1) a) $\dfrac{x(t) - x(-t)}{۲} \Rightarrow$ تابع فرد

$$\dfrac{1 + t\cos(t) + t^۲\sin(t) + t^۳\sin(t)\cos(t) - \left(1 - t\cos(-t) + t^۲\sin(-t) - t^۳\sin(-t)\cos(-t)\right)}{۲}$$

$$= \dfrac{۲t\cos(t) + ۲t^۲\sin(t)}{۲} = \underbrace{t\cos(t) + t^۲\sin(t)}_{\text{فرد}}$$

$\dfrac{x(t) + x(-t)}{۲} \Rightarrow$ تابع زوج $\Rightarrow$

$$\dfrac{1 + t\cos(t) + t^۲\sin(t) + t^۳\sin(t)\cos(t) + \left(1 - t\cos(-t) + t^۲\sin(-t) - t^۳\sin(-t)\cos(-t)\right)}{۲} =$$

$$\dfrac{۲ + ۲t^۳\sin(t)\cos(t)}{۲} = 1 + t^۳\sin(t)\cos(t)$$

b) فرد: $\dfrac{(1+t^۳)\cos^۳(1۰t) - (1-t^۳)\cos^۳(-1۰t)}{۲} = t^۳\cos^۳(1۰t)$

زوج: $\dfrac{(1+t^۳)\cos^۳(1۰t) + (1-t^۳)\cos^۳(-1۰t)}{۲} = 1$

c) $۰<t<1 \longrightarrow \dfrac{x(t) - x(-t)}{۲} = \dfrac{1}{۲}$

$-1<t<۰ \Longrightarrow \dfrac{x(t) - x(-t)}{۲} = \dfrac{-1}{۲}$ فرد

$۰<t<1 \longrightarrow \dfrac{x(t) + x(-t)}{۲} = \dfrac{1}{۲} \Rightarrow$ زوج

$-1<t<۰ \Longrightarrow$

2) a) $\cos^۲ ۲\pi t = \dfrac{\cos(۲\times ۲\pi t) - 1}{۲}$ $\quad \dfrac{\cos(۴\pi t) - 1}{۲} = \dfrac{\cos(۴\pi(t+T)) - 1}{۲}$

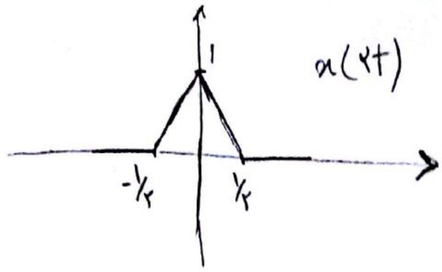
$\cos(۴\pi t) = \cos(۴\pi(t+T))$, $\cos(۲\pi) = \cos(۰) \Rightarrow t=۰$, $\boxed{T = \dfrac{1}{۲}}$

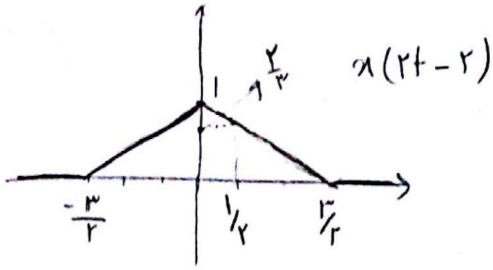
b) $\sin^۳(۲t) = \dfrac{۳\sin(۲t) - \sin(۶t)}{۴}$

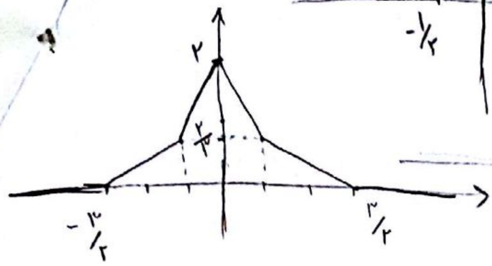
$T_{۰1} = \dfrac{\pi}{۳} \longrightarrow$ کوچکترین مضرب مشترک $= \boxed{\pi = T_۰}$

$T_{۰۲} = \dfrac{\pi}{۲}$

۳) a)

