

Séance de cours 7

# Algèbre relationnelle

# Objectif de la séance

- Étudier l'algèbre relationnelle permettant d'introduire les notions de base de la manipulation de données dans un monde relationnel.

# Introduction à l'algèbre relationnelle

- ▶ Opérations de manipulation de données
- ▶ Entrée
  - une table : opération unaire
  - deux tables : opération binaire
- ▶ Sortie
  - une table
  - permet la composition
- ▶ Origine de SQL (« SQUARE de IBM, San Jose »)

# Ensemble minimal d'opérations de l'algèbre relationnelle

- Sélection ( $\sigma$ )
- Projection ( $\pi$ )
- Produit cartésien ( $\times$ )
- Union ( $\cup$ )
- Différence ( $-$ )
- Renommage ( $\rho$ )

# Sélection ( $\sigma$ )

Table <i>Article</i>			
noArticle	description	prixUnitaire	quantitéEnStock
10	Cèdre en boule	10.99	10
20	Sapin	12.99	10
40	Epinette bleue	25.99	10
50	Chêne	22.99	10
60	Erable argenté	15.99	10
70	Herbe à puce	10.99	10
80	Poirier	26.99	10
81	Catalpa	25.99	10
90	Pommier	25.99	10
95	Génévrier	15.99	10



$\sigma_{\text{prixUnitaire} < 20.00 \text{ ET } \text{noArticle} > 30} (\text{Article})$



noArticle	description	prixUnitaire	quantitéEnStock
60	Erable argenté	15.99	10
70	Herbe à puce	10.99	10
95	Génévrier	15.99	10

# Projection ( $\pi$ )

Table <i>Commande</i>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40



$\pi_{noClient, dateCommande}(Commande)$



noClient	dateCommande
10	01/06/2000
20	02/06/2000
10	02/06/2000
10	05/07/2000
30	09/07/2000
20	09/07/2000
40	15/07/2000

# Expressions complexes

Table <i>Commande</i>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

$\sigma_{\text{dateCommande} > 05/07/2000} \text{Commande}$

noCommande	dateCommande	noClient
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

$\pi_{\text{noClient}, \text{dateCommande}} (\sigma_{\text{dateCommande} > 05/07/2000} \text{Commande})$

noClient	dateCommande
30	09/07/2000
20	09/07/2000
40	15/07/2000

# Produit cartésien (×)

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Commande</i>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

*Client* × *Commande*

Client.noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande	Commande. noClient
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	2	02/06/2000	20
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	5	09/07/2000	30
10	Luc Sansom	(999)999-9999	6	09/07/2000	20
10	Luc Sansom	(999)999-9999	7	15/07/2000	40
10	Luc Sansom	(999)999-9999	8	15/07/2000	40
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	1	01/06/2000	10
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000	20
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	3	02/06/2000	10
...	...	...	...	...	...



# Exemple. Produire les informations au sujet des *Clients* et de leurs *Commandes*

## *Client* × *Commande*

Client.noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande	Commande. noClient
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	2	02/06/2000	20
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	5	09/07/2000	30
10	Luc Sansom	(999)999-9999	6	09/07/2000	20
10	Luc Sansom	(999)999-9999	7	15/07/2000	40
			8	15/07/2000	40
			1	01/06/2000	10
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000	20
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	3	02/06/2000	10
...					

clé primaire = clé étrangère

$\sigma_{Client.noClient = Commande.noClient} (Client \times Commande)$

Client.noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande	Commande. noClient
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000	10
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000	20
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000	20
30	Lin Bô	(777)777-7777	5	09/07/2000	30
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000	40
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000	40

# Exemple. Produire les informations au sujet des *Clients* et de leurs *Commandes*

$$\sigma_{Client.noClient = Commande.noClient} (Client \times Commande)$$

Client.noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande	Commande. noClient
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000	10
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000	20
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000	20
30	Ye San Le Sou	(777)777-7777	5	09/07/2000	30
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000	40
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000	40

Colonne redondante

$$\pi_{Client.noClient, nomClient, noTéléphone, noCommande, dateCommande} (\dots)$$

