

Ayrık Matematik

Önergeler

H. Turgut Uyar Ayşegül Gençata Yayimli Emre Harmancı

2001-2010



©2001-2010 T. Uyar, A. Yayımlı, E. Harmancı

You are free:

- to Share — to copy, distribute and transmit the work
- to Remix — to adapt the work

Under the following conditions:

- Attribution — You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).
- Noncommercial — You may not use this work for commercial purposes.
- Share Alike — If you alter, transform, or build upon this work, you may distribute the resulting work only under the same or similar license to this one.

Legal code (the full license):

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

1 Önergeler

- Giriş
- Bağlaçlar
- Sağlıklı Formüller
- Üstdil

2 Önerme Hesapları

- Giriş
- Mantık Yasaları
- Akıl Yürütme

Önerme

Tanım

önerme: bir dilde yapılan bildirim

- **ara değeri dışlama kuralı:**
bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- **çelişki kuralı:**
bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

Önerme Örnekleri

Örnek (önerme)

- Ay dünyanın çevresinde döner.
- Filler uçabilir.
- $3 + 8 = 11$

Örnek (önerme değil)

- Saat kaç?
- Ali topu at!
- $x < 43$

Önerme Değişkeni

Tanım

önerme değişkeni: önermeyi simgeleyen isim

- *Doğru* (D) ya da *Yanlış* (Y) değerini alır

Örnek

- p_1 : Ay dünyanın çevresinde döner. (D)
- p_2 : Filler uçabilir. (Y)
- p_3 : $3 + 8 = 11$ (D)

Birleşik Önerme

- yalın önermelerin **bağlaçlar** ile bağlanmasıyla **birleşik önermeler** elde edilir
 - değil
 - ve, veya
 - koşullu bağlaç, karşılıklı koşullu bağlaç
- **doğruluk tablosu**:
önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için bağlaç sonucunu veren çizelge

DEĞİL Bağlacı

Tablo: $\neg p$

p	$\neg p$
D	Y
Y	D

Örnek

- $\neg p_1$: Ay dünyanın çevresinde dönmez.
 $\neg D$: *Yanlış*
- $\neg p_2$: Filler uçamaz.
 $\neg Y$: *Doğru*

VE Bağlacı

Tablo: $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \wedge p_2$: Ay dünyanın çevresinde döner ve filler uçabilir.
 $D \wedge Y$: Yanlış

VEYA Bağlacı

Tablo: $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \vee p_2$: Ay dünyanın çevresinde döner veya filler uçabilir.
 $D \vee Y$: *Doğru*

DAR VEYA Bağlacı

Tablo: $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \vee p_2$: Ya ay dünyanın çevresinde döner ya da filler uçabilir.
 $D \vee Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- p : öncül
- q : sonuç
- okunuşları:
 - p ise q
 - p, q için yeterli
 - q, p için gerekli
- $\neg p \vee q$

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- $p_4: 3 < 8$, $p_5: 3 < 14$, $p_6: 3 < 2$
- p_7 : Güneş dünyanın çevresinde döner.

■ $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse
3, 14'den küçüktür.
 $D \rightarrow D$: *Doğru*

■ $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse
3, 2'den küçüktür.
 $D \rightarrow Y$: *Yanlış*

■ $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse ay
dünyanın çevresinde döner.
 $Y \rightarrow D$: *Doğru*

■ $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse
güneş dünyanın çevresinde
döner.
 $Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersen spor yapacağım."
 - p : 70 kg'den ağıyım.
 - q : Spor yapıyorum.
- $p \rightarrow q$ nasıl yorumlanmalı?

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Karşılıklı Koşullu Bağlaç

Tablo: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

- okunuşları:
 - p yalnız ve ancak q ise
 - p, q için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \nabla q)$

Günlük Dilden Örnek

Örnek

- s : Çocuk ödevini yapar.
- t : Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- $s \rightarrow t$
"Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- $t \rightarrow s$
"Bilgisayar oyunu oynaman için ödevini yapman gerek."
- söylenmek istenen: $s \leftrightarrow t$

Sağlıklı Formül

Yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uyan formüller: **sağlıklı formül** (SF)

Anlam

- *yorum*: yalın önermelere değer vererek birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

Sağlıklı Formül Örnekleri

Örnek (sağlıklı formül değil)

- $\forall p$
- $p \wedge \neg$
- $p \neg \wedge q$

Öncelik Sırası

1 \neg

2 \wedge

3 \vee

4 \rightarrow

5 \leftrightarrow

- önceliği değiştirmek için parantez kullanılır

Öncelik Sırası Örnekleri

Örnek

- s : Filiz gezmeye çıkar.
- t : Mehtap var.
- u : Kar yağıyor.

aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?

