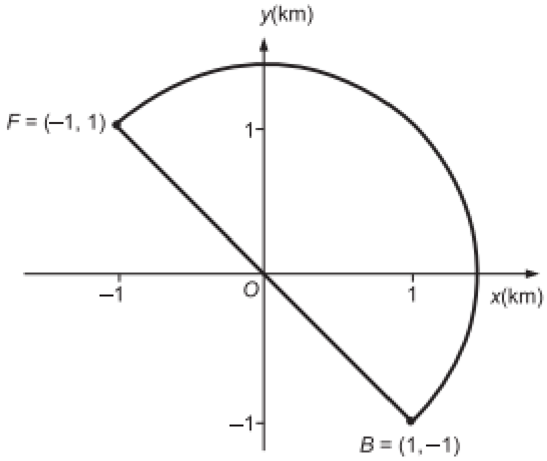
Exercícios sobre noções de geometria analítica e retas

Exercícios

1. Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B). Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro. Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$. O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de:

a) 1 260.

b) 2 520.

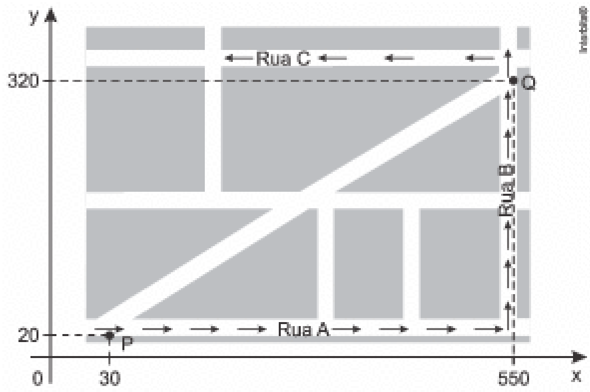
c) 2 800.

d) 3 600.

e) 4 000.

2. Devido ao au

3. mento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais. De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

a) (290 ; 20).

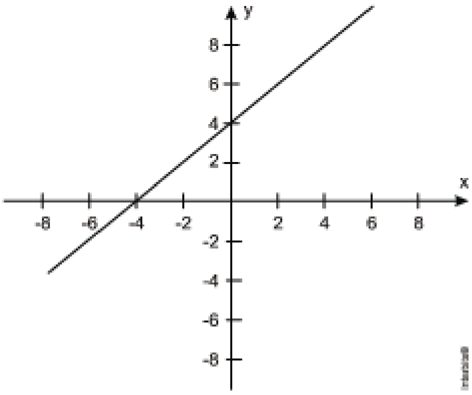
b) (410 ; 0).

c) (410 ; 20).

d) (440 ; 0).

e) (440 ; 20).

4. Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação y = x + 4 representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P = (–5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

a) (-5,0)

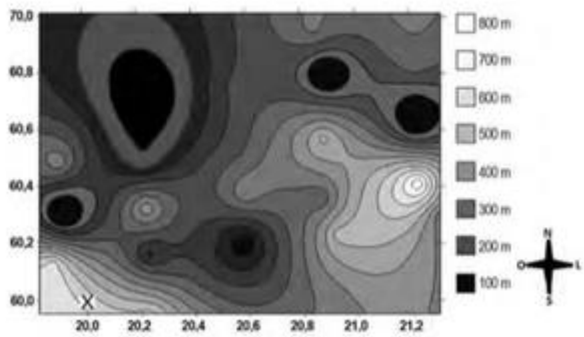
b) (-3,1)

c) (-2,1)

d) (0,4)

e) (2,6)

5. A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.



Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20; 60). O helicóptero segue o percurso:

0,8°L→0,5°N→0,2°O→0,1°S→0,4°N→0,3°L

Ao final, desce verticalmente até pousar no solo.

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é

a) menor ou igual a 200 m.

b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.

c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m

d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.

e) maior que 800 m

6. Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiano xOy. Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4 km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h. Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

a) (8;0) e (0;6).

b) (4;0) e (0;6).

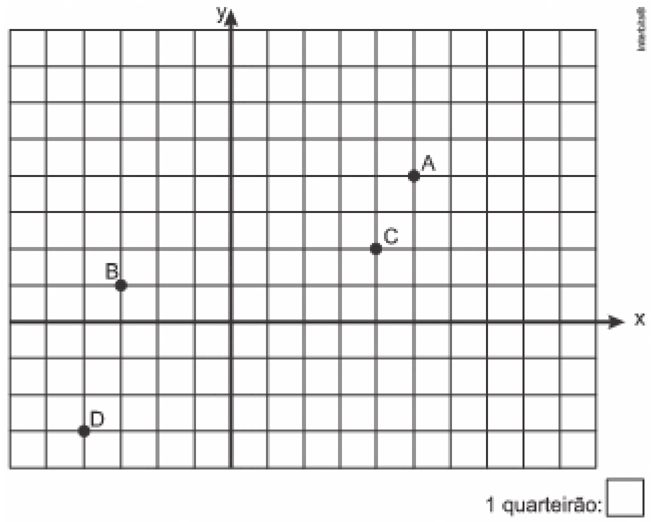
c) (4;0) e (0;3).

d) (0;8) e (6;0).

e) (0;4) e (3;0).

7. Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano, sendo a origem o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro. Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas e todos os quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema.

A seguir há uma representação dessa situação, em que os pontos A, B, C e D representam estabelecimentos comerciais desse bairro.



Suponha que uma rádio comunitária, de fraco sinal, garante área de cobertura para todo estabelecimento que se encontre num ponto cujas coordenadas satisfaçam à inequação: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$.

A fim de avaliar a qualidade do sinal, e proporcionar uma futura melhora, a assistência técnica da rádio realizou uma inspeção para saber quais estabelecimentos estavam dentro da área de cobertura, pois estes conseguem ouvir a rádio enquanto os outros não.

Os estabelecimentos que conseguem ouvir a rádio são apenas

a) A e C.

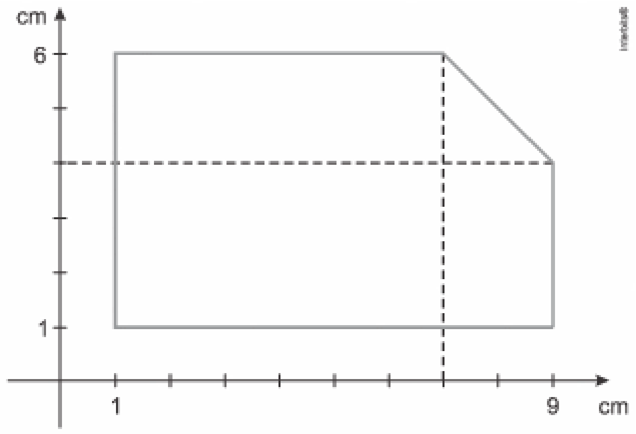
b) B e C.

c) B e D.

d) A, B e C.

e) B, C e D.

8. Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1 : 500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$



a) 110

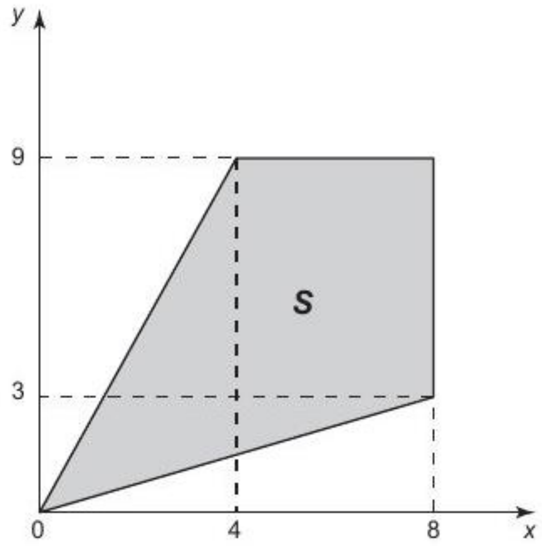
b) 120

c) 124

d) 130

e) 144

9. Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área S) na figura.



Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, um programador utilizará um software que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas. As desigualdades que devem ser utilizadas no referido software, para o desenho da região de isolamento, são

a) $3y - x \leq 0$; $2y - x \geq 0$; $y \leq 8$; $x \leq 9$

b) $3y - x \leq 0$; $2y - x \geq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$

c) $3y - x \geq 0$; $2y - x \leq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$

d) $4y - 9x \leq 0$; $8y - 3x \geq 0$; $y \leq 8$; $x \leq 9$

e) $4y - 9x \leq 0$; $8y - 3x \geq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$

10. Considere os segmentos de retas AB e CD A(0, 10), B(2, 12), C(-2, 3) e D(4, 3). O segmento MN, determinado pelos pontos médios dos segmentos AB e CD é dado pelos pontos M e N, pertencentes respectivamente a AB a CD . Assinale a alternativa que corresponde corretamente a esses pontos.

a) $M = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ e $N = (-1, 3)$

b) $M = (-2, 10)$ e $N = (-1, 3)$

c) $M = (1, -2)$ e $N = (1, 3)$

d) $M = (1, 11)$ e $N = (1, 3)$

11. Considere as retas $y = 5x + 8$ e $y = -5x + 8$. É correto afirmar que:

a) As retas são paralelas.

b) As retas são perpendiculares.

c) O ponto (4, 28) não pertence a nenhuma das duas retas.

d) O ponto (1, 10) pertence a pelo menos uma das duas retas.

e) As retas possuem um ponto em comum.

Gabarito

1. B

O raio da circunferência que passa pelos pontos B e F, com centro em O, é dado por $\sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ km $\cong 1.400$ m.

Em consequência, o tempo via segmento de reta é igual a $2 \cdot 1.400 \cdot 1 = 2.800$ h, e o tempo via semicircunferência é $\pi \cdot 1.400 \cdot 0,6 \cong 2.520$ h.

A resposta é, portanto, 2.520 horas.

