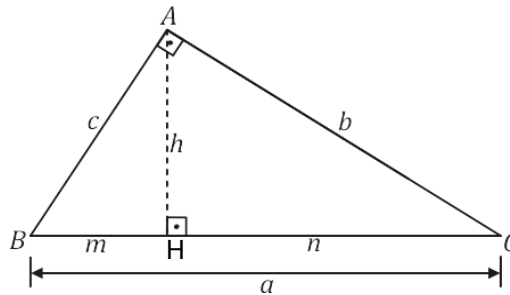


Relações métricas no triângulo retângulo

Resumo

Em um triângulo retângulo, ao traçarmos a altura relativa à hipotenusa, esta fica dividida em dois segmentos chamados de projeções dos catetos sobre a hipotenusa.



- a – Hipotenusa
- b – Cateto
- c – Cateto
- h – Altura
- m – Projeção do cateto c
- n – Projeção do cateto b

Podemos ver que temos triângulos semelhantes entre si. Dessas semelhanças, surgem as relações métricas do triângulo retângulo.

1. Projeções X Altura:

$$\triangle ABH \sim \triangle AHC \rightarrow \frac{m}{h} = \frac{h}{n} \rightarrow h^2 = m \cdot n$$

2. Projeções X Cateto X Hipotenusa:

$$\triangle ABC \sim \triangle AHC \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{n} \rightarrow b^2 = a \cdot n$$

$$\triangle ABC \sim \triangle AHB \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{m} \rightarrow c^2 = a \cdot m$$

3. Catetos X Hipotenusa X Altura:

$$\triangle ABC \sim \triangle AHC \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{h} \rightarrow a \cdot h = b \cdot c$$

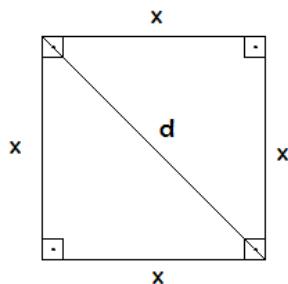
4. Teorema de Pitágoras:

Somando as equações do item 2, temos:

$$\begin{cases} b^2 = a \cdot n \\ c^2 = a \cdot m \end{cases} \rightarrow b^2 + c^2 = a \cdot n + a \cdot m = a(m + n) = a \cdot a = a^2$$

Daí temos a fórmula mais famosa da geometria: $a^2 = b^2 + c^2$

Observação: É do teorema de Pitágoras que vem a fórmula da diagonal do quadrado.

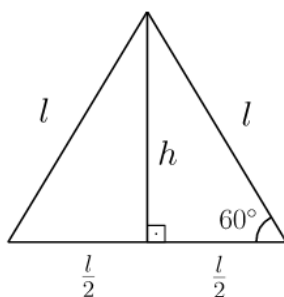


$$d^2 = x^2 + x^2$$

$$d^2 = 2x^2$$

$$d = x\sqrt{2}$$

E também a fórmula para a altura de um triângulo equilátero.

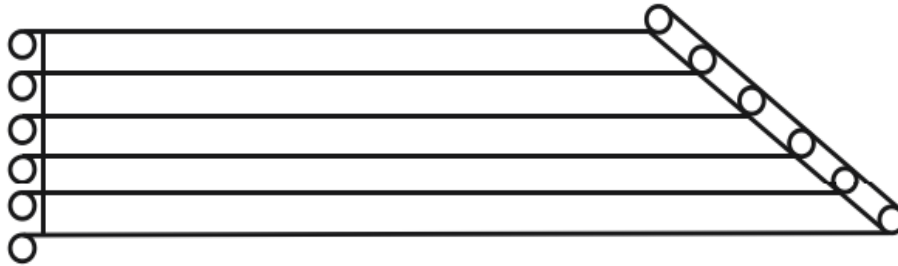


$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

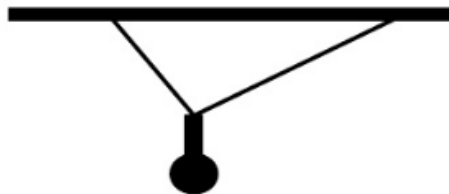
Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. Um instrumento musical é formado por 6 cordas paralelas de comprimentos diferentes as quais estão fixadas em duas hastes retas, sendo que uma delas está perpendicular às cordas. O comprimento da maior corda é de 50 cm, e o da menor é de 30 cm. Sabendo que a haste não perpendicular às cordas possui 25 cm de comprimento da primeira à última corda, se todas as cordas são equidistantes, a distância entre duas cordas seguidas, em centímetros, é

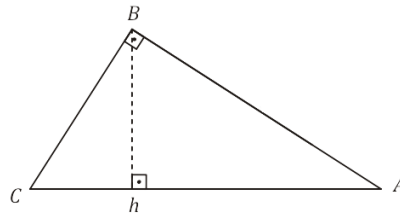


- a) 1.
b) 1,5.
c) 2.
d) 2,5.
e) 3.
2. O lampião representado na figura está suspenso por duas cordas perpendiculares, presas ao teto. Sabendo que essas cordas medem $\frac{1}{2}$ e $\frac{6}{5}$, a distância do lampião ao teto é?



