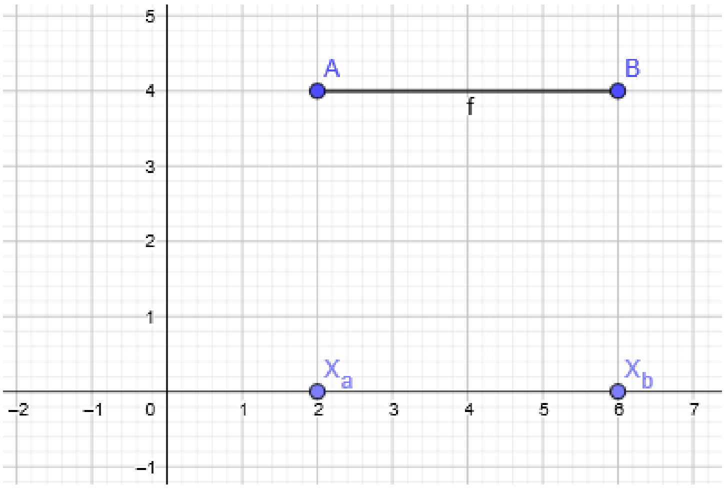
Noções de geometria analítica: distância entre pontos, ponto médio e perímetros

Resumo

Distância entre dois pontos:

Dado dois pontos A e B do plano cartesiano, chama-se distância entre eles a medida do segmento de reta que tem os dois pontos por extremidades.

1° caso: O segmento AB é paralelo ao eixo x



Então a distância entre A e B é dada pelo módulo da diferença entre as abscissas de A e B, isto é:

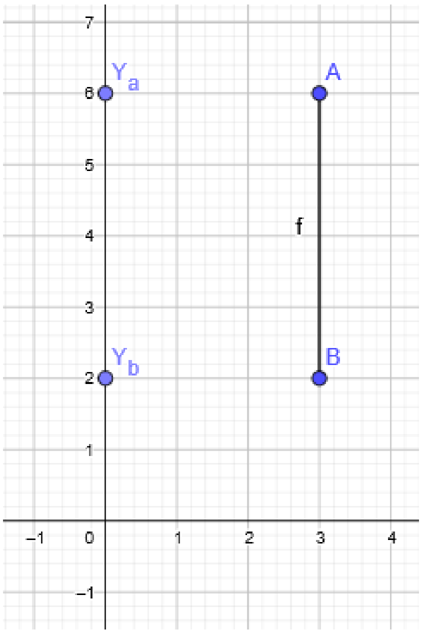
$$d = |x_a - x_b|$$

Exemplo:

$d = |6 - 2|$

$\mathrm{d} = 4$

2° caso: O segmento AB é paralelo ao eixo y



Então a distância entre A e B é dada pelo módulo da diferença entre as ordenadas de A e B, isto é:

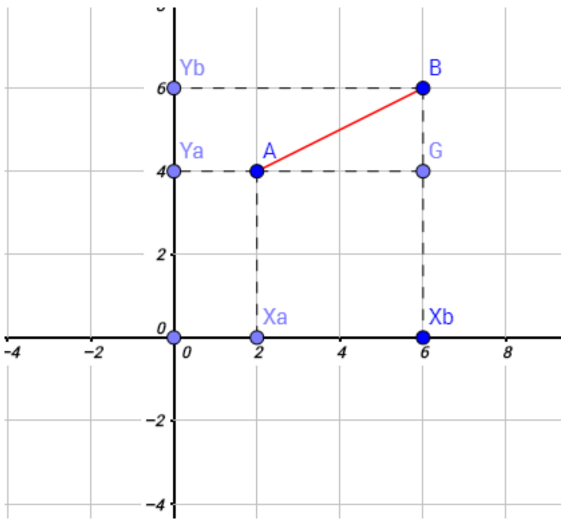
$$d = | y_a - y_b |$$

Exemplo:

$d = | 6 - 2 |$

$d = 4$

3° caso: Quando o segmento AB não é paralelo a nenhum dos eixos coordenados.

