МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет информационных технологий Кафедра параллельных вычислений

ОТЧЕТ

О ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

«Параллельная реализация решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью MPI»

студента 2 курса, группы 21206

Балашова Вячеслава Вадимовича

Направление 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника»

Преподаватель: Кандидат технических наук А. Ю. Власенко

Содержание

Цель	3
Задание	3
Описание работы	4
Заключение	8
Приложение 1. Последовательная программа, вычисляющая решение (итерационным методом (main_default.c)	
Приложение 2. Параллельная программа, вычисляющая решение (итерационным методом (main parallel.c)	

Цель

- 1. Научиться создавать параллельные программы на основе интерфейса Message Parsing Interface (MPI).
- 2. Научиться работать с кластерами, запускать на них параллельные программы с интерфейсом MPI.

Задание

- 1. Написать 2 программы (последовательную и параллельную с использованием MPI) на языке C/C++, которые реализуют итерационный алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений вида Ax=b в соответствии с выбранным вариантом. Здесь A- матрица размером $N\times N$, х и b- векторы длины N. Тип элементов double.
- 2. Параллельную программу реализовать с тем условием, что матрица A и вектор b инициализируются на каком-либо одном процессе, а затем матрица A «разрезается» по строкам на близкие по размеру, возможно не одинаковые, части, а вектор b раздается каждому процессу.
- 3. Замерить время работы двух вариантов программы при использовании различного числа процессорных ядер: 1,2, 4, 8, 16. Построить графики зависимости времени работы программы, ускорения и эффективности распараллеливания от числа используемых ядер. Исходные данные, параметры N и є подобрать таким образом, чтобы решение задачи на одном ядре занимало не менее 30 секунд.
- 4. Выполнить профилирование двух вариантов программы с помощью jumpshot или ITAC (Intel Trace Analyzer and Collecter) при использовании 16-и или 24-х ядер.
 - 5. На основании полученных результатов сделать вывод.

Описание работы

Ход выполнения работы:

- 1. Был использован метод простой итерации:
 - а. Решение на каждом шаге задается формулой:

$$x_{n+1} = x_n - \tau(Ax_n - b)$$

 Γ де τ – константа, параметр метода.

b. Критерий завершения счета:

$$\frac{\parallel Ax_n - b \parallel_{\mathbb{R}}}{\parallel b \parallel_{\mathbb{R}}} < \varepsilon$$

- с. $\parallel u \parallel_{\mathbb{R}} = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} u_i^2}$ норма вектора.
- 2. Алгоритм применялся на специально подготовленной матрице, которая заполняется следующим образом:
 - а. Выбирается специальное число seed «семя» генератора, которое гарантирует одинаковые псевдослучайные значения в заполнении матрицы для разных запусков программ.
 - b. Для каждой ячейки матрицы с помощью генератора выбирается число в промежутке [-1; 1].
 - с. Если ячейка матрицы принадлежит главной диагонали, то к значению ячейки прибавляется число N*1.1, где N размерность матрицы.
- 3. Также специально подготавливались вектор «b», ячейки которого заполнялись случайными целыми числами в промежутке [0; 99], и вектор начального приближения «x», ячейки которого заполнялись случайными целыми числами в промежутке [0; 9].
- 4. Была написана программа на языке программирования С, реализующая данный итерационный алгоритм последовательно (без использования распараллеливающих методов) (см. Приложение 1).
- 5. Была написана программа на языке программирования С, реализующая данный итерационный алгоритм с разбиением вычислений на несколько процессов, общающиеся между собой с помощью коллективных функций интерфейса МРІ (см. Приложение 2). Была смоделирована схема получения матрицы и вектора на нулевом процессе. Впоследствии матрица и вектор разрезаются на отличающиеся не более чем

на 1 строчку части и рассылаются остальным процессам. За счет распараллеливания вычислений были ускорены вычисления:

- а. Скалярного квадрата вектора
- b. Умножение матрицы на вектор
- с. Умножение вектора на скаляр
- d. Разность векторов
- 6. В каждой программе был произведен замер времени работы алгоритма (в случае параллельных программ замером времени занимался процесс с рангом = 0). Также для параллельной программы был проведен замер времени из работы на разном количестве процессов: 1, 2, 4, 8, 16, 24. Каждая программа запускалась по 5 раз, из этих 5-ти запусков бралось минимальное время работы.
- 7. Были построены графики зависимости времени работы программы, эффективности (Ep = Sp / p= * 100%, где Sp ускорение, p количество процессов) и ускорения (Sp = T1 / Tp, где T1 время работы последовательной программы, Tp время работы программы на p процессах) от количества параллельных процессов.

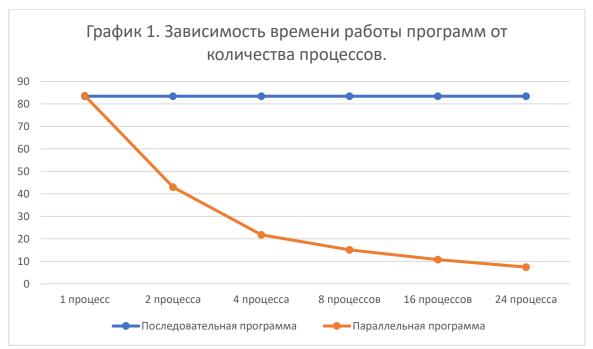


Таблица 1. Соответствие времени работы программы и количества процессов для параллельной программы.

Время, сек.	Количество процессов, шт.
83,646738	1 процесс
42,986473	2 процесса
21,787699	4 процесса

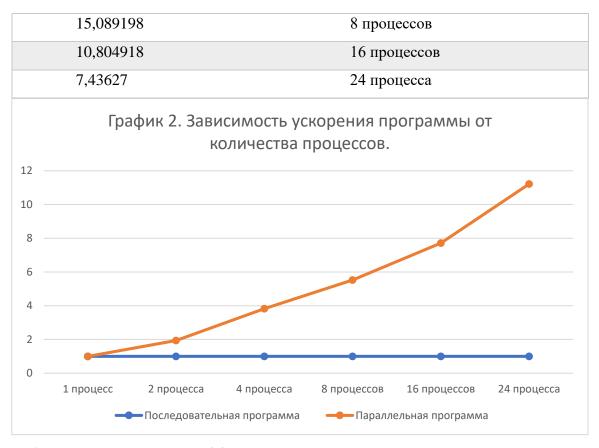


Таблица 2. Соответствие коэффициентов ускорения и количества процессов для параллельной программы.

Ускорение, коэфф.	Количество процессов, шт.
0,9973658148	1 процесс
1,940759294	2 процесса
3,829059553	4 процесса
5,528882118	8 процессов
7,721150406	16 процессов
11,21884991	24 процесса

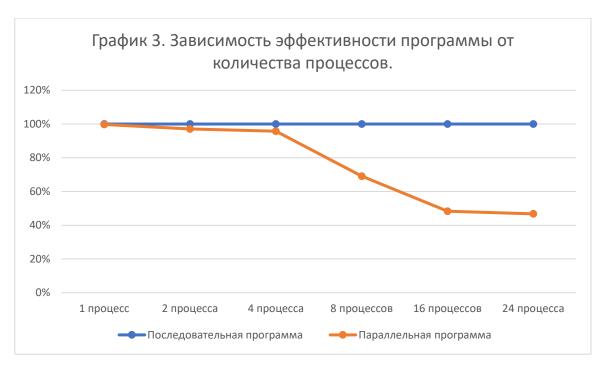


Таблица 3. Соответствие ускорения программы и количества процессов для параллельной программы.

Ускорение, %	Количество процессов, шт.
99,74%	1 процесс
97,04%	2 процесса
95,73%	4 процесса
69,11%	8 процессов
48,26%	16 процессов
46,75%	24 процесса

8. Было выполнено профилирование параллельной программы, запущенной на 24 процессах с помощью инструмента ITAC (Intel Trace Analyzer and Collector). С помощью этой утилиты было выявлено: сколько времени ушло на различные этапы программы, какие функции блокирующие, а какие нет, когда выполняются функции MPI, а когда пользовательский код.