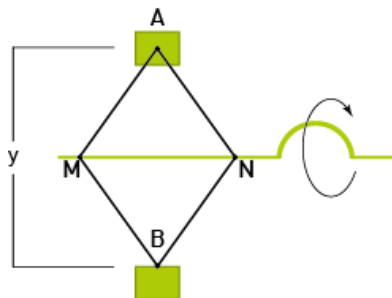
- a) 1,69
b) 1,3
c) 0,6
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{6}{13}$

3. No triângulo ABC abaixo, o ângulo do vértice B é reto e $\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{4} = 2\text{m}$



O perímetro do triângulo ABC, em metros, é aproximadamente:

- a) 19
b) 21
c) 23
d) 25
e) 27
4. Um modelo de macaco, ferramenta utilizada para levantar carros, consiste em uma estrutura composta por dois triângulos isósceles congruentes, AMN e BMN, e por um parafuso acionado por uma manivela, de modo que o comprimento da base MN possa ser alterado pelo acionamento desse parafuso. Observe a figura:

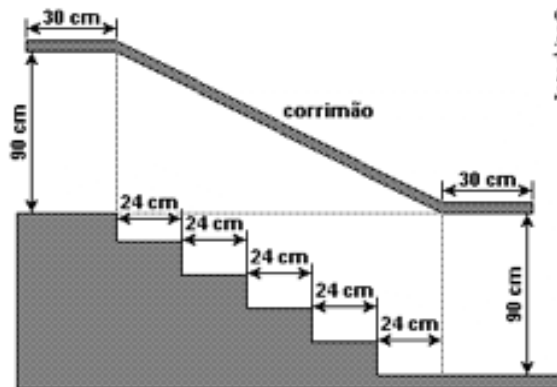


Considere as seguintes medidas: $AM = AN = BM = BN = 4\text{ dm}$; $MN = x\text{ dm}$; $AB = y\text{ dm}$.
O valor, em decímetros, de y em função de x corresponde a:

- a) $\sqrt{16 - 4x^2}$
b) $\sqrt{64 - x^2}$
c) $\frac{\sqrt{16 - 4x^2}}{2}$
d) $\frac{\sqrt{16 - 2x^2}}{2}$

5. As projeções dos catetos de um triângulo retângulo sobre a hipotenusa medem 9dm e 16dm. Neste caso os catetos medem:
- 15dm e 20dm
 - 10dm e 12dm
 - 3dm e 4dm
 - 8dm e 63dm.

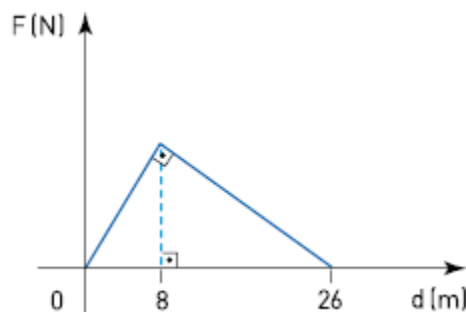
6.



Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a

- 1,8m
 - 1,9m
 - 2,0m
 - 2,1m
 - 2,2m
7. Quatro estações distribuidoras de energia A, B, C e D estão dispostas como vértices de um quadrado de 40Km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D. A nova estação deve ser localizada
- no centro do quadrado.
 - na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 15km dessa estrada.
 - na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25km dessa estrada.
 - no vértice de um triângulo equilátero de base AB oposto a essa base.
 - no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

8. Uma bicicleta saiu de um ponto que estava a 8 metros a leste de um hidrante, andou 6 metros na direção norte e parou. Assim, a distância entre a bicicleta e o hidrante passou a ser:
- 8 metros
 - 10 metros
 - 12 metros
 - 14 metros
 - 16 metros
9. As extremidades de um fio de antena totalmente esticado estão presas no topo de um prédio e no topo de um poste, respectivamente, de 16m e 4m de altura. Considerando-se o terreno horizontal e sabendo-se que a distância entre o prédio e o poste é de 9m, o comprimento do fio, em metros, é
- 12
 - 15
 - 20
 - 25
10. Uma pessoa empurrou um carro por uma distância de 26 m, aplicando uma força F de mesma direção e sentido do deslocamento desse carro. O gráfico abaixo representa a variação da intensidade de F , em newtons, em função do deslocamento d , em metros.



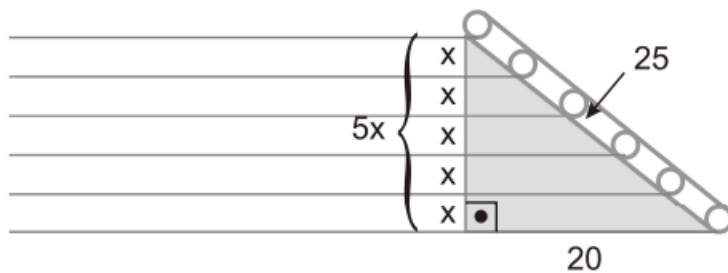
Desprezando o atrito, o trabalho total, em joules, realizado por F , equivale a:

Obs: Lembrando que o trabalho de uma força não constante é calculado através da área sob o gráfico.

