

## Princípio Fundamental da Contagem

Quer ver esse material pelo Dex? clique [aqui](#)

### Resumo

---

Antes de começarmos a estudar análise combinatória, é fundamental sabermos o que é um fatorial.

#### Fatorial

O fatorial é uma operação aplicada apenas a números naturais e é definido da seguinte maneira:

$$m! = \begin{cases} m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1, & \text{para } m \geq 2 \\ 0! = 1 \\ 1! = 1 \end{cases}$$

Ex.:

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

#### Princípio fundamental da contagem

Essa técnica básica de contagem visa calcular o número de possibilidades de ocorrência de um evento E, composto por uma série de sub-eventos independentes:  $E_1, E_2, E_3, \dots$ . Na composição do evento E, escolhe-se apenas uma das possibilidades de cada um de seus sub-eventos.

Representamos os totais de possibilidades pelas quais os eventos podem ocorrer por:

$n(E)$ : número de possibilidades do evento E

$n(E_i)$ : número de possibilidades do evento  $E_i$

Podemos enunciar que o número de possibilidades de ocorrência do evento E é dado por:

$$n(E) = n(E_1) \cdot n(E_2) \cdot \dots \cdot n(E_n)$$

## Exercícios

---

1. O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
  - b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
  - c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
  - d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
  - e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
2. Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

- a) 100.
- b) 90.
- c) 80.
- d) 25.
- e) 20.

3. Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido. De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

a)  $20 \cdot 8! + (3!)^2$

b)  $8! \cdot 5! \cdot 3!$

c)  $\frac{8! \cdot 5! \cdot 3!}{2^8}$

d)  $\frac{8! \cdot 5! \cdot 3!}{2^2}$

e)  $\frac{16!}{2^8}$

4. Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a)  $\frac{62^6}{10^6}$

b)  $\frac{62!}{10!}$

c)  $\frac{62!4!}{10!56!}$

d)  $62! - 10!$

e)  $62^6 - 10^6$

5. Um grupo de amigos, ao planejar suas férias coletivas, listou 12 cidades brasileiras que pretendem conhecer juntos, sendo que seis ficam no litoral e seis no interior do país. O critério estabelecido foi de alternar as férias, em cada ano, ora em cidades litorâneas, ora, em interioranas, definindo-se que, nos próximos 12 anos, será visitada uma cidade diferente por ano. Desse modo, a quantidade de maneiras possíveis para atender a esse critério é
- a)  $2 \cdot 3 \cdot 11$ .
  - b)  $2^2 \cdot 3 \cdot 11$ .
  - c)  $2 \cdot 3^2 \cdot 11$ .
  - d)  $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ .
  - e)  $2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ .
6. No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.



O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

7. Na ilustração abaixo, as 52 cartas de um baralho estão agrupadas em linhas com 13 cartas de mesmo naipe e colunas com 4 cartas de mesmo valor.



Denomina-se quadra a reunião de quatro cartas de mesmo valor. Observe, em um conjunto de cinco cartas, um exemplo de quadra:



O número total de conjuntos distintos de cinco cartas desse baralho que contêm uma quadra é igual a:

- a) 624
- b) 676
- c) 715
- d) 720

8. O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.



Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é:

- a) 14.
  - b) 12.
  - c) 8.
  - d) 6.
  - e) 4.
9. Uma senhora idosa foi retirar dinheiro em um caixa automático, mas se esqueceu da senha. Lembrava que não havia o algarismo 0, que o primeiro algarismo era 8, o segundo era par, o terceiro era menor que 5 e o quarto e último era ímpar. Qual o maior número de tentativas que ela pode fazer, no intuito de acertar a senha?
- a) 13
  - b) 60
  - c) 75
  - d) 78
  - e) 80

- 10.** Numa cidade, os números telefônicos não podem começar por zero e têm oito algarismos, dos quais os quatro primeiros constituem o prefixo. Considere que os quatro últimos dígitos de todas as farmácias são 0000 e que o prefixo da farmácia Vivavida é formado pelos dígitos 2, 4, 5 e 6, não repetidos e não necessariamente nesta ordem. O número máximo de tentativas a serem feitas para identificar o número telefônico completo dessa farmácia equivale a:
- a) 6
  - b) 24
  - c) 64
  - d) 168

## Gabarito

---

**1. A**

O número total de possibilidades de uma personagem esconder um dos 5 brinquedos em um dos 9 cômodos é  $6 \cdot 5 \cdot 9 = 270$ .