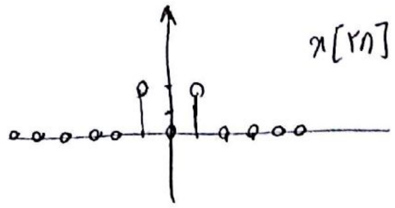


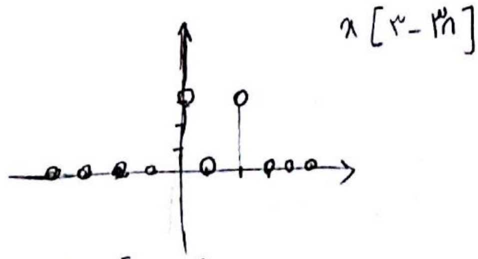


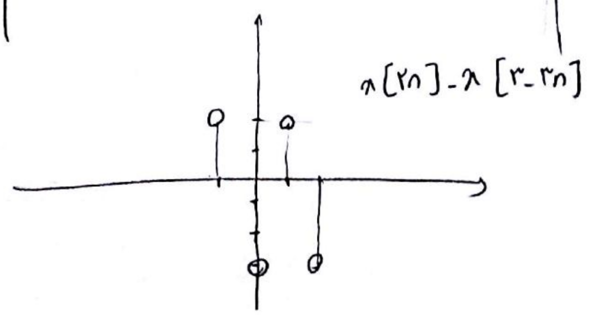


$\Longrightarrow x(2t)+x(2t-2)$

b)







---

۴) c) e^{-2t} پریودیک نیست و $e^{-2t}\cos 2\pi t$ نیز پریودیک نمی‌شود.

---

d) $x[n]=5\cos[2n]$

$\cos(2t) \longrightarrow T_0=\pi \to 5\cos[2n]=5\cos[2(n+N)] \Rightarrow \boxed{N=[\pi]=3}$

---

e) $\sin\left[\frac{4\pi n}{35}\right] \Rightarrow \boxed{N=\left[\frac{2\pi}{4\pi}\times 35\right]=11}$

f) $e^{\frac{jn}{2}}+e^{\frac{jn}{3}} \to \frac{N_0'}{m'}=\frac{\frac{1}{3}}{2\pi}$

$\frac{N_0}{m}=\frac{\frac{1}{2}}{2\pi} \to$ پریودیک نیستند!

g) $e^{\frac{j\pi n}{2}}+e^{\frac{j\pi n}{3}} \to \frac{N_0'}{m'}=\frac{1}{4\pi}$ $\boxed{N_0'=1}$

$\frac{N_0}{m}=\frac{\pi}{4\pi} \to \boxed{N_0=1}$

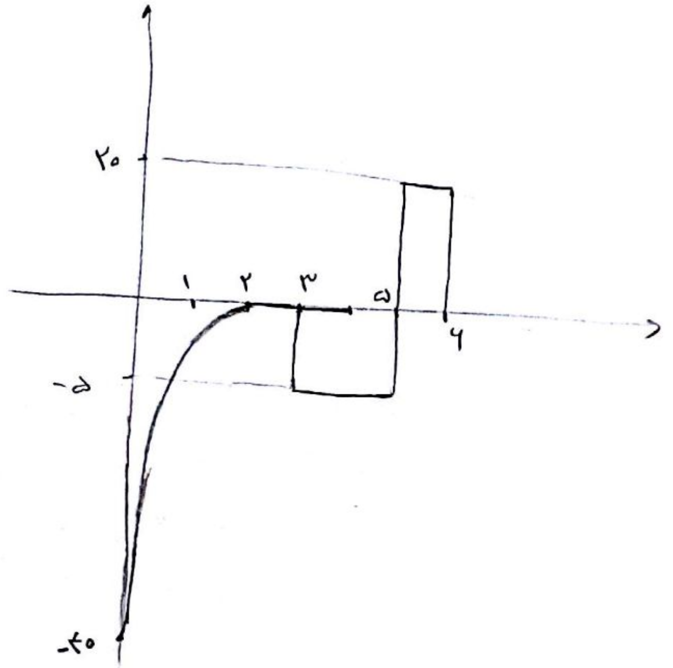
$\boxed{N=1}$

---

h) $\sin\left[\frac{3\pi}{5}n^2\right]$ $\boxed{N_0=10}$

4)
$$\underbrace{20e^{-2t}u(t)-20e^{-2t}u(t-2)}+\underbrace{10u(t-3)-10u(t-2)}+$$
$$\underbrace{(-5t+25)u(t-3)-(-5t+25)u(t-5)}+\underbrace{(20t-120)u(t-5)-(20t-120)\times u(t-6)}$$

