecular debemos conocer la fórmula correcta del compuesto y la masa atómica de cada uno de los elementos que lo componen.

Ejemplo: Calcular la masa molecular del pentacloruro de fósforo, PCl_5

$$\text{P.A. } \underline{\text{P}} = 30,97 \text{ u.m.a.} \quad \text{P.A. } \underline{\text{Cl}} = 35,45 \text{ u.m.a.}$$

Para PCl_5

$$\text{P } 1 \text{ átomo} \times 30,97 \frac{\text{u.m.a.}}{\text{átomo}} = 30,97 \text{ u.m.a.}$$

$$\text{Cl } 5 \text{ átomos} \times 35,45 \frac{\text{u.m.a.}}{\text{átomo}} = 177,25 \text{ u.m.a.}$$

$$\text{Masa Molecular } \text{PCl}_5 \quad 208,22 \text{ u.m.a.}$$

De la misma manera que la masa de un átomo se puede expresar en u.m.a. o en gramos, sucede lo mismo con la masa de una molécula. Retomando el ejemplo anterior:

Masa Molecular del PCl_5 : 208,22 u.m.a.

Teniendo en cuenta que la u.m.a. es igual a $1,6605 \times 10^{-24}$ g podemos calcular la masa molecular del PCl_5 en gramos y su valor es $3,4575 \times 10^{-22}$ g.

► Actividad 11

Calcule la masa, expresada en u.m.a., de las siguientes especies:

- | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|
| a) H_2SO_4 | b) $\text{Ca}(\text{HO})_2$ | c) Cl_2 | d) Al_2O_3 |
| e) $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ | f) SO_4^{2-} | g) Ca^{2+} | h) $\text{NH}_4(\text{HO})$ |

El Mol: unidad química específica – Número de Avogadro

Hasta ahora Ud. ha encontrado respuesta a una de los principales interrogantes que se habían planteado desde los comienzos de la química, es decir, Ud. ahora conoce una respuesta a la pregunta, ¿cuántas veces más pesado es un átomo de un elemento con respecto a otro?

No obstante, otro interrogante planteado desde los comienzos de la química es el que ahora trataremos de responder. El interrogante en cuestión es:

¿cuántos átomos de un elemento hay en una determinada masa del mismo?

► Actividad 12

Ud. decide comprar en un negocio mayorista una gran cantidad de bolitas pequeñas y grandes de telgopor, de hecho, Ud. compra 10 kg de bolitas pequeñas y 10 kg de bolitas grandes. Ud. dispone como dato aportado por el comerciante que las bolitas grandes son 5 veces más pesadas que las bolitas pequeñas. Ya en su casa Ud. decide responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas bolitas pequeñas tengo en los 10 kg que compré?
- ¿Cuántas bolitas grandes tengo en los 10 kg que compré?
- ¿Cuántas veces es mayor la cantidad de bolitas pequeñas con respecto a la cantidad de bolitas grandes que compré?

¿A cuáles de los interrogantes anteriores Ud. puede darle una respuesta numérica? Piénselo. Haga cuentas. Discuta con sus compañeros.

Si Ud. considera que la información otorgada por el comerciante es escasa, ¿qué otra información le pediría?

Si Ud. dispusiera como dato aportado por el comerciante que las bolitas grandes son 5 veces más pesadas que las bolitas pequeñas y que 2000 bolitas pequeñas pesan 100g. Con esta información: ¿a cuáles de los interrogantes anteriores Ud. puede darle una respuesta numérica? Piénselo. Haga cuentas. Discuta con sus compañeros.

¿Ud. considera más práctico solicitarle una buena información al comerciante o contar las bolitas contenidas en 10 kg de las mismas?

En el caso de nuestro universo microscópico, de los átomos y moléculas, sucede aproximadamente lo mismo. Átomos de elementos diferentes tienen diferentes masas y tamaños; pero la diferencia está en que los átomos son tan pequeños que es imposible contarlos. Entonces, no nos queda otra opción que utilizar la balanza, pero existe una pequeña pregunta: ¿Qué relación de masas debemos mantener entre dos elementos, de manera de tener igual cantidad de átomos?

► Actividad 13

Ud. dispone en el laboratorio de 48 g de Titanio (Ti) y de 48 g de Carbono (C) y decide responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos átomos de Titanio tengo en los 48 g?
- ¿Cuántos átomos de Carbono tengo en los 48 g?
- ¿Cuántas veces menor es la cantidad de átomos de Titanio con respecto a la cantidad de átomos de Carbono?

Ud. dispone como dato a partir de la Tabla Periódica que la masa atómica del Ti es aproximadamente 4 veces mayor que la masa atómica del Carbono (47,90/12,01).

Con esta información: ¿a cuáles de los interrogantes anteriores Ud. puede darle una respuesta numérica? Piénselo. Haga cuentas. Discuta con sus compañeros.

A partir de los conceptos anteriores se puede deducir que las masas en gramos de dos elementos tomados en la proporción de sus masas atómicas relativas tendrán el mismo número de átomos.

Por ejemplo, si consideramos el átomo de Calcio con Masa Atómica 40,080 u.m.a. y el átomo de Bario con 137,3 u.m.a., en una relación de masa en gramos:

$$\frac{m_{Ba}}{m_{Ca}} = \frac{137,30}{40,08}$$

existiría el mismo número de átomos de Bario que de Calcio. Ahora Ud. está en condiciones de resolver el siguiente problema:

► Actividad 14

a) ¿Cómo podría determinar qué masa de Bario contiene exactamente el mismo número de átomos que 10,00 g de Calcio? Utilice las masas atómicas mencionadas para Ba y Ca

b) De acuerdo a lo visto hasta el momento podemos decir que, si las masas atómicas de $^{12}_6C$, Ca, Ba, H, O son 12 u.m.a; 40,08 u.m.a.; 137,3 u.m.a.; 1,008 u.m.a. y 16,00 u.m.a. respectivamente, entonces en 12 g de ^{12}C ; 40,08 g de Ca; 137,3 g de Ba; 1,008 g de H; y 16,00 de O, deben existir el mismo número de partículas, pero ¿CUÁNTAS?

Dicho número fue determinado experimentalmente por diversas técnicas y es conocido como el Número de Avogadro.

El número de Avogadro (N_A) es definido como igual a $6,02214076 \times 10^{23}$

Para la mayoría de los cálculos, se considerará $6,022 \times 10^{23}$ como una muy buena aproximación. Un número de ese tamaño va más allá de nuestra comprensión. Podría ser de mucha ayuda si decimos que $6,022 \times 10^{23}$ pelotas de tenis cubrirían toda la superficie de la tierra con un espesor de 90 kilómetros, o que $6,022 \times 10^{23}$ gramos de arroz cabrían en un cubo de 220 kilómetros de lado.

► Actividad 15

Considere el mismo planteo de la Actividad 13, sólo que ahora usted dispone como datos que la masa atómica del Ti es aproximadamente 4 veces mayor que la masa atómica del Carbono y $6,022 \times 10^{23}$ átomos de Carbono pesan 12 g. Con esta información: ¿a cuáles de los interrogantes de la actividad 13 Ud. puede darle una respuesta numérica?

Piénselo. Haga cuentas. Discuta con sus compañeros.

El concepto de Mol

Un mol es una cantidad de materia que contiene al número de Avogadro de partículas.

Se puede hablar de un mol de iones, un mol de átomos, un mol de moléculas, un mol de electrones y aún de un mol de mariposas, sillas, naranjas, etc.

Un mol se define como la cantidad de sustancia que contiene exactamente $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ unidades elementales.

Esta definición de mol fue adoptada en 2019 y reemplaza a la utilizada anteriormente, que lo definía basándose en el ^{12}C .

El mol es la unidad de medida más significativa para expresar cantidades de sustancias representadas por fórmulas químicas. El símbolo **SI** de mol es mol. Revise la definición desarrollada en la Unidad Temática de medición.

Un mol de hidrógeno molecular: $n_{\text{H}_2} = 1 \text{ mol}$

Un mol y medio de átomos de calcio: $n_{\text{Ca}} = 1,5 \text{ mol}$

Dos moles de pentacloruro de fósforo: $n_{\text{PCl}_5} = 2 \text{ mol}$

Cuando se utiliza el término mol es necesario especificar si se trata de átomos, iones, electrones u otras partículas.

En general, cuando no se especifica se considera que es “mol de moléculas”.

► Actividad 16

Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justificando su respuesta.

- La masa de un átomo de Carbono 12 es definida exactamente como 12 u.m.a.
- La masa de un átomo de Carbono “promedio” (que tiene en cuenta las abundancias naturales relativas de los distintos isótopos) es 12,011 u.m.a.
- La masa de un átomo de Oxígeno “promedio” es $2 \times 15,9994 \text{ u.m.a.} = 31,9988 \text{ u.m.a.}$
- La masa de un número de Avogadro (N_A) de átomos de ^{12}C es exactamente 12 g; la masa de N_A de átomos de Carbono “promedio” es 12,011 g; y la masa de N_A de moléculas de Oxígeno “promedio” es 31,9988 g.
- La masa de un número de Avogadro (N_A) de átomos de ^{12}C es exactamente 12 u.m.a.; la masa de N_A de átomos de Carbono “promedio” es 12,011 u.m.a.; y la masa de N_A de moléculas de Oxígeno “promedio” es 31,9988 u.m.a..

Masa (Peso) molar

Se denomina masa molar de una sustancia a
la masa en gramos de un mol de dicha sustancia.

Ejemplo:

1 mol de H ₂ O contiene	$6,022 \times 10^{23}$	moléculas de H ₂ O y pesa 18 g.
1 mol de O ₂ contiene	$6,022 \times 10^{23}$	moléculas de O ₂ y pesa 32 g.
1 mol de C contiene	$6,022 \times 10^{23}$	átomos de C y pesa 12 g.
1 mol de X contiene	$6,022 \times 10^{23}$	moléculas de X y pesa P A _x g.

Entonces, la masa molar del H₂O es 18 g, la del O₂ es de 32 g la del C es 12 g, etc. En textos antiguos, en lugar de masa molar se utilizaron dos términos: el “átomo gramo” y la “molécula gramo”¹.

Podemos decir que la masa de un mol de materia es siempre igual a su masa atómica o molecular en gramos.

Ejemplo: ¿Cuál es la masa molar de la clorofila (C₅₅H₇₂MgN₄O₅)?

C	55 moles	×	12,01 g mol ⁻¹	=	660,55 g
H	72 moles	×	1,008 g mol ⁻¹	=	72,576 g
Mg	1 moles	×	24,32 g mol ⁻¹	=	24,31 g
N	4 moles	×	14,01 g mol ⁻¹	=	56,04 g
O	5 moles	×	16,00 g mol ⁻¹	=	80,00 g
<hr/>					
Masa Molar				=	893,48 g mol ⁻¹

¹ El átomo-gramo se refiere al peso (masa) en gramos del número de Avogadro de átomos. Por ejemplo: un átomo gramo de Ca equivale a 40,08 g de Calcio y contiene $6,022 \times 10^{23}$ átomos de Calcio.

La molécula-gramo se refería a la masa en gramos del número de Avogadro de moléculas. Por ejemplo: Una molécula gramo de H₂O equivale a 18 g. de H₂O y contiene $6,022 \times 10^{23}$ moléculas de H₂O.

Estos términos son confusos porque como se verá, ambos contienen el mismo número de partículas, pero es más conveniente hablar de 1 mol de átomos de Calcio y de un mol de moléculas de H₂O. Aunque no está prohibido el uso de átomo-gramo y molécula-gramo, es mejor evitarlo.

La masa molar de la clorofila es 893,48 g o lo que es lo mismo, en un mol de clorofila hay $6,022 \times 10^{23}$ moléculas y pesa 893,48 g.

► Actividad 17

Calcule la masa molar de cada una de las siguientes especies:

- | | | |
|---|----------------------------------|--|
| a) H ₃ PO ₄ | f) NO | k) C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁ |
| b) (NH ₄) ₃ AsO ₄ | g) NO ₂ | l) Mn ²⁺ |
| c) Fe ₃ O ₄ | h) H ₂ O ₂ | m) H ₂ PO ₄ ⁻ |
| d) UO ₂ (SO ₄) | i) Ba(HO) ₂ | n) CO ₃ ²⁻ |
| e) HgBr ₂ | j) XeF ₆ | o) N |

► Actividad 18

Calcule el número de moles presentes en:

- 10 g de carbonato de Calcio
- 14 g de Hierro
- 24,5 g de formaldehído H₂CO
- 34 g de sacarosa C₁₂H₂₂O₁₁
- 33,5 g de ácido acético CH₃COOH
- 22,1 g de paracetamol C₈H₉NO₂

► Actividad 19

En las masas indicadas de los compuestos de la actividad anterior. Indique cuántos átomos de cada elemento y cuántos átomos totales hay.

► Actividad 20

Si sobre un pedazo de papel que pesa 0,2401 g se estampa una firma con lápiz de grafito y luego de la firma el papel pesa 0,2410 g, indique cuántos átomos de Carbono contiene dicha firma.

► Actividad 21

Busque en la Tabla Periódica el símbolo de los siguientes elementos y calcule la **masa atómica** expresada en gramos y en u.m.a.

- a) Hidrógeno b) Cloro c) Oxígeno

- | | | |
|--------------|----------|-------------|
| d) Nitrógeno | e) Argón | f) Mercurio |
| g) Hierro | h) Radón | i) Urano |

► Actividad 22

Calcule la masa molecular expresada en gramos de los siguientes compuestos:

- | | | |
|--|-------------------------------------|---|
| a) NO | b) NO ₂ | c) Ba(OH) ₂ |
| d) XeF ₆ | e) H ₂ CO (formaldehído) | f) C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁ (sacarosa) |
| g) C ₁₆ H ₁₈ N ₃ FO ₃ (norfloxacina) | | |

Composición porcentual

La composición porcentual es el porcentaje en peso de cada uno de los elementos de un compuesto.

Ejemplo: ¿Cuál es la composición porcentual de Fe y O en el óxido de Hierro (III) (Fe₂O₃)?

Primero hay que calcular la masa molecular.

$$\text{Fe} \quad 2\text{átomos} \times 55,85 \frac{\text{u.m.a.}}{\text{átomo}} = 111,70 \text{u.m.a.}$$

$$\text{O} \quad 3\text{átomos} \times 16,00 \frac{\text{u.m.a.}}{\text{átomo}} = 48,00 \text{u.m.a.}$$

$$\text{Masa Molecular Fe}_2\text{O}_3 \quad 159,70 \text{u.m.a.}$$

Si ahora, se divide la masa de cada uno de los elementos por la masa molecular, y lo multiplica por cien, lo que obtiene es el porcentaje de cada uno de los elementos en la molécula.

$$\text{Fe} \quad \frac{111,70 \times 100\%}{159,70} = 69,94\% \text{ Fe}$$

$$\text{O} \quad \frac{48,00 \times 100\%}{159,70} = 30,06\% \text{ O}$$

$$100,00\% \text{ Fe}_2\text{O}_3$$

En conclusión, el óxido de Hierro (III) está compuesto de 69,94% de Fe y 30,06% de O.

La fórmula porcentual del óxido de Hierro (III) es:



► Actividad 23

Determine la composición porcentual de:

- a) KClO b) KClO₂ c) KClO₃ d) KClO₄

► Actividad 24

Calcule el porcentaje en peso de Fósforo en:

- a) Ca₃(PO₄)₂ b) Ca(H₂PO₄)₂ c) Na₅P₃O₁₀ d) P₄O₁₀ e) Mg₂P₂O₇

► Actividad 25

Calcule la composición porcentual de:

- | | | | |
|-------------|---|-----------------|--|
| a) Acetona | CH ₃ COCH ₃ | b) Alumbre | K ₂ SO ₄ .Al ₂ (SO ₄) ₃ .24 H ₂ O |
| c) Alúmina | Al ₂ O ₃ | d) Aspirina | CH ₃ COOC ₆ H ₄ COOH |
| e) Berilio | Be ₃ Al ₂ (SiO ₃) ₆ | f) Carborundum | SiC |
| g) DDT | (ClC ₆ H ₄) ₂ CHCCl ₃ | h) éter etílico | (C ₂ H ₅) ₂ O |
| i) Celulosa | (C ₆ H ₁₀ O ₅) _n , donde n es un número grande | | |

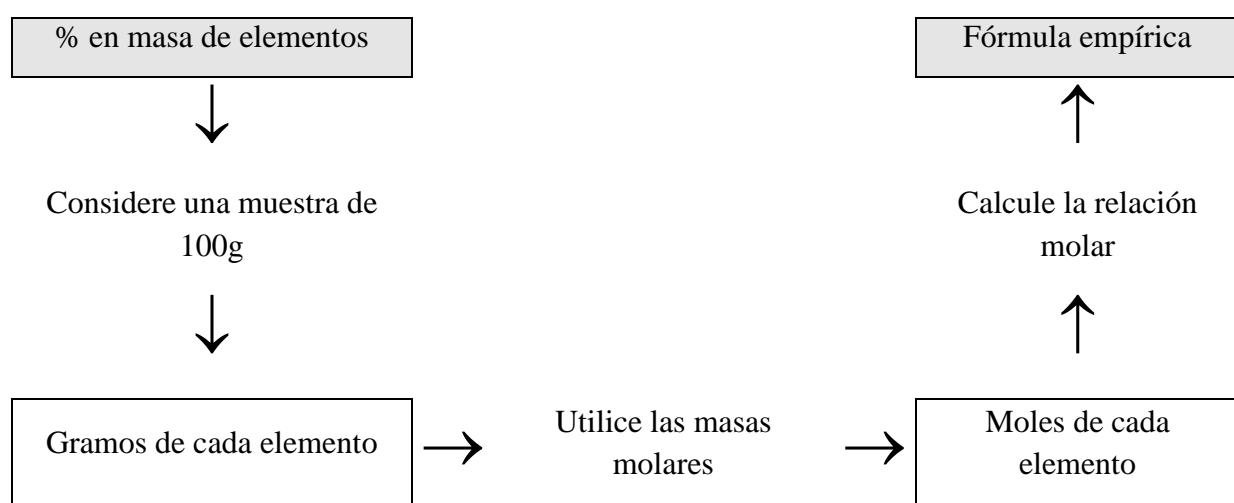
Fórmula empírica y fórmula molecular

La *fórmula empírica* representa la mínima relación de enteros de átomos que forman un compuesto y la *fórmula molecular* representa el número real de átomos que se encuentran combinados en la molécula de un compuesto.

Por ejemplo, el benceno tiene una fórmula molecular C₆H₆, pero su fórmula empírica es CH; es decir que la fórmula empírica está contenida 6 veces en la fórmula molecular. En muchos casos, como en la mayoría de los compuestos iónicos, la fórmula empírica es igual a la fórmula molecular.

El nombre de fórmula empírica se debe a que ésta se calcula a partir de la composición porcentual, la cual se obtiene en forma experimental. Es lo mismo calcularla a partir de la relación de pesos en que dos o más elementos se combinan para formar el compuesto.

A continuación, se detalla un esquema para encontrar la fórmula empírica y un ejemplo de su aplicación:



Ejemplo:

El resorcinol es una sustancia orgánica compuesta de 65,46 % de C; 29,10% de O y 5,45 % de H. Calcule la fórmula empírica.

Lo primero que debemos tener en cuenta es que en un compuesto, las relaciones numéricas entre los átomos de los elementos que lo componen son las relaciones de moles de los mismos, ya que al hablar de moles y no de masas, estamos hablando de cantidad de partículas. Entonces debemos calcular cuántos moles de cada elemento hay por cada 100 gramos de sustancia.

