به نام خدا

دانشگاه تهران

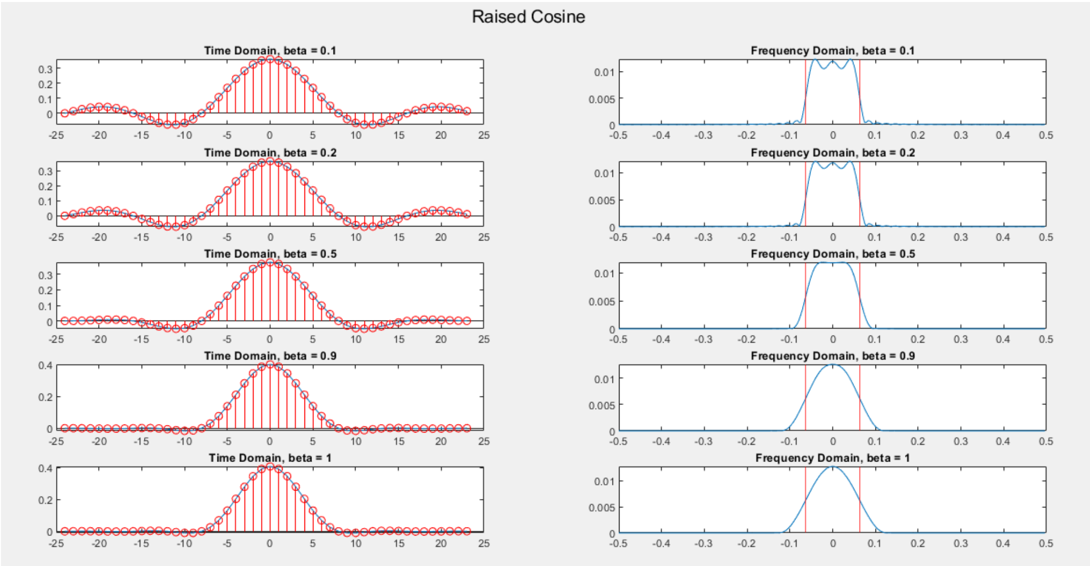
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