- 117
- 130
- 143
- 156

Gabarito

1. E



$$\begin{aligned} 25^2 &= 20^2 + (5x)^2 \\ 625 &= 400 + 25x^2 \\ 25x^2 &= 225 \\ x^2 &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

2. E

$$\begin{aligned} x^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{36}{25} = \frac{25}{100} + \frac{144}{100} = \frac{169}{100} \\ x &= \frac{13}{10} \end{aligned}$$

Agora, vamos usar uma relação métrica do triângulo retângulo que diz que o produto entre os catetos é igual ao produto da hipotenusa com a altura.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{6}{5}\right) &= \left(\frac{13}{10}\right) * x \\ \left(\frac{13x}{10}\right) &= \left(\frac{6}{10}\right) \\ 13x &= 6 \\ x &= \frac{6}{13}. \end{aligned}$$

3. C

Sabemos que $CH = 2$ e $AH = 8$. Para calcular o lado AB , usarei a fórmula $b^2 = am$.

$$\begin{aligned} b^2 &= 10 \cdot 8 = 80. \\ b &= \sqrt{80}. \end{aligned}$$

Para calcular o lado BC , usarei a fórmula $c^2 = an$.

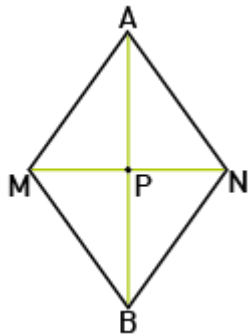
$$\begin{aligned} c^2 &= 10 \cdot 2 = 20. \\ c &= \sqrt{20}. \end{aligned}$$

Finalmente, calculando o perímetro:

$$2p = \sqrt{20} + \sqrt{80} + 10 = 23,41 \cong 23.$$

4. B

Observe a imagem:



AMBN é um losango, pois é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais. Como as diagonais do losango são perpendiculares, ANP é um triângulo retângulo, com hipotenusa AN = 4 dm. Seus catetos são:

$$AP = \frac{AB}{2} = \frac{y}{2}$$

$$PN = \frac{MN}{2} = \frac{x}{2}$$

De acordo com o teorema de Pitágoras, tem-se:

$$(AP)^2 + (PN)^2 = (AN)^2$$

$$\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{4} = 4^2$$

$$y^2 + x^2 = 64$$

$$y = \sqrt{64 - x^2}$$

5. A

Projeções:

$$n = 9 \text{ dm}$$

$$m = 16 \text{ dm}$$

Relações métricas no triângulo retângulo:

$$a = m + n$$

$$b^2 = a * m$$

$$c^2 = a * n$$

$$a * h = b * c$$

$$a^2 = c^2 + b^2$$

a = hipotenusa

m, n = projeções ortogonais dos catetos

b, c = catetos

Primeiramente, sabemos que: $a = m + n$

$$a = 9 + 16$$

$$a = 25 \text{ dm}$$

$$b^2 = a * m$$

$$b^2 = 25 * 16$$

$$b = \sqrt{25 * 16}$$

$$b = \sqrt{25} * \sqrt{16}$$

$$b = 5 * 4$$

$$b = 20 \text{ dm}$$

$$c^2 = a * n$$

$$c^2 = 25 * 9$$

$$c = \sqrt{25 * 9}$$

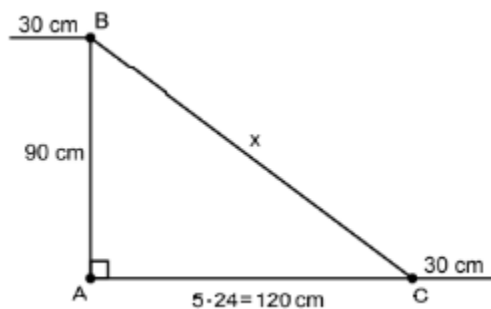
$$c = \sqrt{25} * \sqrt{9}$$

$$c = 5 * 3$$

$$c = 15 \text{ dm}$$

6. D

Observe a figura:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC, temos:

$$x^2 = 90^2 + 120^2$$

$$x = 150 \text{ cm.}$$

Portanto, o comprimento total do corrimão é $1,5 + 2,0,3 = 2,1$.

$$x^2 = 9^2 + 12^2$$

$$x^2 = 81 + 144$$

$$x = \sqrt{225}$$

$$x = 15m$$

10. D

A altura h do triângulo retângulo de base $b = 26$ m corresponde a:

$$h = \sqrt{m \times n}$$

sendo m e n o comprimento dos segmentos em que a altura divide a base do triângulo. Logo:

$$h = \sqrt{8 \times 18} = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$$

O trabalho T de uma força não constante, ao longo de um deslocamento d , é dado pela área do gráfico $F \times d$. Nesse caso, T corresponde à área do triângulo retângulo de base $b = 26$ m e altura $h = 12$ m:

$$T = S_{\Delta}$$

$$T = \frac{1}{2}(b \times h) = \frac{26 \times 12}{2} = 156 \text{ J}$$