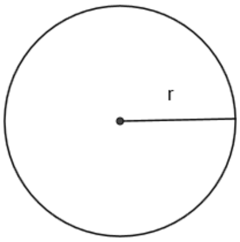
Área do círculo e suas partes

Resumo

Área do círculo

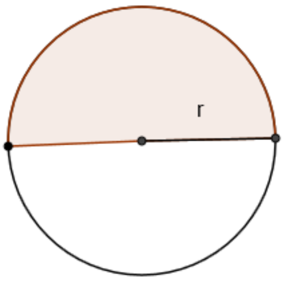


Dado um círculo de raio r, sua área é $A = \pi r^2$.

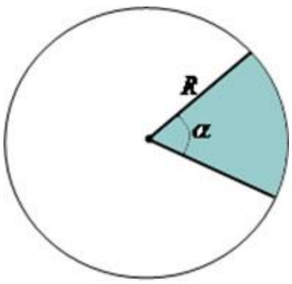
Área do setor circular

Para saber a área do setor basta lembrar que um setor é um pedaço do círculo e pode assim podemos usar regra de 3 para saber.

Por exemplo: Para saber a área de um setor circular de 180° e raio igual a 2 cm basta lembrar que o círculo completo tem 360° logo a área do setor será a metade da área do círculo. Nesse caso. A área do círculo será 4π cm² e, portanto, a do setor será 2π cm².

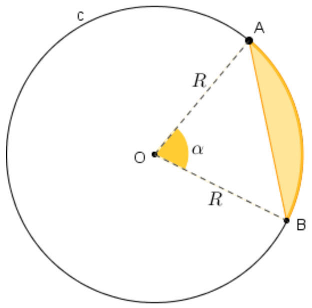


Entretanto, daremos a fórmula para vocês:



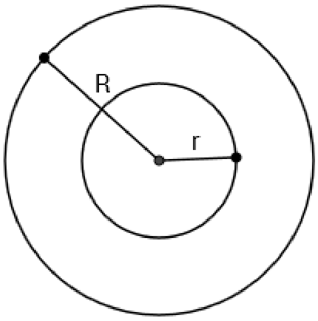
$$A_{sc} = \frac{\alpha \pi r^2}{360^0}$$

Área do segmento circular (região compreendida entre uma corda e a circunferência)..



$$A_S = A_{SC} - A_{\Delta AOB}$$

Área da coroa circular (região compreendida entre dois círculos concêntricos).



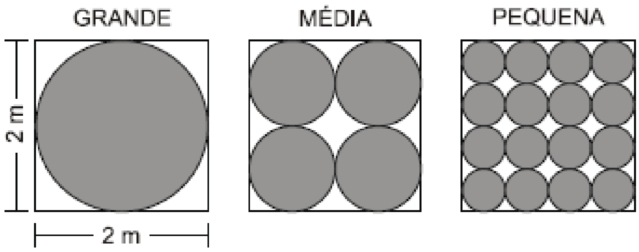
A área coroa circular é a área do círculo de raio R menos a área do círculo de área r.

$$A_{cc} = \pi\left(R^2 - r^2\right)$$

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui]

Exercícios

1. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas medias e 16 tampas pequenas.



Área do circulo: πr^2
As sobras de material da produção diária das tampas grandes, medias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que:

a) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.

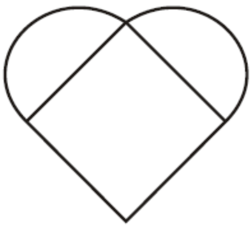
b) a entidade I recebe metade de material do que a entidade III.

c) a entidade II recebe o dobro de material do que a entidade III.

d) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.

e) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

2. A figura representa dois semicírculos com o diâmetro em dois lados consecutivos de um quadrado. Sabendo-se que a diagonal do quadrado mede $3\sqrt{8}$ cm, a área da figura, em centímetros quadrados, e igual a:
Adote $\pi = 3$.



a) 72.

