Radiciação

Resumo

Radical

Simbolizado por $\sqrt[n]{\ }$ é a raiz n-ésima de um número x com a seguinte propriedade:

Se $\begin{cases} n \text{ é par, } x \geq 0 \\ n \text{ é ímpar, } x \in \mathbb{R} \end{cases}$, ou seja, se n (ou índice) for par o número dentro da raiz (chamado radicando) tem que ser maior que 0, caso o índice for ímpar, x pode assumir qualquer valor real. Considerando que $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

A radiciação é a operação inversa da potenciação da seguinte forma: $\sqrt[n]{x^n} = x$. Por exemplo: 5²=25 e $\sqrt{25} = 5$ (quando o n estiver ausente, ele vale 2).

Propriedades.

a) $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n:p]{x^{m:p}}$. Exemplo: $\sqrt[8]{5^4} = \sqrt[8:4]{5^{4:4}} = \sqrt[2]{5^1}$

b) $\sqrt[m]{x.y} = \sqrt[m]{x}.\sqrt[m]{y}$ Exemplo: $\sqrt[2]{2.4} = \sqrt[2]{2}.\sqrt[2]{4}$

c) $\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}$. Exemplo: $\sqrt[3]{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m.n]{x}$. Exemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3.4]{3} = \sqrt[12]{3}$

No caso da letra B, vale ressaltar que a expressão poderia ter sido escrita como $\sqrt[2]{8} = \sqrt[2]{2^3}$. E usando as propriedades, pode ser reescrito como $\sqrt[2]{2^3} = \sqrt[2]{2^2}.\sqrt[2]{2} = 2\sqrt{2}$. Repare que apenas uma parte do radicando saiu do radical. Isso acontece porque o expoente é maior que o índice mas não é múltiplo dele. No caso $\sqrt[2]{2^4} = \sqrt[2]{2^2}.\sqrt[2]{2^2} = 2.2 = 4$.

Uma notação muito usual é a de representar a radiciação por um expoente fracionário. Exemplo: $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$ ou $20^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{20^2}$. Em geral: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Racionalização

É o processo de multiplicar o denominador por algum número a fim de torna-lo um número racional, quando ele for irracional. Exemplos:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$. Nesse exemplo lembre do produto notável: $(a+b)(a-b)= (a^2-b^2)$

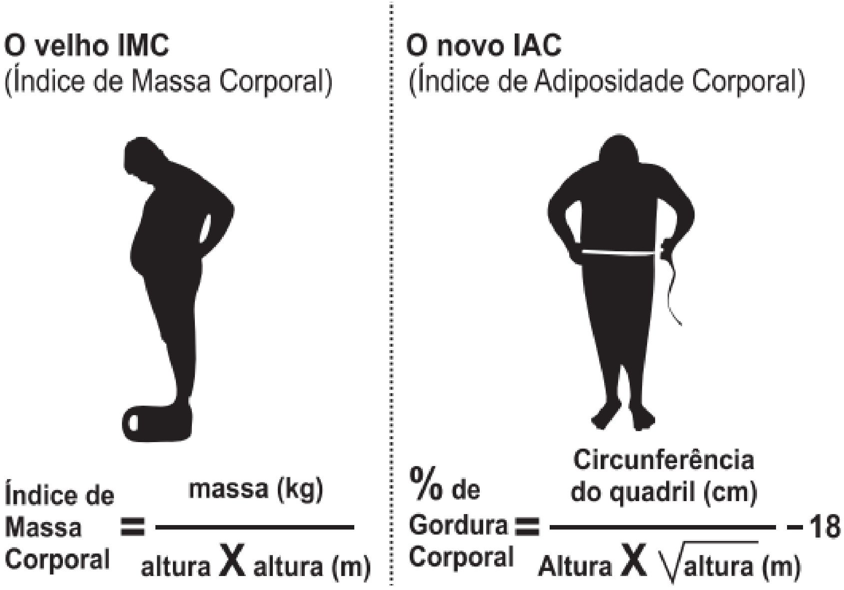
c) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{3}$

d) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{2} = 3\sqrt[3]{4}$

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%.



Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 24 abr. 2011(adaptado).