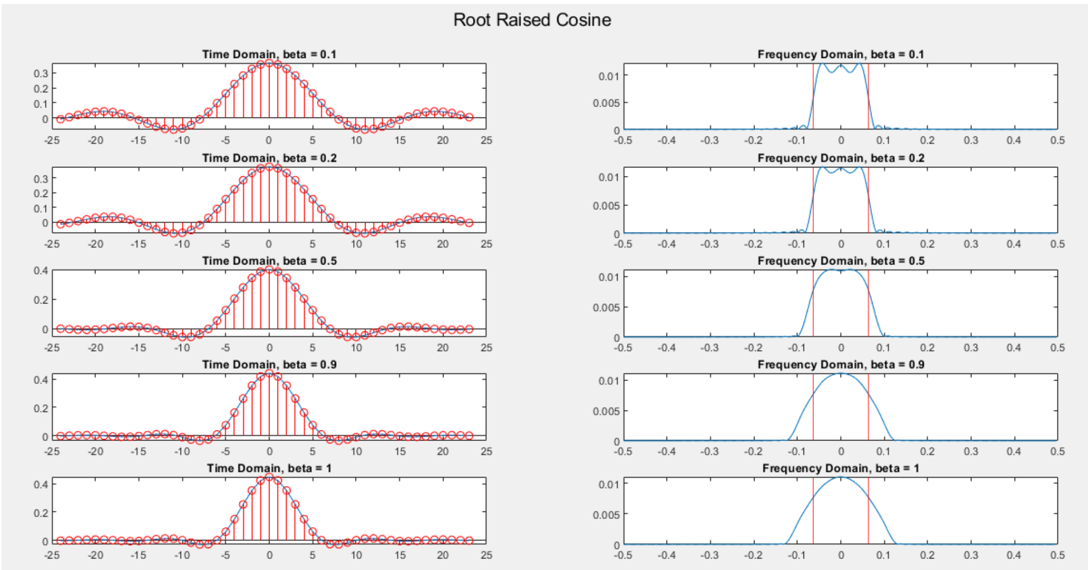
آزمایشگاه مخابرات دیجیتال

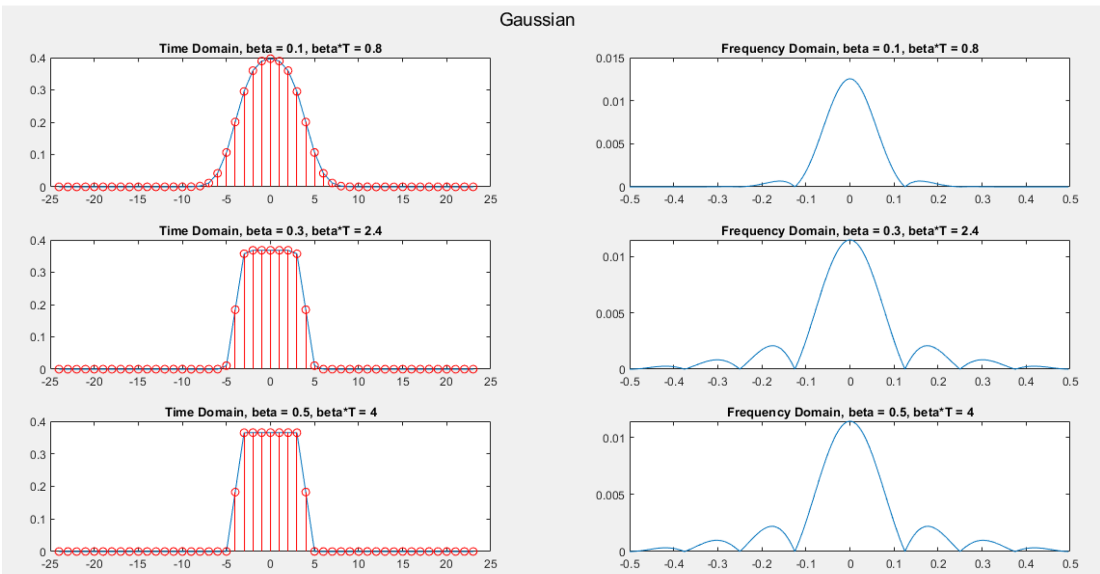
پیش‌گزارش ۳

نام و نام خانوادگی	سالار صفردوست
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۹۴۵۰
تاریخ ارسال گزارش	۱۴۰۳/۰۲/۱۲

تمرین ۱-۳


Raised Cosine
Time Domain, beta = 0.1
Frequency Domain, beta = 0.1
Time Domain, beta = 0.2
Frequency Domain, beta = 0.2
Time Domain, beta = 0.5
Frequency Domain, beta = 0.5
Time Domain, beta = 0.9
Frequency Domain, beta = 0.9
Time Domain, beta = 1
Frequency Domain, beta = 1

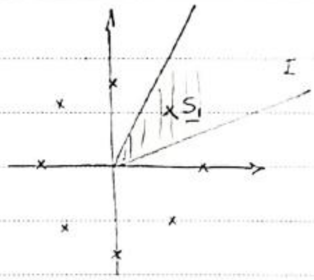

Root Raised Cosine
Time Domain, beta = 0.1
Frequency Domain, beta = 0.1
Time Domain, beta = 0.2
Frequency Domain, beta = 0.2
Time Domain, beta = 0.5
Frequency Domain, beta = 0.5
Time Domain, beta = 0.9
Frequency Domain, beta = 0.9
Time Domain, beta = 1
Frequency Domain, beta = 1