En 100 gramos de resorcinol hay 65,46 g de C; 29,10 g de O y 5,45 g de H. El número de moles de C, O y H es:

$$C \quad \frac{65,46\text{g}}{12,0\text{g mol}^{-1}} = 5,455 \text{ mol}$$

$$O \quad \frac{29,10\text{g}}{16,0\text{g mol}^{-1}} = 1,819 \text{ mol}$$

$$H \quad \frac{5,45\text{g}}{1,00\text{g mol}^{-1}} = 5,455 \text{ mol}$$

Dividiendo el número de moles por el número más pequeño, en este caso 1,819, obtendremos la relación de moles que es igual a la relación existente entre los átomos.

$$C = \frac{5,455}{1,819} \approx 3 \quad O = \frac{1,819}{1,819} \approx 1 \quad H = \frac{5,450}{1,819} \approx 3$$

Entonces la fórmula empírica del resorcinol es C_3H_3O .

Para conocer la fórmula molecular es necesario conocer la masa molecular del resorcinol y comparar esta última con la masa de la fórmula empírica.

La masa molecular del resorcinol es 110 u.m.a. Debemos calcular la masa de la fórmula empírica.

Si la fórmula empírica del resorcinol es C_3OH_3 , su masa será:

$$3 \text{ átomos de C} \times 12 \text{ u.m.a.} + 1 \text{ átomo de O} \times 16 \text{ u.m.a.} + 3 \text{ átomos de H} \times 1 \text{ u.m.a.} = 55 \text{ u.m.a.}$$

Para saber cuántas veces está contenida la fórmula empírica en la fórmula molecular, solamente tenemos que hacer un cociente:

$$\frac{\text{Masa molecular}}{\text{Masa fórmula empírica}} = \frac{110\text{u.m.a.}}{55\text{u.m.a.}} = 2$$

Entonces, si multiplicamos por dos las atomicidades de la fórmula empírica, obtendremos la fórmula molecular.

Fórmula empírica: C_3H_3O

Fórmula molecular: $C_6H_6O_2$

► Actividad 26

Encuentre la fórmula empírica de los siguientes minerales:

- talco, utilizado para hacer talco en polvo y cerámicos, que contiene 19,23 % de Mg, 29,62 % de Si, 50,62 % de O, y 0,53 % de H.
- bórax, utilizado para ablandar aguas y combatir infecciones por hongos en la piel, que contiene 11,3 % de B, 29,4 % de O, 47,3 % de agua y 12,1 % de Na.

► Actividad 27

Un compuesto orgánico contiene 52,18 % de C, 13,04 % de H y 34,78 % de O y se observó que su masa molecular es 91,6 u.m.a. Determine:

- la fórmula empírica
- la fórmula molecular

► Actividad 28

Del análisis de una muestra de papel, constituido por celulosa, se encontró que estaba compuesto por 44,44% de C, 49,38 % de O y 6,18 % de H. ¿Cuál es la fórmula empírica de la celulosa?

► Actividad 29

Resuelva, calculando los ítems correspondientes, el siguiente problema en donde se resumen todos los conceptos aprendidos en esta guía. Recuerde expresar los resultados con las unidades correspondientes.

La molécula de glucosa (azúcar de uva) tiene una fórmula molecular $C_6O_6H_{12}$. Sabiendo que:

$$PA\ C = 12 \text{ u.m.a.}$$

$$PA\ O = 16 \text{ u.m.a.}$$

$$PA\ H = 1 \text{ u.m.a.}$$

a) Su masa molecular será:.....

Este resultado significa que la molécula de glucosa es veces más pesada que la doceava parte del átomo de Carbono 12 ($^{12}_6C$)

b) En una molécula de glucosa hay: átomos de C, átomos de O y átomos de H.

c) Un mol de glucosa pesa (masa molar de la glucosa)

d) En 180 g de glucosa hay moléculas de glucosa.

e) En un mol de glucosa hay moles de átomos de C, moles de átomos de O y moles de átomos de H. En consecuencia hay:

..... átomos de C

..... átomos de O

..... átomos de H

f) 180 g de glucosa contienen:

..... g de C →% de C

..... g de O →% de O

..... g de H →% de H

g) 1 molécula de glucosa pesa.....g

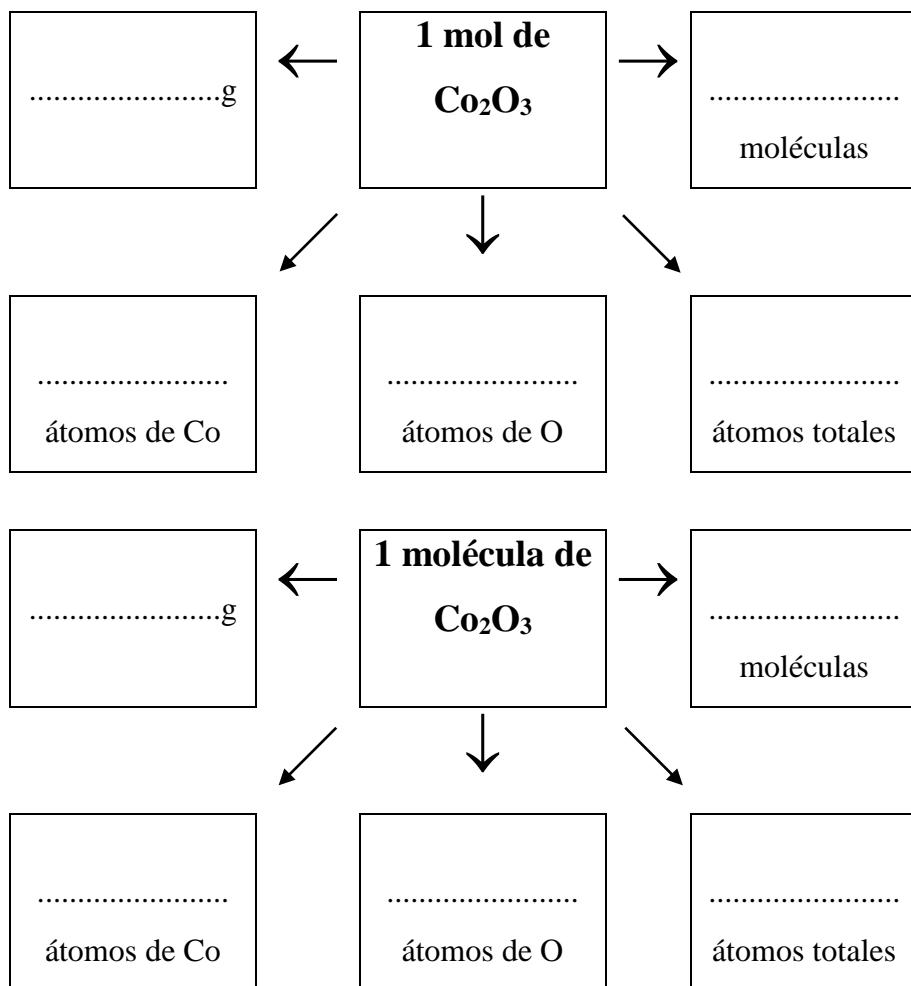
h) La fórmula molecular es

i) La fórmula empírica es

j) La fórmula empírica se encuentra contenidaveces en la fórmula molecular.

► Actividad 30

Complete los siguientes gráficos:

**Ejercitación**

- La cantidad de Fe recomendada en una dieta diaria es de 18 mg para un adulto. ¿Cuántos átomos de Fe se consumirían diariamente?
- ¿Qué peso en gramos corresponde a:
 - 0,5 moles de yeso de París CaSO₄·1/2 H₂O
 - 1,01 mol de cuarzo SiO₂
 - 3 moles de Hg
 - 0,42 moles de sacarina C₆H₄(CO)(SO₂)NH
 - 0,5 moles de ibuprofeno C₁₃H₁₈O₂
 - 1,0 × 10⁻¹⁰ moles de HCl

- 3) Compare el porcentaje en peso de Fe en FeO , Fe_2O_3 y Fe_3O_4 . Asumiendo que el costo de 1 kg de cada óxido es el mismo ¿cuál de ellos sería el más económico en cuanto al contenido de Fe?
- 4) ¿Qué masa de O se encuentra contenido en 5,5 g de KClO_3 ?
- 5) ¿Cuántos átomos de Na hay en 284 g de Na_2SO_4 ?
- 6) ¿Cuántos átomos contiene un cubo de aluminio de 1,5 cm de arista y densidad 2,7 g/mL?
- 7) ¿De qué tamaño sería un cubo de Fe que contenga el mismo número de átomos que el del problema anterior? Densidad del Fe = 7,86 g/mL.
- 8) Ahora que conoce el concepto de masa atómica, trate de explicar el significado de la ley de las proporciones de Proust.
- 9) Un mol de Oxígeno gaseoso (O_2) tiene:
- I. 2 átomos de O y $6,022 \times 10^{23}$ moléculas de O.
 - II. 2 átomos de O y pesa 32 g.
 - III. 2 moles de átomos de O y cada mol (átomos de O) pesa 32 g.
 - IV. el número de Avogadro de moléculas de O_2 y dos veces el número de Avogadro de átomos de O.
- Elija la opción que reúna todas las afirmaciones correctas:
- a) Sólo II - III - IV b) Sólo I - III – IV c) Sólo I – IV d) Sólo IV
- 10) La lisina es un aminoácido cuya composición porcentual es: 49,29% de C; 9,65% de H; 21,89% de O y dos átomos de nitrógeno por cada molécula. Calcule el peso molecular y la fórmula molecular de la lisina.
- 11) El peso molar de la tirosina es 181g. Se encuentra que una proteína contiene 0,22 % de este aminoácido. ¿Cuál es el peso molar más bajo que podría tener la proteína?
- 12) Encuentre la fórmula empírica de un hidrocarburo cuya composición porcentual es C = 85,63 %; H = 14,37 %.

- 13) Obtenga la fórmula empírica de un compuesto que contiene 63,16 % de C, 11,84 % de H y 25,00 % F.
- 14) Determine el número total de núcleos, protones, electrones y átomos que hay en 20 g de CH₄.

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
CONSIDERACIONES PRELIMINARES	2
MASA RELATIVA	2
Actividad 1	2
Actividad 2	5
Actividad 3	6
Actividad 4	7
ISÓTOPO, NÚMERO ATÓMICO (Z), NÚMERO DE MASA (A)	8
Actividad 5	8
Actividad 6	9
Actividad 7	9
MASA (PESO) ATÓMICA.....	9
Actividad 8	10
Actividad 9	10
Actividad 10	11
MASA (PESO) MOLECULAR.....	12
Actividad 11	13
EL MOL: UNIDAD QUÍMICA ESPECÍFICA – NÚMERO DE AVOGADRO.....	13
Actividad 12	13
Actividad 13	14
Actividad 14	15
Actividad 15	15
EL CONCEPTO DE MOL	15
Actividad 16	16
MASA (PESO) MOLAR	17
Actividad 17	18
Actividad 18	18
Actividad 19	18
Actividad 20	18
Actividad 21	18
Actividad 22	19
COMPOSICIÓN PORCENTUAL.....	19
Actividad 23	20
Actividad 24	20
Actividad 25	20
FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR	20
Actividad 26	22
Actividad 27	22
Actividad 28	23
Actividad 29	23
Actividad 30	24
EJERCITACIÓN.....	24

Unidad 10 – El mol – Respuestas a actividades

► Actividad 1

La familia Salin está compuesta por Pedro Salin, María de Salin, y sus hijos Juan, Teresa, José y el más pequeño Matías. Un día compran una balanza familiar, pero al querer pesarse, observaron que la escala de la balanza tenía borrados los números, pero no las divisiones de la escala. No obstante, Pedro Salin decidió que su familia se pesara y los resultados obtenidos se expresaron como el número de divisiones observado en la escala de la balanza. Los valores obtenidos para cada uno de los miembros de la familia, se presentan en la siguiente tabla:

Persona	Nº de div.	Nº de div./ Nº de div. (Matías)	Masa/Masa (Matías)	Masa (kg)
Pedro	40	8	8	80
María	30	6	6	60
Juan	25	5	5	50
Teresa	20	4	4	40
José	10	2	2	20
Matías	5	1	1	10

- a) Complete la tabla indicando cuántas veces más pesados son los miembros de la familia con respecto a Matías.

Datos indicados en tercera columna

- b) Un día papá Pedro luego de buscar a Matías a la salida del colegio decide llevarlo y pesarlo en la balanza de una farmacia, encontrando que el pequeño Matías pesaba 10 kg. Con esta información, ¿es posible determinar la masa de todos los integrantes de la familia? Si lo es, complete la columna correspondiente.

Sí, con el “peso” (la masa) de Matías (10 kg) se puede determinar la masa de todos los integrantes (quinta columna)

- c) Hubiera sido igualmente útil para determinar los pesos que, en lugar de Matías, se hubiera pesado el señor Pedro. ¿Por qué?

Sí, porque se conoce la relación de masas entre ellos, solo cambiaría la referencia utilizada.

- d) ¿Tiene algún significado indicar que la masa de Pedro es tantas veces mayor al de Matías? ¿Considera que es poca o mucha información?

Sí, tiene un significado importante y brinda mucha información, ya que permite conocer la relación de masas.

► Actividad 2

- a) ¿Es posible escribir la siguiente expresión a partir del párrafo escrito por Avogadro?

$$\frac{(masa/volumen)_{Oxígeno}}{(masa/volumen)_{Hidrógeno}} = \frac{número\ total\ de\ moléculas\ de\ Oxígeno}{número\ total\ de\ moléculas\ de\ Hidrógeno} \times \frac{2 \times Masa\ atómica\ del\ Oxígeno}{2 \times Masa\ atómica\ del\ Hidrógeno}$$

Sí.

- b) De acuerdo a lo enunciado por Avogadro, indique si es posible reducir la expresión anterior a la siguiente. Si lo es, en qué condiciones:

$$\frac{(masa)_{Oxígeno}}{(masa)_{Hidrógeno}} = \frac{masa\ atómica\ del\ Oxígeno}{masa\ atómica\ del\ Hidrógeno}$$

Sí es posible, a igual presión y temperatura.

- c) ¿Qué masa atómica relativa al Hidrógeno estableció Avogadro para el Oxígeno y para el Nitrógeno (azoe)?

Masa atómica para el oxígeno relativa al hidrógeno: 15,074

Masa atómica para el nitrógeno (azoe) relativa al hidrógeno: 13,238

► Actividad 3

- a) De acuerdo a los valores de la tabla anterior, ¿cuál es el elemento adoptado como patrón de referencia y cuál es su masa atómica?

El elemento adoptado como patrón de referencia es el oxígeno.

Masa atómica del oxígeno: 16

- b) ¿Cuáles fueron los motivos por los cuales se lo eligió?

Se eligió ya que el oxígeno se combina fácilmente con varios elementos diferentes y forma compuestos en general estables (óxidos).

- c) Consultando una Tabla Periódica actual compare los valores determinados en aquella época con los actuales. ¿Ud. Considera que estos valores difieren poco o mucho con los actuales?

Respecto de la Tabla Periódica actual, cuando comparamos los valores, es posible observar que las masas relativas difieren poco.

► Actividad 4

De acuerdo a la lectura del párrafo anterior, indique cuál fue el hallazgo que produjo la división entre físicos y químicos por la unidad de referencia.

El hallazgo que produjo la división entre físicos y químicos por la unidad de referencia fue el descubrimiento de los isótopos del oxígeno.

► Actividad 5

- 2) Complete las características que poseen los isótopos del elemento Oxígeno en la siguiente tabla, indicando: Número de protones, neutrones y electrones.

Número atómico (Z)	Número de Masa (A)	Número de electrones	Número de protones	Número de neutrones	Simbolismo
8	16	8	8	8	${}_{8}^{16}\text{O}$
8	17	8	8	9	${}_{8}^{17}\text{O}$
8	18	8	8	10	${}_{8}^{18}\text{O}$

Existen isótopos radiactivos inestables que son utilizados con fines médicos, por ejemplo, el ${}^{131}\text{I}$ (llamado I-131), que se utiliza en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades. Por otro lado, el isótopo de yodo estable es I-127. Determine el número de protones y de neutrones en ambos.

$$\text{Número atómico} = 53$$

$${}^{131}\text{I} \rightarrow \text{Número de protones} = 53; \text{Número de neutrones} = 78$$

$${}^{127}\text{I} \rightarrow \text{Número de protones} = 53; \text{Número de neutrones} = 74$$

► Actividad 6

- 2) Indique bajo qué condiciones los químicos y los físicos estaban dispuestos a reunificar la escala de masas atómicas.

Los físicos y los químicos estaban dispuestos a reunificar la escala de masas atómicas. Los físicos necesitaban una escala basada en un núclido puro con número mísico múltiplo de 4. Los químicos, por otro lado, para no tener que desechar las extensas tablas de cantidades molares, se prepararon para aceptar un cambio solamente si era de 1 parte en 10^4 .

- 3) ¿Sobre qué elemento, o mejor dicho sobre cuál núclido, recayó la elección?



► Actividad 7

Analice por qué se eligió antiguamente como referencia para la escala de masas atómicas la dieciseisava parte de la masa de Oxígeno y actualmente la doceava parte de la masa de Carbono y no la masa entera.

Se eligió como referencia para las escalas atómicas la 1/16 de la masa de oxígeno y, luego, la 1/12 de la masa de ^{12}C , ya que de otro modo se perdían las masas menores o más pequeñas de otros elementos. Al dividir por 16 la masa de un átomo de oxígeno o por 12 la masa de un átomo de carbono se termina calculando aproximadamente la masa de un protón o de un neutrón.

► Actividad 8

En la siguiente tabla Ud. encontrará la abundancia natural relativa de los isótopos del Bromo, y la masa atómica relativa de sus isótopos.

Isótopo	Abundancia isotópica (%)	Masa atómica (u.m.a)
$^{79}_{35}\text{Br}$	50,69	78,91835
$^{81}_{35}\text{Br}$	49,31	80,91629

- a) ¿Qué entiende por abundancia isotópica? ¿Cuántos átomos de $^{79}_{35}\text{Br}$ y cuántos de $^{81}_{35}\text{Br}$ hay en 1×10^6 átomos del elemento Bromo?

$$\text{Átomos de } ^{79}_{35}\text{Br} = 5,069 \times 10^5 \text{ átomos}$$

$$\text{Átomos de } ^{81}_{35}\text{Br} = 4,931 \times 10^5 \text{ átomos}$$

- b) ¿Cuál es la masa atómica del elemento Bromo?

$$\text{Masa atómica Br} = 79,90353 \text{ u.m.a.}$$

- c) ¿Cuál es la masa que figura en la Tabla Periódica, el de sus isótopos o el de la mezcla natural de los isótopos?

En la Tabla Periódica figura la masa equivalente a la mezcla natural de los isótopos (79,904), lo que se conoce como promedio ponderado.

- d) Analice la causa por la cual los diferentes isótopos de un mismo elemento, en el caso de que los tenga, no ocupan diferentes ubicaciones en la Tabla Periódica de elementos.

Los elementos están ordenados según su número atómico, y este es el mismo para los isótopos de un dado elemento

► Actividad 9

En la siguiente tabla Ud. encontrará la abundancia natural y la masa atómica relativa del isótopo del sodio.

Isótopo	Abundancia isotópica(%)	Masa atómica (u.m.a)
$^{23}_{11}\text{Na}$	100	22,9898

- a) ¿Cuál es la masa atómica del elemento sodio?

Masa atómica de sodio = 22,9898 u.m.a.

- b) ¿Cuál es la masa que figura en la Tabla Periódica?

22,990 u.m.a.

(es la misma porque el sodio no tiene isótopos)

► Actividad 10

De acuerdo a los siguientes valores de masa expresado en kg y a lo que Ud. ha aprendido hasta ahora:

masa del protón	$1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
masa del neutrón	$1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$
u.m.a.	$1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justificando su respuesta.