- $t \wedge \neg u \rightarrow s$
- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$
- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$
- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

Formül Nitelikleri

- 1 *geçerli*: bütün yorumlar için doğru (**totoloji**)
- 2 *çelişkili*: bütün yorumlar için yanlış (**çelişki**)
- 3 *tutarlı*: bazı yorumlar için doğru

Totoloji Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Çelişki Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge (\neg p \wedge q)$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	D	Y	Y

Üstdil

Tanım

hedef dil: üzerinde çalışılan dil

Tanım

üstdil: hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

Üstdil Örnekleri

Örnek (İngilizce öğrenen biri için)

- hedef dil: İngilizce
- üstdil: Türkçe

Örnek (Intro. to Sci. and Eng. Comp.)

- hedef dil: C
- üstdil: İngilizce

- $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n varsayıldığında Q 'nın doğruluğu tanıtlanabilir
- $P_1, P_2, \dots, P_n \models Q$
 P_1, P_2, \dots, P_n doğruysa Q doğrudur

Tanım

tutarlı: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \vdash Q$ ise $P \models Q$

- tanıtlanabilen her şey doğrudur

Tanım

eksiksiz: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
 $P \models Q$ ise $P \vdash Q$

- doğru olan her şey tanıtlanabilir

Gödel Kuramı

- önermeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir
- yüklemeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir
- matematik tutarlı ama eksiktir

Gödel Kuramı

- Matematiğin bütününe ifade edecek bir sistem hem tutarlı hem eksiksiz olamaz!

Önerme Hesabı Yaklaşımları

- 1 anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
 - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşıyor
- 2 yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
 - önermelerden mantıksal gerektirmeler yoluyla yeni önermeler üretme
- 3 aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
 - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

Doğruluk Tablosu Örneği

Örnek ($p \rightarrow q$)

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D

- *kontrapozitif*: $\neg q \rightarrow \neg p$
- *konvers*: $q \rightarrow p$
- *invers*: $\neg p \rightarrow \neg q$

Mantıksal Eşdeğerlilik

Tanım

P ve Q formüllerinin doğruluk tabloları aynıysa

P ve Q **mantıksal eşdeğerli**: $P \Leftrightarrow Q$

- $P \Leftrightarrow Q$ totoloji

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

■ $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

Tablo: $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

p	$\neg p$	$p \rightarrow Y$	$\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$
D	Y	Y	D
Y	D	D	D

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

■ $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

Tablo: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
D	D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D	D

Eşdeğerlilikler

çifte değilleme (DN)

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

değişme (Co)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

birleşme (As)

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r) \quad (p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

sabit kuvvetlilik (Ip)

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

terslik (In)

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow D$$

Eşdeğerlilikler

etkisizlik (Id)

$$p \wedge D \Leftrightarrow p$$

$$p \vee Y \Leftrightarrow p$$

baskınlık (Do)

$$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$$

$$p \vee D \Leftrightarrow D$$

dağılma (Di)

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

yutma (Ab)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

De Morgan (DM)

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Dualite

Tanım

dual:

\wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen bir s önermesinin duali s^d önermesi, \wedge yerine \vee , \vee yerine \wedge , D yerine Y , Y yerine D konarak elde edilir.

Örnek (dual önerme)

$$\begin{aligned}s &: (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge D) \\ s^d &: (p \vee \neg q) \wedge (r \vee Y)\end{aligned}$$

Dualite İlkesi

dualite ilkesi

s ve t , \wedge ve \vee dışında bir bağlaç içermeyen önermeler olsun.

$s \Leftrightarrow t$ ise $s^d \Leftrightarrow t^d$.