Gaussian
Time Domain, beta = 0.1, beta*T = 0.8
Frequency Domain, beta = 0.1, beta*T = 0.8
Time Domain, beta = 0.3, beta*T = 2.4
Frequency Domain, beta = 0.3, beta*T = 2.4
Time Domain, beta = 0.5, beta*T = 4
Frequency Domain, beta = 0.5, beta*T = 4

تمرین ۲-۳

Subject:
Date

$$\Rightarrow P[C] = \sum_{i=1}^{M} P(H_i|H_i).\,P(H_i)$$



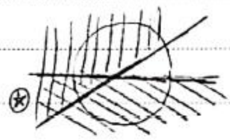
$$= P(H_1|H_1)$$

$$= P[\,s_1 + n \in I\,]$$

$$= \iint_{I_1} \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0}\left[(r_1 - s_{11})^2 + (r_2 - s_{12})^2\right]\right\} dr_1\, dr_2$$

این انتگرال به ازای I_1 فرم بسته ندارد. به جای آن $P[E]$ را به شکل زیر تقریب می‌زنیم که فرض

می‌کنیم ناحیه‌ی ⊛ مساحت کمی دارد و به همین خاطر:



$$P[E] \cong \int_{S_{III}} \cdots + \int_{S_{\equiv}} \cdots$$

از طرفی پاسخ انتگرال‌ها مشابه $P[E]$ مربوط به احتمال خطا در مدولاسیون‌های مرتبه‌ی ۲

می‌باشند، یعنی

$$P[E] = Q\left(\frac{d_{12}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{1M}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

$$= 2Q\left(\frac{d_{min}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

$$d_{min} = 2\times\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\,\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)$$

$$\Rightarrow P[E] \cong 2Q\left(\sqrt{2\log_2 M \times \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)\times\frac{\mathcal{E}_{bavg}}{N_0}}\right)$$

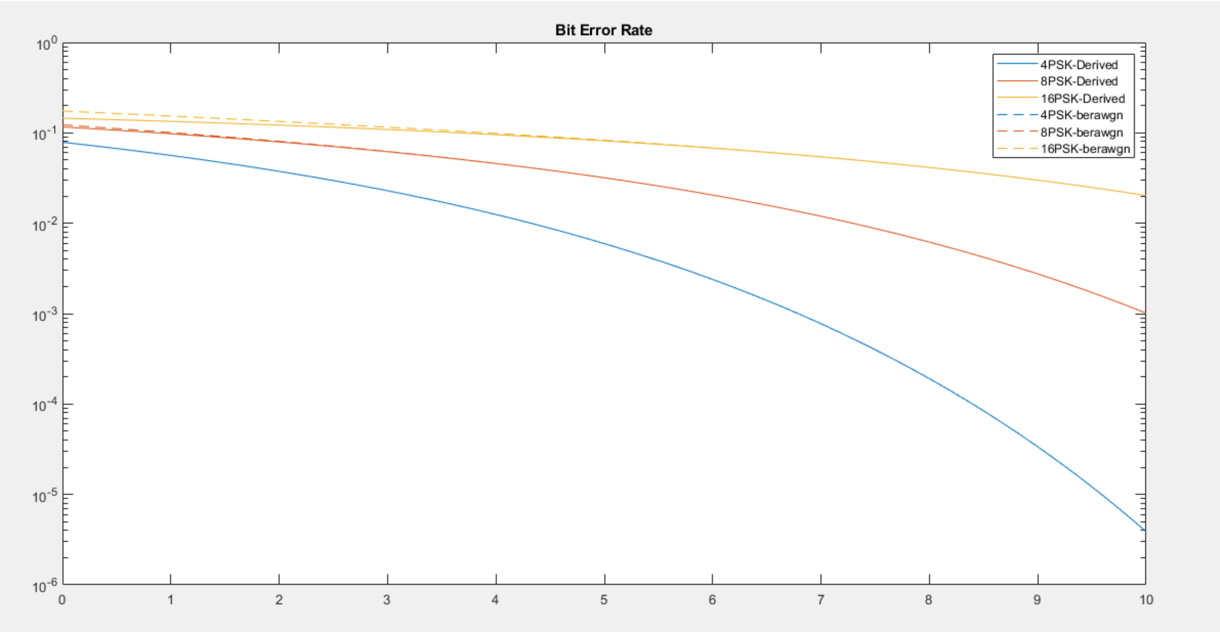
خطای به دست آمده P_e برای سمبل است، در نتیجه خطای بیت با فرض gray بودن و اینکه