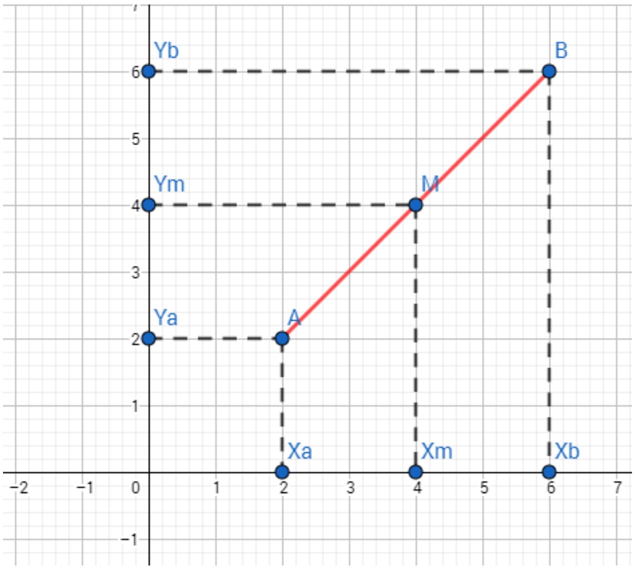


Temos então que a distância entre A e B é dada por:

$$d = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$$

Ponto médio

Ponto médio é o ponto de equilíbrio de um segmento de reta, podemos pensar também que é o ponto localizado exatamente no meio do segmento de reta.



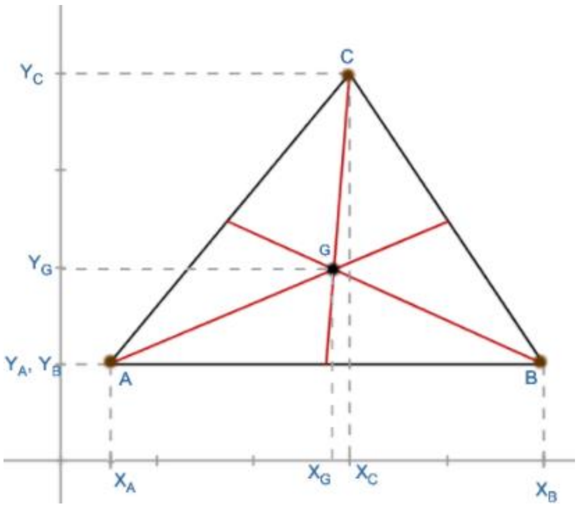
A = (2,2)
B = (6,6)

$$M = \left(\frac{X_a + X_b}{2}, \frac{Y_a + Y_b}{2}\right)$$

No exemplo, temos M = (4,4).

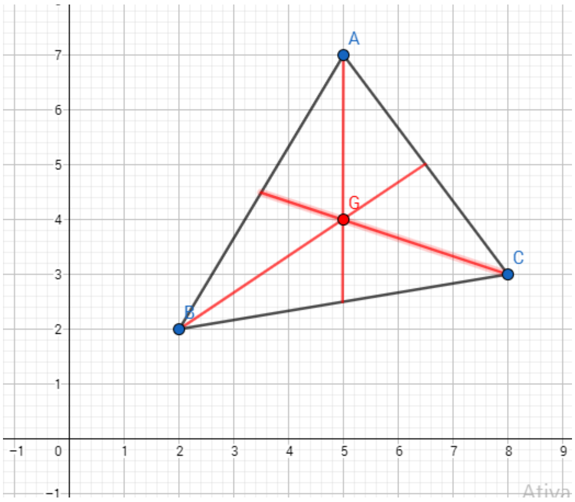
Baricentro do triângulo

Baricentro, também é conhecido como ponto de equilíbrio do triângulo, ele é formado pelo encontro das três medianas do triângulo, abaixo aprenderemos a encontra-lo no plano cartesiano.



$$M = \left(\frac{X_a + X_b + X_c}{3}, \frac{Y_a + Y_b + Y_c}{3}\right)$$

Exemplo:

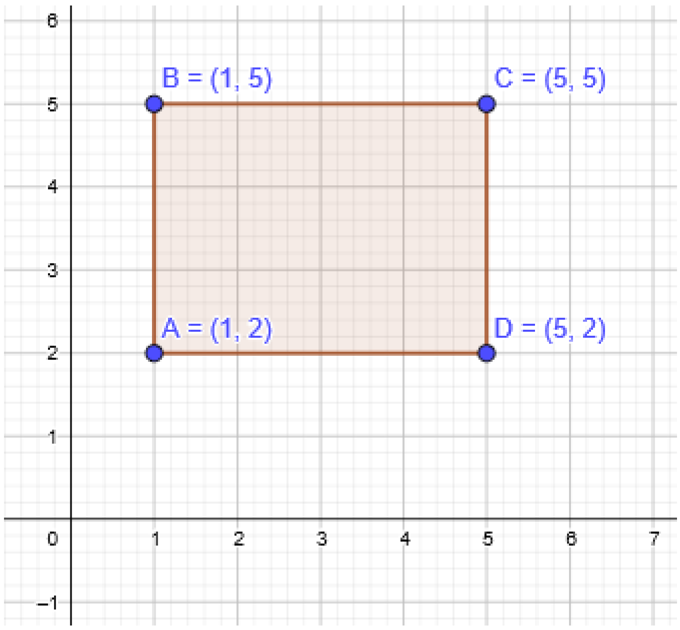


No exemplo temos que G = (5,4), é o ponto do baricentro.

