Exercícios sobre polinômios

Exercícios

1. O polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ é tal que as raízes da equação $P(x) = 0$ são os números -1,1 e 2. Se P (0) = 24, então, o valor do coeficiente a é igual a:

a) 10

b) 8

c) 12

d) 6

2. O resto da divisão de um polinômio do segundo grau P pelo binômio (x+1) é igual a 3. Dado que P(0) = 6 e P(1) = 5, O valor de P(3) é:

a) -7
b) -9
c) 7
d) 9

3. O polinômio $f(x) = x^5 - x^3 + x^2 + 1$, quando dividido por $q(x) = x^3 - 3x + 2$, deixa resto r(x). Sabendo disso, o valor numérico de r(-1) é

a) -10

b) -4

c) 0

d) 4

e) 10

4. Os polinômios A(x) e B(x) são tais que $A(x) = B(x) + 3x^3 + 2x^2 + x + 1$. Sabendo que -1 é raiz de A(x) e 3 é raiz de B(x), então A(3) – B(-1) é igual a

a) 98

b) 100

c) 102

d) 103

e) 105

5. Se 1 é uma raiz de multiplicidade 2 da equação $x^4 + x^2 + ax + b = 0$, com $a,\ b\ \in \mathbb{R}$, então a² - b³ é igual a

a) -64

b) -36

c) -28

d) 18

e) 27

6. Considere o polinômio f(x) = $8x^3 - 6x^2 - 3x + 1$: Sabe-se que as raízes de f(x) são os primeiros termos de uma progressão geométrica infinita, cujo primeiro termo é a maior raiz de f(x), e a soma desta progressão é raiz do polinômio g(x) = x + a. Então, o resto da divisão de f(x), por g(x) é:

a) -35/27

b) -1/2

c) -2/3

d) -2

e) -81

7. Sejam **P(x) = $2x^3 - 2x^2 - x + 1$** e **Q(x) = x – a** dois polinômios com valores de **x** em IR. Um valor de **a** para que o polinômio P(x) seja divisível por Q(x) é:

a) 1

b) – 2

c) – 1/2

d) 2

e) 3

8. O polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ possui uma raiz complexa ξ cuja parte imaginária é positiva. A parte real de ξ^3 é igual a

a) -11

b) -7

c) 9

d) 10

e) 12

9. Se $(x-2)$ é um fator do polinômio $x^3+kx^2+12x-8$, então, o valor de k é igual a

a) -3

b) 2

c) 3

d) 6

e) -6

10. O trinômio x^2+ax+b é divisível por $(x+2)$ e por $(x-1)$. O valor de a – b é

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Gabarito

1. C

Se $P(0)=24$, então $d=24$. Logo, sendo $-1, 1$ e 2 as raízes de P, pelas Relações de Girard, temos

$-\frac{d}{a}=(-1)\cdot 1\cdot 2 \Leftrightarrow \frac{24}{a}=2 \Leftrightarrow a=12.$

2. B

Seja $P(x)=ax^2+bx+c$. Se o resto da divisão de P pelo binômio $x+1$ é igual a 3, então, pelo Teorema do Resto, segue que $a-b+c=3$.

Ademais, sendo $P(0)=6$ e $P(1)=5$, temos $c=6$ e $a+b+c=5$. Daí, vem $a=b-3$ e $2b=2$, implicando em $b=1$ e $a=-2$.

Em consequência, a resposta é $P(3)=(-2)\cdot 3^2+1\cdot 3+6=-9$.

3. A

$$
\begin{array}{l|l}
x^5+0x^4-x^3+x^2+0x+1 & x^3+0x^2-3x+2 \\ \cline{2-2}
-x^5+0x^4+3x^3-2x^2 & x^2+2 \\ \cline{1-1}
\qquad +2x^3-x^2+0x+1 & \\
\qquad -2x^3+0x^2+6x-4 & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad -x^2+6x-3 &
\end{array}
$$

Portanto, $r(x)=-x^2+6x-3$ e $r(-1)=-(-1)^2+6(-1)-3=-10$.

4. C

Como -1 é raiz de $A(x)$ e 3 é raiz de $B(x)$, segue que $A(-1)=0$ e $B(3)=0$. Logo,

$A(-1)=B(-1)+3\cdot(-1)^3+2\cdot(-1)^2+(-1)+1 \Leftrightarrow B(-1)=1$

e

$A(3)=B(3)+3\cdot 3^3+2\cdot 3^2+3+1 \Leftrightarrow A(3)=103.$

Portanto,

$A(3)-B(-1)=103-1=102.$

5. C

1	1	0	1	a	b
1	1	1	2	$a+2$	$a+2+b$
	1	2	4	$a+6$	

$\begin{cases} a+2+b=0 \\ a+6=0 \end{cases}$, resolvendo temos a = -6 e b = 4 logo $a^2 - b^3 = (-6)^2 - 4^3 = -28$

6. A

Por inspeção, segue que $x=1$ é raiz de f. Logo, aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, obtemos

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 8 & -6 & -3 & 1 \\ \hline & 8 & 2 & -1 & 0 \end{array}$$

Donde $f(x)=(x-1)\cdot(8x^2+2x-1)$. Agora, é fácil ver que as outras raízes de f são $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$. Sendo $x=1$ a maior raiz de f, encontramos a progressão geométrica $\left(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots\right)$, cujo limite da soma de seus termos é dado por $\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{2}{3}$.

Mas $x=\frac{2}{3}$ é a raiz de g. Portanto, pelo Teorema do Resto, vem

$$\begin{aligned} R &= f\left(\frac{2}{3}\right) \\ &= 8\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)+1 \\ &= \frac{64}{27}-\frac{8}{3}-2+1 \\ &= -\frac{35}{27}, \end{aligned}$$

que é o resultado procurado.

7. A

Dado um polinômio $\boxed{P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_0}$, se a soma dos coeficientes for nula, então P(1) é raiz e P(x) é divisível por (x − 1).

Basta ver que $\boxed{P(1)=a_n(1)^n+a_{n-1}(1)^{n-1}+\ldots+a_0=a_n+a_{n-1}+\ldots+a_0}$.

Se P(1) = 0, então a soma dos coeficientes será nula. No caso da questão, temos:

$\boxed{P(1)=2.(1)^3-2.(1)^2-(1)+1=2-2-1+1=0}$. Logo, um valor para a será 1.

8. A

O polinômio em questão possui três raízes. Se $a+bi$ é raiz, $a-bi$ também será. O polinômio também admite raiz 1, pois $P(1)=1-3+7-5=0$. Assim, aplicando-se Briot-Ruffini, pode-se escrever:

	1	-3	7	5
1	1	-2	5	0

Interbits®

$P(x)=x^3-3x^2+7x-5$

$P(1)=0$

$\text{Briot}-\text{Ruffini} \to x^2-2x+5=0 \to \begin{cases} x'=1-2i \\ x''=1+2i \end{cases}$

$\xi=1+2i \to \xi^3=(1+2i)^3=1+6i-12-8i \to \xi^3==-11-2i$

Assim, a parte real de ξ^3 é igual a -11.

9. E

Se (x – 2) é fator do polinômio dado, então 2 é raiz desse polinômio.

Portanto:

$2^3+k\cdot 2^2+12\cdot 2-8=0 \Rightarrow 4k=-24 \Rightarrow k=-6$

10. D

Tem-se que

$$\begin{aligned} x^2+ax+b &= (x+2)(x-1) \\ &= x^2+x-2. \end{aligned}$$

Daí segue que $a=1$, $b=-2$ e, portanto, $a-b=1-(-2)=3$.