$$P_{ber} = 2Q\left(\sqrt{2\log_2 M \times \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right).\frac{\mathcal{E}_{bavg}}{N_0}}\right)\times\frac{1}{\log_2 M}$$

هر سمبل فقط با سمبل‌های کناری

PAPCO

خودش اشتباه گرفته می‌شود، خطای بیت به شکل بالا به دست می‌آید.



علت وجود اختلاف بین مقادیر متلب و مقادیر به دست آمده از فرمول این است که ما در محاسبه‌ی فرمول دو تقریب زده‌ایم:

۱- تقریب اول برای سادگی محاسبه‌ی انتگرال

۲- تقریب دوم در انتهای محاسبه‌ی خطای بیت از روی خطای سمبل

در تقریب دوم فرض کردیم که سمبلی اگر اشتباه تشخیص داده شود حتما از یکی از دو سمبل کناری خواهد بود و در نتیجه فقط یک بیت از آن فرق خواهد داشت، در حالی که این حرف دقیق نیست و اوضاع در زمان‌هایی که انرژی سمبل‌ها کمتر می‌شود بسیار بدتر است. علت در این است که منظومه حالت فشرده‌تری می‌یابد که احتمال تشخیص سمبل غلط را به سمبل‌های دورتر نیز می‌برد که باعث افزایش ارور بیت می‌شود و عملا به ازای هر خطای سمبل ممکن است چند خطای بیت داشته باشیم. بنابراین طبیعی است که مقادیر خطای واقعی در انرژی‌های پایین بیشتر از مقدار به دست آمده از روی فرمول باشد. همچنین افزایش M این افزایش خطا را بیشتر نیز می‌کند.

تمرین ۳-۳

$$(*)\quad x_{out} = x_i(t)\,.\,\cos(2\pi f_c t) - x_q(t)\,.\,\sin(2\pi f_c t)$$

$$(**)\quad x_{bp} = Re\left\{x_\ell(t)\,e^{j2\pi f_c t}\right\} = Re\left\{(x_i(t)+j x_q(t))\,.\,(\cos(2\pi f_c t)+j\sin(2\pi f_c t))\right\}$$

$$\Rightarrow x_{bp} = Re\left\{\left(x_i(t).\cos(2\pi f_c t) - x_q(t).\sin(2\pi f_c t)\right) + j(\dots)\right\}$$

$$\Rightarrow x_{bp} = x_i(t).\cos(2\pi f_c t) - x_q(t).\sin(2\pi f_c t)$$

$$(*),(**) \Rightarrow x_{out} = x_{bp}$$

$$y(t) = Real\left\{a x_\ell(t).\,e^{j(2\pi f_c t+\varphi)}\right\}$$

$$(1):\ y(t).\cos(2\pi f_c t) = Real\left\{\frac{a}{2}x_\ell(t).\,e^{j(2\pi\times 2f_c t+\varphi)} + \frac{a}{2}x_\ell(t).\,e^{j\varphi}\right\}$$

$$\Rightarrow y_1(t) = Real\left\{\frac{a}{2}x_\ell(t)\,e^{j\varphi}\right\} = \frac{a}{2}x_i(t)\cos(\varphi) - \frac{a}{2}x_q(t)\sin(\varphi)$$

$$(2):\ y(t).(-\sin(2\pi f_c t)) = Real\left\{j\frac{a}{2}x_\ell(t).\,e^{j(2\pi\times 2f_c t+\varphi)} - j\frac{a}{2}x_\ell(t).\,e^{j\varphi}\right\}$$

$$\Rightarrow y_2(t) = Real\left\{\frac{a}{2}x_\ell(t)\,e^{j(\varphi-\frac{\pi}{2})}\right\} = \frac{a}{2}x_i(t).\sin(\varphi) + \frac{a}{2}x_q(t)\cos(\varphi)$$

