Схема с искусственной вязкостью

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+\frac{au_{j+1}^n-au_{j-1}^n}{2h}-c\cdot a\cdot h\left(\frac{u_{j+1}^n-2u_j^n+u_{j-1}^n}{h^2}\right)=0$$

$c=\frac{1}{2}$ – схема Годунова (?)

// Схема Годунова: $\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+a\frac{u_j^n-u_{j-1}^n}{h}=0$

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+\frac{au_{j+1}^n-au_{j-1}^n}{2h}-\frac{au_{j+1}^n-2au_j^n+u_{j-1}^n\cdot a}{2h}=0$$

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+\frac{au_{j+1}^n-au_{j-1}^n-au_{j+1}^n+2au_j^n-au_{j-1}^n}{2h}=0$$

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+\frac{2au_j^n-2au_{j-1}^n}{2h}=0$$

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\tau}+a\frac{u_j^n-u_{j-1}^n}{h}=0$$

$C = \frac{1}{2r}$, где $r = \frac{a\tau}{h}$ - схема Лакса

// схема Лакса: $\frac{u_j^{n+1} - \frac{u_{j+1}^n + u_{j-1}^n}{2}}{\tau} - a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} - \frac{a\cdot h}{2}\cdot\frac{h}{a\tau}\cdot\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} = 0$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} - \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{2\tau} = 0$$

$$\frac{2u_j^{n+1} - 2u_j^n}{2\tau} - \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{2\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$$

$$\frac{2u_j^{n+1} - 2u_j^n + 2u_j^n - u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$$

$$\frac{2u_j^{n+1} - (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)}{2\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$$

$$\frac{u_j^{n+1} - \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$$

$$\frac{u_j^{n+1} - \frac{u_{j+1}^n + u_{j-1}^n}{2}}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = 0$$ ✓