Uma jovem com IMC = 20 kg/m², 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC. Para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é

$$(\text{Use } \sqrt{3} = 1{,}7 \ e \ \sqrt{1{,}7} = 1{,}3)$$

a) reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%.

b) reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.

c) manter seus níveis atuais de gordura.

d) aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.

e) aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%

2. Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula $A = k.m^{\frac{2}{3}}$, em que k é uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) $\sqrt[3]{16}$

b) 4

c) $\sqrt{24}$

d) 8

e) 64

3. Usando a *tecnologia* de uma calculadora pode-se calcular a divisão de 2 por $\sqrt[3]{4}$ e obter um resultado igual a:

a) $\sqrt{4}$.

b) $\sqrt[3]{3}$.

c) $\sqrt{5}$.

d) $\sqrt[3]{2}$.

e) $\sqrt{4^2}$.

4. Simplificando-se a expressão $\sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35}+2^{38}+2^{39}}}$, obtém-se o número

a) $\frac{\sqrt{19}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{19}}{2}$

c) 0,4

d) 0,16

e) $\frac{\sqrt{2}}{2^{37}}$

5. O valor exato da raiz cúbica de 1.728 é

a) 9.

b) 12.

c) 15.

d) 18.

e) 25.

6. Quanto vale $\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}$?

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{9}$

c) $1+\sqrt[3]{3}$

d) $1+\sqrt[3]{9}$

e) $2\sqrt[3]{3}$

7. Simplificando a expressão $\frac{2+\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}-1}$ obtemos:

a) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$.

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}+3$.

c) $\frac{7}{2}+2\sqrt{2}$.

d) $3+\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

e) $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$.

8. Simplificando a expressão $3\sqrt{2}-2\sqrt{18}+3\sqrt{72}$ obtemos:

a) $3\sqrt{2}$.

b) $24\sqrt{2}$.

c) $15\sqrt{2}$.

d) $-15\sqrt{2}$.

e) $\sqrt{2}$.

9. Seja A= $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ e B= $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, então A + B é igual a:

a) $-2\sqrt{2}$

b) $3\sqrt{2}$

c) $-2\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{3}$

e) $2\sqrt{3}$

10. Se a = 16 e x = 1,25 quanto vale a^x ?

a) 16

b) 32

c) 20

d) 36

e) 64

Gabarito

1. A

x = altura da pessoa

$$20 = \frac{60}{x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 1,7$$

$$\%\text{ de gordura corporal} = \frac{100}{1,7.1,3} - 18 = 45,24 - 10 = 27,24$$

27,24 – 26 = 1,24 (aproximadamente 1%).

2. B

Sendo A a área da superfície corporal de uma pessoa na infância e S a área da superfície corporal dessa mesma pessoa na maioridade, de acordo com o enunciado, tem-se:

$$k \cdot (8m)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} k \cdot m^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 \cdot k \cdot m^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot A$$

Logo, a área ficará multiplicada por $4.$

3. D

$$\frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \sqrt[3]{2}$$

4. C

$$\sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35} + 2^{38} + 2^{39}}} = \sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35}(1 + 2^3 + 2^4)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2^2}{25}}$$

$$= \frac{2}{5}$$

$$= 0,4.$$

5. B

$$\begin{array}{r|l} 1728 & 3 \\ 576 & 3 \\ 192 & 3 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \rightarrow 3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \rightarrow \sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3} = 12 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{array}$$

6. C

$$\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}}+\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}$$
$$=1+\sqrt[3]{\frac{9}{3}}$$
$$=1+\sqrt[3]{3}.$$

7. D

Simplificando a expressão, tem-se:

$$\frac{2+\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}{1}=2\sqrt{2}+3+\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{5+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}+6}{2}=3+\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

8. C

$$3\sqrt{2}-2\sqrt{18}+3\sqrt{72}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2.3^2}+3\sqrt{2^3.3^2}=3\sqrt{2}-2.3\sqrt{2}+3.2.3\sqrt{2}=$$
$$=3\sqrt{2}-6\sqrt{2}+18\sqrt{2}=15\sqrt{2}$$

9. E

$$A=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$
$$B=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$
$$A+B=2\sqrt{3}$$

10. B

$$a^x=16^{1,25}=\left(2^4\right)^{1,25}=2^5=32$$