بدون حضور کانال:

$$y(t) = Real\left\{(x_\ell(t)+n_\ell(t)).\,e^{j2\pi f_c t}\right\}$$

$$\Rightarrow y_1(t) = \frac{1}{2}(x_i(t)+n_i(t)) = \frac{x_i(t)}{2} + \frac{n_i(t)}{2} \quad ; \quad \varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \quad 0<t<T$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_1: & y_1 = +\frac{A\sqrt{T}}{2} + \frac{n}{2} \qquad n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \\ H_2: & y_2 = -\frac{A\sqrt{T}}{2} + \frac{n}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(E) = Q\left(\frac{d_{min}}{\sqrt{2 \times \frac{\sigma^2}{4}}}\right) = Q\left(\frac{A\sqrt{T}}{\sigma}\right)$$

با حضور کانال: $y(t) = Real\left\{\left(\frac{\alpha}{2} x_l(t) \cdot e^{j\varphi} + n_l(t)\right) e^{j2\pi f_c t}\right\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1(t) = \frac{\alpha}{2} x_i(t) \cdot \cos(\varphi) - \frac{\alpha}{2} \cancelto{0}{x_q(t)} \cdot \sin(\varphi) + \frac{1}{2} n_i(t) \\ \varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \quad 0 < t < T \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_1: & y_1 = \frac{\alpha}{2} A\sqrt{T} \cos(\varphi) + \frac{1}{2} n \qquad n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \\ H_2: & y_2 = -\frac{\alpha}{2} A\sqrt{T} \cos(\varphi) + \frac{1}{2} n \end{cases}$$

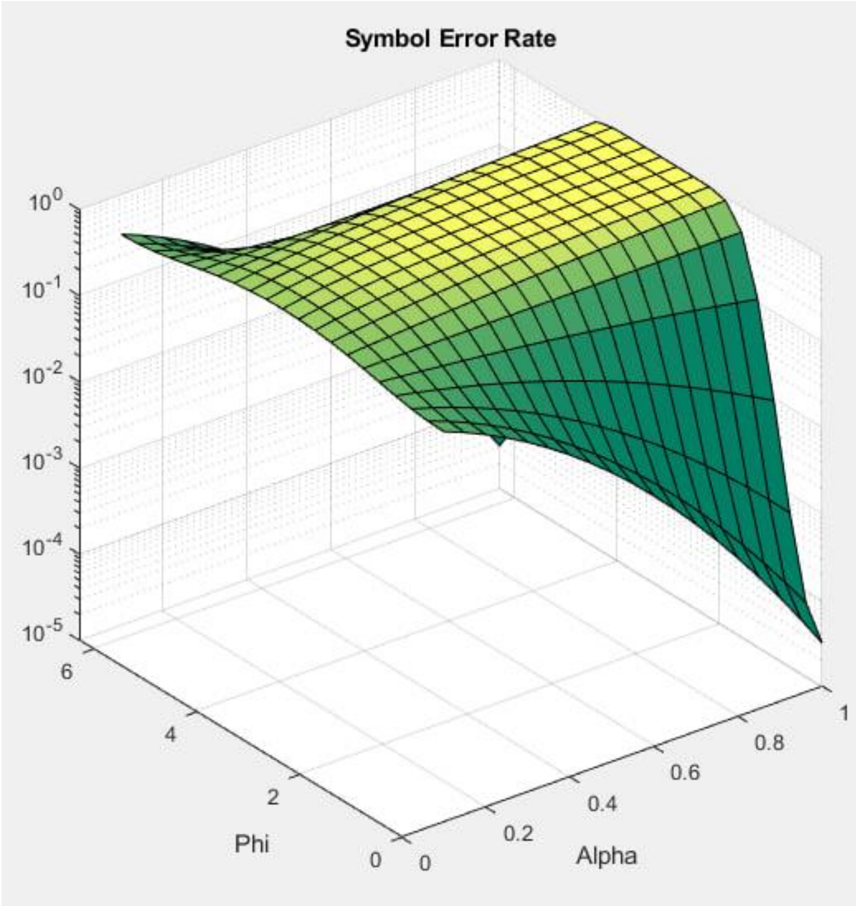
$$\Rightarrow P(E) = Q\left(\frac{d_{min}}{\sqrt{2 \times \frac{\sigma^2}{4}}}\right) = Q\left(\frac{\alpha A\sqrt{T} \cos\varphi}{\sigma}\right)$$

