به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه مخابرات دیجیتال

پیش‌گزارش ۴

نام و نام خانوادگی	سالار صفردوست
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۹۴۵۰
تاریخ ارسال گزارش	۱۴۰۳/۰۳/۰۲

تمرین ۱-۳

.۱

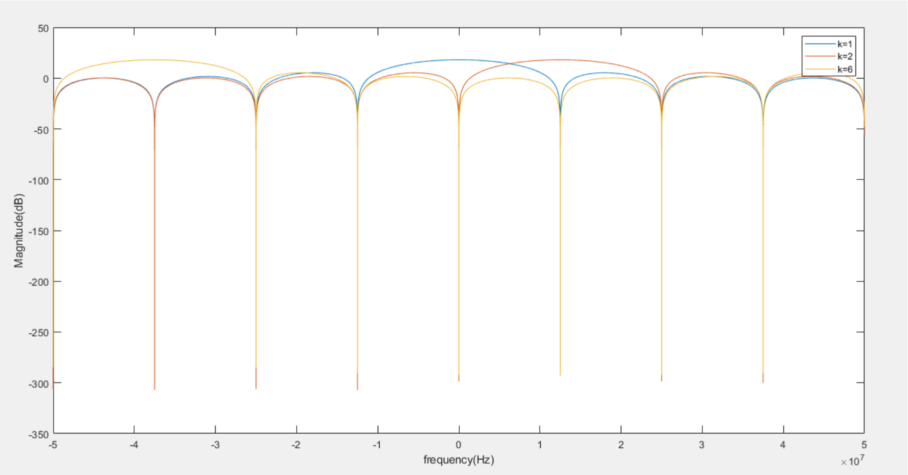
الف)

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = 1\,Hz \Longrightarrow \frac{44.1\,kHz}{N} = 1 \Longrightarrow N = 44100$$

ب)

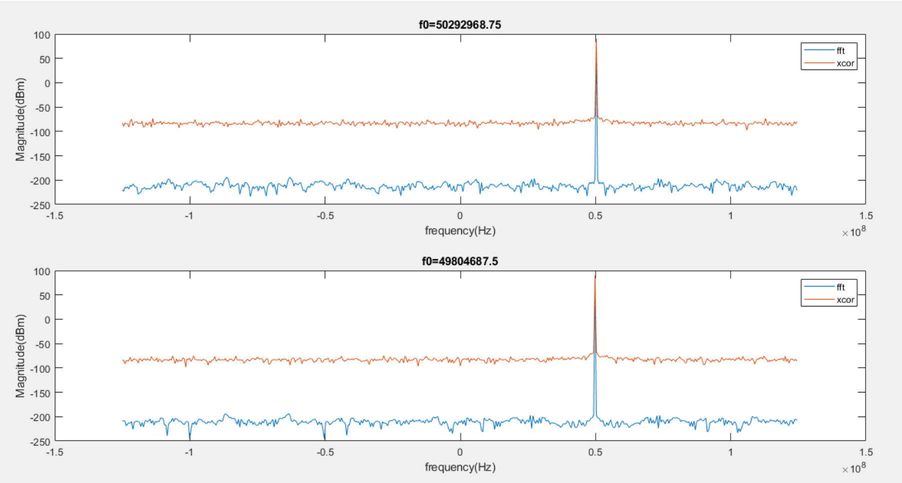
$$\begin{cases} N = 44100 \\ T_s = \dfrac{1}{f_s} = \dfrac{1}{44100} \end{cases} \Longrightarrow T = N.T_s = 1\,s$$

.۲



.۳

برای نزدیکتر بودن خروجی fft به روش پیاده‌سازی شده، مقدار n_fft که معادل همان طول سیگنال است برابر همان مقدار n_psd یعنی ۵۱۲ نقطه گرفته شده است.



قابل مشاهده است که هر دو روش به طیف تقریباً مشابهی رسیده‌اند و اختلاف آن‌ها در اعدادی می‌باشد که بسیار کوچک می‌باشند که می‌تواند ناشی از محاسبات خود برنامه باشد. (مقادیر مورد اختلاف دارای مرتبه‌های کوچک ۱۰ به توان منفی ۲۸ می‌باشند.)