Já que as respostas devem ser sempre diferentes, algum aluno acertou a resposta porque “há 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas”.

**2. A**

Temos que a nova senha será no formato:

  \*\*\*\*  

No início e no final, usaremos apenas vogais, ou seja, 5 possibilidades. Porém, existe a diferença entre vogais maiúsculas e minúsculas. Ou seja, agora temos 10 possibilidades: a, e, i, o, u, A, E, I, O e U.

Por fim, teremos 10 possibilidades para o início e 10 para o final:

$10^{****}10 = 100$  vezes o número das senhas antigas.

**3. B**

Para esse cliente alugar os 16 filmes lançamentos, vão ser necessários 8 locações, pois podemos alugar apenas 2 filmes por vez.

O número formas diferentes de alugar esse filme é dada por  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8!$

O número de formas diferentes para alugar os 5 filmes de comédia, nas 5 primeiras locações é de  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

O número de formas diferentes para alugar os 3 filmes de drama, nas últimas 3 locações é de  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$  Logo, o número de formas distintas é de  $8! \cdot 5! \cdot 3!$

**4. A**

Antigamente, havia 10 possibilidades para cada dígito (algarismos de 0 a 9). Após a recomendação do especialista além dessas 10 possibilidades, outras 52 seriam possíveis, sendo as 26 letras minúsculas e as 26 maiúsculas do alfabeto. Sendo a senha composta por seis dígitos podendo ter repetição, pelo princípio multiplicativo, havia 106 maneiras de se criar a senha, com a nova maneira esse número passa a ser de  $62^6$ . Portanto, a razão pedida é  $62^6/10^6$ .

**5. E**

Temos duas sequências possíveis (I = interior e L = litoral).

**ILILILILILILIL ou LILILILILILIL**

Em números, temos:

$$2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \cdot 6^2 \cdot 5^2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

**6. B**

Se o fundo for azul, teremos 3 escolhas para a casa e 3 escolhas para a palmeira. Se o fundo for cinza, teremos 3 escolhas para a casa e 3 escolhas para a palmeira.

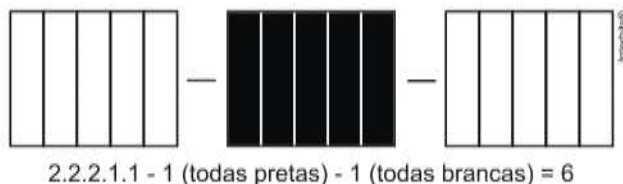
Portanto, existem 6 variações possíveis.



7. A

Os conjuntos devem ser formados por 5 cartas, sendo 4 de mesmo valor e uma de outro valor qualquer. Há 13 escolhas diferentes de quadra (quatro cartas de valor 2, quatro cartas de valor 3, e assim sucessivamente). Para cada quadra escolhida, restam  $52 - 4 = 48$  cartas, dentre as quais 1 poderá completar o conjunto de 5 cartas. Então, há  $13 \times 48 = 624$  resultados distintos em que se poderá obter uma quadra, retirando-se cinco cartas desse baralho.

8. D



9. E

1º número é 8 = 1 possibilidade

2º número é par ( pode ser 2, 4, 6, 8 ) = 4 possibilidades

3º número é menor que 6 (pode ser 1, 2, 3, 4) = 4 possibilidades

4º número é ímpar ( pode ser 1, 3, 5, 7, 9 ) = 5 possibilidades

Multiplique as possibilidades

$$1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 = 80$$

10. B

Temos a seguinte configuração:

\_\_\_\_ 0000

Só podemos usar 4 algarismos para o primeiro dígito e não podemos repetir.

Assim:  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  maneiras.