مشتق : $-40e^{-2t}u(t)+40e^{-2t}u(t-2)-5u(t-3)+5u(t-5)+20u(t-5)$
$-20u(t-6)$



5) a) $x(t)=A\cos(\omega t+\phi)$ $\quad P \triangleq \dfrac{1}{\frac{\pi}{\omega}-(-\frac{\pi}{\omega})}\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} A^2\cos^2(\omega t+\phi)\,dt$

$$P=\frac{\omega A^2}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}}\frac{\cos(2(\omega t+\phi))-1}{2}\,dt=\frac{A^2\omega}{4\pi}\left[+\frac{\sin(2(\omega t+\phi))}{2}-t\right]_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}}$$

$$=\frac{A^2\omega}{4\pi}\times\frac{-2\pi}{\omega}=\boxed{\frac{-A^2}{2}}$$

b) $\begin{cases} 5-t & 4\leq t\leq 5\\ 1 & -4\leq t\leq 4\\ t+5 & -5\leq t\leq -4\end{cases}$ $\quad P=\dfrac{1}{5-4}\displaystyle\int_4^5(5-t)^2dt+\dfrac{1}{4+4}\int_{-4}^{4}1\,dt+\dfrac{1}{-4+5}\int_{-5}^{-4}(t+5)^2dt$

$$=\int_4^5 25-10t+t^2\,dt+\int_{-5}^{-4}25+10t+t^2\,dt+1=50-90+\boxed{\frac{122}{3}=\frac{2}{3}}$$

4) a) $y(t) = x(-t+5) + C \longrightarrow$ ۱) مموری دارد

۲) Causal ← به گذشته بستگی دارد.

۳) پایدار ← اگر x محدود باشد، خروجی هم محدود است.

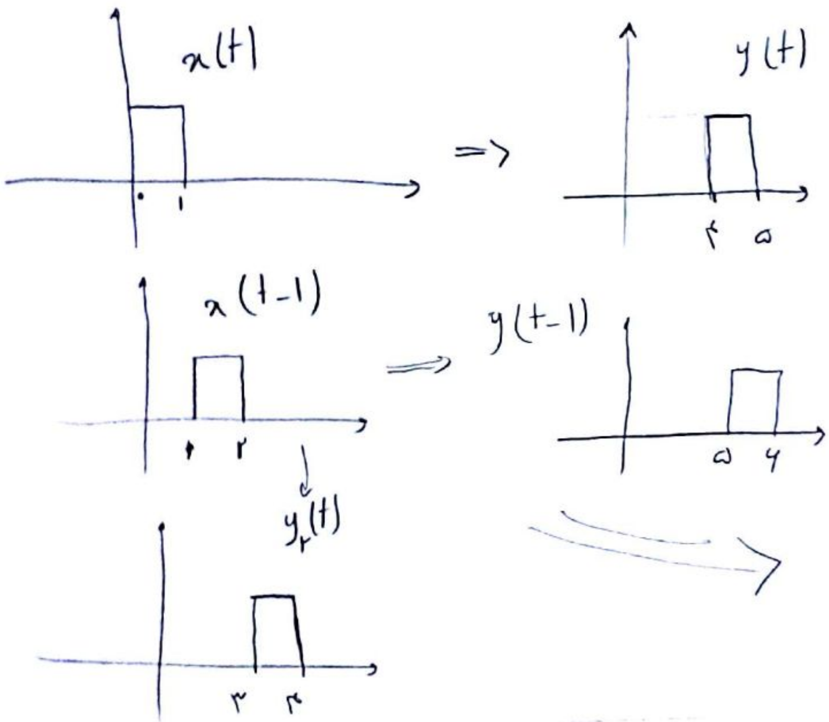
۴) خطی

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, $y(t) = x(-t+5)$ $= x_1(5-t) + x_2(5-t)$

