

# Superaula de Matemática



Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direitos reservados.

## Polígonos

### Exercícios

---

1. (Uece) Se, em um polígono convexo, o número de lados  $n$  é um terço do número de diagonais, então o valor de  $n$  é:
  - a) 9.
  - b) 11.
  - c) 13.
  - d) 15.
  
2. (Ufsc) Assinale V para verdadeiro e F para falso:
  - ( ) Um polígono regular de 17 lados possui uma diagonal que passa pelo centro da circunferência circunscrita a ele.
  - ( ) Se um polígono tem todos os seus ângulos congruentes entre si e se ele está inscrito em uma circunferência, então ele é regular.

## Gabarito

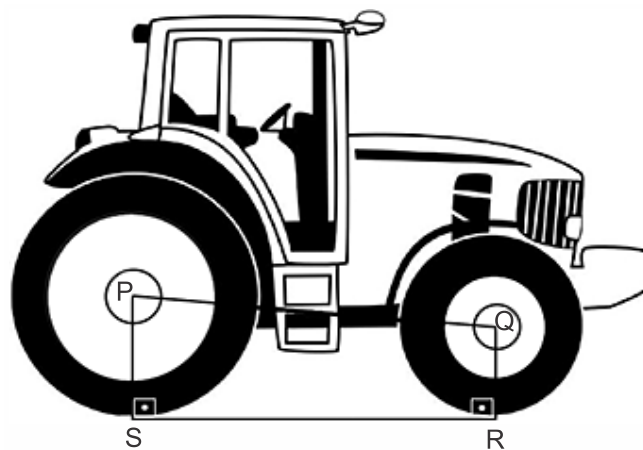
---

1. A
2. F - F

## Pit Stop de exercícios

## Exercícios

1. (G1 - cftmg 2018) No trator da figura, o raio  $\overline{PS}$  da maior circunferência determinada pelo pneu traseiro é 80 cm, o raio  $\overline{QR}$  da maior circunferência determinada pelo pneu dianteiro é 56 cm e as distâncias entre os centros P e Q dessas circunferências é de 240 cm.

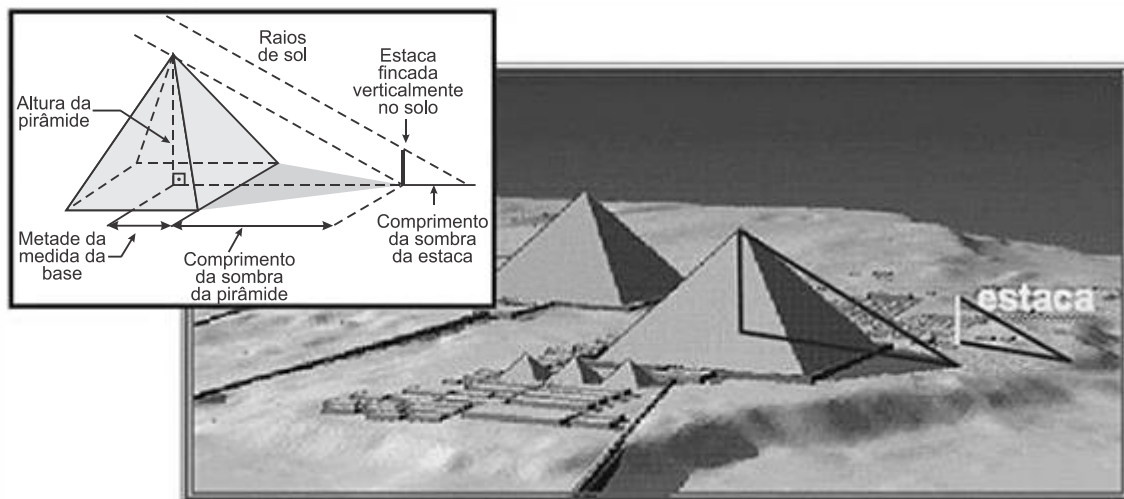


Considerando  $\pi = 3$ , a distância entre os pontos S e R, em que os pneus tocam o solo plano é

- a) igual ao comprimento da circunferência de raio  $\overline{PS}$ .
  - b) maior que o comprimento da circunferência de raio  $\overline{PS}$ .
  - c) um valor entre as medidas dos comprimentos das circunferências de raios  $\overline{PS}$  e  $\overline{QR}$ .
  - d) maior que o módulo da diferença entre os comprimentos das circunferências de raios  $\overline{PS}$  e  $\overline{QR}$ .
2. (G1 - cmrj 2018) Observe o texto e a imagem abaixo:

*“Thales de Mileto (625 a 545 ac) terá sido o primeiro a colocar a questão básica: ‘de que é feito o mundo e como funciona?’. A resposta não a procurava nos deuses, mas na observação da natureza.*

*Thales, que era comerciante, deslocava-se várias vezes ao Egito. Numa dessas viagens foi desafiado a medir a altura da pirâmide de Quéops. ”*



[http://3.bp.blogspot.com/\\_sLjuDPITvUo/TDMxheh8wZI/AAAAAAAAACAA/WYj0hO2eVnl/s1600/TalesPiramideAltura.gif](http://3.bp.blogspot.com/_sLjuDPITvUo/TDMxheh8wZI/AAAAAAAAACAA/WYj0hO2eVnl/s1600/TalesPiramideAltura.gif)

Para descobrir a altura da pirâmide, Thales valeu-se de uma estaca e das medidas das sombras e da base da pirâmide.

A pirâmide de Quéops tem uma base quadrada de lado medindo 230 m e o comprimento de sua sombra mede 250 m. Sabendo que a estaca utilizada tem 2 m de comprimento e sua sombra 5 m, qual a altura encontrada por Thales?

- a) 46 m
- b) 100 m
- c) 126 m
- d) 146 m
- e) 150 m

3. (Faap 1997) A medida mais próxima de cada ângulo externo do heptágono regular da moeda de R\$ 0,25 é:



- a)  $60^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $83^\circ$
- e)  $51^\circ$

4. (Enem 2002) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

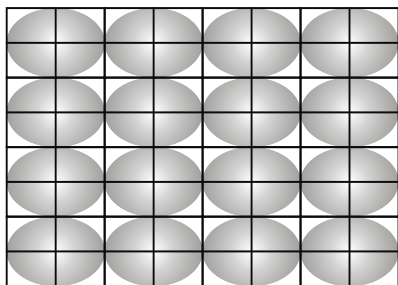


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

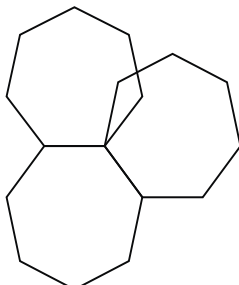


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

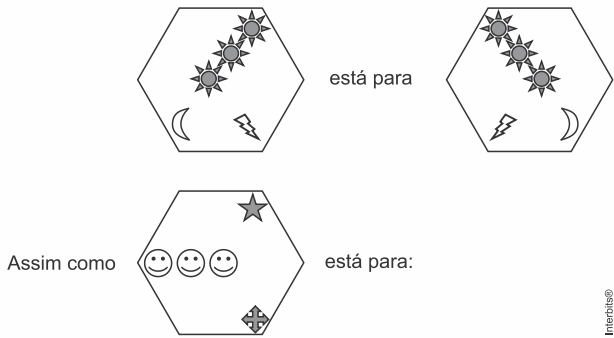
Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°

Nome	Hexágono	Octágono	Eneágono
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

- a) triângulo.
- b) quadrado.
- c) pentágono.
- d) hexágono.
- e) eneágono.

5. (G1 - cp2 2014)

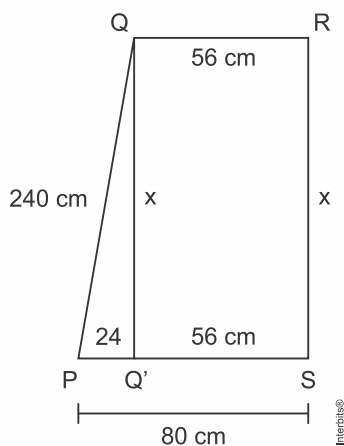


- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Gabarito

1. D

Note o quadrilátero PQRS da seguinte forma:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo PQQ' temos:

$$\text{hip}^2 = \text{cat}^2 + \text{cat}^2$$

$$240^2 = 24^2 + x^2$$

$$x^2 = 57024$$

$$x \approx 238,8$$

Note que as circunferências possuem os seguintes comprimentos:

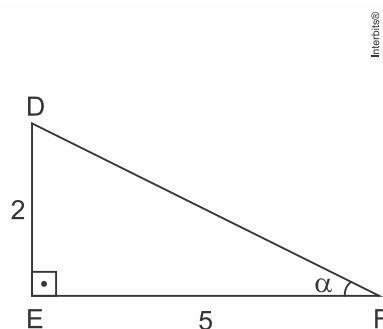
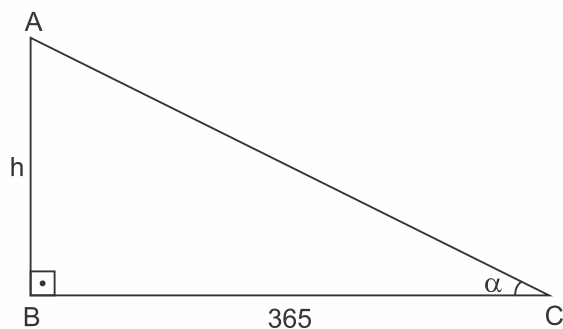
$$C_{PS} = 2\pi R_1 = 2 \cdot 3 \cdot 80 = 480 \text{ cm}$$

$$C_{QR} = 2\pi R_2 = 2 \cdot 3 \cdot 56 = 336 \text{ cm}$$

Logo, o valor procurado é maior que o módulo da diferença entre os comprimentos das circunferências de raios  $\overline{PS}$  e  $\overline{QR}$ . Observe que:  $|480 - 336| = 144$ .

2. D

Do enunciado, temos:





$$\widehat{CBA} = \widehat{FED} = 90^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{DFE} = \alpha$$

Logo, os triângulos ACB e DFE são semelhantes.

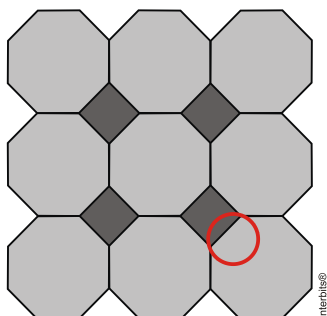
Daí,

$$\frac{h}{2} = \frac{365}{5}$$

$$h = 146 \text{ m}$$

3. E

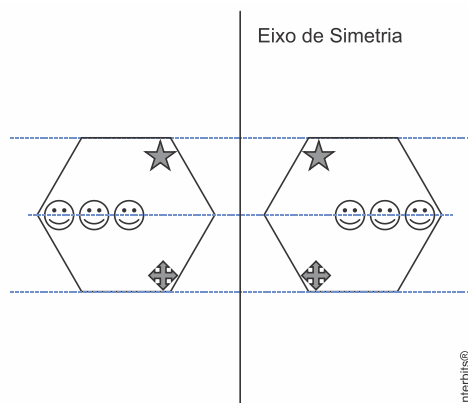
4. B



Cada ângulo interno do octógono regular mede  $135^\circ$  e cada ângulo interno do quadrado mede  $90^\circ$ . Somando  $135^\circ + 135^\circ + 90^\circ = 360^\circ$ . Portanto, o polígono pedido é o quadrado.

5. B

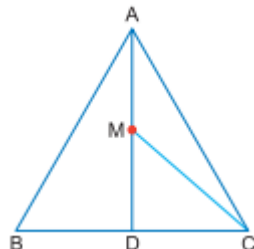
Basta pensar num eixo de simetria para concluirmos que a alternativa correta é a [B].



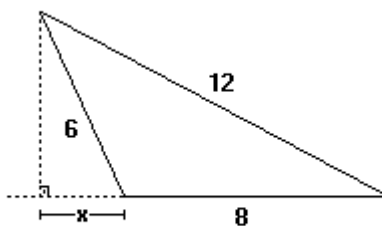
## Relações métricas no triângulo retângulo

### Exercícios

1. Na figura, o triângulo ABC é equilátero e cada um de seus lados mede 8cm. Se AD é a altura do triângulo ABC e M o ponto médio de AD, determine a medida do segmento CM.



