

تعریف مسئله

مسئله **N_QUEEN** یعنی **N** وزیر را در یک صفحه شطرنج $N \times N$ طوری بچیند که حمله به یکدیگر برای هر وزیر غیرممکن باشد.

برای اینکه این مسئله را با الگوریتم ژنتیک حل کنیم مراحل زیر لازم است:

- (1) یک کروموزوم تصادفی تولید کنیم
 - (2) محاسبه **fitness**
 - (3) اگر **fitness** با **fitness_max** برابر نیست
 - (4) نقطه تلاقی وسط کروموزوم (**crossover**)
 - (5) جهش (**mutation**)
 - (6) کروموزوم جدید به جمعیت اضافه شده است
- مرحله 2 تا 6 را تکرار کن تا یک کروموزوم با مقدار **fitness=fitness_max** پیدا شود

برای نشان دادن یک کروموزوم به این صورت عمل میکنیم:

یک آرایه تک بعدی ایجاد میکنیم که به تعداد ستونهای صفحه شطرنج عنصر دارد. هر عنصر از این آرایه نشان میدهد که وزیر در کدام سطر از آن ستون قرار دارد.



به عنوان مثال اگر مسئله ۸ وزیر را در نظر بگیریم،

آرایه تک بعدی باید دارای ۸ عنصر باشد.

آرایه ی شکل مقابل در نظر بگیرید

[1,6,2,5,7,4,0,3]

مقدار 1 در اولین عنصر آرایه گویای این مطلب است که در ستون اول صفحه شطرنج وزیری در سطر 1 ام قرار داده ایم.

جمعیت هر نسل می تواند تعداد کروموزوم ها را تعیین کند.

جمعیت اولیه از انتخاب رندومی از کروموزوم ها ایجاد می شود.

الگوریتم های ژنتیک ابتدا جمعیت اولیه ای تولید کرده و سپس سعی در بهبود این جمعیت دارند

برای مسئله ی n وزیر تولید جمعیت به صورت تصادفی خواهد بود.

بدین صورت که وزیرها به طور تصادفی روی صفحه شطرنج قرار می دهیم.

```
random_chromosome = lambda size: [random.randint(1,size) for _ in range(size)]
random_chromosome.__doc__='making random chromosomes'
```

:fitness

تابع fitness برای محاسبه تعداد جفت وزیرهایی که حمله نمی کنند.

برای یافتن مقدار تابع fitness ازین معادله استفاده میکنیم:

$$\text{Fitness function} = F1+F2+F3+F4+F5+F6+F7+F8$$

که F1تعداد جفت ملکه های غیرحمله با ملکه Q1و...

ما باید تابع **Fitness** را برای همه‌ی افراد جمعیت خود (کروموزوم ها) محاسبه کنیم.

```
def fitness(chromosome,maxFitness=None):
    n = len(chromosome)
    if maxFitness==None:
        maxFitness=(n*(n-1))/2
    horizontal_collisions = sum([chromosome.count(queen)-1 for queen in chromosome])/2

    left_diagonal=[0]*(2*n)
    right_diagonal=[0]*(2*n)
    for index,chrom in enumerate(chromosome):
        left_diagonal[index+chrom-1]+=1
        right_diagonal[n-index+chrom-2]+=1

    diagonal_collisions = 0
    for i in range(2*n-1):
        counter = 0
        if left_diagonal[i] > 1: counter += left_diagonal[i]-1
        if right_diagonal[i] > 1: counter += right_diagonal[i]-1
        diagonal_collisions+= counter / (n-abs(i-n+1))

    return int(maxFitness-(horizontal_collisions + diagonal_collisions))
```

سپس باید احتمال انتخاب از تابع **Fitness** را محاسبه کنیم.

```
probability=lambda chromosome, fitness,maxFitness=1: fitness(chromosome)/maxFitness
```

در مرحله بعدی ، ما به طور تصادفی دو جفت را برای تولید مثل براساس احتمالاتی که روی مرحله قبل حساب کردیم انتخاب می کنیم.