Client.noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000
30	Ye San Le Sou	(777)777-7777	5	09/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000

# Jointure naturelle (↓)

Colonnes communes : colonnes de jointure ou clé de jointure

Table <del>Client</del>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

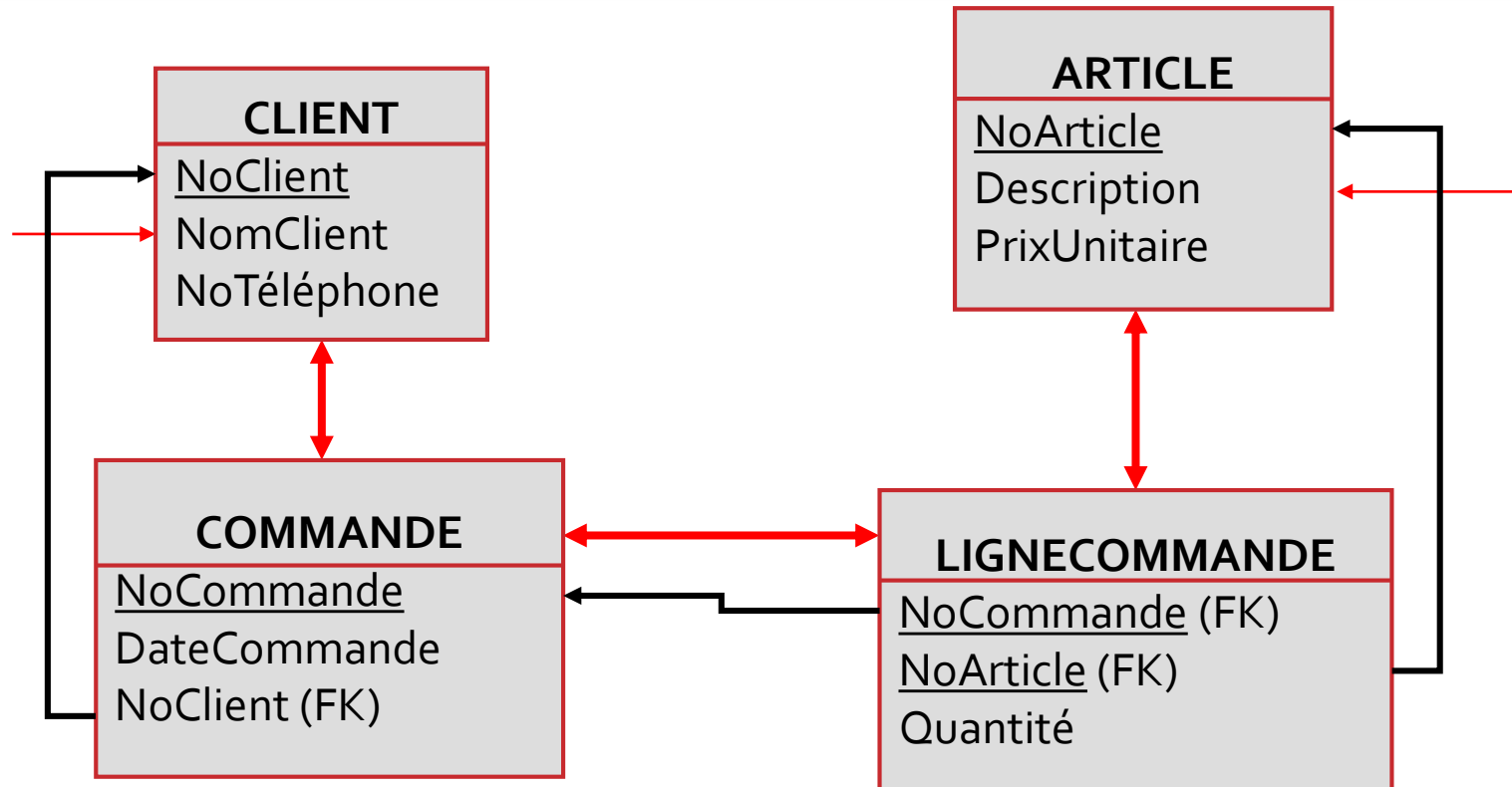
Table <del>Commande</del>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