Заключение

В ходе выполнения практической работы был получен опыт работы с вычислительным кластером и использование на нем параллельных программ, написанных с помощью интерфейса параллельного программирования MPI. На кластере запускать подобные программы гораздо удобнее, так как на кластерах присутствует система очередей, позволяющая избавиться от конкуренции за ресурсы компьютера, сохранив производительность.

Были изучены и применены новые функции интерфейса МРІ, такие как:

- а. MPI_Allreduce собирает значения со всех процессов в коммуникаторе, производит над ними операцию (например, суммирование) и раздает всем.
- b. MPI_Scatterv позволяет раздавать неравные куски одного массива всем процессам коммуникатора.
 - с. MPI_Allgatherv собирает части вектора со всех процессов и раздает всем. Был получен опыт работы с инструментом профилирования ITAC.

Приложение 1. Последовательная программа, вычисляющая решение СЛАУ итерационным методом (main_default.c).

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <mpi.h>
void makeMatrixRandomSymmetrical(double * matrix, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     for (int j = i; j < size; ++j)
       matrix[i * size + j] = matrix[j * size + i] = 1. * ((rand() % 2) ? 1 : -1) * (rand() % 200)
/ (rand() \% 200 + 1);
       if (i == j)
          matrix[i * size + j] += 1.1 * size;
void makeVectorZero(double * vector, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     vector[i] = 0.;
}
void makeVectorRandom(double * vector, int size, int limit)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     vector[i] = rand() % limit;
}
void printSLE(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth, double * vector)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       printf("%6.2lf ", matrix[i * matrixWidth + j]);
```

```
}
     printf("| %6.2lf\n", vector[i]);
  }
}
void printMatrix(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       printf("%6.2lf ", matrix[i * matrixWidth + j]);
     printf("\n");
}
void printVector(double * vector, int size)
  printf("[");
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     printf("%6.2lf, ", vector[i]);
  printf("]\n");
}
void mulMatrixWithVector(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth, double *
vector, double * result)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     result[i] = 0;
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       result[i] += matrix[i * matrixWidth + j] * vector[j];
}
void sumVectors(double * v1, double * v2, double * res, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     res[i] = v1[i] + v2[i];
}
void subVectors(double * v1, double * v2, double * res, int size)
```

```
for (int i = 0; i < size; ++i)
    res[i] = v1[i] - v2[i];
void mulVectorWithScalar(double * vector, double * res, int size, double scalar)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
    res[i] = vector[i] * scalar;
double countScalarSquare(double * vector, int size)
  double res = 0;
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     res += vector[i] * vector[i];
  return res;
}
int simpleIterationMethod(double * matrix, double * vector, double * result, int size, double
eps, double tao)
  printf("size=%d\n\n', size);
  int iterationsCounter = 0;
  double vectorBScalarSquare = countScalarSquare(vector, size);
  double * iterationVector = (double *) malloc(sizeof(double) * size); //* Ax^n - b
  mulMatrixWithVector(matrix, size, size, result, iterationVector);
  printf("\n\n\n", vectorBScalarSquare);
  subVectors(iterationVector, vector, iterationVector, size);
  double newEps = eps * eps * vectorBScalarSquare;
  while (iterationsCounter < 10000 && countScalarSquare(iterationVector, size) >= newEps)
     mulVectorWithScalar(iterationVector, iterationVector, size, tao);
     subVectors(result, iterationVector, result, size);
     mulMatrixWithVector(matrix, size, size, result, iterationVector);
     subVectors(iterationVector, vector, iterationVector, size);
     ++iterationsCounter;
```