2. Dada a figura, qual o valor de x:



- a) 2,15  
b) 2,35  
c) 2,75  
d) 3,15  
e) 3,35
3. As bases de um trapézio isósceles medem 20 m e 36 m, e a soma das medidas dos lados não paralelos é 20 m. A medida da altura desse trapézio é:
- a) 6 m  
b) 3 m  
c) 8 m  
d) 4 m  
e) 10 m

4. Considere o retângulo EFGH, com base igual a 4cm e altura igual a 3 cm. Determine a medida do segmento EM, que é perpendicular à diagonal FH:

- a) 2,2
- b) 2,4
- c) 2,6
- d) 2,8

## Gabarito

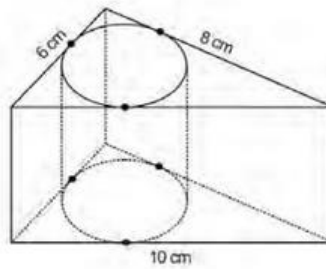
---

1.  $2\sqrt{7}$
2. C
3. A
4. B

## Circunferência

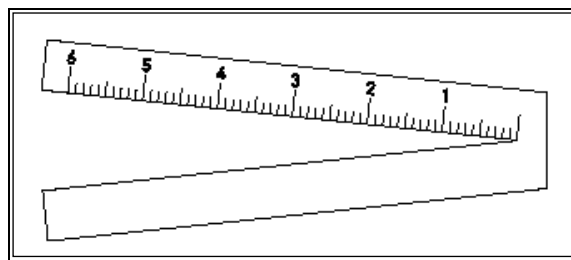
### Exercícios

1. (ENEM) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente às suas faces laterais, conforme mostra a figura.

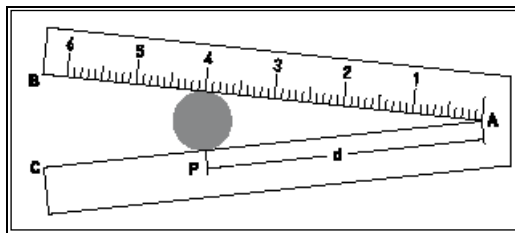


O raio da perfuração da peça é igual a

- a) 1 cm.  
b) 2 cm.  
c) 3 cm.  
d) 4 cm.  
e) 5 cm.
2. (UERJ) A ilustração abaixo mostra um instrumento, em forma de **V**, usado para medir o diâmetro de fios elétricos.



Para efetuar a medida, basta inserir um fio na parte interna do **V** e observar o ponto da escala que indica a tangência entre esse fio e o instrumento. Nesse ponto, lê-se o diâmetro do fio, em milímetros. Considere, agora, a ilustração a seguir, que mostra a seção reta de um fio de 4 mm de diâmetro inserido no instrumento.



Se o ângulo  $B\hat{A}C$  do instrumento mede  $12^\circ$ , a distância d, em milímetros, do ponto A ao ponto de tangência **P** é igual a:

a)  $\frac{2}{\cos 12^\circ}$

b)  $\frac{2}{\sin 12^\circ}$

c)  $\frac{6}{\cos 6^\circ}$

d)  $\frac{2}{\operatorname{tg} 6^\circ}$

3. (FGV) Um pedaço de uma folha de cartolina, sem um formato específico, foi dobrado de tal maneira que o vértice M dividisse o lado AD em duas partes iguais. Com isso, foi formado um trapézio isósceles ABCD, com  $AD = BC = 4$  cm.

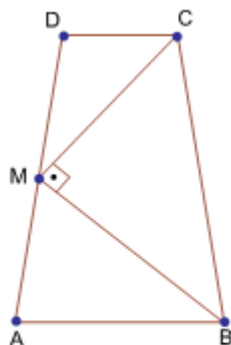


Figura fora de escala

O perímetro do trapézio ABCD, em cm, é igual a

- a) 8.  
b) 10.  
c) 12.  
d) 14.  
e) 15.

## Gabarito

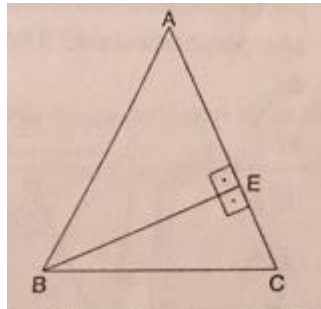
---

1. B
2. D
3. C

## Pit Stop de exercícios

## Exercícios

1. Na figura o triângulo ABC é isósceles, BC é a base BE, altura relativa ao lado AC. Se  $AC=3\text{cm}$  e  $CE=1\text{cm}$ , então a medida do segmento BC, é em centímetros:



