

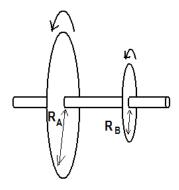
## Transmissão de movimento

## Resumo

Os motores, geralmente, têm uma frequência de rotação fixa. Entretanto, as máquinas acionadas por eles têm, quase sempre. Sistemas girantes que precisam de diferentes frequências de rotação. Muitas vezes essas frequências são fornecidas por um único motor. Por isso, o eixo desse motor é acoplado a polias de diferentes tamanhos por meio de correias ou engrenagens.

Duas polias podem ser acopladas das seguintes formas:

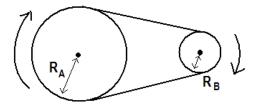
## Acoplamento (associação) - mesmo eixo:



Nesta associação quando uma polia completa uma volta, a outra completa uma volta, logo ambas possuem a mesma velocidade angular.

$$\omega_A = \omega_B$$

### Acoplamento (associação) por correia - eixos distintos:



Nesta associação, quando a polia maior completa uma volta, a outra menor completa um número maior de voltas. Contudo, por estarem presas por uma correia, elas possuem a mesma velocidade linear nos pontos de contato com a correia.

$$V_A = V_B$$

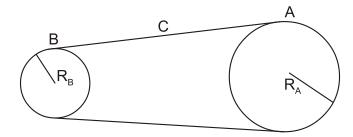
Assim,  $\omega_A R_A = \omega_B R_B$ . Logo,  $2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B e f_A R_A = f_B R_B$ , onde f é a frequência de rotação.

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui



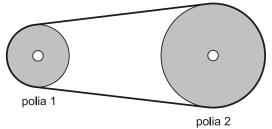
## Exercícios

**1.** O acoplamento de engrenagens por correia C, como o que é encontrado nas bicicletas, pode ser esquematicamente representado por:



Considerando-se que a correia em movimento não deslize em relação às rodas A e B, enquanto elas giram, é correto afirmar que

- a) a velocidade angular das duas rodas é a mesma.
- b) o módulo da aceleração centrípeta dos pontos periféricos de ambas as rodas tem o mesmo valor.
- c) a frequência do movimento de cada polia é inversamente proporcional ao seu raio.
- d) as duas rodas executam o mesmo número de voltas no mesmo intervalo de tempo.
- e) o módulo da velocidade dos pontos periféricos das rodas é diferente do módulo da velocidade da correia.
- **2.** Na figura abaixo, temos duas polias de raios R<sub>1</sub> e R<sub>2</sub>, que giram no sentido horário, acopladas a uma correia que não desliza sobre as polias.

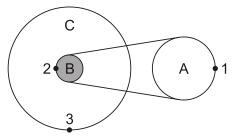


Com base no enunciado acima e na ilustração, é correto afirmar que:

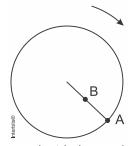
- a) a velocidade angular da polia 1 é numericamente igual à velocidade angular da polia 2.
- b) a frequência da polia 1 é numericamente igual à frequência da polia 2.
- c) o módulo da velocidade na borda da polia 1 é numericamente igual ao módulo da velocidade na borda da polia 2.
- d) o período da polia 1 é numericamente igual ao período da polia 2.
- e) a velocidade da correia é diferente da velocidade da polia 1.



- **3.** Em uma obra de construção civil, uma carga de tijolos é elevada com uso de uma corda que passa com velocidade constante de 13,5 m/s e sem deslizar por duas polias de raios 27 cm e 54 cm. A razão entre a velocidade angular da polia grande e da polia menor é
  - a) 3.
  - **b)** 2.
  - **c)** 2/3.
  - **d)** 1/2.
- **4.** A figura a seguir ilustra três polias A, B e C executando um movimento circular uniforme. A polia B está fixada à polia C e estas ligadas à polia A por meio de uma correia que faz o sistema girar sem deslizar. Sobre o assunto, assinale o que for incorreto.