```
free(iterationVector);
  return iterationsCounter;
}
int findMismatchInVectors(double * v1, double * v2, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
    if (v1[i] - v2[i] >= 0.01)
       return i;
  return -1;
int main(int argc, char * argv[])
  srand(1678536002);
  int matrixSize = 3000;
  if (argc > 1)
     matrixSize = atoi(argv[1]);
  }
  double tao = 0.000001;
  if (argc > 2)
     sscanf(argv[2], "%lf", &tao);
  printf("\n\n = \%lf\n", tao);
  double start;
  MPI_Init(&argc, &argv);
  start = MPI_Wtime();
  double * A = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize * matrixSize);
  double * b = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);
  double * x = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);
  makeMatrixRandomSymmetrical(A, matrixSize);
  makeVectorRandom(b, matrixSize, 100);
  makeVectorRandom(x, matrixSize, 10);
```

```
printf("Answer found for %d iterations in %lf seconds\n", simpleIterationMethod(A, b, x,
matrixSize, 1e-5, tao), MPI_Wtime() - start);

double * buf = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);

mulMatrixWithVector(A, matrixSize, matrixSize, x, buf);

printf("b: ");
printVector(b, matrixSize);
printf("Ax: ");
printVector(buf, matrixSize);

free(A);
free(b);
free(x);
free(buf);