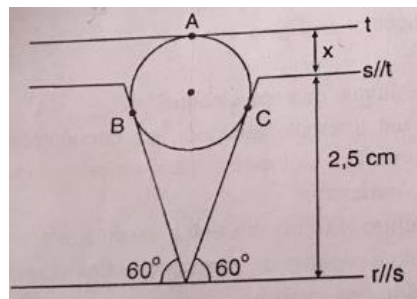
- a) 1  
b) 2  
c)  $\sqrt{5}$   
d)  $\sqrt{6}$   
e) 3
2. Um navio dista 9 milhas de uma costa marítima retilínea. Um povoado costeiro localiza-se a 15 milhas do navio. Nessa costa deve ser construída uma estação de rádio que seja eqüidistante do povoado e do navio. Calcule a distância do povoado à estação de rádio. Multiplique o resultado por 8.
- a) 9  
b) 36  
c) 40  
d) 72  
e) 75
3. Calcule o valor do raio da circunferência circunscrita a um triângulo isósceles sabendo que a base e a altura desse triângulo valem 8cm.
- a) 4  
b) 4,5  
c) 5,0  
d) 5,5  
e) 6



4. Um gavião pousou em um tronco de árvore vertical de 5m de altura, em cuja base há um buraco no qual se abriga um camaleão. Vendo o camaleão, no chão, a uma distância de 6m do tronco, o gavião avançou sobre ele, alcançando-o antes que ele conseguisse se esconder no buraco na base do tronco. Sabendo que os dois se deslocaram em linha reta, com a mesma velocidade, determine, em centímetros, a que distância da base o gavião capturou a sua presa. Desconsidere a parte fracionária do resultado, caso exista.

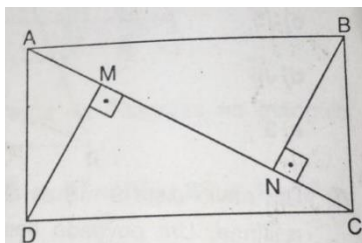
- a) 0,9
- b) 0,8
- c) 0,7
- d) 0,6
- e) 0,5

5. Na figura abaixo A, B e C são pontos de tangência e o raio da circunferência é 1 cm, então x vale:



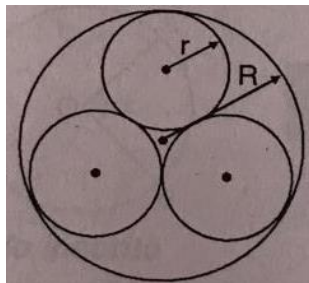
- a)  $1/3$
- b)  $1/2$
- c)  $\sqrt{2}/2$
- d)  $\sqrt{3}/2$
- e)  $\sqrt{3}/3$

6. No retângulo ABCD abaixo, AD e CN medem respectivamente 15cm e 9 cm. Sabendo que DM e BN são perpendiculares a AC, o valor de MN, em cm, é:

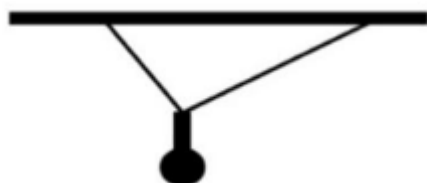


- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

7. Três canos de forma cilíndrica e de mesmo raio  $r$ , dispostos como indica a figura, devem ser colocados dentro de outro cano cilíndrico de raio  $R$  de modo a ficarem presos, sem folga. Expresse o valor de  $R$  em termos de  $r$  para que isso seja possível.

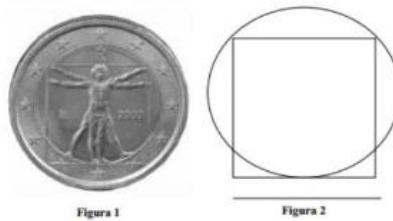


- a)  $\frac{2\sqrt{3}r}{3} + r$   
 b)  $\frac{3\sqrt{3}r}{2} + 2$   
 c)  $r\sqrt{3} + r$   
 d)  $2r\sqrt{3}$   
 e)  $2r$
8. O lampião representado na figura está preso por duas cordas perpendiculares, presas ao teto. Sabendo que essas cordas medem  $1/2$  e  $6/5$ , a distância do lampião ao teto é:



- a) 1,69  
 b) 1,3  
 c) 0,6  
 d)  $1/2$   
 e)  $6/13$

9. O homem Vitruviano, famoso desenho de Leonardo da Vinci, que representa as proporções ideais do corpo humano, foi representado na moeda de 1 euro em 2002. Como mostra a figura 1 a seguir:



Considerando que dois vértices do quadrado pertençam ao círculo menor e que um lado desse quadrado tangencia esse círculo, como esquematizado na figura 2, sendo  $x$  a medida do lado do quadrado, temos que o raio desse círculo menor mede:

- a)  $x/8$
- b)  $x/5$
- c)  $3x/5$
- d)  $8x/5$
- e)  $5x/8$

## Gabarito

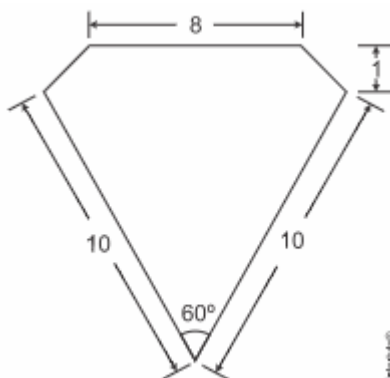
---

1. D
2. E
3. C
4. A
5. B
6. E
7. A
8. E
9. E

## Áreas

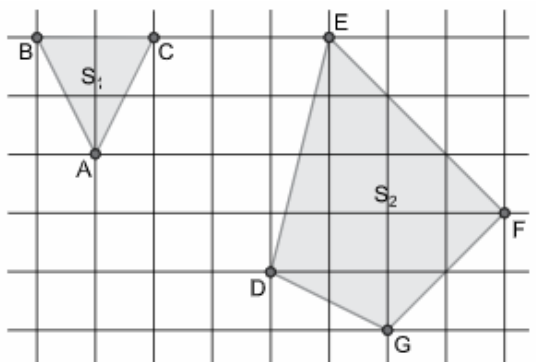
### Exercícios

1. (Ufrgs) O emblema de um super-herói tem a forma pentagonal, como representado na figura abaixo.



A área do emblema é:

- a)  $9 + 5\sqrt{3}$ .
  - b)  $9 + 10\sqrt{3}$ .
  - c)  $9 + 25\sqrt{3}$ .
  - d)  $18 + 5\sqrt{3}$ .
  - e)  $18 + 25\sqrt{3}$ .
2. (Unesp) Os polígonos ABC e DEFG estão desenhados em uma malha formada por quadrados. Suas áreas são iguais a  $1S$  e  $2S$ , respectivamente, conforme indica a figura.



Sabendo que os vértices dos dois polígonos estão exatamente sobre pontos de cruzamento das linhas

da malha, é correto afirmar que  $\frac{S_2}{S_1}$  é igual a:

- a) 5,25.
- b) 4,75.
- c) 5,00.
- d) 5,50.
- e) 5,75.

3. (Espcex) Em um treinamento da arma de Artilharia, existem 3 canhões A, B e C. Cada canhão, de acordo com o seu modelo, tem um raio de alcance diferente e os três têm capacidade de giro horizontal de  $360^\circ$ . Sabendo que as distâncias entre A e B é de 9 km, entre B e C é de 8 km e entre A e C é de 6 km, determine, em  $\text{km}^2$ , a área total que está protegida por esses 3 canhões, admitindo que os círculos são tangentes entre si.

- a)  $\frac{23}{2}\pi$
- b)  $\frac{23}{4}\pi$
- c)  $\frac{385}{8}\pi$
- d)  $\frac{195}{4}\pi$
- e)  $\frac{529}{4}\pi$

## Gabarito

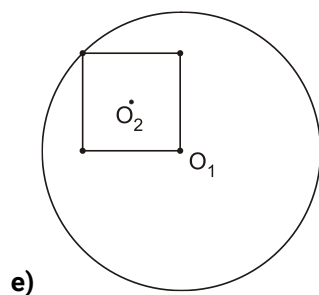
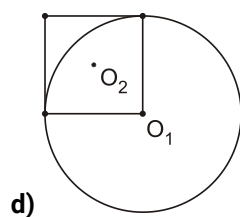
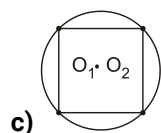
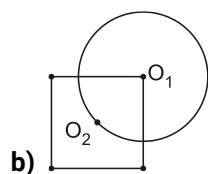
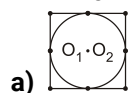
---

