

# *Group Theory*

*NingZhuan*

# 目录

引言：群论与对称性	i
第一章 数学准备	1
第二章 群的基本概念	2
2.1 群的相关概念 . . . . .	2

# 引言：群论与对称性

（待施工）

# 第一章 数学准备

（待施工）

## 第二章 群的基本概念

### 2.1 群的相关概念

定义 2.1 (群) 集合  $G$  中有二元运算, 并且满足如下四条群公理, 则称为群:

1. 封闭性:  $\forall R, S \in G, \quad RS \in G$
2. 结合律:  $\forall R, S, T \in G, \quad R(ST) = (RS)T$
3. 恒元:  $\exists E \in G, \forall R \in G, \quad ER = R$
4. 逆元:  $\forall R \in G, \exists R^{-1} \in G, \quad R^{-1}R = E$

在群的定义中, 对恒元和逆元只要求左乘成立, 但其实从此定义出发可以证明, 上述性质在右乘时也成立:

性质 2.1 (恒元和逆元的右乘)

- $ER = RE = R$
- $R^{-1}R = RR^{-1} = E$

由此出发可以证明群中恒元和逆元的唯一性:

性质 2.2 (恒元和逆元的唯一性)

- 恒元唯一性: 若  $TR = R$ , 则  $T = E$
- 逆元唯一性: 若  $TR = E$ , 则  $T = R^{-1}$

关于幂运算, 还有如下性质

性质 2.3 (幂运算)

- $(RS)^{-1} = S^{-1}R^{-1}$
- $R^m R^n = R^{m+n}$
- $(R^m)^n = R^{mn}$