تابع انتخاب تصادفی:

```
def random_pick(population, probabilities):
    # tmp={tuple(i):j for i,j in zip(population, probabilities)}
    # return list(max(tmp,key=lambda x:tmp[x]))
    r = sum(probabilities)*random.random()
    upto = 0
    for c, w in zip(population, probabilities):
        upto+=w
        if upto>=r: return c
    raise RuntimeError("This is unreachable state :(")
```

:Crossover

یک نقطه تصادفی در طول رشته انتخاب میشود

والدین در این نقطه به دو قسمت میشوند

هر فرزند با انتخاب تکه اول از یکی از والدین و تکه دوم از والد دیگر بوجود میاید

```
def reproduce(x, y):
    assert len(x)==len(y)
    '''doing cross_over between two chromosomes'''
    c = random.randint(0,len(x)-1)
    return x[:c]+y[c:]
```

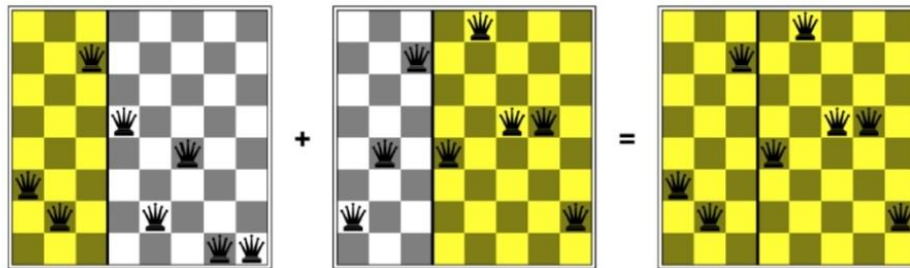
مرحله بعد mutation (جهش):

بصورت تصادفی چند ژن را تغییر میدهیم

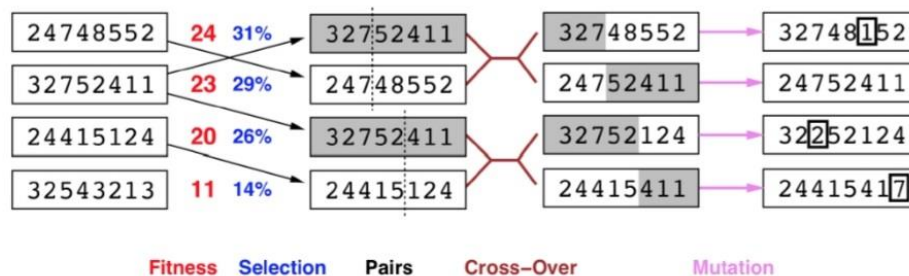
وکروموزوم های جدید بدست آمده جمعیت جدید ما خواهد بود

```
def mutate(x):
    '''randomly changing the value of a random index of a chromosome'''
    n = len(x)
    x[random.randint(0,n-1)]=random.randint(1,n)
    return x
```

بنابراین الگوریتم ژنتیک برای حل الگوریتم Queen-8 مانند شکل زیر است.



Generate successors from pairs of states.



در مرحله بعدی ، باید به مرحله 2 (fitness) برگردیم تا تابع fitness جمعیت به روز شده خود را پیدا کنیم.

مراحل 2-6 تکرار می شوند تا زمانی که کروموزوم موارد زیر را برآورده کند:

مقدار $\text{maxfitness} == \text{fitness}$

تابع queen_genetic :

ابتدا احتمالات را با استفاده از تابع probability به دست می آورد.

سپس در یک حلقه For با استفاده از تابع pick_random دو تا از بهترین کروموزم ها را انتخاب کرده .بعد با استفاده از تابع reproduce دو کروموزوم جدید ایجاد میشود .

در مرحله بعدی یک عدد تصادفی ایجاد کرده با استفاده از random.random() آن را با mutationProbability مقایسه میکنیم .

اگر mutationProbability کمتر از عدد تصادفی ایجاد شده بود , فرزندان ایجاد شده را به تابع mutate جهش میدهم سپس آنها را در لیست population_new قرار میدهم . این تابع تا زمانی ادامه پیدا میکند که fitness کروموزوم ها به حداکثر خود برسد یا تمام جمعیت را پیمایش کند .در اخر جمعیت جدید را برمیگرداند

```
def genetic_queen(population, fitness,maxFitness,mutationProbability = 0.03):
    new_population = []
    probabilities = [probability(n, fitness,maxFitness) for n in population]
    probabilities = [probability(n, fitness,maxFitness) for n in population]
    for _ in population:
        x = random_pick(population, probabilities) #best chromosome 1
        y = random_pick(population, probabilities) #best chromosome 2
        child = reproduce(x, y) #creating two new chromosomes from the best 2 chromosomes
        if random.random() < mutationProbability:
            child = mutate(child)
        new_population.append(child)
        if fitness(child) == maxFitness: break
    return new_population
```

تست خروجی برای ورودی 4:

Enter Number of Queens: 4

x Q x x

x x x Q

Q x x x

x x Q x

solution found after 0 generations

فاطمه خدادادی-97143013