La u.m.a. es:

- 3) exactamente igual a la doceava parte de la masa del isótopo de Carbono 12.
 5) aproximadamente igual a la masa del protón.
 6) aproximadamente igual a la masa del neutrón.

► Actividad 11

Calcule la masa, expresada en u.m.a., de las siguientes especies:

- | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|
| a) H_2SO_4 | b) $\text{Ca}(\text{HO})_2$ | c) Cl_2 | d) Al_2O_3 |
| e) $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ | f) SO_4^{2-} | g) Ca^{2+} | h) $\text{NH}_4(\text{HO})$ |

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| a) 98,1 u.m.a. | b) 74,1 u.m.a. | c) 71,0 u.m.a. | d) 102,0 u.m.a. |
| e) 310,3 u.m.a. | f) 96,1 u.m.a. | g) 40,1 u.m.a. | h) 35,0 u.m.a. |

► Actividad 12

Ud. decide comprar en un negocio mayorista una gran cantidad de bolitas pequeñas y grandes de telgopor, de hecho, Ud. compra 10 kg de bolitas pequeñas y 10 kg de bolitas grandes. Ud. dispone como dato aportado por el comerciante que las bolitas grandes son 5 veces más pesadas que las bolitas pequeñas. Ya en su casa Ud. decide responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas bolitas pequeñas tengo en los 10 kg que compré?
- ¿Cuántas bolitas grandes tengo en los 10 kg que compré?
- ¿Cuántas veces es mayor la cantidad de bolitas pequeñas con respecto a la cantidad de bolitas grandes que compré?

Con los datos del enunciado no se puede establecer las cantidades de bolitas pequeñas y grandes compradas (las dos primeras preguntas no tienen respuesta numérica). Sin embargo, sí se puede responder la tercera pregunta, ya que se puede establecer que la cantidad de bolitas pequeñas es cinco veces mayor que el número de bolitas grandes.

Si Ud. dispusiera como dato aportado por el comerciante que las bolitas grandes son 5 veces más pesadas que las bolitas pequeñas y que 2000 bolitas pequeñas pesan 100g. Con esta información: ¿a cuáles de los interrogantes anteriores Ud. puede darle una respuesta numérica? Piénselo. Haga cuentas. Discuta con sus compañeros.

Rta: 200000 bolitas pequeñas y 40000 bolitas grandes.

► Actividad 13

Ud. dispone en el laboratorio de 48 g de Titanio (Ti) y de 48 g de Carbono (C) y decide responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos átomos de Titanio tengo en los 48 g?
- ¿Cuántos átomos de Carbono tengo en los 48 g?
- ¿Cuántas veces es menor la cantidad de átomos de Titanio con respecto a la cantidad de átomos de Carbono?

Con los datos del enunciado no se puede establecer las cantidades de átomos de Titanio y Carbono (las dos primeras preguntas no tienen respuesta numérica). Sin embargo, sí se puede responder la tercera pregunta, ya que la cantidad de átomos de Titanio es cuatro veces mayor que la cantidad de átomos de Carbono.

► Actividad 14

a) ¿Cómo podría determinar qué masa de Bario contiene exactamente el mismo número de átomos que 10,00 g de Calcio? Utilice las masas atómicas mencionadas para Ba y Ca

Primero debería calcular cuántos átomos de Ca hay en 10 g de Ca. Para ello, se debería considerar que en un mol de Ca equivalente al N_A de átomos de Ca y eso a la masa molar de

Ca. Conociendo la cantidad de átomos de Ca en 10 g, luego, con la masa molar del Ba y el N_A de átomos correspondientes a 1 mol de Ba, podría conocer cuál es la masa de Ba que corresponde a esa cantidad de átomos (misma cantidad de átomos de Ca en los 10 g de Ca).

Masa de Ba= 34,2 g

b) De acuerdo a lo visto hasta el momento podemos decir que, si las masas atómicas de $^{12}_6C$, Ca, Ba, H, O son 12 u.m.a; 40,08 u.m.a.; 137,3 u.m.a.; 1,008 u.m.a. y 16,00 u.m.a. respectivamente, entonces en 12 g de ^{12}C ; 40,08 g de Ca; 137,3 g de Ba; 1,008 g de H; y 16,00 de O, deben existir el mismo número de partículas, pero ¿CUÁNTAS?

El N_A . Es decir, 1 mol= $6,022 \times 10^{23}$ partículas

► Actividad 15

Considere el mismo planteo de la Actividad 13, sólo que ahora usted dispone como datos que la masa atómica del Ti es aproximadamente 4 veces mayor que la masa atómica del Carbono y $6,022 \times 10^{23}$ átomos de Carbono pesan 12 g. Con esta información: ¿a cuáles de los interrogantes de la actividad 13 Ud. puede darle una respuesta numérica?

Con los datos del enunciado se pueden responder los 3 interrogantes.

$6,022 \times 10^{23}$ átomos de Ti

$2,4088 \times 10^{24}$ átomos de C

4 veces menor

► Actividad 16

Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justificando su respuesta.

- La masa de un átomo de Carbono 12 es definida exactamente como 12 u.m.a.
- La masa de un átomo de Carbono “promedio” (que tiene en cuenta las abundancias naturales relativas de los distintos isótopos) es 12,011 u.m.a.
- La masa de un número de Avogadro (N_A) de átomos de ^{12}C es exactamente 12 g; la masa de N_A de átomos de Carbono “promedio” es 12,011g; y la masa de N_A de moléculas de Oxígeno “promedio” es 31,9988 g.

► Actividad 17

Calcule la masa molar de cada una de las siguientes especies:

a) H_3PO_4

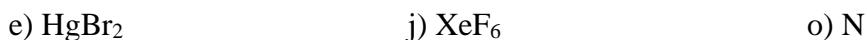
f) NO

k) $C_{12}H_{22}O_{11}$

b) $(NH_4)_3AsO_4$

g) NO_2

l) Mn^{2+}



a) 98 g b) 192,9 g c) 231,4 g

d) 366,1 g e) 360,4 g f) 30,0 g

g) 46,0 g h) 34,0 g i) 171,3 g

j) 245,3 g k) 342,0 g l) 54,9 g

m) 97,0 g n) 60,0 g o) 14,0 g

► Actividad 18

Calcule el número de moles presentes en:

- 10 g de carbonato de Calcio: 0,1 mol
- 14 g de Hierro: 0,25 mol
- 24,5 g de formaldehído H_2CO : 0,82 mol
- 34 g de sacarosa $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$: 0,099 mol
- 33,5 g de ácido acético CH_3COOH : 0,56 mol
- 22,1 g de paracetamol $\text{C}_8\text{H}_9\text{NO}_2$: 0,15 mol

► Actividad 19

En las masas indicadas de los compuestos de la actividad anterior. Indique cuántos átomos de cada elemento y cuántos átomos totales hay.



$\text{Ca}=6,0 \times 10^{22}$ átomos

$\text{C}=6,0 \times 10^{22}$ átomos

$\text{O}=1,8 \times 10^{23}$ átomos

Total= $3,0 \times 10^{23}$ átomos



$\text{Fe}=1,5 \times 10^{23}$ átomos (total)



H=9,9×10²³ átomos

C=4,9×10²³ átomos

O=4,9×10²³ átomos

Total=2,0×10²⁴ átomos



C=7,1×10²³ átomos

H=1,3×10²⁴ átomos

O=6,6×10²³ átomos

Total=2,7×10²⁴ átomos



C=6,7×10²³ átomos

H=1,3×10²⁴ átomos

O=6,7×10²³ átomos

Total=2,6×10²⁴ átomos



C=7,2×10²³ átomos

H=7,9×10²³ átomos

N=9,0×10²² átomos

O=1,8×10²³ átomos

Total=1,8×10²⁴ átomos

► Actividad 20

Si sobre un pedazo de papel que pesa 0,2401 g se estampa una firma con lápiz de grafito y luego de la firma el papel pesa 0,2410 g, indique cuántos átomos de Carbono contiene dicha firma.

4,516×10¹⁹ átomos de C

► Actividad 21

Busque en la Tabla Periódica el símbolo de los siguientes elementos y calcule la **masa atómica** expresada en gramos y en u.m.a.

a) Hidrógeno

b) Cloro

c) Oxígeno

d) Nitrógeno

e) Argón

f) Mercurio

g) Hierro

h) Radón

i) Urano

a) H; 1,0 u.m.a; $1,7 \times 10^{-24}$ g

b) Cl; 35,5 u.m.a; $5,89 \times 10^{-23}$ g

c) O; 16,0 u.m.a; $2,66 \times 10^{-23}$ g

d) N; 14,0 u.m.a; $2,32 \times 10^{-23}$ g

e) Ar; 39,9 u.m.a; $6,62 \times 10^{-23}$ g

f) Hg; 200,6 u.m.a; $3,330 \times 10^{-22}$ g

g) Fe; 55,8 u.m.a; $9,26 \times 10^{-23}$ g

h) Rn; 222 u.m.a; $3,69 \times 10^{-22}$ g

i) U; 238,0 u.m.a; $3,951 \times 10^{-22}$ g

► Actividad 22

Calcule la masa molecular expresada en gramos de los siguientes compuestos:

a) NO

b) NO₂

c) Ba(OH)₂

d) XeF₆

e) H₂CO (formaldehído)

f) C₁₂H₂₂O₁₁ (sacarosa)

g) C₁₆H₁₈N₃FO₃ (norfloxacina)

a) $4,98 \times 10^{-23}$ g

b) $7,64 \times 10^{-23}$ g

c) $2,843 \times 10^{-22}$ g

d) $4,07 \times 10^{-22}$ g

e) $4,98 \times 10^{-23}$ g

f) $5,68 \times 10^{-22}$ g

g) $5,29 \times 10^{-22}$ g

► Actividad 23

Determine la composición porcentual de:

a) KClO b) KClO₂ c) KClO₃ d) KClO₄

a) K=43,2%; Cl=39,2%; O=17,7%

b) K=36,7%; Cl=33,3%; O=30,0%

c) K=31,9%; Cl=29,0%; O=39,1%

d) K=28,2%; Cl=25,6%; O=46,2%

► Actividad 24

Calcule el porcentaje en peso de Fósforo en:

- | | | | | |
|---------------------------------|---|---|------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ | b) $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ | c) $\text{Na}_5\text{P}_3\text{O}_{10}$ | d) P_4O_{10} | e) $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$ |
| a) 20,0% | b) 26,5% | c) 25,3% | d) 43,7% | e) 27,8% |

► Actividad 25

Calcule la composición porcentual de:

- | | | | |
|-------------|---|-----------------|---|
| a) Acetona | CH_3COCH_3 | b) Alumbre | $\text{K}_2\text{SO}_4 \cdot \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 24 \text{ H}_2\text{O}$ |
| c) Alúmina | Al_2O_3 | d) Aspirina | $\text{CH}_3\text{COOC}_6\text{H}_4\text{COOH}$ |
| e) Berilio | $\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_3)_6$ | f) Carborundum | SiC |
| g) DDT | $(\text{ClC}_6\text{H}_4)_2\text{CHCCl}_3$ | h) éter etílico | $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$ |
| i) Celulosa | $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$, donde n es un número grande | | |

Respuestas:

- | | |
|-----------------|--|
| a) Acetona | $\text{C} = 62,04\% ; \text{H} = 10,41\% ; \text{O} = 27,55\%$ |
| b) Alumbre | $\text{K} = 8,24\% ; \text{S} = 13,54\% ; \text{O} = 67,47\% ; \text{Al} = 5,69\% ; \text{H} = 5,06\%$ |
| c) Alúmina | $\text{O} = 47,1\% ; \text{Al} = 52,9\%$ |
| d) Aspirina | $\text{C} = 60,0\% ; \text{H} = 4,5\% ; \text{O} = 35,5\%$ |
| e) Berilio | $\text{Be} = 5,0\% ; \text{Al} = 10,0\% ; \text{Si} = 31,4\% ; \text{O} = 53,6\%$ |
| f) Carborundum | $\text{Si} = 70,1\% ; \text{C} = 29,9\%$ |
| g) DDT | $\text{Cl} = 50,1\% ; \text{C} = 47,4\% ; \text{H} = 2,5\%$ |
| h) éter etílico | $\text{C} = 64,9\% ; \text{H} = 13,5\% ; \text{O} = 21,6\%$ |
| i) Celulosa | $\text{C} = 44,4\% ; \text{H} = 6,2\% ; \text{O} = 49,4\%$ |

► Actividad 26

Encuentre la fórmula empírica de los siguientes minerales:

- a) talco, utilizado para hacer talco en polvo y cerámicos, que contiene 19,23 % de Mg, 29,62 % de Si, 50,62 % de O, y 0,53 % de H.



- b) bórax, utilizado para ablandar aguas y combatir infecciones por hongos en la piel, que contiene 11,3 % de B, 29,4 % de O, 47,3 % de agua y 12,1 % de Na.



► Actividad 27

Un compuesto orgánico contiene 52,18 % de C, 13,04 % de H y 34,78 % de O y se observó que su masa molecular es 91.6 u.m.a. Determine:

- a) la fórmula empírica: C_2H_6O
- b) la fórmula molecular: $C_4H_{12}O_2$

► Actividad 28

Del análisis de una muestra de papel, constituido por celulosa, se encontró que estaba compuesto por 44,44% de C, 49,38 % de O y 6,18 % de H. ¿Cuál es la fórmula empírica de la celulosa?



► Actividad 29

Resuelva, calculando los ítems correspondientes, el siguiente problema en donde se resumen todos los conceptos aprendidos en esta guía. Recuerde expresar los resultados con las unidades correspondientes.

La molécula de glucosa (azúcar de uva) tiene una fórmula molecular $C_6O_6H_{12}$. Sabiendo que:

$$PA\ C = 12 \text{ u.m.a.}$$

$$PA\ O = 16 \text{ u.m.a.}$$

$$PA\ H = 1 \text{ u.m.a.}$$

- a) Su masa molecular será: 180 u.m.a.

Este resultado significa que la molécula de glucosa es 180 veces más pesada que la doceava parte del átomo de Carbono 12 ($^{12}_6C$)

- b) En una molécula de glucosa hay: 6 átomos de C, 6 átomos de O y 12 átomos de H.
- c) Un mol de glucosa pesa 180,0 g (masa molar de la glucosa)
- d) En 180 g de glucosa hay $6,022 \times 10^{23}$ moléculas de glucosa.
- e) En un mol de glucosa hay 6 moles de átomos de C, 6 moles de átomos de O y 12 moles de átomos de H. En consecuencia hay:

$$3,61 \times 10^{24} \quad \text{átomos de C}$$

$$3,61 \times 10^{24} \quad \text{átomos de O}$$

$$7,22 \times 10^{24} \quad \text{átomos de H}$$

f) 180 g de glucosa contienen:

$$72,0 \text{ g de C} \rightarrow 40,0 \% \text{ de C}$$

$$96,0 \text{ g de O} \rightarrow 53,3 \% \text{ de O}$$

$$12,0 \text{ g de H} \rightarrow 6,7 \% \text{ de H}$$

g) 1 molécula de glucosa pesa $2,99 \times 10^{-22}$ g

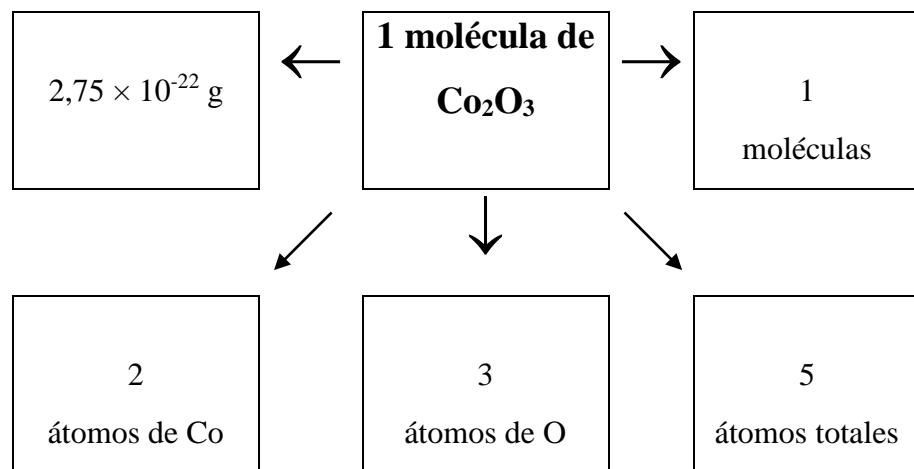
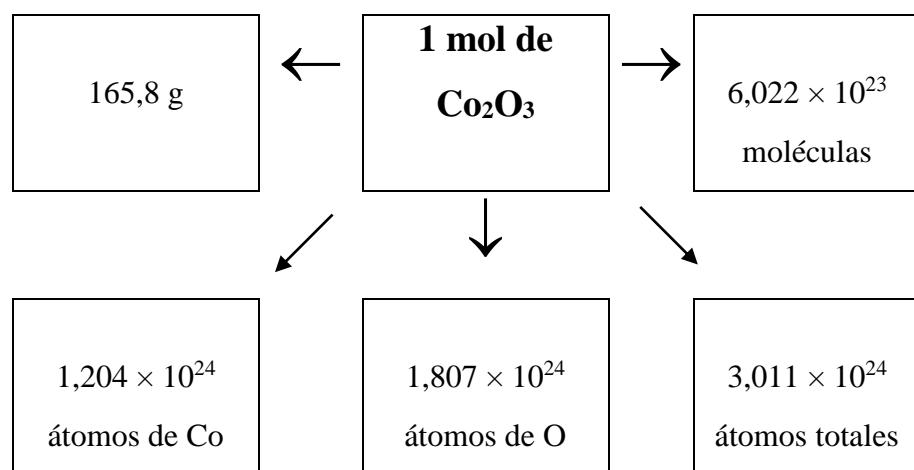
h) La fórmula molecular es $\text{C}_6\text{O}_6\text{H}_{12}$.

i) La fórmula empírica es COH_2 .

j) La fórmula empírica se encuentra contenida 6 veces en la fórmula molecular.

► Actividad 30

Complete los siguientes gráficos:



Ejercitación

- 1) La cantidad de Fe recomendada en una dieta diaria es de 18 mg para un adulto. ¿Cuántos átomos de Fe se consumirían diariamente?

$1,94 \times 10^{20}$ átomos de Fe

- 2) ¿Qué peso en gramos corresponde a:

0,5 moles de yeso de París $\text{CaSO}_4 \cdot 1/2 \text{H}_2\text{O}$: 72,6 g

1,01 mol de cuarzo SiO_2 : 60,7 g

3 moles de Hg: 601,8 g

0,42 moles de sacarina $\text{C}_6\text{H}_4(\text{CO})(\text{SO}_2)\text{NH}$: 76,9 g

0,5 moles de ibuprofeno $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_2$: 103,0 g

$1,0 \times 10^{-10}$ moles de HCl: $3,65 \times 10^{-9}$ g

- 3) Compare el porcentaje en peso de Fe en FeO , Fe_2O_3 y Fe_3O_4 . Asumiendo que el costo de 1 kg de cada óxido es el mismo ¿cuál de ellos sería el más económico en cuanto al contenido de Fe?: FeO

- 4) ¿Qué masa de O se encuentra contenido en 5,5 g de KClO_3 ? 2,15 g

- 5) ¿Cuántos átomos de Na hay en 284 g de Na_2SO_4 ? $2,41 \times 10^{24}$ átomos de Na.

- 6) ¿Cuántos átomos contiene un cubo de aluminio de 1,5 cm de arista y densidad 2,7 g/mL? $2,03 \times 10^{23}$ átomos de Al.