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & q \vee \neg p & Co \\ \Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p & DN \\ \Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p \end{aligned}$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$\begin{aligned} & \neg(\neg((p \vee q) \wedge r) \vee \neg q) \\ \Leftrightarrow & \neg\neg((p \vee q) \wedge r) \wedge \neg\neg q && DM \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge r) \wedge q && DN \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (r \wedge q) && As \\ \Leftrightarrow & (p \vee q) \wedge (q \wedge r) && Co \\ \Leftrightarrow & ((p \vee q) \wedge q) \wedge r && As \\ \Leftrightarrow & q \wedge r && Ab \end{aligned}$$

Mantıksal Gerektirme

Tanım

P doğru olduğunda Q her zaman doğruysa

P formülü Q formülünü **mantıksal gerektirir**: $P \Rightarrow Q$

- $P \rightarrow Q$ totoloji

Mantıksal Gerektirme Örneği

Örnek

■ $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

- doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış önermeler içeren bir kümeden yola çıkarak bu küme dışındaki bir önermenin doğruluğuna varma

çıkarsama kuralları

$$\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \\ \hline \therefore q \end{array} \qquad p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q$$

Temel Kurallar

Özdeşlik (ID)

$$\frac{p}{\therefore p}$$

Çelişki (CTR)

$$\frac{\gamma}{\therefore p}$$

Temel Kurallar

Koşul Ekleme (Impl)

$$\frac{p \vdash q}{\therefore p \rightarrow q}$$

- p doğru varsayıldığında
 q doğru olduğu gösterilebiliyorsa,
 p doğru varsayılmadan
 $p \rightarrow q$ doğrudur

Temel Kurallar

VE Ekleme (AndI)

$$\frac{p \quad q}{\therefore p \wedge q}$$

VE Eleme (AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Temel Kurallar

VEYA Ekleme (OrI)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

VEYA Eleme (OrE)

$$\frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ p \vdash r \\ q \vdash r \end{array}}{\therefore r}$$

Temel Kurallar

Modus Ponens (ImpE)

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q}$$

Modus Tollens (MT)

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p}$$

Modus Tollens

Örnek

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p}$$

1. $p \rightarrow q$ A
2. $\neg q \rightarrow \neg p$ 1
3. $\neg q$ A
4. $\neg p$ $ImpE : 2, 3$

Modus Ponens Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazandı.
- o halde, Ali araba alacak.

Modus Tollens Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba almadı.
- o halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

sonucu onaylama yanılgısı

$$\frac{p \rightarrow q \quad q}{\therefore p}$$

- $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ bir totoloji değil:
 $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

Sonucu Onaylama Yanılgısı Örneği

Örnek

- Madonna A.B.D. başkanıysa 35 yaşının üstündedir.
- Madonna 35 yaşının üstündedir.
- o halde, Madonna A.B.D. başkanıdır.

öncülü yadsıma yanılgısı

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg p}{\therefore \neg q}$$

- $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ bir totoloji değil:
 $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

Öncülü Yadsıma Yanılgısı Örneği

Örnek

- $2 + 3 = 8$ ise $2 + 4 = 6$
- $2 + 3 \neq 8$
- o halde, $2 + 4 \neq 6$

Ayırıcı Kıyas

Ayırıcı Kıyas (DS)

$$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$$

1. $p \vee q$ A
2. $\neg p$ A
3. $p \rightarrow Y$ 2
- 4a1. p $A!$
- 4a2. Y $ImpE : 3, 4a1$
- 4a. q $CTR : 4a2$
- 4b1. q $A!$
- 4b. q $ID : 4b1$
5. q $OrE : 1, 4a, 4b$

Ayırıcı Kıyas Örneği

Örnek

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- o halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

Varsayımlı Kıyas

Varsayımlı Kıyas (HS)

$$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$$

1. p $A!$
2. $p \rightarrow q$ A
3. q $ImpE : 2, 1$
4. $q \rightarrow r$ A
5. r $ImpE : 4, 3$
6. $p \rightarrow r$ $Impl : 1, 5$

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

Spock - Yarbay Decker:

Şu anda düşman gemisine saldırmak intihar olur. İntihara teşebbüs eden biri Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir. Bu yüzden, sizi görevden almak zorundayım.