Perímetros

Perímetro de uma figura poligonal é a soma das medidas dos lados de uma figura. Logo precisamos usar os conhecimentos da distância entre dois pontos e descobrir a medida de cada lado da figura para assim encontrar o seu perímetro.

Exemplo: Calcule o perímetro da seguinte figura.



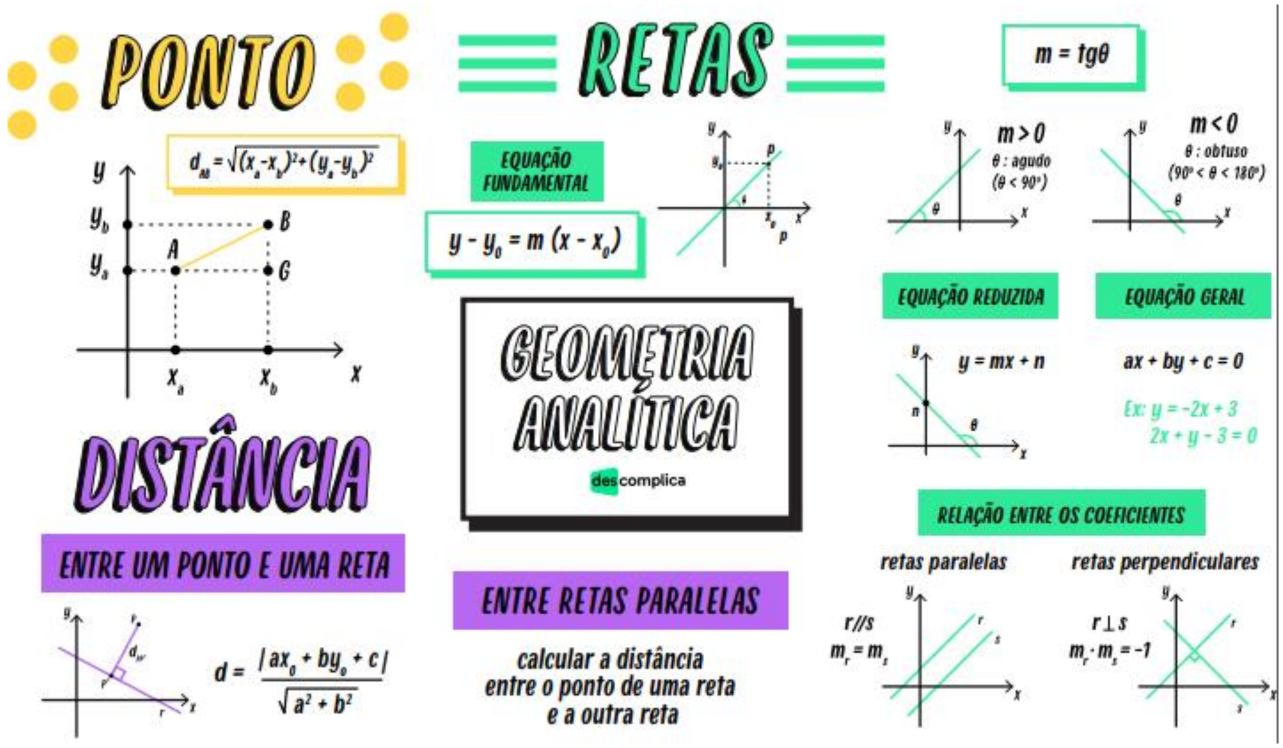
D(AB)=3

D(BC)=4

D(CD)=3

D(DA)=4

Logo o perímetro é: 3+3+4+4=14



Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. Sejam A(- 3, 3), B(3, 1), C(5, - 3) e D(- 1, - 2) vértices de um quadrilátero convexo. A medida de uma de suas diagonais é:

a) 15

b) 13

c) 12

d) 10

2. Qual é a medida da área e do perímetro do losango cujos vértices são A(2, 3); B(1, 0); C(0, 3) e D(1, 6)? Utilize $\sqrt{10} \approx 3,2$

a) Área = 6 e perímetro = 12,8.

b) Área = 6 e perímetro = 10,4.

c) Área = 12 e perímetro = 22,3.

d) Área = 12 e perímetro = 25,9.

e) Área = 18 e perímetro = 27,1.

