

## Medidas de Centralidade

### Resumo

---

Em Estatística, medidas de centralidade são usadas para representar toda uma lista de observações com um único valor. Já as medidas de dispersão mostram o quão esticada ou espremida está uma distribuição de observações.

#### Medidas de centralidade:

##### Média:

##### Média aritmética simples:

A média aritmética simples de um conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de  $n$  observações para a variável  $X$ , é dada pelo quociente entre a soma dos valores observados e o número total de observações:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Ex.: Seja um grupo de 3 pessoas e  $I$  o conjunto das idades dessas 3 pessoas.  $I = \{12, 10, 11\}$ . Calculando a média da idade desse grupo, temos:

$$\bar{x} = \frac{12 + 10 + 11}{3} = \frac{33}{3} = 11 \text{ anos}$$

##### Média aritmética ponderada:

A média aritmética ponderada de um conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  de  $k$  observações para a variável  $X$ , com frequências absolutas é dada pela expressão:

$$\bar{X} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Ex.: Para passar no curso de matemática devemos obter média 7, sendo que a  $p_1$  tem peso 1 e a  $p_2$  tem peso 2. Dessa maneira calculamos a média da seguinte maneira:

$$\frac{p_1 \cdot 1 + p_2 \cdot 2}{3}$$

##### Média geométrica

A média geométrica é definida como a raiz  $n$ -ésima do produto de  $n$  elementos do conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Assim:

$$\bar{G} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Ex.: A população da cidade A cresceu 2000 habitantes no ano 1, cresceu 1000 no ano 2 e 32000 no ano 3. Qual a média geométrica do crescimento dessa cidade.

Como se trata de 3 elementos, devemos calcular:

$$\sqrt[3]{2000 \cdot 1000 \cdot 32000} = \sqrt[3]{64 \cdot 10^9} = 4 \cdot 10^3 = 4000$$

## Média Harmônica

Dado o conjunto formado por  $n$  elementos  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . A média harmônica é dada por:

$$\bar{H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Essa média costuma aparecer em contextos que envolvem grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo: Durante uma viagem, um ônibus de turismo mantém a velocidade a 60 km/h na metade do percurso e no reto 70 km/h. Qual a velocidade média desse ônibus?

$$\bar{H} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{70}} = \frac{2}{\frac{13}{420}} = 2 \cdot \frac{420}{13} = \frac{840}{13} \cong 64,6 \text{ km/h}$$

Aproximadamente 64,6 km/h

## Moda:

É valor de maior frequência em uma série de dados, o que mais se repete.

Ex: Alguns alunos fizeram a segunda chamada de uma prova de matemática. Suas notas foram tabuladas na tabela abaixo:

Aluno	Nota
Aluno 1	2
Aluno 2	7
Aluno 3	3
Aluno 4	4
Aluno 5	3
Aluno 6	3,5

A nota que mais aparece no conjunto de dados é a nota 3. Portanto, a moda é 3.

## Mediana:

Ordenando as observações de uma variável de forma crescente ou decrescente (Rol), a mediana é a observação que ocupa o valor central.

Ex.: A quantidade de atrasos dos alunos de uma turma, registrados por mês, de março a novembro, formam o seguinte conjunto de dados: 23, 34, 21, 48, 51, 20, 38, 29, 13.

Ordenando esses dados de forma crescente, temos:

13 – 20 – 21 – 23 – 29 – 34 – 38 – 48 – 51

Como há 9 observações, a observação central é a quinta:

13 – 20 – 21 – 23 – **29** – 34 – 38 – 48 – 51

Portanto, a mediana é igual a 29.

**Cuidado!** E se a quantidade de elementos da amostra não for um número ímpar? Se o tamanho da amostra for par, então não terá um elemento central. Dessa maneira, precisamos fazer a média aritmética simples entre os dois centrais.

Ex.: Seja uma amostra  $A = \{1, 2, 7, 4\}$ . Para calcular a mediana, precisamos colocar os elementos em ordem: 1, 2, 4, 7. Agora, fazemos a média aritmética simples entre os dois termos centrais:

$$\frac{2+4}{2} = 3$$

Assim, 3 é a mediana.

---

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

## Exercícios

1. Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com intuito de reclamar com o fabricante. A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas. A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

- a) branca e os de número 38.
- b) branca e os de número 37.
- c) branca e os de número 36.
- d) preta e os de número 38.
- e) preta e os de número 37.