*Client* ↓ *Commande*

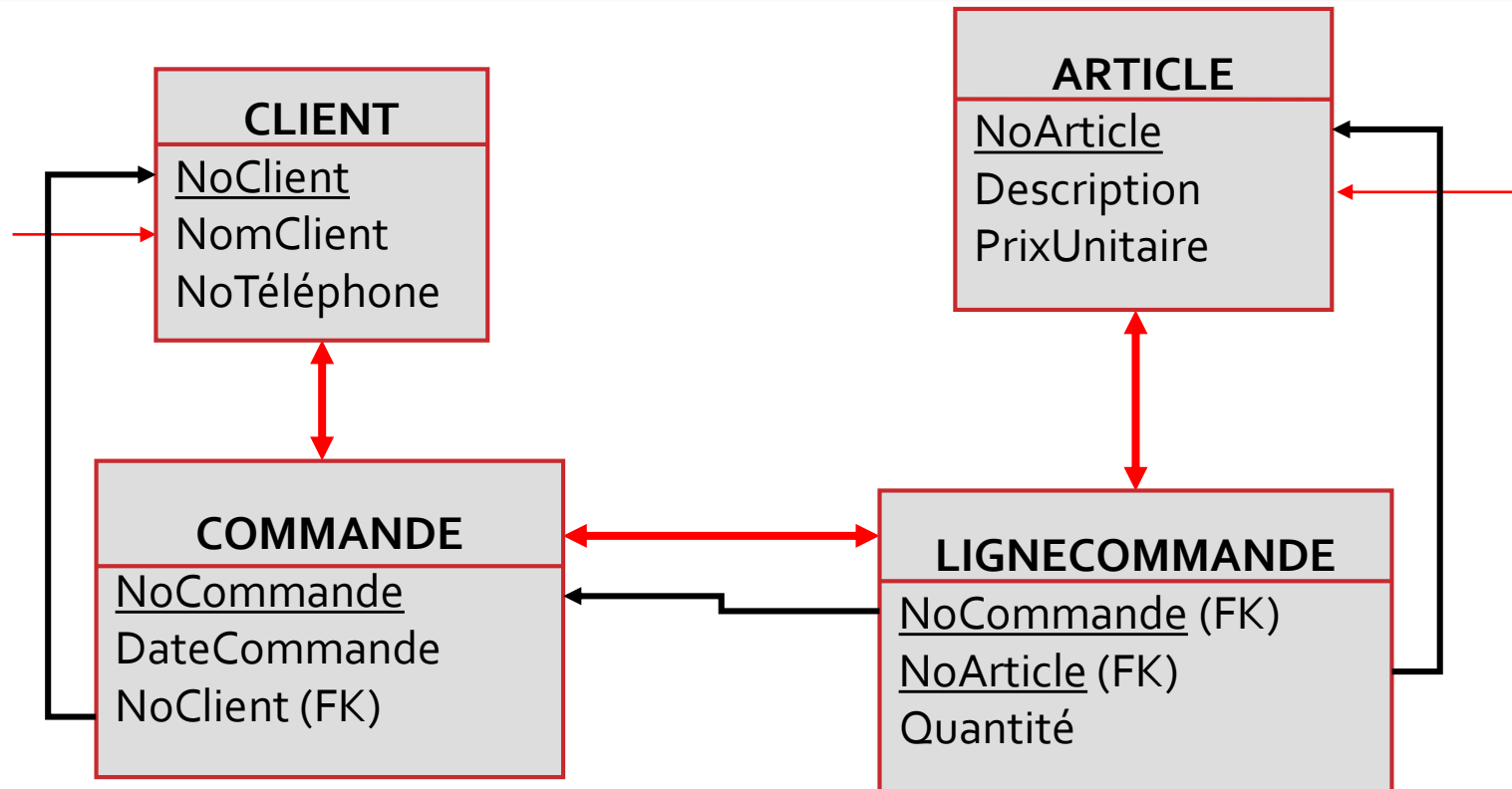
Schéma : union des colonnes

noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000
30	Lin Bô	(777)777-7777	5	09/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000