- a) A velocidade escalar do ponto 1 é maior que a do ponto 2.
- **b)** A velocidade angular da polia B é igual a da polia C.
- c) A velocidade escalar do ponto 3 é maior que a velocidade escalar do ponto 1.
- d) A velocidade angular da polia C é maior do que a velocidade angular da polia A.
- e) A velocidade escalar da polia B é igual a da polia A.
- **5.** Considere uma polia girando em torno de seu eixo central, conforme figura abaixo. A velocidade dos pontos A e B são, respectivamente, 60 cm/s e 0,3 m/s.

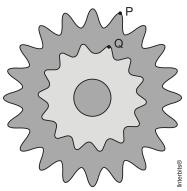


A distância AB vale 10 cm. O diâmetro e a velocidade angular da polia, respectivamente, valem:

- a) 10 cm e 1,0 rad/s
- **b)** 20 cm e 1,5 rad/s
- **c)** 40 cm e 3,0 rad/s
- **d)** 50 cm e 0,5 rad/s
- e) 60 cm e 2,0 rad/s



**6.** A figura a seguir ilustra duas catracas fixas, cujos dentes têm o mesmo passo, da roda traseira de uma bicicleta de marchas que se desloca com velocidade constante, pela ação do ciclista.



Os dentes P e Q estão sempre alinhados e localizados a distâncias  $R_P$  e  $R_Q$  ( $R_P > R_Q$ ) em relação ao eixo da roda.

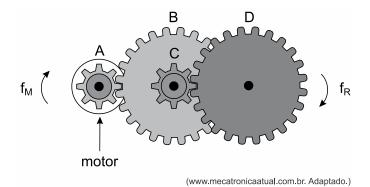
As grandezas ω, ν, α, e a, representam, respectivamente, a velocidade angular, a velocidade tangencial, a aceleração angular e a aceleração centrípeta. As duas grandezas físicas que variam linearmente com o raio e a razão de cada uma delas entre as posições Q e P são:

- **a)**  $v, \omega = 0.7$
- **b)** a, v e 1,4
- **c)**  $\alpha$ ,  $\nu$  e 1,4
- **d)** v, a e 0,7
- e)  $\omega$ ,  $\alpha$  e 1,4
- 7. Duas polias estão acopladas por uma correia que não desliza. Sabendo-se que o raio da polia menor é de 20 cm e sua frequência de rotação f<sub>1</sub> é de 3.600 rpm, qual é a frequência de rotação f<sub>2</sub> da polia maior, em rpm, cujo raio vale 50 cm?
  - **a)** 9.000
  - **b)** 7.200
  - **c)** 1.440
  - **d)** 720





- a) igual superior
- **b)** superior inferior
- c) superior igual
- d) inferior igual
- e) inferior inferior
- 9. Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, A, B, C e D, sendo que A está presa ao eixo do motor, B e C estão presas a um segundo eixo e D a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.

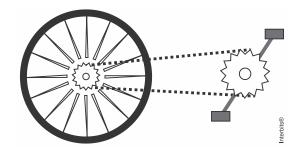


Nessas condições, quando o motor girar com frequência  $f_M$ , as duas rodas do carrinho girarão com frequência  $f_R$ . Sabendo que as engrenagens A e C possuem 8 dentes, que as engrenagens B e D possuem 24 dentes, que não há escorregamento entre elas e que  $f_M = 13,5$  Hz, é correto afirmar que  $f_R$ , em Hz, é igual a

- a) 1,5.
- **b**) 3,0.
- c) <sup>2,0</sup>.
- **d)** 1,0.