3. Foi utilizado o plano cartesiano para a representação de um pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto A(1;2) no ponto médio entre a loja A e a loja B está o sanitário S, localizado no ponto S(5;10).
Determine as coordenadas do ponto de localização da loja B.

a) (-3;-6)

b) (-6;-3)

c) (3;6)

d) (9;18)

e) (18;9)

4. O triângulo ABC formado pelos pontos A(7,3), B(-4,3) e C(-4,-2) é:

a) escaleno

b) isósceles

c) equiângulo

d) obtusângulo

5. Assinale o valor da área do quadrado de vértices (-2;9) , (4,6), (1,0) e (-5,3).

a) 20

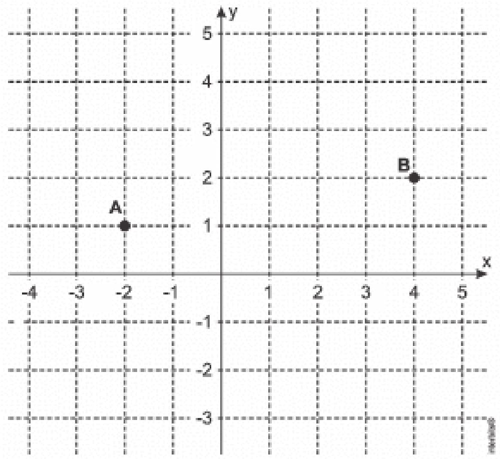
b) 25

c) 30

d) 45

e) 60

6. Na figura a seguir, o ponto A representa uma praça, e o ponto B, uma livraria.



Considerando quilômetro como unidade de medida, a menor distância entre a praça e a livraria é de aproximadamente

a) 4km

b) 5km

c) 6km

d) 7km

e) 8km

7. Um triângulo é desenhado marcando-se os pontos A(3;5), B(2;– 6) e C(– 4;1) no Plano Cartesiano. O triângulo A'B'C' é o simétrico do triângulo ABC em relação ao eixo y. Um dos vértices do triângulo A'B'C' é

a) (3 ; 5).

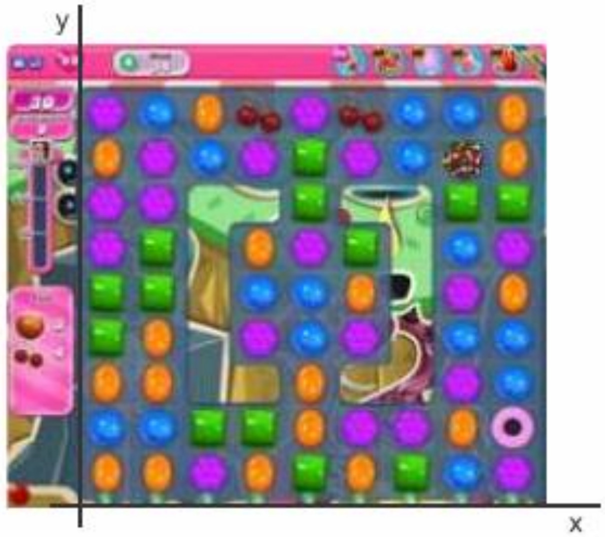
b) (−2 ; 6).

c) (– 2 ; – 1).

d) (– 4 ; 5).

e) (4 ; 1).

8. O Candy Crush é um dos jogos que virou febre nos últimos anos. Um joguinho no qual você precisa combinar doces simples e doces especiais que se encontram numa espécie de plano cartesiano. Há, na imagem abaixo, dois doces especiais: uma bomba colorida, que se encontra no ponto (8, 8); e uma rosquinha de coco, que se encontra no ponto (9, 2). Tomou-se como referencial o plano cartesiano indicado na imagem. Baseados nessas informações, podemos afirmar que a distância entre a bomba colorida e a rosquinha de coco, no plano cartesiano abaixo, é



Disponível em:<https://www.dicascityville.com/wp-content/uploads/2013/02/vidas-infinitas-no-candy-crush-saga-dicas-cityville-tudo-sobre-jogos-sociais-300x258.jpg. Acesso em: 20 maio 2017.

a) $\sqrt{27}$

b) $\sqrt{35}$

c) $\sqrt{7}$

d) $\sqrt{37}$

e) 7

9. No plano cartesiano, M(3, 3), N(7, 3) e P(4, 0) são os pontos médios respectivamente dos lados AB , BC , e AC de um triângulo ABC. A abscissa do vértice C é:

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 0

10. Seja ABC um triângulo tal que A(1,1), B(3, -1) e C(5, 3). O ponto _______ é o baricentro desse triângulo.

a) (2, 1)

b) (3, 3)

c) (1, 3)

d) (3, 1)

Gabarito

1. **D**

Supondo que o quadrilátero convexo seja o quadrilátero ABCD, as diagonais são AC e BD.

$$AC = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-3-3)^2}$$
$$AC = 10$$

$$BD = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2}$$
$$BD = 5$$

Assim, uma das medidas de suas diagonais é 10.