2. O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em%) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- a) 8,1%
- b) 8,0%
- c) 7,9%
- d) 7,7%
- e) 7,6%

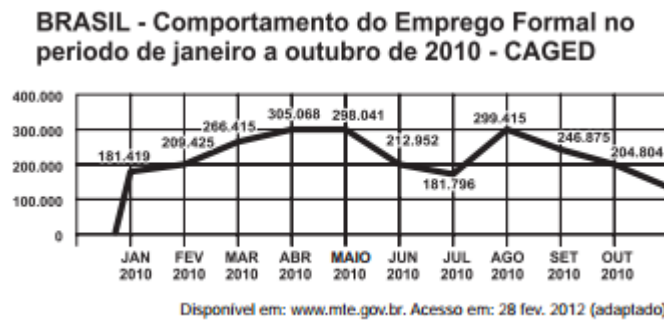
3. Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

- a) 17° C, 17° C e 13,5° C
- b) 17° C, 18° C e 13,5° C
- c) 17° C, 13,5° C e 18° C
- d) 17° C, 18° C e 21,5° C
- e) 17° C, 13,5° C e 21,5° C

4. O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o Caged, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- a) 212 952.
  - b) 229 913.
  - c) 240 621.
  - d) 255 496.
  - e) 298 041
5. Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

- a) A, B, C, E, D.
- b) B, A, C, E, D.
- c) C, B, E, A, D.
- d) C, B, E, D, A.
- e) E, C, D, B, A.

6. Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

- I. 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados.
- II. 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

- a) 59
- b) 65
- c) 68
- d) 71
- e) 80



7. O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

- a)  $X = Y < Z$ .
  - b)  $Z < X = Y$ .
  - c)  $Y < Z < X$ .
  - d)  $Z < X < Y$ .
  - e)  $Z < Y < X$ .
8. A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho. Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

- a) 0,15.
- b) 0,30.
- c) 0,50.
- d) 1,11.
- e) 2,22.

9. Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

- a) 2
  - b) 3
  - c) 4
  - d) 5
  - e) 6
10. Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

- a) 20,70.
- b) 20,77.
- c) 20,80.
- d) 20,85.
- e) 20,90.

## Gabarito

1. A

Sabendo que média da distribuição de zeros e uns é igual a  $0,45 < 0,50$ , podemos concluir que existem mais sapatos na cor branca do que na cor preta. Além disso, como a Moda da numeração dos sapatos com defeito é 38, segue que os sapatos na cor branca de número 38 não serão mais encomendados.

2. B

Calculando:

$$6,8 - 7,5 - 7,6 - 7,7 - 7,9 - 7,9 - 8,1 - 8,2 - 8,5 - 8,5 - 8,6 - 8,9 - 9,0$$

$$\begin{array}{r} 7,9 \\ 8,1 \end{array} \Bigg) \Rightarrow \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$$

3. B

Colocando os dados em ordem crescente.

13,5/ 13,5/ 13,5/ 13,5/ 14/ 15,5/ 16/ 18/ 18/ 18,5/ 19,5/ 20/ 20/ 20/ 21,5;

A média é  $17^\circ\text{C}$ , pois todas as alternativas apresentam este valor como resposta.

A mediana é o termo central de distribuição em ordem crescente. Portanto, a mediana é o oitavo termo, ou seja, 18;

A moda é 13,5, pois é o termo que apresenta maior frequência (4 vezes).

4. B

Colocando os dados em ordem crescente, temos:

181419, 181796, 204804, 209425, 212952, 246875, 255415, 290415, 298041, 305088.

A mediana ( $Ma$ ) é a média aritmética dos dois termos centrais da sequência acima.

$$Ma = \frac{212952 + 246875}{2} = 229\,913,5.$$

5. B

Considere a tabela, em que  $\bar{x}_4$ ,  $S_4$ ,  $x_5$ ,  $S_5$  e  $\bar{x}_5$  denotam, respectivamente, a média nas 4 primeiras etapas, a soma dos pontos nas 4 primeiras etapas, a pontuação na quinta etapa, a soma dos pontos nas 5 etapas e a média nas 5 etapas.

Candidato	$\bar{x}_4$	$S_4$	$x_5$	$S_5$	$\bar{x}_5$
A	90	360	60	420	84
B	85	340	85	425	85
C	80	320	95	415	83
D	60	240	90	330	66
E	60	240	100	340	68

Portanto, a ordem de classificação final desse concurso é: B, A, C, E, D.

6. D

A média é dada por

$$\frac{237 + 262 + 158 + 159 + 160 + 278 + 300 + 278}{8} = 229.$$

Portanto, tem-se que deverão ser contratados  $5 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 71$  funcionários.

7. E

$$\text{média} = \frac{0.5 + 1.3 + 2.4 + 3.3 + 4.2 + 5.2 + 7.1}{20} = 2,25$$

$$\text{mediana} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \text{ (média aritmética dos termos centrais).}$$

moda = 0 (nota de maior frequência).

8. D

Calculando a média do número de acidentes por funcionário, temos:

$$\bar{X} = \frac{50.0 + 17.1 + 15.2 + 10.3 + 6.4 + 2.5}{100} = 1,11$$

9. D

Considerando as entradas e saídas de pessoas do elevador, tem-se os seguintes resultados: 4, 5, 5, 5, 7 e 3. Portanto, a moda é 5.

10. D

Escrevendo os tempos em ordem crescente, temos

20,50; 20,60; 20,60; 20,80; 20,90; 20,90; 20,90; 20,96.

Logo, o tempo mediano é dado por

$$\frac{20,8 + 20,9}{2} = 20,85.$$