لازم به ذکر است در پیاده‌سازی تابع مورد استفاده از همان ایده‌ی DFT به شکل ضرب ماتریسی استفاده شد، با این تفاوت که در اینجا به علّت وجود متغیر n_psd، ماتریس W_N لزوماً مربعی ایجاد نمی‌شود.

تمرین ۲-۳

.۱

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1(t) = LPF\{\left[x_i(t).\cos\left(2\pi f_c t\right) - x_q(t).\sin\left(2\pi f_c t\right)\right].\cos\left(2\pi f_c t\right)\} \\ y_2(t) = LPF\{-\left[x_i(t).\cos\left(2\pi f_c t\right) - x_q(t).\sin\left(2\pi f_c t\right)\right].\sin\left(2\pi f_c t\right)\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{y_1(t)} = LPF\left\{\left[x_i(t).\cos\left(2\pi f_c t\right) - x_q(t).\sin\left(2\pi f_c t\right)\right].\cos\left(2\pi f_c t\right)\right\} \\ \quad = \frac{1}{2} LPF\left\{x_i(t).\cos\left(2\pi\left(2f_c\right)t\right) + x_i(t) - x_q(t).\sin\left(2\pi\left(2f_c\right)t\right)\right\} \\ \quad = \frac{1}{2} x_i(t) \\ \boldsymbol{y_2(t)} = LPF\left\{-\left[x_i(t).\cos\left(2\pi f_c t\right) - x_q(t).\sin\left(2\pi f_c t\right)\right].\sin\left(2\pi f_c t\right)\right\} \\ \quad = \frac{1}{2} LPF\left\{-x_i(t).\sin\left(2\pi\left(2f_c\right)t\right) + x_q(t) - x_q(t).\cos\left(2\pi\left(2f_c\right)t\right)\right\} \\ \quad = \frac{1}{2} x_q(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1(t) = \frac{1}{2} x_i(t) = \frac{1}{2} \\ y_2(t) = \frac{1}{2} x_q(t) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

.۲

آ.

$$x_{lp}^{imp}(t) = A.x_{bp}(t).\cos(2\pi f_0 t) - jA(1+\alpha).x_{bp}(t).x_{lp}^{imp}(t)$$
$$= A.x_{bp}(t).\cos(2\pi f_0 t) - jA(1+\alpha).x_{bp}(t).\sin(2\pi f_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow x_{lp}^{imp}(t) = A.x_{bp}(t).\left[\cos\left(2\pi f_0 t\right) - j(1+\alpha).\sin\left(2\pi f_0 t + \varphi\right)\right]$$

$$\Rightarrow X_{lp}^{imp}(f) = X_{bp}(f) * \frac{A}{2}\left[\delta\left(f - f_0\right) + \delta\left(f + f_0\right) - e^{j\varphi}(1+\alpha)\,\delta\left(f - f_0\right) + e^{-j\varphi}(1+\alpha)\,\delta\left(f + f_0\right)\right]$$

$$\Rightarrow X_{lp}^{imp}(f) = X_{bp}(f) * \frac{A}{2}\left[\left(1 - e^{j\varphi}(1+\alpha)\right)\delta\left(f - f_0\right) + \left(1 + e^{-j\varphi}(1+\alpha)\right)\delta\left(f + f_0\right)\right]$$

$$\Longrightarrow X_{lp}^{imp}(f) = X_{bp}(f) * \frac{A}{2}\Big[\big(\{1-\cos(\varphi)\,(1+\alpha)\} + j\{-sin(\varphi)(1+\alpha)\}\big)\delta\big(f-f_0\big) + \big(\{1+\cos(\varphi)\,(1+\alpha)\} + j\{-sin(\varphi)(1+\alpha)\}\big)\delta\big(f+f_0\big)\Big]$$