- e) 2,5.
- 10. Um ciclista movimenta-se com sua bicicleta em linha reta a uma velocidade constante de 18 km/h. O pneu, devidamente montado na roda, possui diâmetro igual a 70 cm. No centro da roda traseira, presa ao eixo, há uma roda dentada de diâmetro 7,0 cm. Junto ao pedal e preso ao seu eixo há outra roda dentada de diâmetro 20 cm. As duas rodas dentadas estão unidas por uma corrente, conforme mostra a figura. Não há deslizamento entre a corrente e as rodas dentadas. Supondo que o ciclista imprima aos pedais um movimento circular uniforme, assinale a alternativa correta para o= número de voltas por minuto que ele impõe aos pedais durante esse movimento. Nesta questão, considere  $\pi = 3$ .



- a) 0,25 rpm.
- **b)** 2,50 rpm.
- **c)** 5,00 rpm.
- **d)** 25,0 rpm.
- **e)** 50,0 rpm.



## Gabarito

#### 1. C

Nesse tipo de acoplamento (tangencial) as polias e a correia têm a mesma velocidade linear (v). Lembrando que  $v = \mathbb{R}$  e que  $\mathbb{R} = 2\mathbb{R}$ f, temos:

vA = vB 🛭 MARA = MBRB և (2MfA) RA = (2MfB) RBM fARA = fBRB. Grandezas que apresentam produto constante são inversamente proporcionais, ou seja: quanto menor o raio da polia maior será a sua frequência de rotação.

#### 2. C

Como não há deslizamento, as velocidades lineares ou tangenciais dos pontos periféricos das polias são iguais em módulo, iguais à velocidade linear da correia.

#### 3. D

A velocidade linear é a mesma para as duas polias.

### 4. A

As polias A e B apresentam acoplamento tangencial (por correia): v1 = v2 e  $\mathbb{Z}B > \mathbb{Z}A$ . As polias C e B estão acopladas coaxialmente (mesmo eixo):  $\mathbb{Z}B = \mathbb{Z}C > \mathbb{Z}A$  e v3 > v2.= v1.

### 5. C

Dados:  $v_A = 60 \text{ cm/s}$ ;  $v_B = 0.3 \text{ m/s} = 30 \text{ cm/s}$ ; AB = 10 cm.

Da figura dada:  $R_A = R_B + AB \Rightarrow R_B = R_A - 10$ .

Os dois pontos têm mesma velocidade angular.

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B} \Rightarrow \frac{60}{R_A} = \frac{30}{R_A - 10} \Rightarrow 2 \Big( R_A - 10 \Big) = R_A \ \Rightarrow \ R_A = 20 \text{ cm}.$$

O diâmetro da polia é igual ao dobro do raio do ponto

$$D = 2 R_A \Rightarrow D = 40 cm.$$

A velocidade angular da polia é igual à do ponto

$$\omega = \omega_A = \frac{v_A}{R_A} = \frac{60}{20} \Rightarrow \omega = 3 \text{ rad/s.}$$

## 6. D

Os dentes das duas engrenagens têm o mesmo passo (ou o mesmo comprimento) (p). O número de dentes (N) de uma engrenagem é dado pela razão entre o comprimento da circunferência e o passo dos dentes. Ou seja:

$$N = \frac{2\pi R}{D}.$$

As engrenagens maior e menor têm 20 dentes 14 dentes, respectivamente. Então:

$$N_{Q} = \frac{2\pi R_{Q}}{p} e N_{P} = \frac{2\pi R_{P}}{p}.$$



Fazendo a razão entre essas expressões:

$$\frac{N_{\text{Q}}}{N_{\text{P}}} = \frac{2\pi R_{\text{Q}}}{p} \times \frac{p}{2\pi R_{\text{P}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{14}{20} = \frac{R_{\text{Q}}}{R_{\text{P}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_{\text{Q}}}{R_{\text{P}}} = 0,7.$$

Como as engrenagens estão acopladas coaxialmente (mesmo eixo) as duas têm mesma velocidade angular ( $\omega$ ).

$$\omega_Q = \omega_{P}$$

Como o movimento é uniforme, a aceleração angular ( $\alpha$ ) é nula.

$$\alpha_0 = \alpha_P = 0$$

A velocidade tangencial (v) é diretamente proporcional ao raio:  $v = \omega R$ .