- 7) ¿De qué tamaño sería un cubo de Fe que contenga el mismo número de átomos que el del problema anterior? Densidad del Fe = 7,86 g/mL.: Será un cubo de 1,34 cm de arista.

- 8) Ahora que conoce el concepto de masa atómica, trate de explicar el significado de la ley de las proporciones de Proust.

Las relaciones entre las masas de los elementos que forman un determinado compuesto son constantes.

Esta ley, también conocida como ley de proporciones constantes, ley de las proporciones definidas o ley estequiométrica establece que cuando se combinan dos o más elementos para

generar un determinado compuesto, siempre lo hacen en una relación constante de masa (relación de masas invariables), es decir, en una proporción fija o definida.

9) Un mol de Oxígeno gaseoso (O_2) tiene:

- I. 2 átomos de O y $6,022 \times 10^{23}$ moléculas de O.
- II. 2 átomos de O y pesa 32 g.
- III. 2 moles de átomos de O y cada mol (átomos de O) pesa 32 g.
- IV. el número de Avogadro de moléculas de O_2 y dos veces el número de Avogadro de átomos de O.

Elija la opción que reúna todas las afirmaciones correctas:

d) Sólo IV

10) La lisina es un aminoácido cuya composición porcentual es: 49,29% de C; 9,65% de H; 21,89% de O y dos átomos de nitrógeno por cada molécula. Calcule el peso molecular y la fórmula molecular de la lisina: PM: 146,0 u.m.a. - Fórmula molecular: $C_6H_{14}O_2N_2$

11) El peso molar de la tirosina es 181g. Se encuentra que una proteína contiene 0,22 % de este aminoácido. ¿Cuál es el peso molar más bajo que podría tener la proteína?: 82272,7 g

12) Encuentre la fórmula empírica de un hidrocarburo cuya composición porcentual es C = 85,63 %; H = 14,37 %: CH_2

13) Obtenga la fórmula empírica de un compuesto que contiene 63,16 % de C, 11,84 % de H y 25,00 % F: C_4H_9F

14) Determine el número total de núcleos, protones, electrones y átomos que hay en 20 g de CH_4 :
 $3,76 \times 10^{24}$ núcleos y átomos, $7,53 \times 10^{24}$ protones y electrones.

Unidad 11 - Estequiometría

Contenidos: El cambio químico: átomos, moléculas e iones en movimiento. Las transformaciones químicas y su representación: La ecuación química. Balance de masa Igualación. Lectura. Usos de la ecuación química para relacionar las diferentes unidades de medición. Ley de la conservación de la masa. Ejercicios de aplicación. Experiencias fenomenológicas para visualizar fenómenos químicos.

Objetivo: En esta unidad se representarán reacciones químicas y se estudiará la forma de predecir cantidades de productos formados, cuánto reacciona de cada uno de los reactantes. Es fundamental comprender previamente el lenguaje de la química y las unidades de medición en el universo químico.

Videos explicativos

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLMsSqh-7TLNvhk5DhudaDdBUMJkSbAFof>

Recursos

<https://distancia.fcq.unc.edu.ar/mod/page/view.php?id=32328>

Repaso

A modo de revisión conceptual, le proponemos que realice las siguientes actividades.

► Actividad 1

Marque la opción que considere correcta.

1) La fórmula química del ácido sulfúrico es:

- a) H_2SO
 - b) H_2SO_2
 - c) H_2SO_4
 - d) HSO_3

2) En 44 gramos de CO₂ hay:

3) En 111 gramos de $\text{Ca}(\text{HO})_2$ hay:

- a) 2 mol de “moléculas del compuesto iónico”
 - b) 1 mol de “moléculas del compuesto iónico”.
 - c) 0,5 mol de “moléculas del compuesto iónico”.
 - d) 1,5 mol de “moléculas del compuesto iónico”.

4) Una de las posibles reacciones químicas para la obtención del carbonato de sodio está representada en la siguiente ecuación química:

- a) $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (ac)} + \text{NaHO} \text{ (ac)} \rightarrow \text{NaHCO}_3 \text{ (ac)} + \text{H}_2\text{O} \text{ (l)}$

b) $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (ac)} + 2 \text{NaHO} \text{ (ac)} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 \text{ (ac)} + 2 \text{H}_2\text{O} \text{ (l)}$

c) $\text{HCO}_3 \text{ (ac)} + \text{NaHO} \text{ (ac)} \rightarrow \text{NaCO}_3 \text{ (ac)} + \text{H}_2\text{O} \text{ (l)}$

d) $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (ac)} + \text{Na}(\text{HO})_2 \text{ (ac)} \rightarrow \text{NaCO}_3 \text{ (ac)} + \text{H}_2\text{O} \text{ (l)}$

5) La masa de una molécula de Cl₂O es:

6) 2 mol de H₃PO₄ contienen:

- a) $18,06 \times 10^{23}$ átomos de hidrógeno.
- b) $6,02 \times 10^{23}$ átomos de fósforo.
- c) $24,08 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno.
- d) $48,16 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno.

7) La fórmula del hidrógeno tetraoxofosfato (V) de hierro (II) es:

- a) Fe(H₂PO₄)
- b) Fe₃(HPO₄)₃
- c) FeHPO₄
- d) FeH₃PO₄

► Actividad 2

1) Calcular la masa molecular de los siguientes compuestos:

- a) H₂O
- b) (NH₄)₂Cr₂O₇ · 5 H₂O
- c) HNO₃

2) Calcular la masa de 3 y de 5 mol de “moléculas” de:

- a) K₂O
- b) Fe₂O₃
- c) PH₃

3) ¿A cuántos moles de moléculas equivalen las masas de los siguientes compuestos?

- a) 5 g de H₂O
- b) 10 g de C₆H₆
- c) 68 g de HCl

4) ¿Cuántas moléculas hay en la masa indicada de cada compuesto listado en el ejercicio 3?

5) Calcular la composición porcentual de los siguientes compuestos:

- a) Al₂O₃
- b) C₃H₆O₂
- c) NaCl

6) Calcular el porcentaje de calcio en los siguientes compuestos:

- a) CaO
- b) Ca(OH)₂
- c) CaCO₃

7) Al calentar 9,7 g de un hidrato de sulfato de cobre, $\text{CuSO}_4 \times \text{H}_2\text{O}$, se pierden 3,5 g de H_2O , que es toda el agua que tenía la muestra. ¿Cuántos moles de H_2O hay por mol de CuSO_4 en el hidrato

8) Un alimento granulado, soluble instantáneo con gusto a cacao, se presenta fortificado con hierro y vitaminas, de acuerdo a la siguiente composición por cada 100,0000 g de este alimento:

Vitamina B1	5,2 mg	Vitamina B2	4,0 mg
Vitamina B6	5,0 mg	Vitamina PP	45 mg
Hierro	23 mg		

La siguiente tabla consigna las dosis diarias recomendadas por la FAO/OMS para los niños:

Vitamina B1 1,4 mg

Vitamina B2 1,6 mg

Vitamina B6 2,0 mg

Vitamina PP 18 mg

Hierro 14 mg

¿Qué porcentaje de estas necesidades quedarían cubiertas al ingerir 25,0000 g de este alimento?

Introducción

Usted ya conoce que la materia está formada por átomos, moléculas e iones. También sabe que las especies químicas modifican su estructura química en una transformación química.

En esta parte de la guía queremos introducirlo en la problemática de la dinámica química, es decir, el cambio químico.

Estos cambios fueron observados durante mucho tiempo sin poder ser interpretados. Dichos fenómenos fueron advertidos por los griegos, los alquimistas y los químicos experimentalistas del siglo XIX, quienes fueron generando, acumulando y estructurando la información y el conocimiento para la interpretación de los cambios químicos y de las propiedades químicas de las sustancias.

Algunas de las preguntas que surgen cuando dos o más sustancias han sido mezcladas y reaccionan químicamente son:

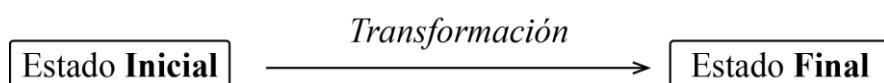
- ¿Qué cambios químicos observables desde lo macroscópico tuvieron estas sustancias?
- ¿Qué cambios químicos observables desde lo microscópico tuvieron estas sustancias?
- ¿Qué cantidades de cada una de las sustancias están involucradas en ese cambio?
- ¿Tenemos capacidad para predecir los cambios químicos y dar respuesta a estos interrogantes?

Cuando hemos analizado modelos de construcción del conocimiento científico en sistemas químicos, hemos comentado que, para la resolución de problemas, no existe un único camino predeterminado que necesariamente deba ser seguido como si fuera un dogma. El estudio de las transformaciones químicas contribuyó al esclarecimiento de la teoría atómica y de las leyes de combinación de la química, posibilitando la predicción de las cantidades de sustancias que toman parte del cambio químico.

Analicemos algunas experiencias de la vida diaria: supongamos que tenemos un encendedor que utiliza gas propano (C_3H_8) como combustible. Cuando producimos la chispa del mismo, observaremos la combustión del gas que, en presencia del oxígeno del aire (O_2) como comburente, producirá principalmente dos compuestos químicos: dióxido de carbono y agua.

Revea los conceptos de transformación y fenómeno químico desarrollados en la Unidad Temática: La Materia.

En el párrafo anterior hemos relatado un proceso de cambio químico o simplemente, una transformación química. Toda transformación tiene asociado un estado inicial, un estado final y condiciones específicas de reacción para que se produzca dicha transformación.



Las sustancias químicas que van a ser transformadas constituyen el estado inicial del sistema y se denominan **reactantes**. Las sustancias formadas se llaman **productos** y corresponden al estado final del sistema.

¿Cómo expresaría toda la información de una dada experiencia química en forma clara, precisa y de rápida comprensión para el observador?

Es posible que Ud. tenga la respuesta. Veamos si hemos coincidido.

La representación simbólica de una transformación se obtiene mediante una ecuación química, en la cual un conjunto de símbolos y fórmulas representan los cambios

Cuando se describe un experimento químico, se especifican las fórmulas de las sustancias químicas, el estado de agregación en que se encuentran (sólido, líquido o gas) o si son compuestos disueltos en agua (acuoso) y las condiciones de reacción.,

Antoine Lavoisier, quien puede ser considerado el padre de la química moderna, estableció en 1785 una ley relacionada con la conservación de la masa:

En un sistema aislado, la masa total en el sistema durante una reacción química permanece constante. Es decir, la masa consumida de los reactivos es igual a la de los productos obtenidos

En otras palabras

Nada se pierde, todo se transforma

Entonces, de acuerdo a la Ley de conservación de la masa, las ecuaciones químicas deben estar “balanceadas”, es decir, la cantidad de materia debe ser igual a cada lado de la ecuación.

► Actividad 3

- 1) Teniendo en cuenta las discusiones previas, explique la diferencia entre transformación química, fenómeno químico, reacción química y ecuación química.

- 2) Lea las siguientes afirmaciones. Justifique aquellas que considere verdaderas, y a aquellas que considere falsas, escríbalas correctamente justificando su respuesta.
 - a) Una transformación química es siempre un fenómeno químico.

 - b) Todo fenómeno químico es siempre una transformación química.

 - c) Todo fenómeno químico tiene una reacción química asociada, aunque puede suceder que no siempre se conozca la ecuación química que la representa.

 - d) Una ecuación química es la representación simbólica de una transformación, fenómeno o reacción química, de la cual se conocen las fórmulas moleculares que le dan identidad a los compuestos químicos que participan.

 - e) Una transformación química puede tener un fenómeno químico asociado y tener una ecuación química conocida.

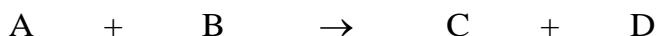
 - f) No toda reacción química está asociada a una ecuación química conocida.

- 3) Confronte sus respuestas con las de sus compañeros y analice las dudas con el docente.

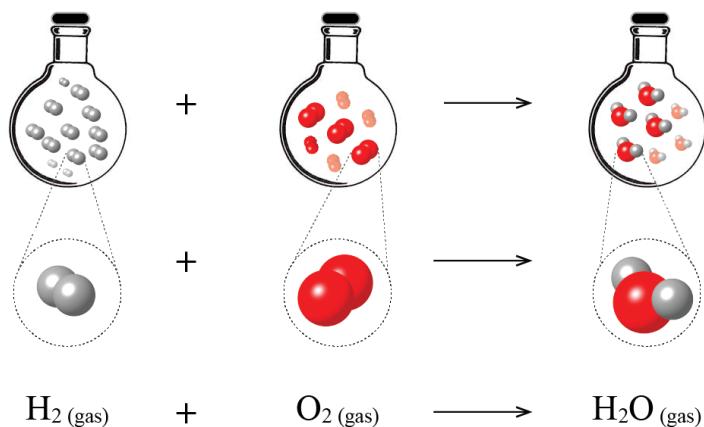
Las ecuaciones químicas y su significado

En toda reacción química podemos diferenciar las sustancias que se modifican, llamadas reactantes, de las que se originan llamadas productos.

Una ecuación química es la representación simbólica convencional de una reacción química. Esta consta de dos miembros separados por una flecha que indica el sentido de la reacción. Tanto los reactantes como los productos se representan mediante las fórmulas respectivas. Una representación generalizada es la siguiente:



A modo de ejemplo presentamos la obtención de agua a partir de hidrógeno y oxígeno molecular:



Le presentamos dos sistemas de representación simbólica diferentes: en el primer dibujo tenemos moléculas de hidrógeno y de oxígeno que las representamos como esferas rígidas unidas por un resorte. Las moléculas de agua las representamos con dos esferas rígidas unidas a otra esfera rígida de mayor tamaño. Finalmente, construimos la ecuación con los símbolos químicos correspondientes.

Luego de observar la ecuación química que representa la obtención de agua, ¿puede observar y/o deducir si se cumple la Ley de conservación de la masa? SÍ-NO. Explique con sus palabras.

Si aplicamos esta ley a la ecuación química descripta, observamos que existen dos átomos de oxígeno del lado de los reactantes y solo uno forma parte de la molécula de agua producto. Esto significa que la ecuación química está incompleta, pues no obedece la ley de conservación de la masa.

► Actividad 4

¿Cómo podemos solucionar este último problema, de modo que reaccione todo el hidrógeno y el oxígeno molecular disponible?

1) Elija la opción que le permita solucionar este problema aplicando el principio de Avogadro – Ampere que sostiene lo siguiente: Volúmenes iguales de gases diferentes contienen igual número de moléculas cuando son medidos en iguales condiciones de presión y temperatura.

a) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de oxígeno molecular, disminuimos a la mitad el volumen y los moles de hidrógeno molecular, y se formará igual volumen y cantidad de moles de agua que los moles de oxígeno molecular iniciales.

Respuesta: se forman mol de agua. **Es solución del problema:** SÍ-NO.

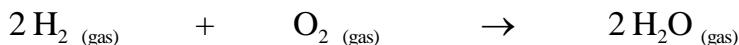
b) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de hidrógeno molecular, duplicamos el volumen y la cantidad de moles de oxígeno y se formará igual volumen y cantidad de moles de agua que los moles de hidrógeno molecular iniciales.

Respuesta: se forman mol de agua. **Es solución del problema:** SÍ-NO.

c) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de oxígeno molecular, duplicamos el volumen y la cantidad de moles de hidrógeno molecular y se duplica la cantidad de moles de agua.

Respuesta: se forman mol de agua. **Es solución del problema:** SÍ-NO.

Compruebe la validez de la respuesta elegida por Ud. comparando su razonamiento con el siguiente esquema:

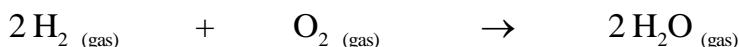


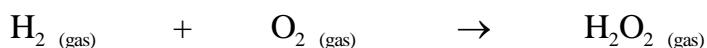
Donde los números que se anteponen a las fórmulas químicas se denominan coeficientes estequiométricos.

Hemos aplicado la Ley de conservación de la masa y podemos comprobar que la ecuación química está balanceada, porque existe el mismo número de átomos de cada elemento a cada lado de la ecuación. Como reactantes tenemos dos moles de moléculas de hidrógeno y un mol de moléculas de oxígeno y como productos tenemos dos moles de moléculas de agua.

Nota: Un error frecuente es modificar las atomicidades de los compuestos químicos que reaccionan y/o que se producen. Es importante aclarar que, en este proceso de balancear una ecuación, las atomicidades en una fórmula química NO PUEDEN SER CAMBIADOS porque modifica la identidad de los reactantes y/o productos. En cambio, debemos destacar que, cuando se modifica un coeficiente de una dada fórmula química no cambia la naturaleza química de la misma.

2) Para demostrar lo anterior, le proponemos que analice las siguientes transformaciones químicas.





Establezca las diferencias entre las dos transformaciones químicas. Responda justificando su respuesta.

- a) Ambas tienen los mismos reactantes.
- b) Ambas tienen los mismos productos.
- c) Ambas tienen iguales coeficientes estequiométricos.
- d) Ambas tienen iguales atomicidades en la molécula (subíndices) en los reactantes y en los productos.
- e) Ambos productos tienen las mismas propiedades físicas y químicas.

Balance de masa en ecuaciones químicas

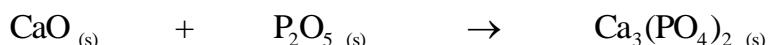
Le proponemos que utilice los siguientes métodos para balancear ecuaciones.

Método iterativo (también conocido como método de prueba y error)

Algunas ecuaciones son fácilmente balanceadas, en cambio otras son un poco más complicadas. Para aplicar este método debemos seguir algunas reglas prácticas:

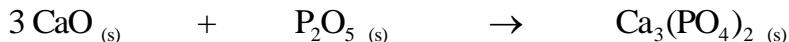
- I) Comenzar con el elemento que sólo aparece una vez en reactantes y en productos.
- II) Dar preferencia al elemento que posee una mayor atomicidad.

Ejemplo 1: Tomemos una ecuación química:



Tenemos calcio y fósforo, que aparecen una sola vez a cada lado de la ecuación.

¿Por dónde comenzar? Por la regla II, se debe comenzar por el elemento que tiene mayor atomicidad, en este caso el catión calcio tienen subíndice 3 en el compuesto iónico fosfato de calcio. Por lo tanto, el coeficiente del óxido de calcio deber ser 3.



La ecuación queda balanceada y se verifica que cumple con la ley de conservación de la masa:

En el estado inicial los reactantes	En el estado final los productos
3 cationes calcio	3 cationes calcio
(3 + 5) “aniones” óxido = 8 “aniones” óxido	8 “aniones” óxido

2 “cationes” fósforo (5+)

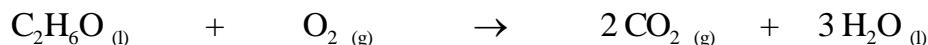
2 “cationes” fósforo (5+)

Ejemplo 2: La combustión de etanol $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$, es descripta por la siguiente ecuación química:



¿Cómo se eligen los coeficientes?

De acuerdo con la regla I debemos comenzar por el elemento que aparece una sola vez de cada lado de la ecuación, en este caso tenemos al carbono y al hidrógeno. Por tanto, en el lado derecho, se debe multiplicar la molécula que contiene al carbono por 2 y a la que contiene hidrógeno por 3, para obtener 2 átomos de carbono y 6 átomos de hidrógeno a cada lado de la ecuación.



Para realizar el balance de los átomos de oxígeno, reconocemos que desde los productos tenemos 4 átomos de oxígeno del CO_2 y 3 átomos de oxígeno de las moléculas del agua. En total tenemos 7 átomos de oxígeno del lado de los productos y sólo 3 del lado de los reactantes, 1 átomo de oxígeno del $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ y 2 átomos del oxígeno molecular. Por lo tanto, debemos multiplicar por 3 a la molécula de O_2 en reactantes.