با فرض $\alpha,\varphi \ll 1$:

$$\Longrightarrow X_{lp}^{imp}(f) = X_{bp}(f) * \frac{A}{2}\left[(-\alpha - j\varphi)\delta\big(f-f_0\big) + (2-j\varphi)\delta\big(f+f_0\big)\right]$$

$$\Longrightarrow X_{lp}^{imp}(f) = X_{bp}(f) * \left[\left(-\frac{A\alpha}{2} - j\frac{A\varphi}{2}\right)\delta\big(f-f_0\big) + \left(A - j\frac{A\varphi}{2}\right)\delta\big(f+f_0\big)\right]$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} b = \left|\frac{A\varphi}{2}\right| \\ c = \left|\frac{A\alpha}{2}\right| \\ d = \left|\frac{A\varphi}{2}\right| \end{cases}$$

برای آنکه نسبت مؤلفه‌های ناخواسته به مؤلفه‌ی مطلوب کمتر از حد تعیین شده باشد داریم:

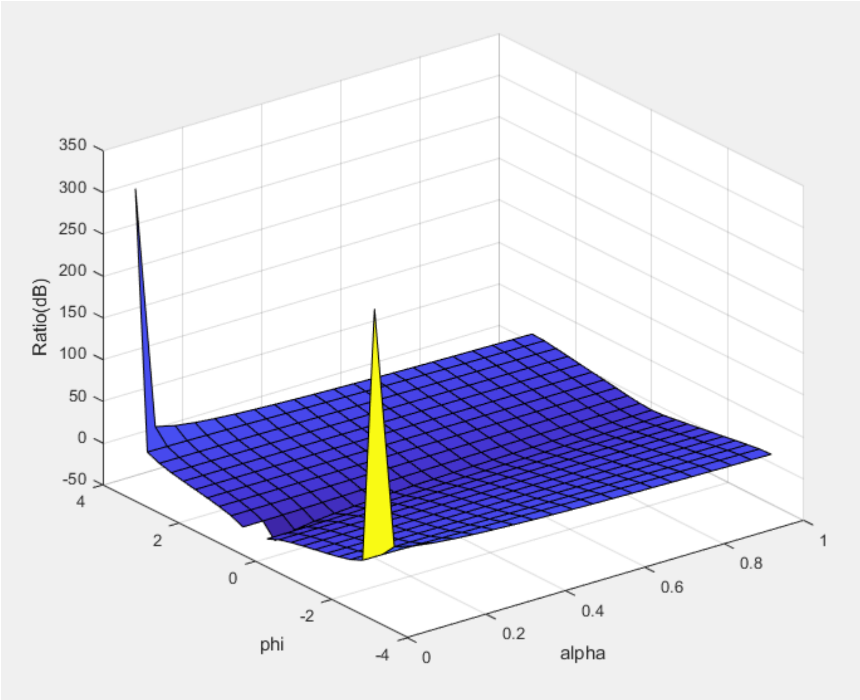
$$\begin{cases} \left|\frac{b}{A}\right| = \frac{\varphi}{2} < 0.001 \\ \left|\frac{c}{A}\right| = \frac{\alpha}{2} < 0.001 \Longrightarrow \begin{cases} |\varphi| < 0.002\, rad \\ |\alpha| < 0.002 \end{cases} \\ \left|\frac{d}{A}\right| = \frac{\varphi}{2} < 0.001 \end{cases}$$

ب.

برای آنکه نسبت مؤلفه‌ی ناخواسته به مؤلفه‌ی مطلوب را به صورت دو بعدی دست آوریم، مؤلفه‌ی مطلوب را اندازه‌ی چگالی طیف در $-f_0$ و مؤلفه‌ی نامطلوب را اندازه‌ی چگالی طیف در f_0 در نظر می‌گیریم:

$$\Longrightarrow Ratio = \left|\frac{1 - e^{j\varphi}(1+\alpha)}{1 + e^{-j\varphi}(1+\alpha)}\right|$$

در نتیجه‌ی رسم دوبعدی این نسبت در بازه‌ی تعریف شده به شکل صفحه‌ی بعد می‌رسیم، علّت بینهایت شدن نسبت در $\varphi = \pm\pi$ و $\alpha = 0$ این است که نسبت در آن به بینهایت میل می‌کند(بدترین حالت) و علّت منفی بینهایت شدن نسبت در $\varphi = 0$ و $\alpha = 0$ این است که نسبت در آن به صفر میل می‌کند.(بهترین حالت)



Ratio(dB)
350
300
250
200
150
100
50
0
-50
4
2
0
-2
-4
phi
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
alpha