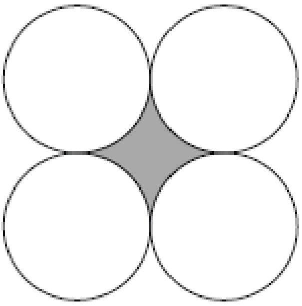
b) 63.

c) 54.

d) 45.

e) 30.

3. Os círculos desenhados na figura abaixo são tangentes dois a dois.



A razão entre a área de um círculo e a área da região sombreada e:

a) 1.

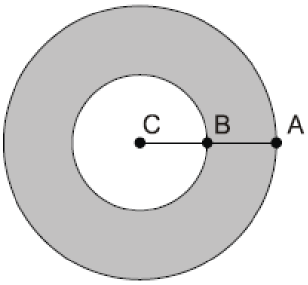
b) 2.

c) $\dfrac{3}{4-\pi}$

d) $\dfrac{\pi}{4-\pi}$

e) $\dfrac{2\pi}{4-\pi}$

4. Seja α a circunferência que passa pelo ponto B com centro no ponto C e β a circunferência que passa pelo ponto A com centro no ponto C, como mostra a figura dada. A medida do segmento $\overline{AB}$ e igual a medida do segmento $\overline{BC}$ e o comprimento da circunferência α mede 12π cm. Então, a área do anel delimitado pelas circunferências α e β (região escura) e, em cm², igual a:



a) 108π.

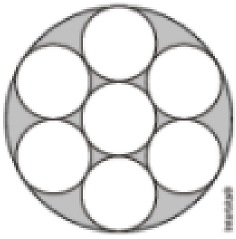
b) 144π.

c) 72π.

d) 36π.

e) 24π.

5. Cada um dos 7 círculos menores da figura a seguir tem raio 1 cm. Um círculo pequeno e concêntrico com o círculo grande, e tangencia os outros 6 círculos pequenos. Cada um desses 6 outros círculos pequenos tangencia o círculo grande e 3 círculos pequenos. Na situação descrita, a área da região sombreada na figura, em cm², e igual a:



a) π.

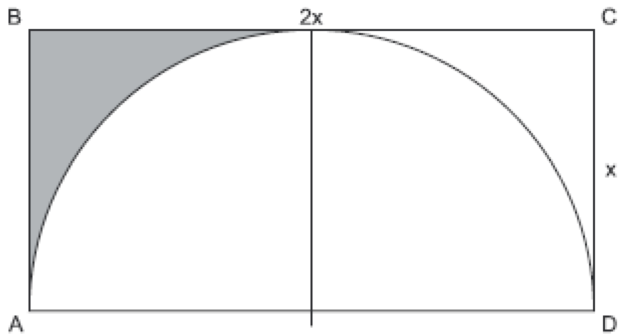
b) $\frac{3\pi}{2}$

c) 2π.

d) $\frac{5\pi}{2}$

e) 3π.

6. O retângulo ABCD, representado a seguir, tem área cuja medida e de 18 cm². Qual e a razão entre a medida da área da parte pintada e a medida da área total do retângulo? Considere π = 3,0.



a) 1/4.

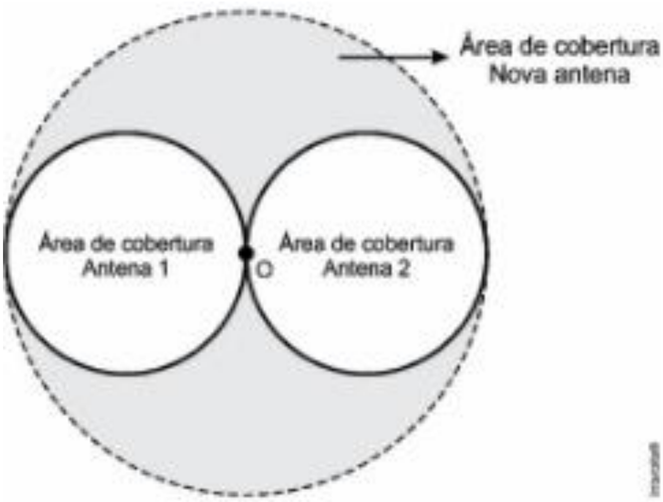
b) 1/5.

c) 1/6.

d) 1/7.

e) 1/8.

7. Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.
Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

a) 8π.

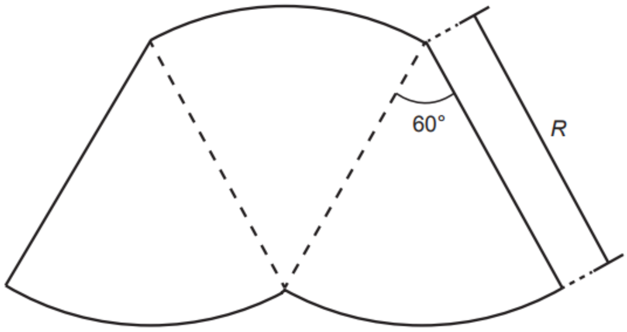
b) 12π.

c) 16π.

d) 32π.

e) 64π.

8. O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60°. O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m.
O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.
Considere 3,0 como aproximação para π.
O maior valor possível para R, em metros, deverá ser

a) 16.

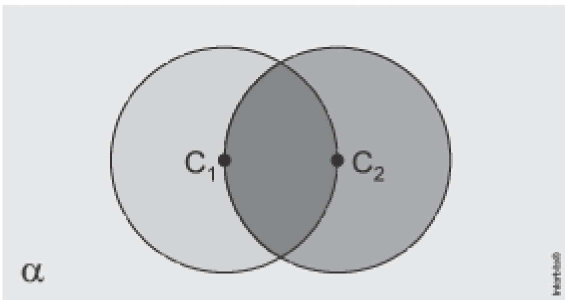
b) 28.

c) 29.

d) 31.

e) 49.

9. Na figura abaixo, estão representados dois círculos congruentes, de centros C_1 e C_2, pertencentes ao mesmo plano α. O segmento $\overline{C_1C_2}$ mede 6 cm.



A região limitada pelos círculos, em cm², possui valor aproximado de:

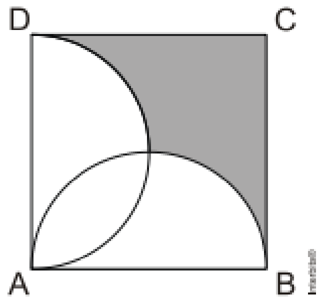
a) 108

b) 162

c) 182

d) 216

10. Observe a figura abaixo.



No quadrado ABCD de lado 2, os lados AB e BC são diâmetros dos semicírculos. A área da região sombreada é

a) $3-\frac{\pi}{4}$

b) $4-\frac{\pi}{2}$

c) $3-\pi$

d) $4-\pi$

e) $3-\frac{\pi}{2}$

Gabarito

1. **E**
   Sejam r_1, r_2 e r_3 os raios das tampas. Temos: $r_1 = 1$, $r_2 = \frac{1}{2}$, $r_3 = \frac{1}{4}$
   Como os círculos são tangentes, segue que o raio de cada um dos três tipos de tampa é dado por: 2/2.n=1/n
   Cálculo das sobras:
   $\mathbf{4 - \pi \cdot 1^2 = 4 - \pi}$
   $\mathbf{4 - 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 - \pi}$
   E
   $\mathbf{4 - 16 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 4 - \pi}$
   Portanto as três recebem a mesma quantidade de material.

2. **B**
   A área pedida é a soma das áreas do quadrado de lado 6cm e do círculo de raio 3cm, portanto a área é igual a:
   $\mathbf{6^2 + \pi \cdot 3^2 = 36 + 3 \cdot 9 = 36 + 27 = 63}$

3. **D**
   Área do círculo/área hachurada = $\frac{\pi R^2}{(2R)^2 - \pi R^2} = \frac{\pi R^2}{4R^2 - \pi R^2} = \frac{\pi}{4 - \pi}$

4. **A**
   CB=AB=x
   $2\pi x = 12\pi$
   $x=6$
   Logo a área será:
   $A = \pi(12^2 - 6^2) = 108\pi$

5. **C**
   Seja r o raio do círculo maior.
   De acordo com as informações, temos que R=3cm. Portanto, como a área pedida é a área do círculo maior subtraída da área dos 7 círculos menores, segue o resultado
   $\mathbf{\pi 3^2 - 7 \cdot \pi \cdot 1^2 = 9\pi - 7\pi = 2\pi cm^2}$