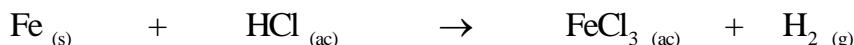
De esta manera la ecuación química queda balanceada.



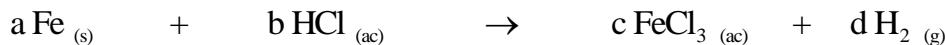
Método algebraico

Como ya lo expresamos existen ecuaciones químicas cuyo proceso de balanceo es obvio a simple vista. Sin embargo, hay otras que no son tan evidentes, es más complicado determinar los coeficientes. Por lo tanto, es importante disponer de un método estructurado desde los conceptos aprendidos en sistemas de ecuaciones que facilite al estudiante, el proceso de igualación de ecuaciones complejas. Esta herramienta es conocida como método algebraico. A continuación, le presentamos algunos ejemplos desarrollados para que los alumnos lo resuelvan, verifiquen su utilidad y reconozcan en qué casos pueden aplicarlo.

Ejemplo 1: se procede en varias etapas:



- 1) A cada sustancia se le asigna una letra que corresponde al coeficiente desconocido:



Se iguala el número de átomos de cada elemento presente en cada miembro de la ecuación. Para el hierro se tienen **a** átomos en el primer miembro y **c** átomos en el segundo, por lo tanto:

$$a = c$$

Para el hidrógeno se tienen **b** átomos en reactivos y **2d** átomos en productos, por lo tanto:

$$b = 2d$$

Para el cloro se tienen **b** átomos en el primer miembro y **3c** átomos en productos, por lo tanto:

$$b = 3c$$

Como se tienen 3 ecuaciones con cuatro incógnitas, se establece que uno de los coeficientes adopte un valor arbitrario. Por ejemplo, **a = 1**. Reemplazando:

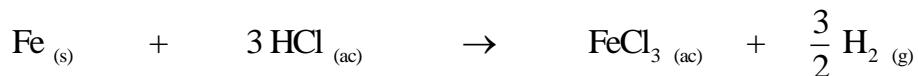
$$c = 1$$

$$b = 3c \Rightarrow b = 3$$

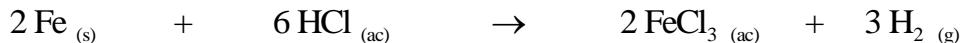
$$b = 2d \Rightarrow d = b/2$$

$$d = 3/2$$

Si reemplazamos en la ecuación los valores obtenidos para **a, b, c** y **d**.



Con el fin de obtener coeficientes enteros, multiplicamos cada uno de ellos por 2, quedando entonces:



Considerando que $c \in \mathbb{Q}$ tenemos infinitas soluciones. Normalmente se trabaja con el conjunto de números enteros más pequeños.

Ejemplo 2:



$$\textbf{Mn: } a = c$$

$$\textbf{O: } 2a = e$$

$$\textbf{H: } b = 2e$$

$$\textbf{Cl: } b = 2c + 2d$$

Si asignamos **b = 1**, tendremos...

$$\textbf{Mn: } a = c$$

$$\textbf{O: } 2a = e$$

$$\textbf{H: } 1 = 2e$$

$$\textbf{Cl: } 1 = 2c + 2d$$

Por lo tanto...

$$\textbf{H: } b = 2e \Rightarrow e = \frac{1}{2}$$

$$\textbf{O: } a = e/2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\text{Mn: } a = c \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$\text{Cl: } 1 = 2c + 2d \Rightarrow d = \frac{1}{4}$$

Para obtener coeficientes enteros multiplicamos cada uno de ellos por cuatro...

$$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 1 \quad d = 1 \quad e = 2$$

Por lo tanto, la ecuación balanceada es:



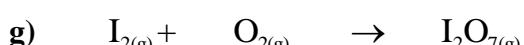
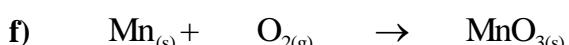
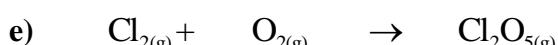
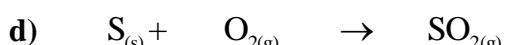
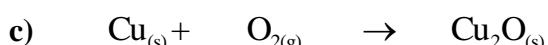
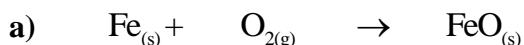
Sólo le resta a Ud. verificar el balance de masa en ambos miembros.

Por convención, son los químicos quienes deciden si los coeficientes deben ser presentados con números enteros o fraccionarios en la ecuación química. Para facilitar la lectura de las ecuaciones balanceadas y uniformar los criterios, se acostumbra emplear los coeficientes enteros mínimos.

Una ecuación química balanceada contiene los coeficientes estequiométricos delante de las fórmulas de los reactantes y productos, tal que el número de átomos de cada especie en el estado inicial y final sea el mismo

► Actividad 5

Balancear las siguientes ecuaciones químicas:



- k) $\text{Cl}_2\text{O}_{(s)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{HClO}_{(\text{ac})}$

l) $\text{Cl}_2\text{O}_{3(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{HClO}_{2(\text{ac})}$

ll) $\text{Cl}_2\text{O}_{5(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{HClO}_{3(\text{ac})}$

m) $\text{Cl}_2\text{O}_{7(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{HClO}_{4(\text{ac})}$

n) $\text{SO}_{2(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_{3(\text{ac})}$

ñ) $\text{SO}_{3(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{ac})}$

o) $\text{HClO}_{3(\text{ac})} + \text{Na(OH)}_{(\text{ac})} \rightarrow \text{NaClO}_{3(\text{ac})} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

p) $\text{HNO}_{3(\text{ac})} + \text{Ca(OH)}_{2(\text{ac})} \rightarrow \text{Ca(NO}_3)_2{}_{(\text{ac})} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

q) $\text{H}_2\text{CO}_{3(\text{ac})} + \text{Na(OH)}_{(\text{ac})} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_{3(\text{ac})} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

r) $\text{NO}_{(g)} + \text{Cl}_{2(g)} \rightarrow \text{NOCl}_{(g)}$

s) $\text{KClO}_{3(s)} \rightarrow \text{KCl}_{(s)} + \text{O}_{2(g)}$

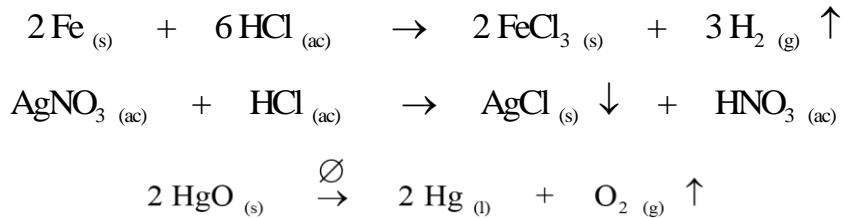
t) $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_{7(s)} \rightarrow \text{Cr}_2\text{O}_{3(s)} + \text{N}_{2(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

u) $\text{C}_4\text{H}_{10(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow \text{CO}_{2(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

Recomendaciones: En los casos que el problema, el ejercicio o la situación problematizada tengan información explícita relacionada con las condiciones adecuadas para que la transformación química ocurra, es importante que en las ecuaciones químicas se indiquen:

- Las condiciones de reacción (presión, temperatura, tiempo de reacción, solvente, etc.)
 - Los estados de agregación o la disolución de especies en agua, de los reactantes y productos, adoptándose la siguiente representación:
(s) indica sólido (l) indica líquido
(g) indica gas (ac) indica especie en solución acuosa

La formación de un precipitado se indica con la flecha ↓ o de un precipitado coloidal con (col) y en un sistema abierto el desprendimiento de un gas puede indicarse con una flecha ↑.



Esta última ecuación expresa que cuando 2 mol de óxido de mercurio (II) en estado sólido se transforman por la acción del calor (\emptyset) producen (\rightarrow) 2 mol de mercurio líquido y 1 mol de oxígeno gaseoso.

El párrafo anterior también puede ser leído de la siguiente manera:

2 moléculas de óxido producen 2 átomos de y una molécula de

Lea atentamente los dos últimos párrafos y busque semejanzas y diferencias. Escríbalos.

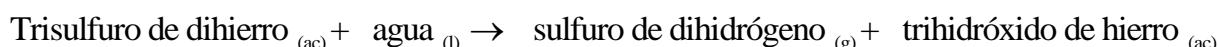
► Actividad 6

1) Dada la siguiente ecuación química:



Determine los coeficientes estequiométricos que la balancean.

2) Para la siguiente reacción.



La opción que contiene la secuencia correcta de coeficientes estequiométricos es:

- a) 6, 2, 3, 1 b) 1, 6, 2, 3 c) 3, 2, 1, 6 d) 1, 6, 3, 2

3) El monóxido de nitrógeno es un gas incoloro que se obtiene en el laboratorio según la siguiente ecuación parcialmente balanceada:



Determine los valores de q, x, w e y que balancean la ecuación química.

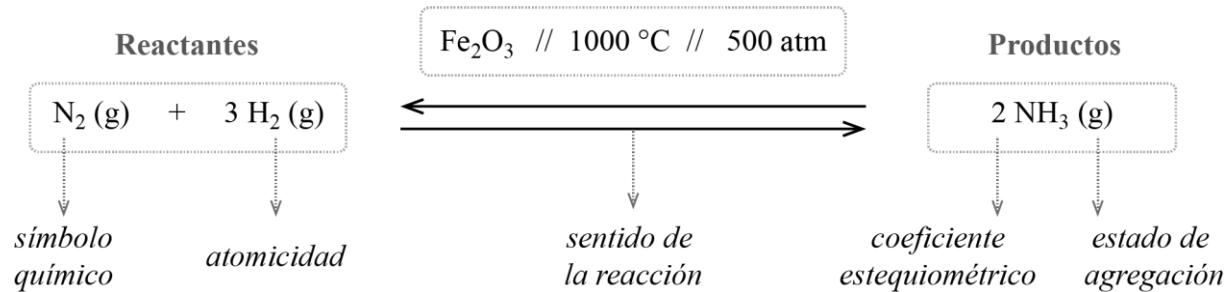
► Actividad 7

Se tiene un sistema formado por dos balones de vidrio Pirex unidos por una válvula. El primer balón fue evacuado y solo contiene fósforo elemental [$P_{4(s)}$], en el segundo balón se introdujo cloro molecular [$Cl_{2(g)}$], un gas de color amarillento. Se abre la válvula y al cabo de cierto tiempo se observa la desaparición del sólido y de la coloración de la fase gaseosa, observándose la aparición de un líquido viscoso identificado como cloruro de fósforo (III).

- 1) Identifique las sustancias químicas indicadas en el texto y escriba las fórmulas químicas de cada
- 2) Reconozca los reactantes y los productos y sus estados de agregación.
- 3) Escriba la ecuación química balanceada.
- 4) Indique cuales son los coeficientes estequiométricos y cuales las atomicidades de cada una de las especies involucradas.

A modo de resumen le presentamos un cuadro que le puede servir de guía para la representación simbólica de una transformación química y que reconocemos como **ecuación química**.

Condiciones necesarias
para que la reacción ocurra:
catalizador, temperatura, presión, etc.

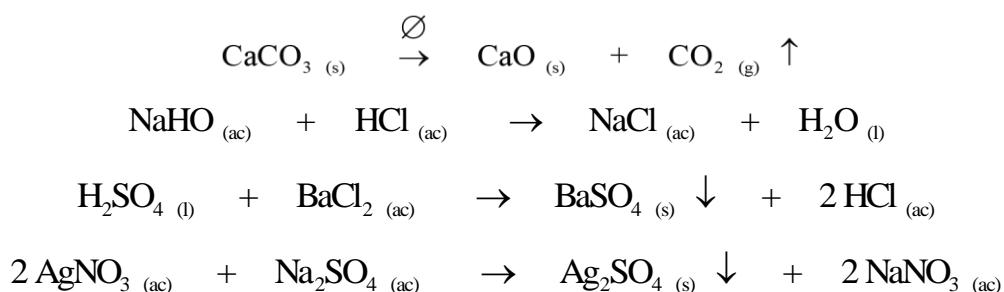


Algunas reacciones químicas de interés en este curso

De acuerdo con los conocimientos construidos hasta este momento, podemos establecer dos grandes categorías de reacciones químicas.

Reacciones químicas que transcurren sin cambio en el número de oxidación de las especies (átomos, iones y/o moléculas)

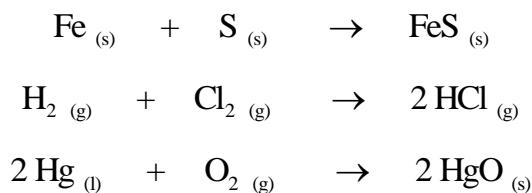
Son aquellas en las que antes de producirse la transformación química y después de la misma todas las especies conservan el mismo número de oxidación. Veamos algunos ejemplos.



Para comprobar la veracidad de lo expresado anteriormente, le proponemos que Ud. verifique los números de oxidación de cada uno de los átomos, a ambos lados de la ecuación.

Reacciones químicas que transcurren con cambio en el número de oxidación de algunas especies

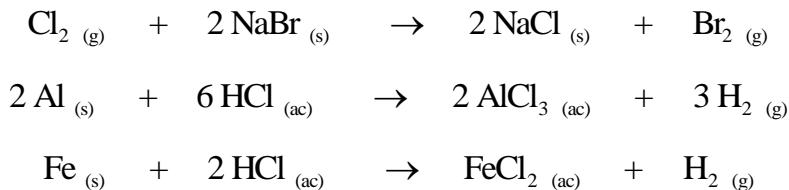
Tenga en cuenta que otras pueden conservar el mismo número de oxidación durante el transcurso de la transformación química. Algunos ejemplos son:



Verifique el cambio del número de oxidación de los átomos en cada caso. Justifique su respuesta.

Estos ejemplos permiten demostrar que dentro de la categoría de reacciones con cambio en el número de oxidación podemos encontrar otras subcategorías, en este caso particular todas son transformaciones que parten de elementos y forman un dado compuesto. Este tipo de transformaciones son conocidas como reacciones de formación o de síntesis del producto en cuestión.

Le proponemos ahora que analice las siguientes reacciones:



Verifique los números de oxidación de los átomos a ambos lados de la ecuación química e indique cuáles son las especies químicas que no lo cambian.

► Actividad 8

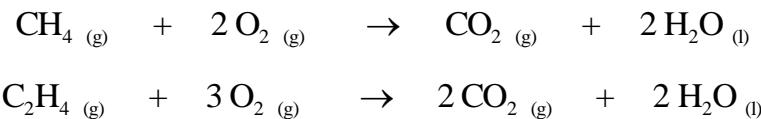
En la introducción de esta guía le presentamos una descripción de lo observable en un encendedor de gas propano. Con toda la información y la construcción del conocimiento que Ud. ha podido realizar le proponemos que relea ese párrafo:

Analicemos algunas experiencias de la vida diaria: supongamos que tenemos un encendedor que utiliza gas propano (C_3H_8) como combustible. Cuando producimos la chispa en el mismo, observaremos la combustión del gas, que en presencia del aire (O_2) como comburente producirá principalmente dos compuestos químicos: dióxido de carbono y agua.

Trate de plantear la ecuación química que lo representa.

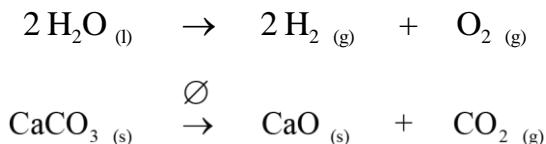
Este tipo de reacciones son denominadas **Reacciones de Combustión** y serán frecuentemente usadas en este curso.

Otros ejemplos de este tipo de reacciones son:



► Actividad 9

Las siguientes reacciones químicas son dos ejemplos de reacciones de descomposición.



Reacciones de descomposición: Este tipo de reacciones ocurren cuando a partir de un único compuesto se obtienen dos o más productos. Algunos compuestos químicos sufren descomposición en presencia de calor (\emptyset), es decir descomposición térmica.

De acuerdo con las categorías definidas anteriormente, se afirma que:

- La descomposición del agua líquida por electrólisis transcurre sin cambio en el número de oxidación.
- La descomposición del agua líquida por electrólisis transcurre con cambio en el número de oxidación.
- La descomposición térmica del carbonato de calcio sólido transcurre sin cambio en el número de oxidación.

- d) La descomposición térmica del carbonato de calcio sólido transcurre con cambio en el número de oxidación.

Confronte con sus compañeros y/o docente la veracidad o no de cada una de las afirmaciones anteriores.

La cuantificación del cambio químico y sus aplicaciones

La palabra **ESTEQUIOMETRÍA** fue introducida en 1792 por Jeremías Richter para identificar la rama de la ciencia que se ocupa de establecer relaciones funcionales cualitativas y cuantitativas en las transformaciones químicas. Actualmente, el término es utilizado para designar aspectos cuantitativos de la información que se obtiene a partir de las múltiples relaciones entre símbolos, relaciones de combinación, fórmulas, atomicidades, coeficientes y ecuaciones.

Uno de los aspectos más importantes que se presentan al estudiar en detalle las reacciones químicas, es tratar de efectuar relaciones cuantitativas a través de ellas; como, por ejemplo, determinar qué cantidad de un reactante se necesita para obtener una cantidad determinada de un dado producto. Estas relaciones cuantitativas o estequiométricas tienen un conjunto de conocimientos previos necesarios para explicar los conceptos ya estudiados de mol, masa molecular, número de Avogadro, etc.

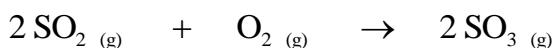
Preguntas tales como:

- ¿Qué cantidad de reactante se deberá utilizar para producir una cantidad deseada del producto en condiciones adecuadas?
- ¿Qué cantidad de producto se podrá preparar en el laboratorio cuando se dispone de una cantidad limitada de uno de los reactantes?
- ¿Qué sucederá si en un sistema de dos reactantes uno está en exceso con respecto al otro?

Son algunos de los interrogantes que tendrán respuesta a través de la información derivada de las ecuaciones químicas balanceadas y de los conceptos químicos que ha elaborado a lo largo de este curso.

La estequometría es una herramienta indispensable para la iniciación del estudio de los principios y leyes de la Química. Problemas tan diversos como, la determinación de la concentración de calcio en una muestra de agua, la de colesterol en una muestra de sangre, la medición de la concentración de óxidos de nitrógeno en la atmósfera y la evaluación de diferentes procesos para convertir el carbón en combustibles, comprenden conceptos teóricos, procedimentales y operacionales de la Aritmética Química o la Estequometría para su resolución.

A modo de ejemplo analizaremos la siguiente reacción de formación de trióxido de azufre, a partir de dióxido de azufre y oxígeno.



Llea atentamente las afirmaciones completas y verifique el balance de masa.

CADA VEZ QUE...	REACCIONAN CON...	FORMAN...
2 moléculas de SO ₂	1 molécula de O ₂	2 moléculas de SO ₃
2 mol de SO ₂
.....	32 g de O ₂
.....	125 g de SO ₃

Recursos alternativos para resolución de problemas

Recuerde que existen algunas estrategias válidas para la resolución de problemas. A continuación, le presentamos dos formas de resolver un problema de estequiométría, con el grado de avance que Ud. alcance podrá reconocer cuál o cuáles serán los recursos de resolución con los cuales se identifica y le son más amigables.

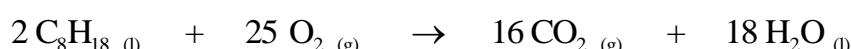
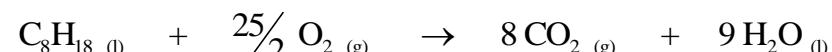
Para ello le presentamos la siguiente reacción química:

“Supongamos que la nafta está compuesta únicamente por isooctano [C₈H₁₈ (l)] y queremos conocer cuántos gramos de oxígeno reaccionan en la combustión de 100g de isooctano”.