2. E

A distância entre os pontos P e Q no percurso indicado é igual a

$(550 - 30) + (320 - 20) = 820.$

Logo, a distância entre T e os pontos P e Q deverá ser de $\frac{820}{2} = 410$. Portanto, como $30 + 410 = 440 < 550$, segue-se que $T = (440, 20)$.

3. B

Os únicos pontos das opções das respostas que pertencem à reta são B (-3,1), D (0,4) e E (2,6);
Calculando agora a distância de P a cada um deles, temos:

$$d_{P,B} = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} < 5$$

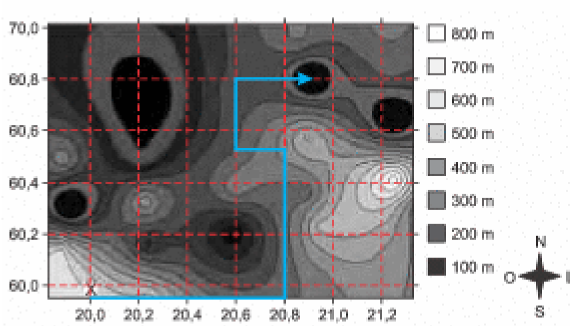
$$d_{P,D} = \sqrt{(-5-0))^2 + (5-4)^2} = \sqrt{26} > 5$$

$$d_{P,E} = \sqrt{(-5-2))^2 + (5-6)^2} = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto (-3,1) atende às condições do problema.

4. A

Esboço do trajeto descrito pelo avião



5. A

Após 2 horas, a formiga que caminhou horizontalmente para o lado direito caminhou 8 km (velocidade de 4 km/h). Assim sua coordenada será (8; 0).
Após 2 horas, a formiga que caminhou verticalmente para cima caminhou 6 km (velocidade de 3 km/h). Assim sua coordenada será (0; 6).

6. D

Analisando o gráfico, tem-se que as coordenadas dos estabelecimentos são:

$A(5,4)$

$B(-3,1)$

$C(4,2)$

$D(-4,-3)$

Assim, para avaliar se o estabelecimento está dentro da área de cobertura do sinal basta substituir suas coordenadas na equação:

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$

$A \Rightarrow 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 - 4 \cdot 4 - 31 \leq 0 \therefore -16 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$

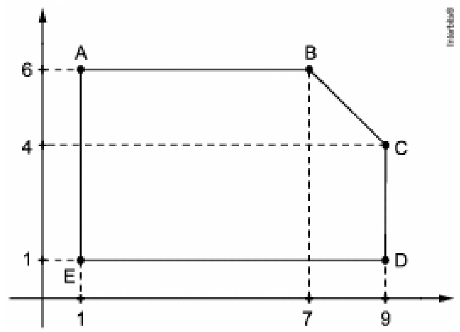
$B \Rightarrow (-3)^2 + 1^2 - 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 - 31 \leq 0 \therefore -19 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$

$C \Rightarrow 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 31 \leq 0 \therefore -27 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$

$D \Rightarrow (-4)^2 + (-3)^2 - 2 \cdot (-4) - 4 \cdot (-3) - 31 \leq 0 \therefore 14 \leq 0 \Rightarrow \text{FALSO!}$

7. C

Considere a figura.



Dada a escala de $1:500$ e sendo as coordenadas em centímetros, podemos concluir que cada centímetro na figura corresponde a 5 metros. Assim, queremos calcular o valor de

$5 \cdot (d(A, B) + d(B, C) + d(C, D) + d(D, E) + d(E, A)).$

É fácil ver que $d(A, B) = 6\,\text{cm}$, $d(C, D) = 3\,\text{cm}$, $d(D, E) = 8\,\text{cm}$ e $d(E, A) = 5\,\text{cm}$. Além disso, temos

$d(B, C) = \sqrt{(9-7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{8} \cong 2{,}8\,\text{cm}.$

Portanto, o resultado é

$5 \cdot (6 + 2{,}8 + 3 + 8 + 5) = 124\text{ m}.$

8. E

A equação da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(4, 9)$ é $y = \frac{9}{4}x$, isto é, $9x - 4y = 0$. Ademais, a equação da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(8, 3)$ é $y = \frac{3}{8}x$, ou seja, $3x - 8y = 0$. Portanto, é fácil ver que a região S é limitada pelas desigualdades $9x - 4y \geq 0$, $3x - 8y \leq 0$, $x \leq 8$ e $y \leq 9$.

9. D

Determinando o ponto M (ponto médio do segmento AB), temos:

$$x_M = \frac{0+2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{10+12}{2} = 11$$

Determinando, agora, o ponto N (ponto médio do segmento CD), temos:

$$x_N = \frac{-2+4}{2} = 1$$

$$y_N = \frac{3+3}{2} = 3$$

Os pontos pedidos são $M(1, 11)$ e $N(1, 3)$.

10. E

Do enunciado, temos:

$$\begin{cases} y = 5x + 8 \\ y = -5x + 8 \end{cases}$$

Daí,

$$5x + 8 = -5x + 8$$
$$x = 0$$

Substituindo $x = 0$ na equação $y = 5x + 8$, $y = 8$.
Assim, as retas possuem um ponto em comum.