Exercícios de Probabilidade

Exercícios

1. Dentre um grupo formado por 2 Engenheiros e 4 Matemáticos, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um Engenheiro e dois Matemáticos é de

a) 25%

b) 35%

c) 39%

d) 50%

e) 60%

2. Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.

2. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

3. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.

4. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste de diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.
O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

BENSEÑOR, I. M.; LOTUFO, P. A. **Epidemiologia**: abordagem prática. São Paulo: Sarvier, 2011 (adaptado).

Conforme o quadro teste proposto, a sensibilidade dele é de:

a) 47,5%.

b) 85,0%.

c) 86,3%.

d) 94,4%.

e) 95,0%.

3. Dois dados convencionais e honestos são lançados simultaneamente. A probabilidade de que a soma dos números das faces seja maior que 4, ou igual a 3, é:

a) $\frac{35}{36}$

b) $\frac{17}{18}$

c) $\frac{11}{12}$

d) $\frac{8}{9}$

e) $\frac{31}{36}$

4. Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida.
Os organizadores, então, decidiram fazer um exame antidoping. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que irão realizá-lo:

Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;

Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;

Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.
Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que P(I), P(II) e P(III) sejam as probabilidades de o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III. Comparando-se essas probabilidades, obtém-se:

a) P(I) < P(III) < P(II)
b) P(II) < P(I) < P(III)
c) P(I) < P(II) = P(III)
d) P(I) = P(II) < P(III)
e) P(I) = P(II) = P(III)

5. Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de 2/3 e a de acusar a cor vermelha é de 1/3. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos. Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

a) $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$

b) $\frac{10 \times 2^{9}}{3^{10}}$

c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$

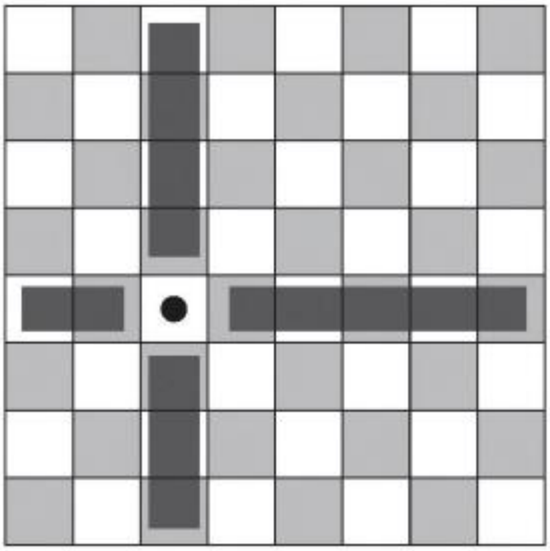
d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

e) $\frac{2}{3^{10}}$

6. Um bairro residencial tem cinco mil moradores, dos quais mil são classificados como vegetarianos. Entre os vegetarianos, 40% são esportistas, enquanto que, entre os não vegetarianos, essa porcentagem cai para 20%.Uma pessoa desse bairro, escolhida ao acaso, é esportista. A probabilidade de ela ser vegetariana é:

a) 2/25
b) 1/5
c) 1/4
d) 1/3
e) 5/6

7. Uma loja Um designer de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão n x n, com $n \geq 2$ no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8 x 8.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a 1/5. A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é:

a) 4 x 4.
b) 6 x 6.
c) 9 x 9.
d) 10 x 10.
e) 11 x 11.

8. Uma urna contém uma bola branca, quatro bolas pretas e x bolas vermelhas, sendo $x > 2$. Uma bola é retirada ao acaso dessa urna, é observada e recolocada na urna. Em seguida, retira-se novamente, ao acaso, uma bola dessa urna. Se $\frac{1}{2}$ é a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam da mesma cor, o valor de x é:

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6

9. Protéticos e dentistas dizem que a procura por dentes postiços não aumentou. Até declinou um pouquinho. No Brasil, segundo a Associação Brasileira de Odontologia (ABO), há 1,4 milhão de pessoas sem nenhum dente na boca, e 80% delas já usam dentadura. Assunto encerrado.

(Adaptado de Veja, outubro/97)

Considere que a população brasileira seja de 160 milhões de habitantes. Escolhendo ao acaso um desses habitantes, a probabilidade de que ele não possua nenhum dente na boca e use dentadura, de acordo com a ABO, é de:

a) 0,28%

b) 0,56%

c) 0,70%

d) 0,80%

10. Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6 h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo,

a) 4/21

b) 5/21

c) 6/21

d) 7/21

e) 8/21

Gabarito

1. E

A probabilidade pedida é dada por

$$\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{2\cdot 6}{20}\cdot 100\% = 60\%.$$

2. E

Vimos, pelo enunciado, que o teste diagnóstico é a probabilidade do resultado ser positivo. Se o paciente estiver com a doença, assim, temos a probabilidade de 95/100 = 95%.