Esquema operacional 1:

- 1) Escriba la ecuación química y establezca el balance de masa.
- 2) Coloque el estado de agregación de los reactantes y productos, si dispone de dicha información, en caso contrario consulte con su docente.
- 3) Convierta la información suministrada en unidades físicas (ej. gramos) en una unidad química adecuada (por ejemplo, en moles, moléculas, iones, etc.)
- 4) Plantee las relaciones molares a través de la ecuación química balanceada.
- 5) Convierta los moles a la unidad solicitada (gramos, moléculas, volúmenes, etc.)

Con las **sugerencias 1 y 2**, escribimos y balanceamos la ecuación química que representa la reacción:



Con la **sugerencia 3**, convertimos los datos a moles:

Masa molecular de C₈H₁₈ = 114,2 u.m.a.

Masa molar de C₈H₁₈ = 114,2 g

Número de moles de C₈H₁₈ en 100 g = 0,8757 mol

Con la **sugerencia 4**, obtenemos la relación molar entre los reactantes y productos de la ecuación química balanceada, y sabemos que 2 mol de C₈H₁₈ reaccionan con 25 mol de O₂.

$$\text{Relación estequiométrica: } \frac{2 \text{ moles de C}_8\text{H}_{18}}{25 \text{ moles de O}_2} = \frac{0,8757 \text{ moles de C}_8\text{H}_{18}}{x \text{ moles de O}_2}$$

$$x \text{ moles de O}_2 = 10,95 \text{ moles de O}_2$$

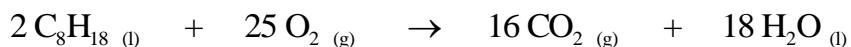
Con la **sugerencia 5**, convertimos los moles totales de O₂ en gramos de O₂, tal como lo pide el enunciado del problema.

$$\frac{1 \text{ mol de O}_2}{32 \text{ g de O}_2} = \frac{10,95 \text{ moles de O}_2}{x \text{ g de O}_2} \quad x = 350,4 \text{ g de O}_2$$

Esquema Operacional 2:

- 1) Escriba la ecuación química y establezca el balance de masa.
- 2) Coloque el estado de agregación de los reactantes y productos, si dispone de dicha información, en caso contrario consulte con su docente.
- 3) Identifique en la ecuación química, los datos y la incógnita del problema.
- 4) Plantee las relaciones molares en gramos, en moléculas, etc., de acuerdo a los datos y las incógnitas del problema.

Las **sugerencias 1 y 2** son iguales en ambos esquemas operacionales. Con la **sugerencia 3**, identificamos en la ecuación química balanceada, datos e incógnitas:



Datos del problema: 100 g de combustible

Identificación de la incógnita: gramos de oxígeno molecular consumido por 100 g de combustible.

Con la **sugerencia 4**, obtenemos las relaciones en gramos según la ecuación química balanceada, los datos y las incógnitas del problema.

Masa molecular de C₈H₁₈ = 114,2 u.m.a.

Masa molar de C₈H₁₈ = 114,2 g

Masa molar de O₂ = 32 g

$$\frac{2 \text{ moles} \times 114,2 \text{ g/mol de } C_8H_{18}}{100 \text{ g de } C_8H_{18}} = \frac{25 \text{ moles} \times 32 \text{ g/mol de } O_2}{x \text{ ? g de } O_2}$$

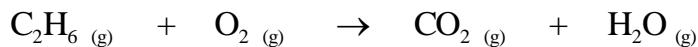
$$x \text{ g de } O_2 = 3509 \text{ g de } O_2$$

Este tipo de problemas son simples para la resolución, a medida que avancemos, el grado de complejidad aumentará y su capacidad de resolución estará sustentada en reconocer las etapas necesarias para dar respuestas a las incógnitas planteadas.

La resolución de problemas de estequiométría es uno de los pilares fundamentales para comprender cuantitativamente el cambio químico y sus aplicaciones a múltiples situaciones de la vida profesional de un químico

► Actividad 10

1) Determine los gramos de O₂ que se requieren para reaccionar con 5 mol de C₂H₆ de acuerdo con la siguiente ecuación no balanceada:



2) Calcule el número de moléculas de amoníaco que serán necesarias para convertir 5,30 gramos de tetraoxosulfato (VI) de dihidrógeno en sulfato de amonio.

3) Calcule la masa de ácido clorhídrico necesaria para convertir totalmente 7,32 g de carbonato de calcio en cloruro de calcio acuoso, dióxido de carbono gaseoso y agua (l).

4) Calcule la masa de dióxido de carbono que se formará por la descomposición térmica completa de una tonelada de carbonato de calcio:



Reactivos limitante

Lea atentamente el siguiente ejemplo relacionado con una situación problemática de la vida diaria: Juan necesita 100 tornillos con dos tuercas cada uno. Se dirige a la ferretería y le informan que sólo tienen 80 tornillos y 200 tuercas.

a) Exprese el problema en forma de ecuación, considerando a los tornillos y a las tuercas como reactantes.

- b) ¿Cuántos conjuntos de tornillo y tuerca (producto) puede armar?
- c) ¿Qué tipo de pieza (reactante) sobró en la ferretería? ¿Qué cantidad?
- d) ¿Qué tipo de pieza (reactante) faltó? ¿Qué cantidad?

Una situación análoga se produce en una reacción química cuando partimos de masas de reactivos que no cumplen exactamente con la **relación estequiométrica**. Este hecho genera una situación nueva en donde habrá un reactivo limitante y otro en exceso. El **reactivo limitante** es la sustancia que se consume completamente en una reacción y es el que determina o limita la cantidad de producto que se forma.

Veamos cómo proceder para resolver un problema:



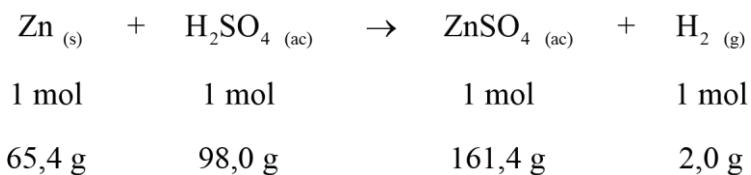
¿Qué sucede si se hacen reaccionar 7,0 g de Zn con 40,0 g de H₂SO₄?

¿Ambas sustancias reaccionan totalmente?

De no ser así, ¿qué sustancia reacciona totalmente y cuántos gramos de la otra permanecen sin reaccionar?

¿Qué masa de ZnSO₄ se forma?

De la ecuación química podemos sacar las siguientes relaciones estequiométricas:



Para determinar cuál es el reactivo limitante y cuál está en exceso, hay que comparar la relación molar dada en el problema con la relación estequiométrica de los reactivos:

Número de moles de Zn en el problema	:	$7,00 \text{ g} / 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$	=	0,107
Número de moles de H ₂ SO ₄ en el problema	:	$40,0 \text{ g} / 98,0 \text{ g. mol}^{-1}$	=	0,408
Relación estequiométrica	:	$n \text{ Zn} / n \text{ H}_2\text{SO}_4$	=	1/1
Relación real del problema	:	$0,107 \text{ Zn} / 0,408 \text{ H}_2\text{SO}_4$	=	0,262
Relación estequiométrica	:	$m \text{ H}_2\text{SO}_4 / m \text{ Zn}$	=	1/1
Relación real del problema	:	$0,408 \text{ H}_2\text{SO}_4 / 0,107 \text{ Zn}$	=	3,813

Comparando la relación estequiométrica (1/1) con las relaciones reales del problema: moles de Zn / moles de H₂SO₄ es menor que 1 y moles de H₂SO₄ / moles de Zn es mayor que 1. Esto indica que el número de moles de **Zn** está en **defecto** y por consiguiente es el **reactivo limitante** mientras que, el **H₂SO₄** está en **exceso**.

El reactivo limitante es el que está en menor proporción molar respecto a la relación estequiométrica

Para saber qué masa de H₂SO₄ está en exceso, hay que realizar el siguiente cálculo: si había inicialmente 0,408 mol de H₂SO₄ y reaccionaron 0,107 mol, permanecen sin reaccionar:

$$0,408 - 0,107 = 0,301 \text{ mol}$$

$$\frac{\text{moles de } H_2SO_4}{980 \text{ g de } H_2SO_4} = \frac{0,301 \text{ mol de } H_2SO_4}{x}$$

$$x = 29,5 \text{ g de } H_2SO_4$$

Entonces quedan sin reaccionar 29,5 g de H₂SO₄.

Para saber qué masa de sal se forma, hay que hacer el siguiente razonamiento:

$$\frac{1 \text{ mol de Zn}}{0,107 \text{ mol de Zn}} = \frac{1614 \text{ g de } ZnSO_4}{x}$$

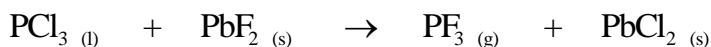
$$x = 17,3 \text{ g de } ZnSO_4$$

De lo anterior podemos concluir que:

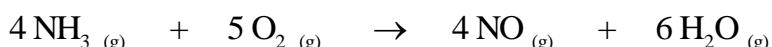
Los cálculos estequiométricos siempre se realizan tomando como referencia el reactivo limitante que al consumirse completamente impide que la reacción química siga transcurriendo

► Actividad 11

1) ¿Cuántos gramos de PbCl₂ pueden ser obtenidos a partir de la mezcla de 27,5g de PCl₃ y de 49 g de PbF₂? La ecuación química no balanceada que representa dicha reacción es:



2) Uno de los pasos del proceso comercial para la fabricación del ácido nítrico comprende la oxidación de NH₃ a NO, según la siguiente ecuación balanceada:



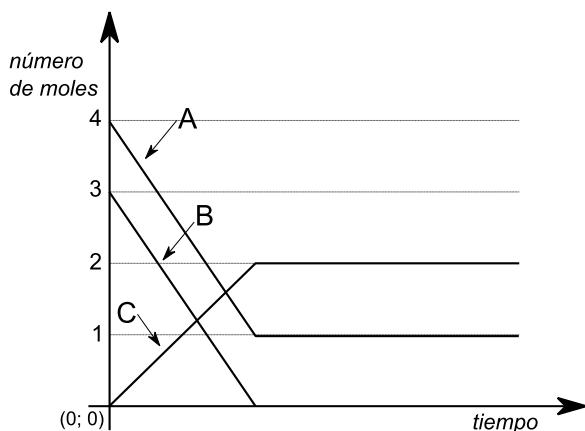
Si se hacen reaccionar 16 g de oxígeno con 17 g de amoníaco ¿Cuántos moles de agua y de monóxido de nitrógeno se forman?

► Actividad 12

En un recipiente se colocan 4 mol de A y 3 mol de B, que reaccionan para dar la especie C, de acuerdo a la siguiente ecuación química no balanceada:



El siguiente gráfico muestra cómo cambian las cantidades de A, B y C mientras avanza la reacción en el tiempo:

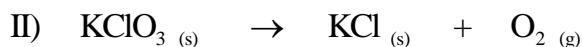


¿Cuál es la estequiometría de la reacción?

Por cada mol de A que reacciona, ¿cuántos moles de B se consumen?

Ejercitación

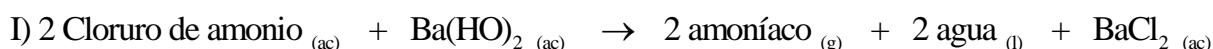
1) Dadas las siguientes ecuaciones químicas:

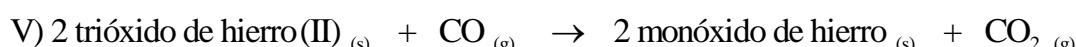
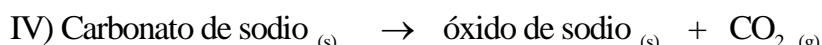


indique cuáles ocurren con *cambio en el estado de oxidación*:

- a) Sólo I b) I y II c) Sólo II d) III y IV

2) Dadas las siguientes ecuaciones químicas:

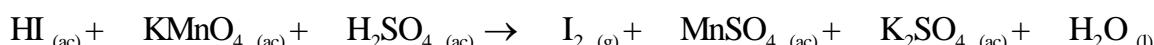




indique cuáles están correctamente balanceadas:

- a) I, II y IV b) Todas c) I y II d) III, IV y V

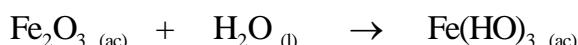
3) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



El número de *moles* de ácido iodhídrico y la masa expresada en *gramos* de permanganato de potasio que se necesitan para producir 2,20 mol de iodo son:

- a) 2,20; 139 b) 4,40; 695 c) 4,40; 139 d) 2,20; 695

4) Dada la siguiente ecuación química, que representa la reacción química para la obtención de hidróxido férrico:



a) Equilibrar la ecuación

b) Calcular los gramos de cada una de las sustancias que participan de la reacción, según la relación estequiométrica.

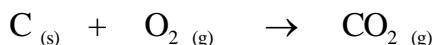
c) ¿Cuántos gramos de Fe_2O_3 y H_2O se necesitan para obtener 180 g de $\text{Fe}(\text{HO})_3$?

5) Todas las piezas de hierro oxidadas contienen un compuesto químico $\text{Fe}_3\text{O}_{4(s)}$, óxido de hierro (II) y (III), el cual forma el llamado *herrumbre*. Para recuperar el hierro de esos materiales, se los trata con hidrógeno, $\text{H}_2\text{(g)}$, a altas temperaturas, según la siguiente reacción:



¿Cuántos gramos de hidrógeno son necesarios para producir 100,0 g de hierro?

6) Considere la siguiente ecuación química no balanceada:



Si 1200 kg de carbono reaccionan con suficiente cantidad de oxígeno para dar dióxido de carbono:

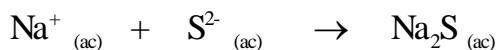
¿cuántos kg de CO_2 se obtienen?

¿cuántos kg de O_2 fueron necesarios en esta reacción?

¿cuántos átomos de carbono se consumieron?

¿cuántas moléculas de CO₂ se formaron?

7) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



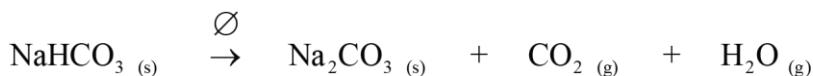
a) ¿qué cantidad de iones sulfuro puede reaccionar con 0,5 mol de iones sodio?

b) ¿cuántos moles de sulfuro de sodio se producen?

c) ¿cuántos gramos de sulfuro de sodio se producen?

d) ¿cuántas moléculas de sulfuro de sodio se producen?

8) El Na₂CO_{3(s)} se produce en forma comercial por calentamiento de carbonato ácido de sodio:



a) ¿Cuántos gramos de carbonato ácido de sodio se necesitan por cada gramo de carbonato de sodio que se produce?

b) ¿Cuántos gramos de carbonato de sodio se pueden obtener a partir de 178 g de NaHCO₃?

c) ¿Cuántos gramos de CO₂ se obtendrán en la reacción del inciso b?

9) El fosgeno, COCl₂, es un gas tóxico, puesto que cuando es inhalado reacciona con agua a nivel pulmonar produciendo ácido clorhídrico y dióxido de carbono.

a) Escriba y balancee la ecuación química que representa la reacción.

b) ¿Cuántos moles de ácido clorhídrico se forman cuando reaccionan 0,5 mol de fosgeno?

c) ¿Cuántos moles y cuántos gramos de dióxido de carbono se producen?

d) ¿Cuántos gramos de ácido clorhídrico se producen si reaccionan 1,3 mol de fosgeno?

10) La descomposición térmica del hidrógeno trioxocarbonato (IV) de sodio (sólido) origina trioxocarbonato (IV) de disodio (sólido), dióxido de carbono (gaseoso) y agua (vapor). Si se someten 42 g de hidrógeno trioxocarbonato (IV) de sodio a descomposición térmica, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo es la ecuación química balanceada que representa dicha reacción?

b) ¿Cuántos moles y cuántos gramos de trioxocarbonato de disodio se producen?

c) ¿Cuántos gramos de dióxido de carbono se formaron?

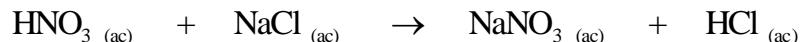
d) ¿Cuántas moléculas de agua se produjeron?

11) Al mezclar dos soluciones que contienen 7,00 g de CaCl₂ y 14,0 g de AgNO₃ respectivamente, se forma bis [trioxonitrato (V)] de calcio y un precipitado de cloruro de plata.

a) Indicar si existe o no un reactivo en exceso. En caso afirmativo exprese el exceso en gramos respecto a la relación estequiométrica.

b) Cuántos átomos de nitrógeno están contenidos en la masa de nitrato de calcio obtenido?

12) Se desea fertilizar 30 hectáreas dedicadas a cultivo con NaNO₃. Para ello son necesarios 13,608 kg de dicho fertilizante, los cuales pueden obtenerse según la siguiente reacción:



Calcule:

a) La masa de NaCl que necesita.

b) El número de moles de HCl que se forman.

13) La fórmula para la sal de Epson se puede escribir como MgSO₄. x H₂O, donde x indica el número de moles de agua por mol de sulfato de magnesio. Cuando 10,1404 g de sal se calientan a 150 °C, toda el agua de hidratación se pierde quedando 4,9564 g de sulfato de magnesio.



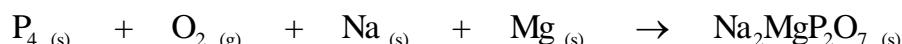
Calcule el valor de x y el número de moléculas de agua que se evaporan.

14) Dadas las siguientes ecuaciones químicas no balanceadas:



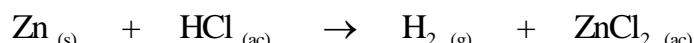
partiendo de *iguales masas* de los correspondientes carbonatos, ¿cuál de las reacciones químicas planteadas permitiría obtener el *mayor número* de moles de dióxido de carbono?

15) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



si parte de igual número de moles de cada uno de los reactantes. ¿Cuál será el reactivo limitante? Justifique su respuesta.

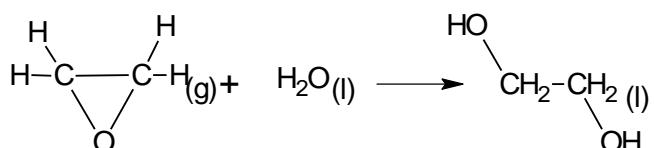
16) Para la reacción entre cinc y ácido clorhídrico se puede escribir la siguiente ecuación química no balanceada:



Si se hacen reaccionar 81,25 g de cinc con 65,60 g de ácido clorhídrico:

- Escriba la ecuación balanceada.
- ¿Cuántos gramos y moles de hidrógeno se forman?
- ¿Cuántas moléculas de cloruro de cinc se forman?

17) La preparación industrial de etilenglicol, que se utiliza como anticongelante para los automóviles y en la preparación de fibras de poliéster, es:



Si reaccionan 165,0 g de óxido de etileno con 74,9 g de agua, el reactivo en exceso y el número de moles en exceso son respectivamente:

- agua - 4,16 mol
- óxido de etileno - 0,41 mol
- agua - 0,41 mol
- óxido de etileno - 3,75 mol

18) Los carbonatos de metales pesados se descomponen por calentamiento produciendo dióxido de carbono según:



¿Qué masa de carbonato de magnesio producirá la misma masa de CO₂ que se obtiene con 88,5 g de BaCO₃?