A aceleração centrípeta (a) é diretamente proporcional ao raio:  $a = \mathbb{Z}\omega^2 R$ .

Assim, fazendo as razões pedidas:

$$\frac{v_{_Q}}{v_{_P}} = \frac{\omega \ R_{_Q}}{\omega \ R_{_P}} = \frac{R_{_Q}}{R_{_P}} = 0.7. \label{eq:v_Q}$$

$$\frac{a_{\scriptscriptstyle Q}}{a_{\scriptscriptstyle P}} = \frac{\omega^2 R_{\scriptscriptstyle Q}}{\omega^2 R_{\scriptscriptstyle P}} = \frac{R_{\scriptscriptstyle Q}}{R_{\scriptscriptstyle P}} = 0.7. \label{eq:a_Q}$$

### 7. (

Nesse tipo de acoplamento, as duas polias têm mesma velocidade linear:

$$\begin{cases} v_1 = 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1 \\ v_2 = 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2 \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2 \Rightarrow R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2 \Rightarrow R_1 \cdot f_2 \Rightarrow R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2 \Rightarrow R_1 \cdot f_3 \Rightarrow R_1 \cdot f_4 \Rightarrow R_1$$

$$f_2 = \frac{R_1 \cdot f_1}{R_2} \Rightarrow f_2 = \frac{20 \cdot 3.600}{50} \Rightarrow \boxed{f_2 = 1.440 \text{ rpm.}}$$

## 8. D

Como todos os pontos compartilham o mesmo ponto de giro, podemos dizer que a velocidade angular deles é igual, logo,  $\omega_A=\omega_B$ 

A equação que relaciona a velocidade angular e a velocidade linear é:  $v = \omega R$ . Sendo R o raio.

Como o raio de B é maior que o raio de A. Podemos dizer que  $v_{\rm A} < v_{\rm B}$ 

### 9. A

Os raios das engrenagens (R) e os números de dentes (n) são diretamente proporcionais. Assim:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

- A e B estão acopladas tangencialmente:

$$v_A = v_B \ \Rightarrow \ 2\pi f_A \, R_A = 2\pi f_B \, R_B \ \Rightarrow \ f_A \, R_A = f_B \, R_B.$$

$$\text{Mas: } f_A = f_M \ \Rightarrow f_M R_A = f_B R_B \ \Rightarrow \ f_B = f_M \frac{R_A}{R_B} = f_M \frac{1}{3} \ \Rightarrow \ f_B = \frac{f_M}{3}.$$



- B e C estão acopladas coaxialmente:

$$f_C = f_B = \frac{f_M}{3}$$
.

- C e D estão acopladas tangencialmente:

$$v_C = v_D \ \Rightarrow \ 2\pi f_C R_C = 2\pi f_D R_D \ \Rightarrow \ f_C R_C = f_D R_D.$$

$$\text{Mas: } f_D = f_R \ \Rightarrow f_C R_C = f_R R_D \ \Rightarrow \ f_R = f_C \frac{R_C}{R_D} \ \Rightarrow \ f_R = \frac{f_M}{3} \, \frac{1}{3} \ \Rightarrow \ f_R = \frac{f_M}{9} \ \Rightarrow$$

$$F_R = \frac{13,5}{9} \implies f_R = 1,5 \text{ Hz.}$$

## 10. E

A figura abaixo mostra os diversos componentes do mecanismo e suas dimensões.

Denominemos a velocidade angular da coroa e a velocidade angular da catraca e consequentemente da roda, já que elas rodam solidárias.

Como a coroa e a catraca são interligadas por uma correia podemos dizer que as velocidades lineares de suas periferias são iguais.