3. D

O evento complementar do evento soma maior do que $4,$ ou igual a $3,$ é soma menor do que ou igual a $4,$ e diferente de $3,$ ou seja, $\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2)\}.$ Assim, como o espaço amostral possui $6\cdot 6 = 36$ elementos, segue que a resposta é $1-\frac{4}{36}=\frac{8}{9}.$

4. E

Temos 20 equipes, cada uma com 10 atletas, logo, 200 atletas no total.
Temos que:
P(I) = 3 . 1/200 . 199/199 . 198/198 = 3/200.
P(II) = 1/20 . 3 . 1/10 . 9/9 . 8/8 = 3/200, pois a probabilidade da equipe do atleta ser sorteada é de 1/10.
P(III) = 3. 1/20 . 19/19 . 18/18 . 1/10 . 10/10 . 10/10 = 3/200, pois a equipe desse atleta pode ser a primeira a segunda ou a terceira sorteada, e a probabilidade dele ser sorteado na equipe é de 1/10.

Assim, temos P(I) = P(II) = P(III).

5. A

Considerando as probabilidades:
(probabilidade de ser verde) = 2/3
(probabilidade de ser vermelho)=1/3
como são 10 casos, para os casos favoráveis temos a probabilidade de exatamente um sinal verde é :

$$\frac{2}{3}.\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{2}{3^{10}}$$

por que percebemos que permutam as 10 posições logo $\frac{10.2}{3^{10}}$

6. D

Temos que 1.000 são vegetarianos e 4.000 não são vegetarianos.

40% de 1000 = 400

20% de 4.000 = 800

Logo, como já sabemos que retiramos um esportista, a probabilidade dele ser vegetariano é dada por:

$$\frac{400}{1200}=\frac{1}{3}$$

7. D

Em um tabuleiro n x n, temos n^2 casas. Como uma já foi usada, há $n^2 - 1$ casas disponíveis para a segunda jogada. Agora, já foi colocada uma peça em uma casa qualquer, vemos que teremos 2n – 2 casas em zona de combate. Usando a fórmula de probabilidade como sendo a razão entre o número de casos favoráveis e casos totais, segue que:

$$\frac{2n-2}{n^2-1}<\frac{1}{5}$$

$$10n-10<n^2-1$$

$$n^2-10n+9>0$$

Resolvendo a inequação, encontramos n < 1, o que não convém, ou n > 9, nossa resposta. Como n precisa ser maior que 9 e é um número natural, temos que o menor valor possível para n é 10.

8. A

Casos totais: 5+x. Ter duas bolas iguais podem ser 2 brancas (B), 2 pretas (P) ou 2 vermelhas (V) para serem:

B e B= $\frac{1}{x+5}\cdot\frac{1}{x+5}=\frac{1}{(x+5)^2}$

P e P= $\frac{4}{x+5}\cdot\frac{4}{x+5}=\frac{16}{(x+5)^2}$

V e V= $\frac{x}{x+5}\cdot\frac{x}{x+5}=\frac{x^2}{(x+5)^2}$

Como não especifica podem ser qualquer um dos casos logo somaremos as probabilidades:

$$\frac{1}{(x+5)^2}+\frac{16}{(x+5)^2}+\frac{x^2}{(x+5)^2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2+17}{(x+5)^2}=\frac{1}{2}$$

$$2x^2+34=x^2+10x+25$$

$$x^2-10x+9=0$$

$$x'=1$$

$$x''=9$$

Como o x>2, o valor pedido é x=9

9. C

Total = 160 milhões

Sem dentes= 1,4 milhão, desses 80% usa dentadura, logo 0,8 . 1,4=1,12 milhão

$$\frac{1,12}{160} = 0,007 = \frac{0,7}{100} = 0,7\%$$

10. D

Como a mediana é 6:22 e temos 21 elementos, sabemos que existem 10 elementos que estão entre 6:15 e 6:21. Além disso, a probabilidade máxima ocorrerá quando a moda 6:21 for formada por 3 elementos. Ou seja. dos 10, temos 7 elementos antes de 6:21 em um total de 21 elementos.

P = 7/21.