MPI_Finalize();
return 0;
}
```

Приложение 2. Параллельная программа, вычисляющая решение СЛАУ итерационным методом (main_parallel.c).

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include "mpi.h"
void makeMatrixRandomSymmetrical(double * matrix, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     for (int j = i; j < size; ++j)
       matrix[i * size + j] = matrix[j * size + i] = 1. * ((rand() % 2) ? 1 : -1) * (rand() % 200)
/ (rand() \% 200 + 1);
       if (i == j)
          matrix[i * size + j] += 1.1 * size;
void makeVectorRandom(double * vector, int size, int limit)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     vector[i] = rand() % limit;
double countScalarSquare(double * vector, int size)
  double res = 0;
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     res += vector[i] * vector[i];
  return res;
}
void printSLE(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth, double * vector)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       printf("%6.21f", matrix[i * matrixWidth + j]);
```

```
}
     printf("| %6.2lf\n", vector[i]);
  }
}
void printMatrix(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       printf("%6.2lf ", matrix[i * matrixWidth + j]);
     printf("\n");
}
void printVector(double * vector, int size)
  printf("[");
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     printf("%6.2lf, ", vector[i]);
  printf("]\n");
}
void printVectorInt(int * vector, int size)
  printf("[");
  for (int i = 0; i < size; ++i)
     printf("%6d, ", vector[i]);
  printf("]\n");
}
void mulMatrixWithVector(double * matrix, int matrixHeight, int matrixWidth, double *
vector, double * result)
  for (int i = 0; i < matrixHeight; ++i)
     result[i] = 0;
     for (int j = 0; j < matrixWidth; ++j)
       result[i] += matrix[i * matrixWidth + j] * vector[j];
  }
}
```

```
void subVectors(double * v1, double * v2, double * res, int size)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
    res[i] = v1[i] - v2[i];
}
void mulVectorWithScalar(double * vector, double * res, int size, double scalar)
  for (int i = 0; i < size; ++i)
    res[i] = vector[i] * scalar;
}
int main(int argc, char * argv[])
  srand(1678536002);
  int matrixSize = 3000;
  double * A = NULL;
  double * b = NULL;
  double * x = NULL;
  double * partOfA = NULL;
  double * partOfB = NULL;
  double * partOfIterationVector = NULL;
  int * partsMatrix;
  int * positionsMatrix;
  int * partsVector;
  int * positionsVector;
  int mpiRank;
  int mpiSize;
  int iterationsCounter = 0;
  double iterationVectorScalarSquarePart = 0.;
  double iterationVectorScalarSquare = 0.;
  double vectorBScalarSquarePart = 0.;
  double vectorBScalarSquare = 0.;
  double eps = 1e-5;
  double tao = 0.000001;
  double newEps;
```

```
int rootRank = 0;
double start:
if (argc > 1)
  matrixSize = atoi(argv[1]);
if (argc > 2)
  sscanf(argv[2], "%lf", &tao);
MPI_Init(&argc, &argv);
start = MPI_Wtime();
MPI Comm size(MPI COMM WORLD, &mpiSize);
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &mpiRank);
if (mpiRank == rootRank)
  A = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize * matrixSize);
  b = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);
  x = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);
  partsMatrix
               = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
  positionsMatrix = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
  partsVector = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
  positionsVector = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
  partsMatrix[0] = matrixSize / mpiSize * matrixSize;
  partsVector[0] = matrixSize / mpiSize;
  positionsMatrix[0] = 0;
  positionsVector[0] = 0;
  for (int i = 1; i < mpiSize; i++)
    partsMatrix[i] = (matrixSize * (i + 1) / mpiSize - matrixSize * i / mpiSize) * matrixSize;
    partsVector[i] = (matrixSize * (i + 1) / mpiSize - matrixSize * i / mpiSize);
    positionsMatrix[i] = partsMatrix[i - 1] + positionsMatrix[i - 1];
    positionsVector[i] = partsVector[i - 1] + positionsVector[i - 1];
  }
                   = (double *) malloc(sizeof(double) * partsMatrix[mpiRank]);
  partOfA
  partOfB
                   = (double *) malloc(sizeof(double) * partsVector[mpiRank]);
  partOfIterationVector = (double *) malloc(sizeof(double) * partsVector[mpiRank]);
```

```
makeMatrixRandomSymmetrical(A, matrixSize);
    makeVectorRandom(b, matrixSize, 100);
    makeVectorRandom(x, matrixSize, 10);
    MPI_Scatterv(b,
                       partsVector,
                                      positions Vector,
                                                         MPI_DOUBLE,
                                                                           partOfB,
partsVector[mpiRank], MPI DOUBLE, rootRank, MPI COMM WORLD);
    vectorBScalarSquarePart = countScalarSquare(partOfB, partsVector[mpiRank]);
    MPI_Allreduce(&vectorBScalarSquarePart, &vectorBScalarSquare, 1, MPI_DOUBLE,
MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
    newEps = eps * eps * vectorBScalarSquare;
    MPI_Scatterv(A,
                                                         MPI_DOUBLE,
                       partsMatrix,
                                      positionsMatrix,
                                                                           partOfA,
partsMatrix[mpiRank], MPI_DOUBLE, rootRank, MPI_COMM_WORLD);
    MPI_Bcast(x, matrixSize, MPI_DOUBLE, rootRank, MPI_COMM_WORLD);
    mulMatrixWithVector(partOfA,
                                       partsVector[mpiRank],
                                                                 matrixSize,
                                                                                  х,
partOfIterationVector);
    subVectors(partOfIterationVector,
                                             partOfB,
                                                               partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
    iterationVectorScalarSquarePart
                                       =