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

- p : Decker düşman gemisine saldırır.
- q : Decker intihara teşebbüs eder.
- r : Decker Atılğan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
- s : Spock Decker'ı görevden alır.

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek

$$\begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow s \\ \hline \therefore s \end{array}$$

1. $p \rightarrow q$ A
2. $q \rightarrow r$ A
3. $p \rightarrow r$ $HS : 1, 2$
4. $r \rightarrow s$ A
5. $p \rightarrow s$ $HS : 3, 4$
6. p A
7. s $ImpE : 5, 6$

İkilemler

Yapıcı İkilem

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

Yıkıcı İkilem

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \neg q \vee \neg s \\ \hline \therefore \neg p \vee \neg r \end{array}$$

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$p \rightarrow r$$

$$r \rightarrow s$$

$$x \vee \neg s$$

$$u \vee \neg x$$

$$\neg u$$

$$\therefore \neg p$$

$$1. \quad u \vee \neg x \quad A$$

$$2. \quad \neg u \quad A$$

$$3. \quad \neg x \quad DS : 1, 2$$

$$4. \quad x \vee \neg s \quad A$$

$$5. \quad \neg s \quad DS : 4, 3$$

$$6. \quad r \rightarrow s \quad A$$

$$7. \quad \neg r \quad MT : 6, 5$$

$$8. \quad p \rightarrow r \quad A$$

$$9. \quad \neg p \quad MT : 8, 7$$

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{c} (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s) \\ r \rightarrow x \\ \neg x \\ \hline \therefore p \end{array}$$

- | | | | | | |
|----|----------------------|-------------|----|---|-------------|
| 1. | $r \rightarrow x$ | A | 6. | $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s)$ | A |
| 2. | $\neg x$ | A | 7. | $\neg(\neg p \vee \neg q)$ | $MT : 6, 5$ |
| 3. | $\neg r$ | $MT : 1, 2$ | 8. | $p \wedge q$ | $DM : 7$ |
| 4. | $\neg r \vee \neg s$ | $OrI : 3$ | 9. | p | $AndE : 8$ |
| 5. | $\neg(r \wedge s)$ | $DM : 4$ | | | |

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \vee r) \\ s \rightarrow \neg r \\ q \rightarrow \neg p \\ p \\ s \\ \hline \therefore q \wedge \neg q \end{array}$$

1. $q \rightarrow \neg p$ A
2. p A
3. $\neg q$ $MT : 1, 2$
4. s A
5. $s \rightarrow \neg r$ A
6. $\neg r$ $ImpE : 5, 4$
7. $p \rightarrow (q \vee r)$ A
8. $q \vee r$ $ImpE : 7, 2$
9. q $DS : 8, 6$
10. $q \wedge \neg q$ $AndI : 9, 3$

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

Eğer yağmur yağma olasılığı varsa veya saç bandını bulamazsa, Filiz çimleri biçmez. Hava sıcaklığı 20 derecenin üzerindeyse yağmur yağma olasılığı yoktur. Bugün hava sıcaklığı 22 derece ve Filiz saç bandını takmış. Demek ki Filiz çimleri biçecek.

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

- p : Yağmur yağabilir.
- q : Filiz'in saç bandı kayıp.
- r : Filiz çimleri biçer.
- s : Hava sıcaklığı 20 derecenin üzerinde.

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{l} (p \vee q) \rightarrow \neg r \\ s \rightarrow \neg p \\ s \wedge \neg q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

1. $s \wedge \neg q$ A
2. s $AndE : 1$
3. $s \rightarrow \neg p$ A
4. $\neg p$ $ImpE : 3, 2$
5. $\neg q$ $AndE : 1$
6. $\neg p \wedge \neg q$ $AndI : 4, 5$
7. $\neg(p \vee q)$ $DM : 6$
8. $(p \vee q) \rightarrow \neg r$ A
9. $?$ $7, 8$

Okunacak: Grimaldi

- Chapter 2: Fundamentals of Logic
 - 2.1. Basic Connectives and Truth Tables
 - 2.2. Logical Equivalence: The Laws of Logic
 - 2.3. Logical Implication: Rules of Inference

Yardımcı Kitap: O'Donnell, Hall, Page

- Chapter 6: Propositional Logic