Sélectionner les *nomClient* qui ont commandé au moins un plant d'herbe à puce



# Sélectionner les *nomClient* qui ont commandé au moins un plant d'herbe à puce


$$\pi_{nomClient} (\sigma_{description = \text{“Herbe à puce”}} \\ (Client \Downarrow Commande \Downarrow LigneCommande \Downarrow Article))$$

# Formulations équivalentes

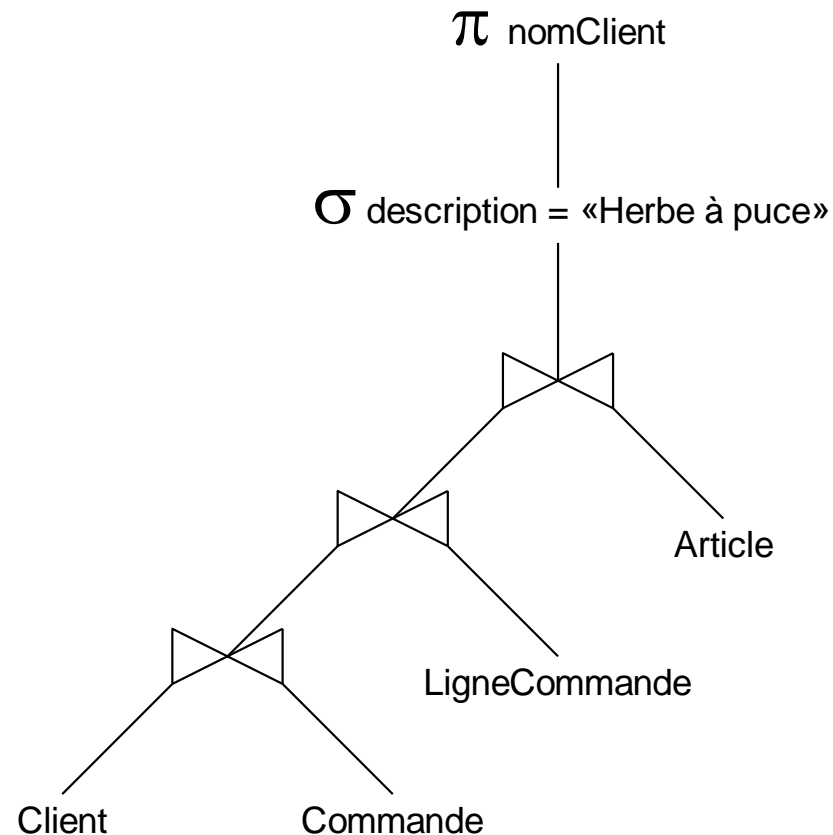
- $\pi_{nomClient}(\sigma_{description = \text{"Herbe à puce"}}(Client \downarrow Commande \downarrow LigneCommande \downarrow Article))$
- $\pi_{nomClient}(\sigma_{description = \text{"Herbe à puce"}}(((Client \downarrow Commande) \downarrow LigneCommande) \downarrow Article))$
- $\pi_{nomClient}(\sigma_{description = \text{"Herbe à puce"}}(((Client \downarrow LigneCommande) \downarrow Commande) \downarrow Article))$
- ...

# Quelques règles d'équivalence

- Eclatement d'une sélection conjonctive (SE)
  - $\sigma_{e_1 \text{ ET } e_2}(T) = \sigma_{e_1}(\sigma_{e_2}(T))$
- Commutativité de la sélection (SC)
  - $\sigma_{e_1}(\sigma_{e_2}(T)) = \sigma_{e_2}(\sigma_{e_1}(T))$
- Elimination des projections en cascades (PE)
  - $\pi_{\text{liste1}}(\pi_{\text{liste2}}(T)) = \pi_{\text{liste1}}(T)$
- Commutativité de la jointure (JC)
  - $T_1 \Downarrow T_2 = T_2 \Downarrow T_1$
- Associativité de la jointure (JA)
  - $T_1 \Downarrow (T_2 \Downarrow T_3) = (T_1 \Downarrow T_2) \Downarrow T_3$