                                              countScalarSquare(partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
    MPI_Allreduce(&iterationVectorScalarSquarePart,
                                                    &iterationVectorScalarSquare,
MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
    while (iterationsCounter < 10000 && iterationVectorScalarSquare >= newEps)
      mulVectorWithScalar(partOfIterationVector,
                                                               partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank], tao);
      subVectors(x
                                positionsVector[mpiRank],
                                                               partOfIterationVector,
partOfIterationVector, partsVector[mpiRank]);
      MPI_Allgatherv(partOfIterationVector, partsVector[mpiRank], MPI_DOUBLE, x,
parts Vector, positions Vector, MPI_DOUBLE, MPI_COMM_WORLD);
      mulMatrixWithVector(partOfA,
                                        partsVector[mpiRank],
                                                                  matrixSize,
                                                                                  Χ,
partOfIterationVector);
      subVectors(partOfIterationVector,
                                              partOfB,
                                                               partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
      iterationVectorScalarSquarePart
                                              countScalarSquare(partOfIterationVector,
                                        =
partsVector[mpiRank]);
      MPI_Allreduce(&iterationVectorScalarSquarePart, &iterationVectorScalarSquare, 1,
MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
      ++iterationsCounter;
    }
```

```
printf("Answer found for %d iterations in %lf seconds\n", iterationsCounter,
MPI_Wtime() - start);
    printf("b: ");
    printVector(b, matrixSize);
    makeVectorRandom(b, matrixSize, 1);
    mulMatrixWithVector(A, matrixSize, matrixSize, x, b);
    printf("Ax: ");
    printVector(b, matrixSize);
    free(A);
    free(b);
    free(x);
    free(partsMatrix);
    free(positionsMatrix);
    free(partsVector);
    free(positions Vector);
    free(partOfA);
    free(partOfB);
    free(partOfIterationVector);
  }
  else
    partsVector = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
    positionsVector = (int *) malloc(sizeof(int) * mpiSize);
    partsVector[0] = matrixSize / mpiSize;
    positionsVector[0] = 0;
    for (int i = 1; i < mpiSize; i++)
       partsVector[i] = (matrixSize * (i + 1) / mpiSize - matrixSize * i / mpiSize);
       positionsVector[i] = partsVector[i - 1] + positionsVector[i - 1];
    x = (double *) malloc(sizeof(double) * matrixSize);
    partOfA = (double *) malloc(sizeof(double) * partsVector[mpiRank] * matrixSize);
    partOfB = (double *) malloc(sizeof(double) * partsVector[mpiRank]);
    partOfIterationVector = (double *) malloc(sizeof(double) * partsVector[mpiRank]);
    MPI_Scatterv(NULL, NULL, MPI_DOUBLE, partOfB, partsVector[mpiRank],
MPI DOUBLE, rootRank, MPI COMM WORLD);
    vectorBScalarSquarePart = countScalarSquare(partOfB, partsVector[mpiRank]);
    MPI Allreduce(&vectorBScalarSquarePart, &vectorBScalarSquare, 1, MPI DOUBLE,
MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
```

```
newEps = eps * eps * vectorBScalarSquare;
    MPI_Scatterv(NULL, NULL, NULL, MPI_DOUBLE, partOfA, partsVector[mpiRank] *
matrixSize, MPI DOUBLE, rootRank, MPI COMM WORLD);
    MPI Bcast(x, matrixSize, MPI DOUBLE, rootRank, MPI COMM WORLD);
    mulMatrixWithVector(partOfA,
                                       partsVector[mpiRank],
                                                                  matrixSize,
                                                                                   X,
partOfIterationVector);
    subVectors(partOfIterationVector,
                                              partOfB,
                                                                partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
    iterationVectorScalarSquarePart
                                       =
                                              countScalarSquare(partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
    MPI_Allreduce(&iterationVectorScalarSquarePart, &iterationVectorScalarSquare,
MPI DOUBLE, MPI SUM, MPI COMM WORLD);
    while (iterationsCounter < 10000 && iterationVectorScalarSquare >= newEps)
      mulVectorWithScalar(partOfIterationVector,
                                                                partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank], tao);
      subVectors(x
                                 positionsVector[mpiRank],
                                                                partOfIterationVector,
partOfIterationVector, partsVector[mpiRank]);
      MPI_Allgatherv(partOfIterationVector, partsVector[mpiRank], MPI_DOUBLE, x,
parts Vector, positions Vector, MPI_DOUBLE, MPI_COMM_WORLD);
      mulMatrixWithVector(partOfA,
                                         partsVector[mpiRank],
                                                                   matrixSize.
                                                                                   X,
partOfIterationVector);
      subVectors(partOfIterationVector,
                                               partOfB,
                                                                partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
      iterationVectorScalarSquarePart
                                               countScalarSquare(partOfIterationVector,
partsVector[mpiRank]);
      MPI_Allreduce(&iterationVectorScalarSquarePart, &iterationVectorScalarSquare, 1,
MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
      ++iterationsCounter;
    }
    free(x);
    free(partOfA);
    free(partOfB);
    free(partOfIterationVector);
    free(partsVector);
    free(positionsVector);
  MPI Finalize();
  return 0;
}
```