19) El metano (CH₄) se produce industrialmente haciendo reaccionar carburos con agua. Indique cuál de las siguientes ecuaciones químicas producirá *mayor cantidad de moles de metano*, si se parte de igual cantidad de moles de los distintos carburos:

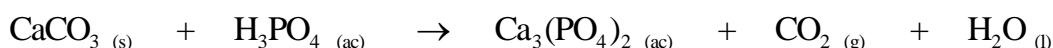
- $\text{Be}_2\text{C} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{Be}(\text{HO})_2$
- $\text{Al}_4\text{C}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{Al}(\text{HO})_3$
- $\text{Na}_4\text{C} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{Na}(\text{HO})$
- $\text{PbC} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{Pb}(\text{HO})_4$

20) Considere la siguiente ecuación química no balanceada:



Si se mezclan 0,27 mol de cada uno de los reactivos, calcule los números de moles de *cobre*, de *dióxido de carbono* y de *agua* que se producen.

21) Una muestra de 74,97 gramos de carbonato de calcio se deja reaccionar con 35,23 gramos de ácido ortofosfórico de acuerdo a la siguiente ecuación química no balanceada:



Calcule la masa de sal (en *gramos*) y el número de moles de *dióxido de carbono* que se formarán.

22) El gas de garrafa está compuesto principalmente por butano (C_4H_{10}) mientras que, la nafta está compuesta principalmente por octano (C_8H_{18}). Indique qué combustible producirá mayor cantidad de CO_2 , si se realiza la combustión a partir de 100 g de butano, o de 100 g de octano.

23) El azufre es un elemento que se encuentra frecuentemente en los carbones minerales que se usan en las usinas térmicas. Al quemar estos combustibles, el azufre presente se combina con el oxígeno para dar óxido de azufre (IV). Para evitar que este óxido contamine la atmósfera, se lo hace reaccionar con óxido de calcio, produciendo sulfito de calcio. Si una usina quema aproximadamente 20 toneladas por día de azufre, ¿qué masa de óxido de calcio necesitará, como mínimo, por día?

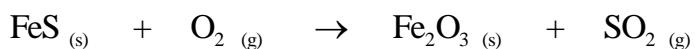
24) Un método de obtención de fósforo es descripto por la siguiente ecuación química:



¿Qué masa de fósforo se obtiene en el proceso si se parte inicialmente de 300 kg de fosfato de calcio?

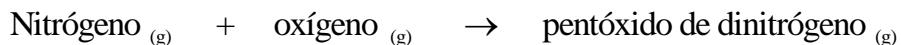
25) Al hacer reaccionar ioduro de potasio con iodato de potasio en ácido sulfúrico, se produce yodo, agua y sulfato de potasio. ¿Qué masa de iodato de potasio deberá usar para obtener 2,5 g de yodo?, suponga que agrega ioduro de potasio y ácido sulfúrico en abundancia.

26) El óxido férrico puede obtenerse calcinando sulfuro ferroso en presencia de oxígeno de acuerdo con la siguiente ecuación no balanceada:



- a) Si se ponen a reaccionar 176,0 gramos de sulfuro ferroso y 1 mol de oxígeno ¿Cuántos moles de dióxido de azufre se forman?
- b) Teniendo en cuenta la ecuación planteada en el punto anterior ¿Cuántos litros de dióxido de azufre en CNPT se formarán a partir de 32 g de oxígeno? Recordá que un mol de gas ideal en CNPT (1 atm y 273,15 K) ocupa un volumen de 22,4 L.

27) Considere la siguiente ecuación no balanceada:



Si se ponen a reaccionar 100 g de nitrógeno_(g) y 100 g de oxígeno_(g) ¿Cuál es el reactivo limitante? ¿Cuántos moles de producto se forman?

28) El óxido de etileno es (C₂H₄O) un gas que se emplea como agente esterilizante. La industria farmacéutica utiliza este gas para esterilizar materiales de plástico como catéteres, jeringas, envases de medicamentos y también para fármacos que se degradan por la acción del calor, por ejemplo, algunos antibióticos o enzimas. Se produce por un proceso de oxidación del etileno (C₂H₄) con oxígeno. Si reaccionan 165,0 g de etileno con 74,9 g de oxígeno, ¿cuál es el reactivo en exceso y el número de moles que quedan sin reaccionar?

Contenido

VIDEOS EXPLICATIVOS.....	1
RECURSOS	1
REPASO	2
Actividad 1	2
Actividad 2	3
INTRODUCCIÓN.....	4
Actividad 3	6
LAS ECUACIONES QUÍMICAS Y SU SIGNIFICADO	6
Actividad 4	7
BALANCE DE MASA EN ECUACIONES QUÍMICAS	9
<i>Método iterativo (también conocido como método de prueba y error)</i>	9
<i>Método algebraico</i>	10
Actividad 5	12
Actividad 6	14
Actividad 7	14
<i>Algunas reacciones químicas de interés en este curso</i>	15
Actividad 8	17
Actividad 9	17
LA CUANTIFICACIÓN DEL CAMBIO QUÍMICO Y SUS APLICACIONES	18
RECURSOS ALTERNATIVOS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	19
Actividad 10	21
REACTIVO LIMITANTE	21
Actividad 11	23
Actividad 12	24
ESTEQUIOMETRÍA CON GASES	 ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
Actividad 13	 Error! Marcador no definido.
EJERCITACIÓN.....	24

Unidad 11 – Estequiometría – Respuestas a actividades

► Actividad 1

Marque la opción que considere correcta.

1) La fórmula química del ácido sulfúrico es:

c) H_2SO_4

2) En 44 gramos de CO₂ hay:

b) 1 mol de moléculas de CO₂

3) En 111 gramos de $\text{Ca}(\text{HO})_2$ hay:

d) 1,5 mol de moléculas de $\text{Ca}(\text{HO})_2$

4) Una de las posibles reacciones químicas para la obtención del carbonato de sodio está representada en la siguiente ecuación química:

$$\text{b) } \text{H}_2\text{CO}_{3 \text{ (ac)}} + 2 \text{NaHO}_{\text{(ac)}} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_{3 \text{ (ac)}} + 2 \text{H}_2\text{O}_{\text{(l)}}$$

5) La masa de una molécula de Cl₂O es:

c) 87 u.m.a.

6) 2 mol de H_3PO_4 contienen:

d) $48,16 \times 10^{23}$ átomos de oxígeno

7) La fórmula del hidrógeno tetraoxofosfato (V) de hierro (II) es:

c) FeHPO₄

► Actividad 2

1) Calcular la masa molecular de los siguientes compuestos:

a) H_2O

b) $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \cdot 5 \text{ H}_2\text{O}$

c) HNO_3

a) 18 u.m.a.

b) 342 u.m.a.

c) 63 u.m.a.

2) Calcular la masa de 3 y de 5 mol de “moléculas” de:

- a) K_2O b) Fe_2O_3 c) PH_3

- a) 282,6 g y 470,0 g b) 479,1 g y 798,5 g c) 102,0 g y 170,0 g

3) ¿A cuántos moles de moléculas equivalen las masas de los siguientes compuestos?

- a) 5 g de H_2O b) 10 g de C_6H_6 c) 68 g de HCl

- a) 0,277 mol b) 0,128 mol c) 1,86 mol

4) ¿Cuántas moléculas hay en la masa indicada de cada compuesto listado en el ejercicio 3?

- a) $1,67 \times 10^{23}$ moléculas

- b) $7,71 \times 10^{22}$ moléculas

- c) $1,12 \times 10^{24}$ moléculas

5) Calcular la composición porcentual de los siguientes compuestos:

- a) Al_2O_3 b) $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$ c) NaCl

- a) Al= 55%; O= 47%

- b) C=48,6%; H=8,2%; O=43,2%

- c) Na=39,3%; Cl=60,7%

6) Calcular el porcentaje de calcio en los siguientes compuestos:

- a) CaO b) $\text{Ca}(\text{HO})_2$ c) CaCO_3

- a) Ca=71,4% b) Ca=54,1% c) Ca=40,0%

7) Al calentar 9,7 g de un hidrato de sulfato de cobre, $\text{CuSO}_4 \times \text{H}_2\text{O}$, se pierden 3,5 g de H_2O , que es toda el agua que tenía la muestra. ¿Cuántos moles de H_2O hay por mol de CuSO_4 en el hidrato?

5 mol de agua

- 8) Un alimento granulado, soluble instantáneo con gusto a cacao, se presenta fortificado con hierro y vitaminas, de acuerdo a la siguiente composición por cada 100,0000 g de este alimento:

Vitamina B1	5,2 mg	Vitamina B2	4,0 mg
Vitamina B6	5,0 mg	Vitamina PP	45 mg
Hierro	23 mg		

La siguiente tabla consigna las dosis diarias recomendadas por la FAO/OMS para los niños:

Vitamina B1 1,4 mg

Vitamina B2 1,6 mg

Vitamina B6 2,0 mg

Vitamina PP 18 mg

Hierro 14 mg

¿Qué porcentaje de estas necesidades quedarían cubiertas al ingerir 25,0000 g de este alimento?

B1=92,9 %

B2=62,5 %

B6=62,5 %

PP=62,5 %

Fe=41,0%

► Actividad 3

- 1) Teniendo en cuenta las discusiones previas, explique la diferencia entre transformación química, fenómeno químico, reacción química y ecuación química.

Transformación química: Proceso o cambio químico que tiene asociado un estado inicial, un estado final y condiciones específicas para que se produzca dicha transformación.

Fenómeno químico: Transformación química cuyo cambio es perceptible por algún sentido.

Reacción química: Cambio químico en el cual especies o sustancias químicas (reactantes) se transforman en otras sustancias químicas llamadas productos. En esa transformación pueden ocurrir cambios en la estructura molecular de las sustancias involucradas, pueden cambiar sus enlaces (algunos se rompen y se forman nuevos), etc.

- 2) Lea las siguientes afirmaciones. Justifique aquellas que considere verdaderas, y a aquellas que considere falsas, rescríbalas correctamente justificando su respuesta.

- a) Una transformación química es siempre un fenómeno químico: FALSA

- b) Todo fenómeno químico es siempre una transformación química: VERDADERA
- c) Todo fenómeno químico tiene una reacción química asociada, aunque puede suceder que no siempre se conozca la ecuación química que la representa: VERDADERA
- d) Una ecuación química es la representación simbólica de una transformación, fenómeno o reacción química, de la cual se conocen las fórmulas moleculares que le dan identidad a los compuestos químicos que participan: VERDADERA
- e) Una transformación química puede tener un fenómeno químico asociado y tener una ecuación química conocida: VERDADERA
- f) No toda reacción química está asociada a una ecuación química conocida: VERDADERA

► Actividad 4

1) Elija la opción que le permita solucionar este problema aplicando el principio de Avogadro – Ampere que sostiene lo siguiente: Volúmenes iguales de gases diferentes contienen igual número de moléculas cuando son medidos en iguales condiciones de presión y temperatura.

a) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de oxígeno molecular, disminuimos a la mitad el volumen y los moles de hidrógeno molecular, y se formará igual volumen y cantidad de moles de agua que los moles de oxígeno molecular iniciales.

Respuesta: se forman1..... mol de agua. **Es solución del problema:** NO.

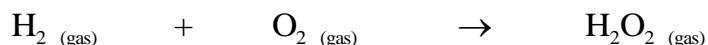
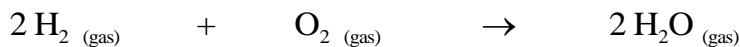
b) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de hidrógeno molecular, duplicamos el volumen y la cantidad de moles de oxígeno y se formará igual volumen y cantidad de moles de agua que los moles de hidrógeno molecular iniciales.

Respuesta: se forman1..... mol de agua. **Es solución del problema:** NO.

c) Manteniendo constante el volumen y la cantidad de moles de oxígeno molecular, duplicamos el volumen y la cantidad de moles de hidrógeno molecular y se duplica la cantidad de moles de agua.

Respuesta: se forman2..... mol de agua. **Es solución del problema:** SÍ

2) Para demostrar lo anterior, le proponemos que analice las siguientes transformaciones químicas.

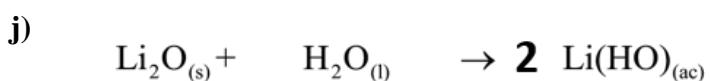
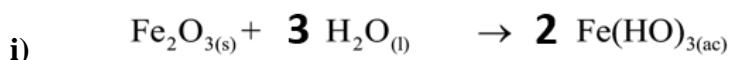
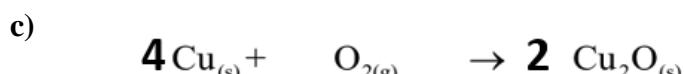
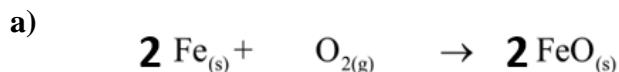


Establezca las diferencias entre las dos transformaciones químicas. Responda justificando su respuesta.

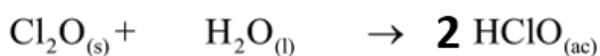
- a) Ambas tienen los mismos reactantes. **VERDADERA**
- b) Ambas tienen los mismos productos. **FALSA**
- c) Ambas tienen iguales coeficientes estequiométricos. **FALSA**
- d) Ambas tienen iguales atomicidades en la molécula (subíndices) en los reactantes y en los productos. **FALSA**
- e) Ambos productos tienen las mismas propiedades físicas y químicas. **FALSA**

► Actividad 5

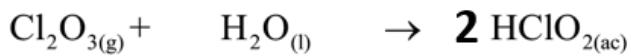
Balancear las siguientes ecuaciones químicas:



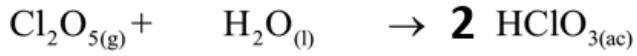
k)



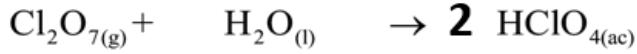
l)



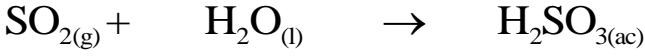
ll)



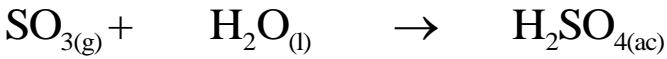
m)



n)



ñ)



o)



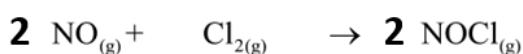
p)



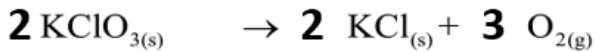
q)



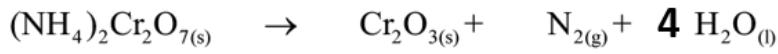
r)



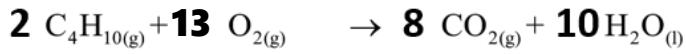
s)



t)



u)



► Actividad 6

1) Dada la siguiente ecuación química:



Determine los coeficientes estequiométricos que la balancean.

2) Para la siguiente reacción.



La opción que contiene la secuencia correcta de coeficientes estequiométricos es:

d) 1, 6, 3, 2

3) El monóxido de nitrógeno es un gas incoloro que se obtiene en el laboratorio según la siguiente ecuación parcialmente balanceada:



Determine los valores de q, x, w e y que balancean la ecuación química.

$$q = 3 \quad x = 8 \quad w = 2 \quad y = 3$$

► Actividad 7

Se tiene un sistema formado por dos balones de vidrio Pirex unidos por una válvula. El primer balón fue evacuado y solo contiene fósforo elemental [$\text{P}_4\text{(s)}$], en el segundo balón se introdujo cloro molecular [$\text{Cl}_2\text{(g)}$], un gas de color amarillento. Se abre la válvula y al cabo de cierto tiempo se observa la desaparición del sólido y de la coloración de la fase gaseosa, observándose la aparición de un líquido viscoso identificado como cloruro de fósforo (III).

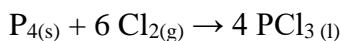
1) Identifique las sustancias químicas indicadas en el texto y escriba las fórmulas químicas de cada
 P_4 sólido Cl_2 gaseoso PCl_3 líquido

2) Reconozca los reactantes y los productos y sus estados de agregación.

reactantes: $\text{P}_4\text{(s)}$ $\text{Cl}_2\text{(g)}$

producto: $\text{PCl}_3\text{(l)}$

3) Escriba la ecuación química balanceada.



4) Indique cuales son los coeficientes estequiométricos y cuales las atomicidades de cada una de las especies involucradas.

Coeficientes estequiométricos: 1 6 4

atomicidades:

reactantes: 4 para el P y 2 para el Cl

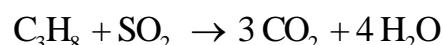
producto: 1 para el P y 3 para el Cl

► Actividad 8

En la introducción de esta guía le presentamos una descripción de lo observable en un encendedor de gas propano. Con toda la información y la construcción del conocimiento que Ud. ha podido realizar le proponemos que relea ese párrafo:

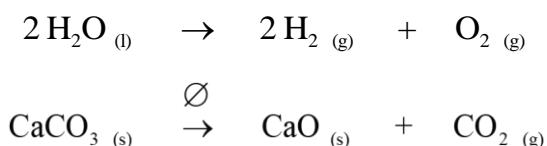
Analicemos algunas experiencias de la vida diaria: supongamos que tenemos un encendedor que utiliza gas propano (C_3H_8) como combustible. Cuando producimos la chispa en el mismo, observaremos la combustión del gas, que en presencia del aire (O_2) como comburente producirá principalmente dos compuestos químicos: dióxido de carbono y agua.

Trate de plantear la ecuación química que lo representa.



► Actividad 9

Las siguientes reacciones químicas son dos ejemplos de reacciones de descomposición.



Reacciones de descomposición: Este tipo de reacciones ocurren cuando a partir de un único compuesto se obtienen dos o más productos. Algunos compuestos químicos sufren descomposición en presencia de calor (\emptyset), es decir descomposición térmica.

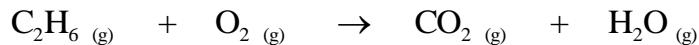
De acuerdo con las categorías definidas anteriormente, se afirma que:

- La descomposición del agua líquida por electrólisis transcurre sin cambio en el número de oxidación. **FALSA**
- La descomposición del agua líquida por electrólisis transcurre con cambio en el número de oxidación. **VERDADERA**

- c) La descomposición térmica del carbonato de calcio sólido transcurre sin cambio en el número de oxidación. **VERDADERA**
- d) La descomposición térmica del carbonato de calcio sólido transcurre con cambio en el número de oxidación. **FALSA**

► Actividad 10

1) Determine los gramos de O₂ que se requieren para reaccionar con 5 mol de C₂H₆ de acuerdo con la siguiente ecuación no balanceada:



560 g de oxígeno molecular

2) Calcule el número de moléculas de amoníaco que serán necesarias para convertir 5,30 gramos de tetraoxosulfato (VI) de dihidrógeno en sulfato de amonio.

$6,51 \times 10^{22}$ moléculas

3) Calcule la masa de ácido clorhídrico necesaria para convertir totalmente 7,32 g de carbonato de calcio en cloruro de calcio acuoso, dióxido de carbono gaseoso y agua (l).

5,34 g de ácido clorhídrico

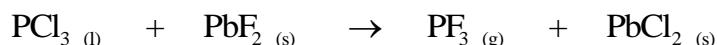
4) Calcule la masa de dióxido de carbono que se formará por la descomposición térmica completa de una tonelada de carbonato de calcio:



440 kg de dióxido de carbono

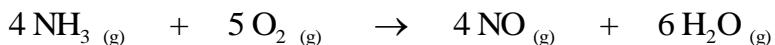
► Actividad 11

1) ¿Cuántos gramos de PbCl₂ pueden ser obtenidos a partir de la mezcla de 27,5 g de PCl₃ y de 49 g de PbF₂? La ecuación química no balanceada que representa dicha reacción es:



55,64 g de PbCl₂

2) Uno de los pasos del proceso comercial para la fabricación del ácido nítrico comprende la oxidación de NH₃ a NO, según la siguiente ecuación balanceada:

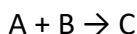


Si se hacen reaccionar 16 g de oxígeno con 17 g de amoníaco ¿Cuántos moles de agua y de monóxido de nitrógeno se forman?