$y_1(t) = x_1(-t+5)$

$y_2(t) = x_2(-t+5)$

, $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$



time_varying (۵

4) b) $y(t) = \sin(x(t))$ ۱- بدون حافظه است زیرا خروجی در هر لحظه به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۲) پایدار است زیرا ورودی و خروجی کراندار است. $|\sin| \leq 1$ کرا_

۳) Causal است زیرا خروجی در هر لحظه به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۴) غیرخطی است زیرا:

$a x_1(t) = a y_1(t)$

$\sin(a x_1(t)) \neq a y_1(t)$

۵) time invariant چون:

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \sin(x_1(t))$

$\xrightarrow{t-t_0} y_1(t-t_0) = \sin(x_1(t-t_0))$

$x_2(t) = x_1(t-t_0)$, $y_2(t) = y_1(t-t_0) = \sin(x_1(t-t_0))$ ✓

(c (4

$y[n] = -x[n]u[n]$

۱) بدون حافظه چون به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۲) پایدار است چون ورودی کراندار است خروجی هم فقط از یک سمت کراندار است.

۳) علّی است چون خروجی به همان لحظه ی ورودی وابسته است.

۴) خطی است:

$ay[n] = -ax[n]u[n]$ ✓

$-x_1[n]u[n] + -x_2[n]u[n] = y_1[n] + y_2[n]$

c) time-variance چون،

$y_1[n] = -x_1[n]u[n]$

$y_1[n-n_0] = -x[n-n_0]u[n-n_0]$

$x_2[n] = x_1[n-n_0] \to y_2[n-n_0] = -x[n-n_0]u[n]$ ×

(d (4

$y(t) = x(\cos(t))$

۱) بدون حافظه چون به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۲) پایدار است چون + کراندار است و خروجی ممکن است کراندار باشد.

۳) علی است چون به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۴) خطی است

$x(t) = x_1(\cos(t)) + x_2(\cos(t))$

$y_1(t) = x_1(\cos(t)) \quad y_2(t) = x_2(\cos(t))$

$y(t) = x_1(\cos(t)) + x_2(\cos(t))$ ✓

c) ← time variance

$t \to t-t_0 \quad x(\cos(t-t_0)) \to y(t\ \ ) = x(\cos(t-t_0))$

$y(t-t_0) = x(\cos(t)-t_0)$

Scanned by CamScanner

خداوند برای
آن معترف ،

۴) e) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ ۱) بدون حافظه چون خروجی به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۲) پایدار نیست چون چون ورودی کراندار نیست.

۳) علی است چون فقط به ورودی در همان لحظه وابسته است.

۴) خطی است

$x = x_1 + x_2$

$y_1 = \frac{dx_1}{dt} \quad y_2 = \frac{dx}{dt}$

$ax(t) \to ay(t)$ ✓

$y = \frac{d(x_1+x_2)}{dt} = \frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt}$

۵) time-variance

$t \to t-t_0 \to y(t) = \frac{dx(t-t_0)}{d(t-t_0)}$

$y(t-t_0) = \frac{dx(t-t_0)}{dt}$ $\neq$

۴) f) $y[n] = \sum_{\infty}^{n} x[k+2]$ ۱) با حافظه چون به ورودی های قبلی و بعدی وابسته است.

۲) کراندار نیست ← پایدار نیست |

۳) علی نیست چون به ورودی های آینده وابسته است.

۴) خطی است ،

$x = x_1 + x_2$

$y_1 = \sum^{n} x_1[k+2] \quad y_2 = \sum x_2[k+2]$

✓

$y = \sum^{n} x_1 + x_2 [k+2] = y_1 + y$

۵) time-variance ←

$n \to n-n_0 \quad y[n] = \sum^{n-n_0} x[k+2]$

$y[n-n_0] = \sum^{n} x[k+2]$ $\neq$

۲) a)

$y(t) = \frac{d(x(t))}{dt}$ این تابع یک به یک نیست چون ممکن است خروجی مشتق به ازای یک تابع مقدار ثابت، رشد یا درکل به ازای چند ورودی مقدار یکسانی بگیرد.

c) $y(t) = x(\frac{t}{3}) \Leftarrow$

$y^{-1}(t) = x(3t)$

b) معکوس پذیر نیست چون نمی‌توان مقدار اولیه تابع در نقطه‌ی صفر را به دست آورد.