1. C
2. A
3. D

## Apostas Enem

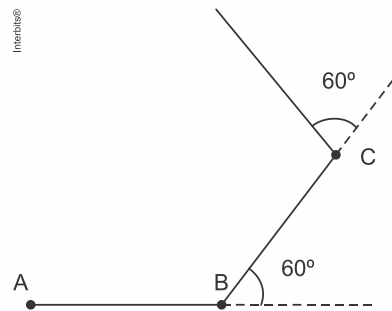
### Exercícios

1. A figura exibe cinco configurações que pretendem representar uma circunferência de centro  $O_1$  e perímetro  $2\pi$  cm e um quadrado de centro  $O_2$  e perímetro 4 cm. Aponte a alternativa que corresponde à configuração descrita.



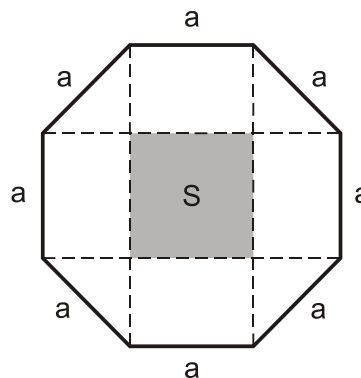


2. A figura a seguir descreve o movimento executado por uma máquina para o corte de uma placa metálica:



Partindo de A, ela sistematicamente avança 6 cm e gira  $60^\circ$  para esquerda, até retornar ao ponto A. A área da superfície recortada é:

- a)  $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
  - b)  $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
  - c)  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
  - d)  $64\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
  - e)  $120\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
3. As disputas de MMA (Mixed Martial Arts) ocorrem em ringues com a forma de octógonos regulares com lados medindo um pouco menos de 4 metros, conhecidos como "Octógonos". Medindo o comprimento exato de seus lados, pode-se calcular a área de um "Octógono" decompondo-o, como mostra a figura a seguir, em um quadrado, quatro retângulos e quatro triângulos retângulos e isósceles.



A medida do lado do quadrado destacado no centro da figura é igual à medida  $a$  do lado do "Octógono". Se a área desse quadrado é  $S$ , então a área do "Octógono" vale:

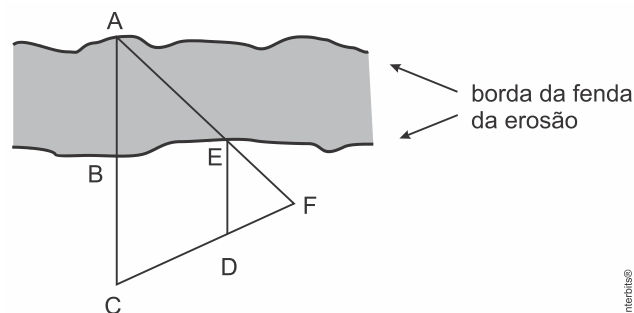
- a)  $S(2\sqrt{2} + 1)$ .
- b)  $S(\sqrt{2} + 2)$ .
- c)  $2S(\sqrt{2} + 1)$ .
- d)  $2S(\sqrt{2} + 2)$ .
- e)  $4S(\sqrt{2} + 1)$ .

4. A erosão é o processo de desgaste, transporte e sedimentação das rochas e, principalmente, dos solos. Ela pode ocorrer por ação de fenômenos da natureza ou do ser humano. A imagem mostra uma fenda no solo, proveniente de erosão.



<<http://tinyurl.com/pdqj75z>> Acesso em: 25.08.2015.  
Original colorido.

Para determinar a distância entre os pontos A e B da fenda, pode-se utilizar o modelo matemático da figura.



Na figura, tem-se:

- os triângulos AFC e EFD;
- o ponto E pertencente ao segmento  $\overline{AF}$ ;
- o ponto D pertencente ao segmento  $\overline{CF}$ ;
- os pontos C, D e F pertencentes ao terreno plano que margeia a borda da fenda; e
- as retas  $\overline{AC}$  e  $\overline{ED}$  que são paralelas entre si.

Sabendo-se que  $BC = 5$  m,  $CD = 3$  m,  $DF = 2$  m e  $ED = 4,5$  m, então, a distância entre os pontos A e B é, em metros:

- a) 6,25.
- b) 6,50.
- c) 6,75.
- d) 7,25.
- e) 7,75.

## Gabarito

---

1. D
2. C
3. C
4. A