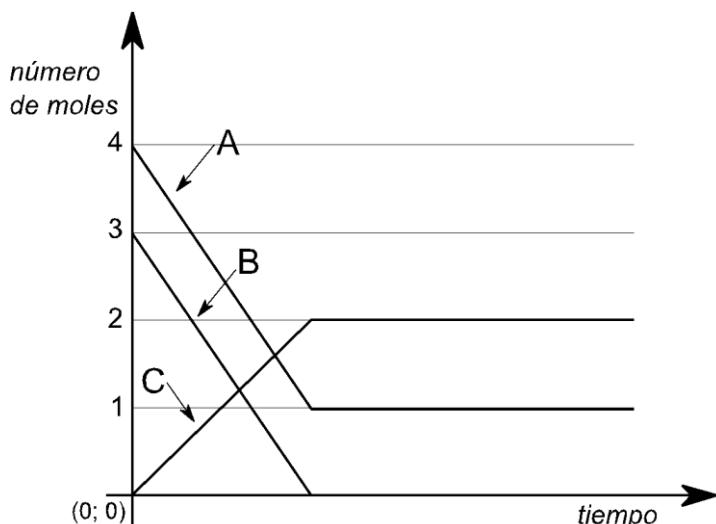
0,6 mol de agua y 0,4 mol de monóxido de nitrógeno

► Actividad 12

En un recipiente se colocan 4 mol de A y 3 mol de B, que reaccionan para dar la especie C, de acuerdo a la siguiente ecuación química no balanceada:



El siguiente gráfico muestra cómo cambian las cantidades de A, B y C mientras avanza la reacción en el tiempo:



¿Cuál es estequiometría de la reacción?



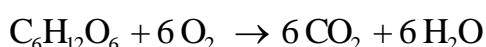
Por cada mol de A que reacciona, ¿cuántos moles de B se consumen?

1 mol de B

► Actividad 13

1) La glucosa $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ se puede quemar para formar dióxido de carbono y agua.

a) Escriba la ecuación balanceada.



b) ¿Qué volumen de O₂ a la temperatura corporal (37° C) y una atm de presión se requiere para oxidar 0,03 mol de glucosa?

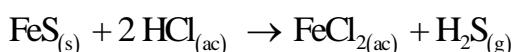
4,58 L de O₂

c) ¿Qué volumen de CO₂ se producirán en las mismas condiciones?

4,58 L de O₂

2) Se hacen reaccionar 17,6 g de sulfuro ferroso puro con la cantidad suficiente de ácido clorhídrico, obteniéndose como productos cloruro de hierro (II) y sulfuro de hidrógeno gaseoso.

a) Plantee la ecuación química balanceada.



b) Calcule el número de moles de ácido clorhídrico que reaccionaron y el volumen en litros de sulfuro de hidrógeno formado en CNPT.

0,4 mol de ácido clorhídrico y 4,48 L de ácido sulfhídrico

Ejercitación

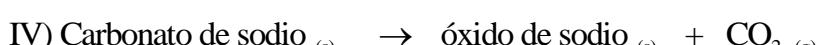
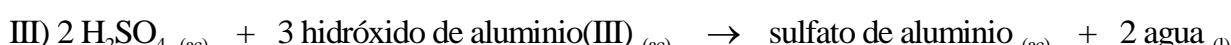
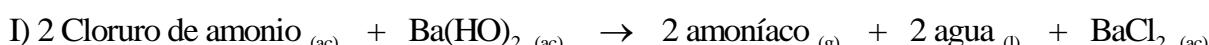
1) Dadas las siguientes ecuaciones químicas:

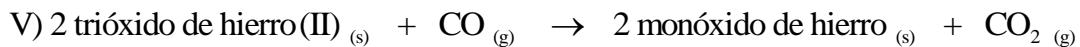


indique cuáles ocurren con *cambio en el estado de oxidación*:

c) solo II

2) Dadas las siguientes ecuaciones químicas:

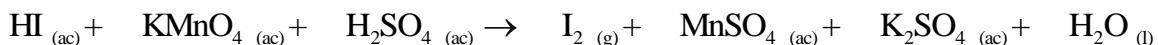




indique cuáles están correctamente balanceadas:

- a) I, II y IV

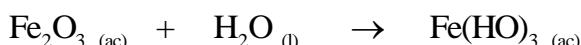
3) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



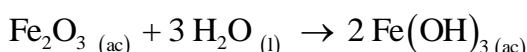
los *moles* de ácido iodhídrico y los *gramos* de permanganato de potasio que se necesitan para producir 2,20 mol de iodo son:

- c) 4,40 y 139, respectivamente

4) Dada la siguiente ecuación química, que representa la reacción química para la obtención de hidróxido férrico:



- a) Equilibrar la ecuación



b) Calcular los gramos de cada una de las sustancias que participan de la reacción, según la relación estequiométrica.

159,7 g óxido férrico

54,0 g agua

213,7 g hidróxido férrico

c) ¿Cuántos gramos de Fe₂O₃ y H₂O se necesitan para obtener 180 g de Fe(OH)₃?

134,5 g de óxido férrico y 45,3 g de agua

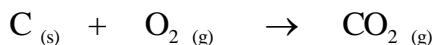
5) Todas las piezas de hierro oxidadas contienen un compuesto químico Fe₃O_{4(s)}, óxido de hierro (II) y (III), el cual forma el llamado *herrumbre*. Para recuperar el hierro de esos materiales, se los trata con hidrógeno, H_{2(g)}, a altas temperaturas, según la siguiente reacción:



¿Cuántos gramos de hidrógeno son necesarios para producir 100,0 g de hierro?

4,8 g de hidrógeno molecular

6) Considere la siguiente ecuación química no balanceada:



Si 1200 kg de carbono reaccionan con suficiente cantidad de oxígeno para dar dióxido de carbono:
¿cuántos kg de CO₂ se obtienen?

$$4,4 \times 10^3 \text{ kg de CO}_2$$

¿cuántos kg de O₂ fueron necesarios en esta reacción?

$$3,2 \times 10^3 \text{ kg de O}_2$$

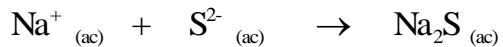
¿cuántos átomos de carbono se consumieron?

$$6,022 \times 10^{28} \text{ átomos de C}$$

¿cuántas moléculas de CO₂ se formaron?

$$6,022 \times 10^{28} \text{ moléculas de CO}_2$$

7) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



a) ¿qué cantidad de iones sulfuro puede reaccionar con 0,5 mol de iones sodio?

$$1,51 \times 10^{23} \text{ iones sulfuro}$$

b) ¿cuántos moles de sulfuro de sodio se producen?

$$0,25 \text{ mol de sulfuro de sodio}$$

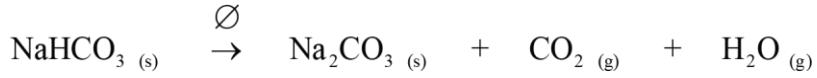
c) ¿cuántos gramos de sulfuro de sodio se producen?

$$19,5 \text{ g de sulfuro de sodio}$$

d) ¿cuántas moléculas de sulfuro de sodio se producen?

$$1,51 \times 10^{23} \text{ moléculas de sulfuro de sodio}$$

8) El Na₂CO_{3(s)} se produce en forma comercial por calentamiento de carbonato ácido de sodio:



a) ¿Cuántos gramos de carbonato ácido de sodio se necesitan por cada gramo de carbonato de sodio que se produce?

$$1,6 \text{ g de carbonato ácido de sodio}$$

b) ¿Cuántos gramos de carbonato de sodio se pueden obtener a partir de 178 g de NaHCO₃?

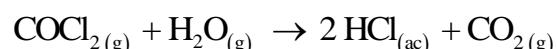
112,3 g de carbonato de sodio

c) ¿Cuántos gramos de CO₂ se obtendrán en la reacción del inciso b?

46,6 g de dióxido de carbono

9) El fosgeno, COCl₂, es un gas tóxico, puesto que cuando es inhalado reacciona con agua a nivel pulmonar produciendo ácido clorhídrico y dióxido de carbono.

a) Escriba y balancee la ecuación química que representa la reacción.



b) ¿Cuántos moles de ácido clorhídrico se forman cuando reaccionan 0,5 mol de fosgeno?

1 mol de ácido clorhídrico

c) ¿Cuántos moles y cuántos gramos de dióxido de carbono se producen?

0,5 mol de dióxido de carbono / 22 g de dióxido de carbono

d) ¿Cuántos gramos de ácido clorhídrico se producen si reaccionan 1,3 mol de fosgeno?

94,8 g de ácido clorhídrico

10) La descomposición térmica del hidrógeno trioxocarbonato (IV) de sodio (sólido) origina trioxocarbonato (IV) de disodio (sólido), dióxido de carbono (gaseoso) y agua (vapor). Si se someten 42 g de hidrógeno trioxocarbonato (IV) de sodio a descomposición térmica, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo es la ecuación química balanceada que representa dicha reacción?



b) ¿Cuántos moles y cuántos gramos de trioxocarbonato de disodio se producen?

0,25 mol de carbonato de sodio / 26,5 g de carbonato de sodio

c) ¿Cuántos gramos de dióxido de carbono se formaron?

11 g de dióxido de carbono

d) ¿Cuántas moléculas de agua se produjeron?

$$1,5 \times 10^{23} \text{ moléculas de agua}$$

11) Al mezclar dos soluciones que contienen 7,00 g de CaCl₂ y 14,0 g de AgNO₃ respectivamente, se forma bis [trioxonitrato (V)] de calcio y un precipitado de cloruro de plata.

a) Indicar si existe o no un reactivo en exceso. En caso afirmativo exprese el exceso en gramos respecto a la relación estequiométrica.

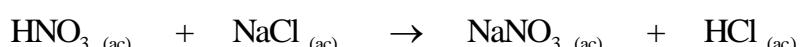
Reactivo en exceso = CaCl₂

La masa en exceso es de 2,43g

b) ¿Cuántos átomos de nitrógeno están contenidos en la masa de nitrato de calcio obtenido?

$$4,96 \times 10^{22} \text{ átomos de nitrógeno}$$

12) Se desea fertilizar 30 hectáreas dedicadas a cultivo con NaNO₃. Para ello son necesarios 13,608 kg de dicho fertilizante, los cuales pueden obtenerse según la siguiente reacción:



Calcule:

a) La masa de NaCl que necesita.

$$9,36 \text{ kg de NaCl}$$

b) El número de moles de HCl que se forman.

$$160,1 \text{ mol HCl}$$

13) La fórmula para la sal de Epson se puede escribir como MgSO₄ · x H₂O, donde x indica el número de moles de agua por mol de sulfato de magnesio. Cuando 10,1404 g de sal se calientan a 150 °C, toda el agua de hidratación se pierde quedando 4,9564 g de sulfato de magnesio.



Calcule el valor de x y el número de moléculas de agua que se evaporaron.

$$x = 7$$

$$1,73 \times 10^{23} \text{ moléculas de agua}$$

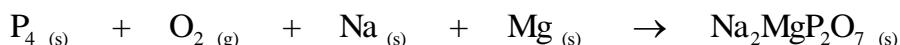
14) Dadas las siguientes ecuaciones químicas no balanceadas:



partiendo de *iguales masas* de los correspondientes carbonatos, ¿cuál de las reacciones químicas planteadas permitiría obtener la *máxima cantidad* de moles de *dióxido de carbono*?

La reacción de carbonato de magnesio

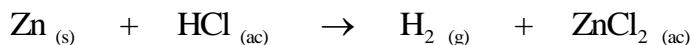
15) Dada la siguiente ecuación química no balanceada:



si parte de igual número de moles de cada uno de los reactantes. ¿Cuál será el reactivo limitante? Justifique su respuesta.

El reactivo limitante es el oxígeno molecular.

16) Para la reacción entre cinc y ácido clorhídrico se puede escribir la siguiente ecuación química no balanceada:



Si se hacen reaccionar 81,25 g de cinc con 65,60 g de ácido clorhídrico:

a) Escriba la ecuación balanceada.



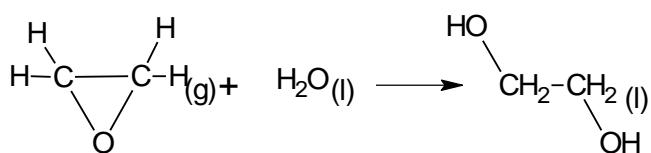
b) ¿Cuántos gramos y moles de hidrógeno se forman?

0,9 mol de hidrógeno molecular / 1,8 g de hidrógeno molecular

c) ¿Cuántas moléculas de cloruro de cinc se forman?

$5,4 \times 10^{23}$ moléculas de cloruro de zinc

17) La preparación industrial de etilenglicol, que se utiliza como anticongelante para los automóviles y en la preparación de fibras de poliéster, es:



Si reaccionan 165,0 g de óxido de etileno con 74,9 g de agua, el reactivo en exceso y el número de moles en exceso son respectivamente:

c) agua - 0,41 mol

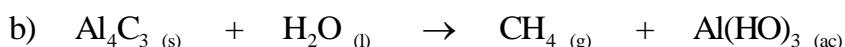
18) Los carbonatos de metales pesados se descomponen por calentamiento produciendo dióxido de carbono según:



¿Qué masa de carbonato de magnesio producirá la misma masa de CO₂ que se obtiene con 88,5 g de BaCO₃?

37,8 g de carbonato de magnesio.

19) El metano (CH₄) se produce industrialmente haciendo reaccionar carburos con agua. Indique cuál de las siguientes ecuaciones químicas producirá *mayor cantidad de metano*, si se parte de igual cantidad de moles de los distintos carburos:



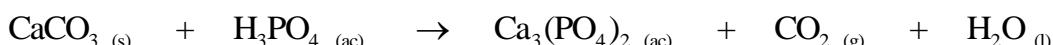
20) Considere la siguiente ecuación química no balanceada:



Si se mezclan 0,27 mol de cada uno de los reactivos, calcule los números de moles de *cobre, dióxido de carbono y agua* que se producen.

0,27 mol de cobre, 0,1 mol de dióxido de carbono y 0,07 mol de agua

21) Una muestra de 74,97 gramos de carbonato de calcio se deja reaccionar con 35,23 gramos de ácido ortofosfórico de acuerdo a la siguiente ecuación química no balanceada:



Calcule los *gramos de sal* y el número de moles de *dióxido de carbono* que se formarán.

55,8 g de sal y 0,54 mol de dióxido de carbono

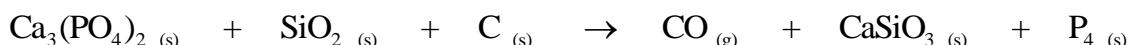
22) El gas de garrafa está compuesto principalmente por butano (C₄H₁₀) mientras que, la nafta está compuesta principalmente por octano (C₈H₁₈). Indique que combustible producirá mayor cantidad de CO₂, si se realiza la combustión a partir de 100 g de butano, o de 100 g de octano.

El octano (C₈H₁₈)

23) El azufre es un elemento que se encuentra frecuentemente en los carbones minerales que se usan en las usinas térmicas. Al quemar estos combustibles el azufre presente se combina con el oxígeno para dar óxido de azufre (IV). Para evitar que este óxido contamine la atmósfera, se lo hace reaccionar con óxido de calcio, produciéndose sulfito de calcio. Si una usina quema aproximadamente 20 toneladas por día de azufre, ¿cuánto óxido de calcio necesitará, como mínimo, por día?

$$3,51 \times 10^4 \text{ kg de CaO}$$

24) Un método de obtención de fósforo es descripto por la siguiente ecuación química:



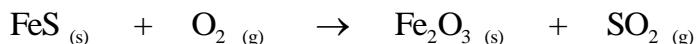
¿Qué masa de fósforo se obtiene en el proceso si se parte inicialmente de 300 kg de fosfato de calcio?

60 kg de fósforo

25) Al hacer reaccionar ioduro de potasio con iodato de potasio en ácido sulfúrico, se produce yodo, agua y sulfato de potasio. ¿Qué masa de iodato de potasio deberá usar para obtener 2,5 g de yodo?, suponga que agrega ioduro de potasio y ácido sulfúrico en abundancia.

0,70 g de iodato de potasio

26) El óxido férrico puede obtenerse calcinando sulfuro ferroso en presencia de oxígeno de acuerdo con la siguiente ecuación no balanceada:



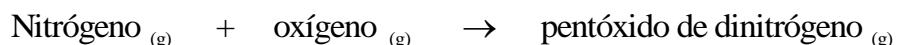
a) Si se ponen a reaccionar 176,0 gramos de sulfuro ferroso y 1 mol de oxígeno ¿Cuántos moles de dióxido de azufre se forman?

0,57 mol de dióxido de azufre

b) Teniendo en cuenta la ecuación planteada en el punto anterior ¿Cuántos litros de dióxido de azufre en CNPT se formarán a partir de 32 g de oxígeno? Recordá que un mol de gas ideal en CNPT (1 atm y 273,15 K) ocupa un volumen de 22,4 L.

12,77 L de dióxido de azufre

27) Considere la siguiente ecuación no balanceada:



Si se ponen a reaccionar 100 g de nitrógeno_(g) y 100 g de oxígeno_(g) ¿Cuál es el reactivo limitante? ¿Cuántos moles de producto se forman?

Reactivo limitante: oxígeno

1,25 mol de pentóxido de dinitrógeno

28) El óxido de etileno es (C_2H_4O) un gas que se emplea como agente esterilizante. La industria farmacéutica utiliza este gas para esterilizar materiales de plástico como catéteres, jeringas, envases de medicamentos y también para fármacos que se degradan por la acción del calor, por ejemplo, algunos antibióticos o enzimas. Se produce por un proceso de oxidación del etileno (C_2H_4) con oxígeno. Si reaccionan 165,0 g de etileno con 74,9 g de oxígeno, ¿cuál es el reactivo en exceso y el número de moles que sobran?

Reactivo en exceso: C_2H_4

sobran 1,21 mol de C_2H_4

TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

* Las masas atómicas se dan con una cifra después de la coma. Para aquellos elementos que no presentan isótopos estables, se da entre paréntesis el número mísico del isótopo que tiene una vida media más larga.

LANTÁNIDOS

LANTÁNIDOS							ACTÍNIDOS							
Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Europio	Tb	Dy	Ho	Holmio	Er	Tm	Yb	Lu
58 CERIO PRASEODIMIO	59 NEODIMIO	60 PROMECIO	61 (145)	62 SAMARIO	63 EUROPIO	GADOLINIO	64 TERBIO	65 DISPROSIO	66 HOLMIO	67 ERBIO	68 TULIO	69 ITERBIO	70 173.0	71 175.0
90 TORIO PROTACTINIO	91 URANIO	92 NEPTUNIO	93 URANIO	94 (237)	95 (244)	96 (243)	97 (247)	98 (251)	99 (252)	100 (257)	101 (258)	102 (258)	103 (262)	
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	
TORIO URANIO	PROTACTINIO URANIO	NEPTUNIO URANIO	URANIO NEPTUNIO	PLUTONIO URANIO	AMERICIO URANIO	CURIOSIO URANIO	BERKELEIO URANIO	CALIFORNIO URANIO	EINSTENIO URANIO	FERMIO URANIO	MENDELÉVIO URANIO	NOBELIO URANIO	LAWRENCO URANIO	

* Las masas atómicas se dan con una cifra después de la coma. Para aquellos elementos que no presentan isótopos estables, se da entre paréntesis el número mísico del isótopo que tiene una vida media más larga.