2. **A**

A área é dada por

$$\frac{1}{2}\cdot(x_A - x_C)\cdot(y_D - y_B) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6 = 6.$$

Por outro lado, como

$$d(B, C) = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \cong 3{,}2,$$

Segue que o perímetro mede 4.3,2 = 12,8

3. **D**

Tem-se que

$$\left(\frac{1+x_B}{2}, \frac{2+y_B}{2}\right) = (5, 10) \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 9 \\ y_B = 18 \end{cases}.$$

Portanto, podemos concluir que $B = (9, 18)$.

4. **A**

Calculando os quadrados das medidas dos lados do triângulo ABC, encontramos

$d^2(A, B) = (-4-7)^2 + (3-3)^2 = 121,$ ➔ $d_{(AB)} = 11$

$d^2(A, C) = (-4-7)^2 + (-2-3)^2 = 146$ ➔ $d_{(AC)} = 12{,}1$

e

$d^2(B, C) = (-4+4)^2 + (-2-3)^2 = 25$ ➔ $d_{(B,C)} = 5$

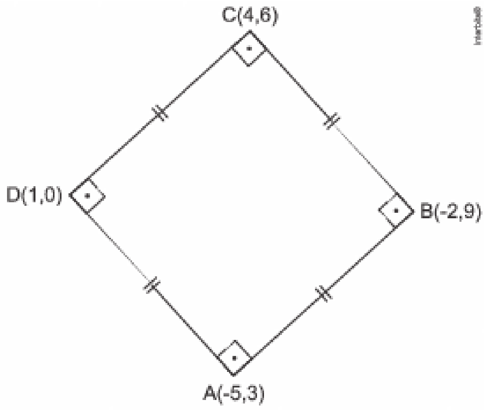
Portanto, sendo

$$d^2(A, C) = d^2(A, B) + d^2(B, C),$$

146 = 121 + 25

Podemos concluir que o triângulo ABC é retângulo escaleno.

5. D



Assim, a área do quadrado acima é dada por:

$A_{ABCD} = d_{C,D}^2$

$A_{ABCD} = (4-1)^2 + (6-0)^2$

$A_{ABCD} = 9 + 36$

$A_{ABCD} = 45$

6. C

$A(-2,1)$ e $B(4,2)$

$d = \sqrt{(4-(-2))^2 + (2-1)^2} = \sqrt{37} = 6{,}08 \text{ km}$

7. E

Considerando que o simétrico de um ponto P(x,y) em relação ao eixo y é P'(–x,y), temos:
A(3,5), então A'=(–3,5)
B(2,–6), então B'(–2,–6)
C(–4,1), então C'(4,1)

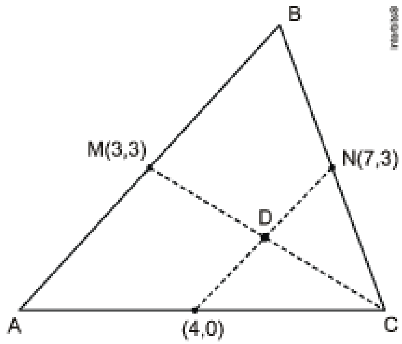
Logo, a alternativa [E] é a correta.

8. D

Utilizando as coordenadas e sabendo que a fórmula da distância entre dois pontos é dada por:

$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow D = \sqrt{(9-8)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{1 + (-6)^2} = \sqrt{37}$

9. C



D é ponto médio de PN, logo:

$$x_D = \frac{7+4}{2} = \frac{11}{2}.$$

D é ponto médio de CM, logo:

$$\frac{x_C + 3}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow x_C = 8.$$

10. D

Sabendo que as coordenadas do baricentro correspondem à média aritmética simples das coordenadas dos vértices do triângulo, temos:

$$\left(\frac{1+3+5}{3}, \frac{1-1+3}{3}\right) = (3, 1).$$