



دانشگاه تهران

تمرین سری اول مبانی ترکیبیات

دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

تاریخ تحویل: جمعه ۱۵ اسفند

(۱) اگر m عددی صحیح باشد، عبارت زیر را ثابت کنید و برای تعریف سقف، فرم مشابه را بدست آورده و ثابت کنید.

$$\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor = \frac{m}{2} - \frac{1}{4} + \frac{(-1)^m}{4}$$

$$\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil = ?$$

(۲) اگر $x \geq 0$ عددی حقیقی باشد، موارد زیر را ثابت کنید.

$$\left\lfloor \sqrt{\lfloor x \rfloor} \right\rfloor = \lfloor \sqrt{x} \rfloor$$

$$\left\lceil \sqrt{\lceil x \rceil} \right\rceil = \lceil \sqrt{x} \rceil$$

(۳) تعداد $m -$ زیرمجموعه‌های $[n]$ را که شامل هیچ دو عدد متوالی نیستند، محاسبه کنید.

(۴) تعداد رشته‌های بیتی را به طول ۸ که شامل سه صفر متوالی و چهار یک متوالی هستند، بدست آورید.

(۵) چند تابع از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ به مجموعه $\{0, 1\}$ وجود دارد که در آن n یک عدد صحیح مثبت است...

الف) که یک به یک باشند؟

ب) که صفر، هم به یک و هم به n نسبت داده شود؟

ج) که به طور دقیق، ۱ به یکی از اعداد صحیح کمتر از n نسبت داده شود؟