6. **E**
   calculando:
   raio =x
   Área do semicírculo= $\frac{3x^2}{2}$
   área do retângulo= $2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 = bx = 3$

área hachurada = $\cancel{18}_{9} - \frac{3\,.\,3^2}{4} = \cancel{18}_{9} - \frac{27}{4} = \cancel{\frac{45}{4}}\ \frac{9}{4}$

A razão então será de área hachurada/ área do retângulo= $\frac{\cancel{\frac{45}{4}}^{\,9}}{18} = \frac{\cancel{45}^{\,9}}{4} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{8}$

Observe que no final tivemos que fazer uma divisão entre duas frações.

7. A

Temos que a área de uma circunferência é dada pela fórmula πr^2.

A área ocupada pelas antenas antigas era de 8π, que temos que duas circunferência de raio 2, ou seja área = $2.2^2.\pi$

Já a área coberta pela nova antena é de 16π, pois o seu raio, analisando a figura, vale 4. Assim, área = $4^2\pi$.

Ou seja, a área aumentou de 8π.

8. B

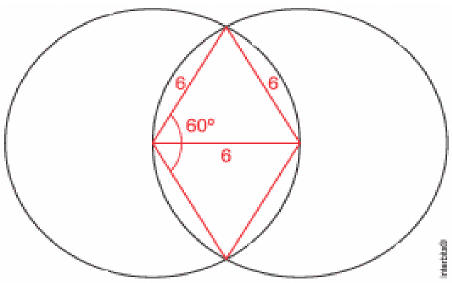
Sendo $3 \cdot 60° = 180°$, vem

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 < 50 \cdot 24 \Rightarrow R^2 < 800$$
$$\Rightarrow 0 < R < 28{,}2\,\text{m}.$$

Portanto, o maior valor natural de R, em metros, é 28.

9. C

O segmento $\overline{C_1C_2}$ é igual ao raio de ambas as circunferências e é igual a 6. Assim, pode-se concluir:



Portanto, a área da região limitada pelos círculos é composta pela área dos círculos menos a área da intersecção entre eles. Já a área da intersecção é composta por dois triângulos equiláteros de lado 6 e 4 segmentos circulares. Assim, considerando $\sqrt{3} = 1{,}73$ e $\pi = 3{,}14$, pode-se estimar a área da intersecção como sendo:

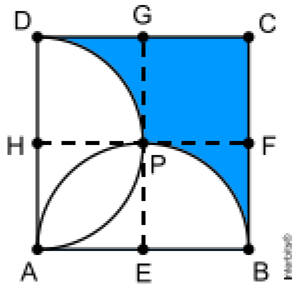
$$S_\Delta = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$
$$S_\Delta = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow S_\Delta = 9\sqrt{3} = 15{,}6$$
$$S_{seg} = S_{setor} - S_\Delta$$
$$S_{seg} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot 60°}{360°} - 9\sqrt{3} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 60°}{360°} - 9\sqrt{3} = 6\pi - 9\sqrt{3} = 3{,}27$$
$$S_{intersec} = 2 \cdot S_\Delta + 4 \cdot S_{seg}$$
$$S_{intersec} = 2 \cdot 15{,}6 + 4 \cdot 3{,}27 = 44{,}28$$

Logo, a área da região limitada pelos círculos será:

$$S_{oo} = 2 \cdot S_o - S_{intersec}$$
$$S_o = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi = 113$$
$$S_{oo} = 2 \cdot 113 - 44{,}28 = 181{,}72$$
$$S_{oo} = 182\ \text{cm}^2$$

10. E

Considere a figura.



Traçando EG e FH, dividimos o quadrado $ABCD$ em quatro quadrados de lado $\frac{2}{2} = 1$. Assim, a área da região sombreada corresponde à diferença entre o triplo da área do quadrado $PFCG$, e a área do semicírculo de raio 1, ou seja,

$$3 \cdot 1^2 - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 3 - \frac{\pi}{2}.$$