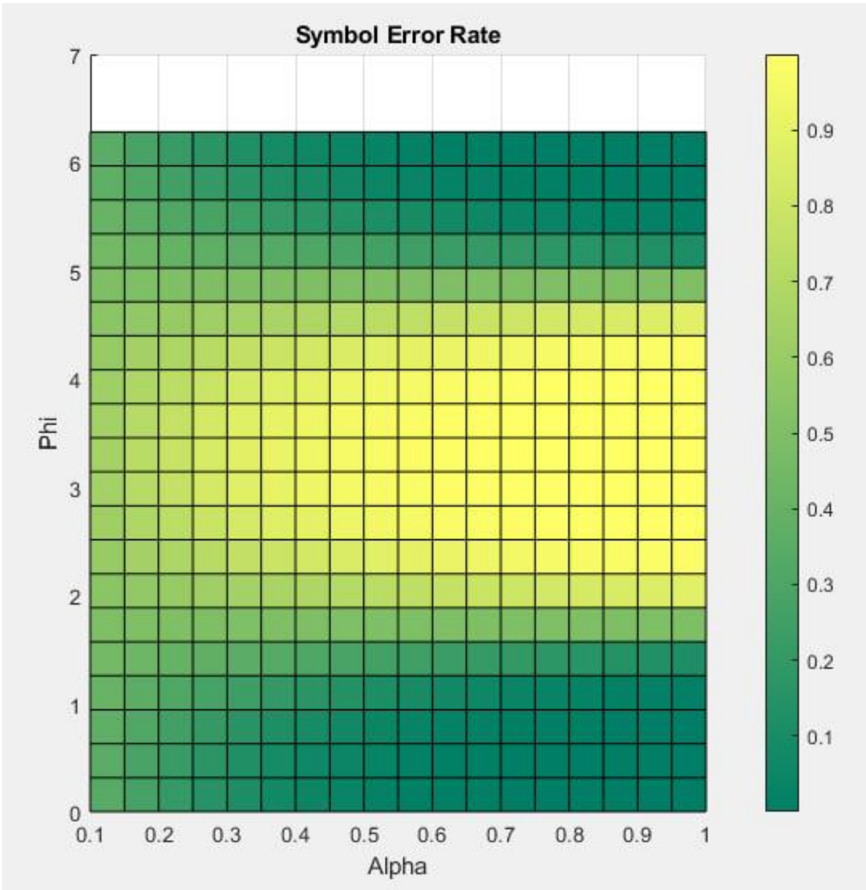
مقدار Pe بدون اعمال اثر کانال با پارامترهای سوال(با فرض T=1):

$$Pe = Q(4) = 3.1671e-05$$

مقدار Pe با اعمال اثر کانال با پارامترهای سوال(با فرض T=1):

$$Pe = Q\left(0.2 \times 4 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0.2858$$


Symbol Error Rate
Phi
Alpha


Symbol Error Rate
Phi
Alpha