# Représentation sous forme d'arbre de l'expression algébrique

- $\pi_{nomClient} (\sigma_{description = \text{«Herbe à puce»} } (((Client \downarrow Commande) \downarrow LigneCommande) \downarrow Article))$





# Cas d'une clé de jointure composée

Table <i>LigneCommande</i>		
noCommande	noArticle	quantité
1	10	10
1	70	5
1	90	1
2	40	2
2	95	3
3	20	1
4	40	1
4	50	1
5	70	3
5	10	5
5	20	5
6	10	5
6	40	1
7	50	1
7	95	2
8	20	3

Table <i>DétailLivraison</i>			
noLivraison	noCommande	noArticle	quantitéLivrée
100	1	10	7
100	1	70	5
101	1	10	3
102	2	40	2
102	2	95	1
100	3	20	1
103	1	90	1
104	4	40	1
105	5	70	2

*LigneCommande* ↓ *DétailLivraison*

noCommande	noArticle	quantité	noLivraison	quantitéLivrée
1	10	10	100	7
1	10	10	101	3
1	70	5	100	5
1	90	1	103	1
2	40	2	102	2
2	95	3	102	1
3	20	1	100	1
4	40	1	104	1
5	70	3	105	2

# Opération renommer ( $\rho$ )

- Quels sont les *Clients* qui ont le même numéro de téléphone?

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

$\rho_{Client2}(Client)$

Table <i>Client2</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

$\pi_{Client.noClient, Client2.noClient, (\sigma_{Client.noTéléphone = Client2.noTéléphone}(Client \times \rho_{Client2}(Client)))}$

Client. noClient	Client2.noClient
40	60
60	40
10	10
20	20
30	30
40	40
50	50
60	60
70	70
80	80

# Renommer les colonnes

- Quels sont les *Clients* qui ont le même numéro de téléphone?

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Client2</i>		
noClient2	nomClient2	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

$\rho_{Client2(noClient2, nomClient2, noTéléphone)} (Client)$

$\pi_{noClient, noClient2} (Client \downarrow \rho_{Client2(noClient2, nomClient2, noTéléphone)} (Client))$

noClient	noClient2
40	60
60	40
10	10
20	20
...	...

# Jointure- $\theta$

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Commande</i> altérée		
noCommande	dateCommande	numéroClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

$$\begin{array}{l}
 \textit{Client} \downarrow \\
 \textit{noClient} = \textit{numéroClient} \textit{Commande altérée} = \\
 \sigma_{\textit{noClient} = \textit{numéroClient}} (\textit{Client} \times \textit{Commande altérée})
 \end{array}$$

noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande	numéroClient
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000	10
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000	10
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000	20
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000	20
30	Ye San Le Sou	(777)777-7777	5	09/07/2000	30
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000	40
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000	40

# Cherchez les *LigneCommandes* qui ont été livrées en une seule livraison

Table <i>LigneCommande</i>		
noCommande	noArticle	quantité
1	10	10
1	70	5
1	90	1
2	40	2
2	95	3
3	20	1
4	40	1
4	50	1
5	70	3
5	10	5
5	20	5
6	10	5
6	40	1
7	50	1
7	95	2
8	20	3

Table <i>DétailLivraison</i>			
noLivraison	noCommande	noArticle	quantitéLivrée
100	1	10	7
100	1	70	5
101	1	10	3
102	2	40	2
102	2	95	1
100	3	20	1
103	1	90	1
104	4	40	1
105	5	70	2

$\pi$  *LigneCommande.noCommande, LigneCommande.noArticle, quantité,*  
*noLivraison, quantitéLivrée* (*LigneCommande* ↓  
*LigneCommande.noCommande = DétailLivraison.noCommande* ET  
*LigneCommande.noArticle = DétailLivraison.noArticle* ET *quantité =*  
*quantitéLivrée* *DétailLivraison*)

noCommande	noArticle	quantité	noLivraison	quantitéLivrée
1	70	5	100	5
1	90	1	103	1
2	40	2	102	2
3	20	1	100	1
4	40	1	104	1

# Jointure externe

- Inclure les « célibataires »
- La jointure externe à gauche
  - $T_1 = \Downarrow T_2$  (célibataires de  $T_1$ )
- La jointure externe à droite
  - $T_1 \Downarrow = T_2$
- La jointure externe pleine
  - $T_1 = \Downarrow = T_2$

# Produire les informations au sujet des *Clients* et de leurs *Commandes* incluant les informations sur les *Clients* qui n'ont pas placé de *Commande*

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Commande</i>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

*Client* =  *Commande*

noClient	nomClient	noTéléphone	noCommande	dateCommande
10	Luc Sansom	(999)999-9999	1	01/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	3	02/06/2000
10	Luc Sansom	(999)999-9999	4	05/07/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	2	02/06/2000
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888	6	09/07/2000
30	Lin Bô	(777)777-7777	5	09/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	7	15/07/2000
40	Jean Leconte	(666)666-6666	8	15/07/2000
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555	null	null
60	Marie Leconte	(666)666-6666	null	null
70	Simon Lecoq	(444)444-4419	null	null
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333	null	null

# Semi-jointure (▷)

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Commande</i>		
noCommande	dateCommande	noClient
1	01/06/2000	10
2	02/06/2000	20
3	02/06/2000	10
4	05/07/2000	10
5	09/07/2000	30
6	09/07/2000	20
7	15/07/2000	40
8	15/07/2000	40

*Client* ▷ *Commande*

noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666



# Opérations ensemblistes ( $\cup, \cap, -$ )

- Schémas compatibles

Table $T_1$	
A	B
1	1
2	2

Table $T_2$	
A	B
2	2
3	3

$T_1 \cup T_2$	
A	B
1	1
2	2
3	3

$T_1 \cap T_2$	
A	B
2	2

$T_1 - T_2$	
A	B
1	1

$T_2 - T_1$	
A	B
3	3

# Produire les noms et numéros de téléphone des *Employés* qui sont aussi des *Clients* de la pépinière

Table <i>Client</i>		
noClient	nomClient	noTéléphone
10	Luc Sansom	(999)999-9999
20	Dollard Tremblay	(888)888-8888
30	Lin Bô	(777)777-7777
40	Jean Leconte	(666)666-6666
50	Hafedh Alaoui	(555)555-5555
60	Marie Leconte	(666)666-6666
70	Simon Lecoq	(444)444-4419
80	Dollard Tremblay	(333)333-3333

Table <i>Employé</i>		
codeEmployé	nomEmployé	noTéléphone
CASD1	Dollard Tremblay	(888)888-8888
PIOY1	Yan Piochuneshot	911
LAFH1	Yvan Lafleur	(111)111-1111
HASC1	Jean Leconte	(666)666-6666

$$(\pi_{\text{nomPersonne, noTéléphone}} (\rho_{\text{Client (noClient, nomPersonne, noTéléphone)} (Client)})) \cap \\
 (\pi_{\text{nomPersonne, noTéléphone}} (\rho_{\text{Employé (codeEmployé, nomPersonne, noTéléphone)} (Employé)}))$$

nomPersonne	noTéléphone
Dollard Tremblay	(888)888-8888
Jean Leconte	(666)666-6666

équivalent à ↓ si compatibles

# Extensions de l'algèbre relationnelle pour les bases de données

- Fonctions sur colonnes
  - opérations arithmétiques (+, -, \*, /,...)
  - manipulation de chaînes (concaténation, ...)
  - ...
- Fonctions de groupe (ou d'agrégat)
  - ex. total, moyenne, écart-type, min, max,...
- Récursivité
  - ex. fermeture transitive

# Références bibliographiques

- Godin, R. (2012). *Systèmes de gestion de bases de données par l'exemple. 3ième édition, Montréal, Canada: Loze-Dion, Chapitre 3.*