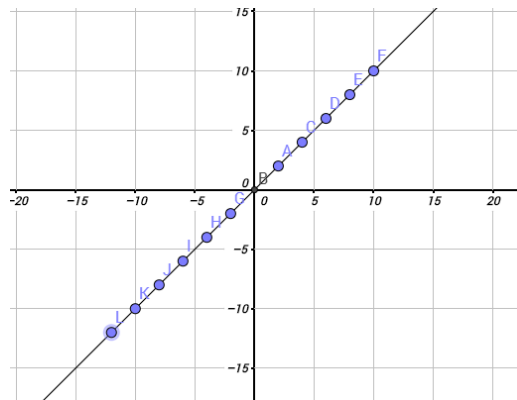


Retas: equação reduzida, geral e segmentária

Resumo

A reta

Uma reta é um conjunto de pontos colineares.



Equação geral da reta

“Em toda reta r do plano cartesiano está associada a pelo menos uma equação do tipo $ax + by + c = 0$ Em que a , b e c são números reais, com a e b não nulos simultaneamente, e x e y são as coordenadas de um ponto $P(x,y)$ genérico de r . Costuma-se escrever $r: ax+by+c=0$

Equação reduzida da reta

Uma equação reduzida da reta respeita a lei de formação dada por $y = mx + n$ onde x e y são os pontos pertencentes à reta.

$$m = \operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

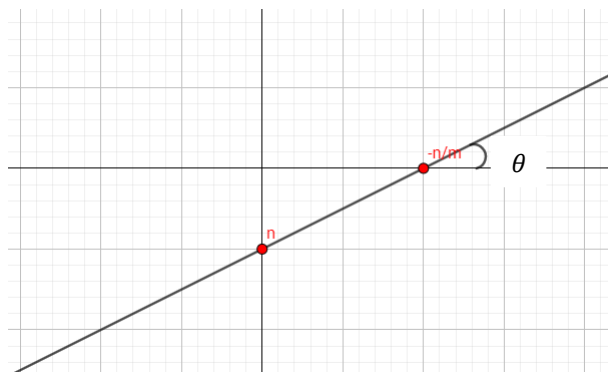
$m \rightarrow$ O coeficiente a é chamado de coeficiente angular da reta. E

1. Forma para encontrar a equação geral da reta, $y_1 - y_0 = m(x_1 - x_0)$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

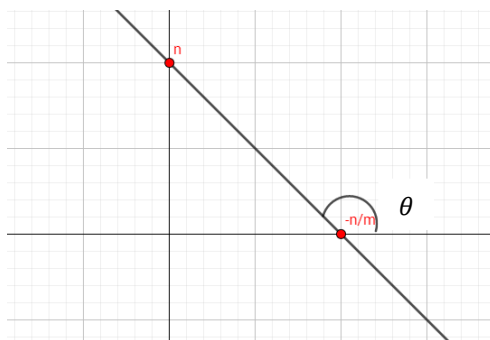
Temos que

1.1



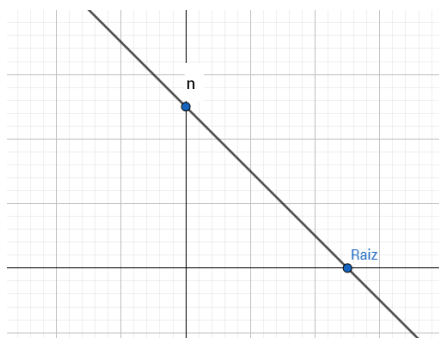
Temos que o ângulo formado entre a reta e o eixo x é chamado de θ
 No exemplo acima temos que: $\theta < 90^\circ$

1.2



Temos que o ângulo formado pela reta e o eixo x é chamado de θ .
 No exemplo acima temos que $90^\circ < \theta < 180^\circ$

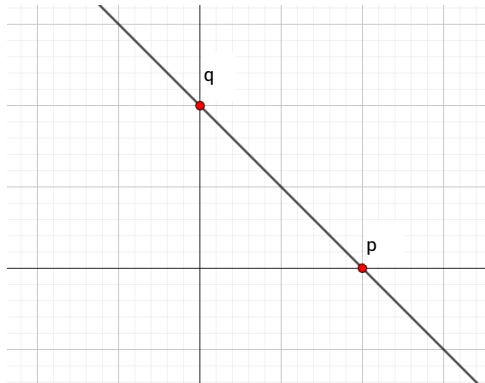
Obs: O termo n é chamado de coeficiente linear da reta.



Equação segmentária da reta:

A equação segmentária da reta tem a seguinte lei de formação: $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

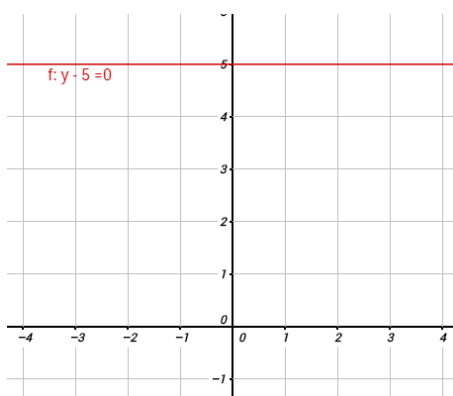
- $p \rightarrow$ é a abscissa do ponto de interseção com o eixo x
- $q \rightarrow$ é a ordenada do ponto de interseção com o eixo y .



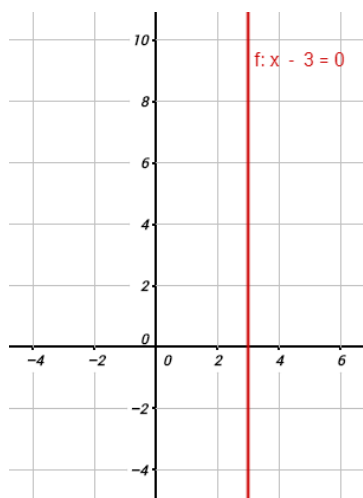
Casos particulares

Quando algum dos coeficientes da equação geral da reta $r: ax+by+c = 0$ for zero, a reta apresentará uma propriedade especial:

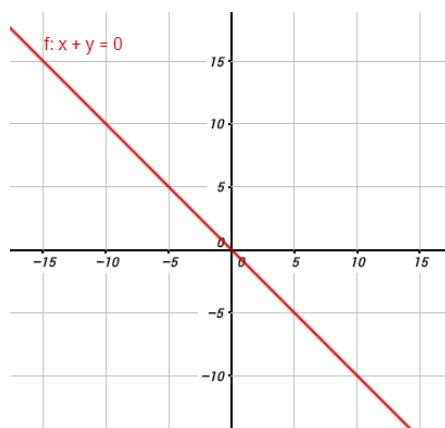
1. $a=0 \rightarrow$ reta paralela ao eixo x .



2. $b=0 \rightarrow$ reta paralela ao eixo y .



3. $c=0$



Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

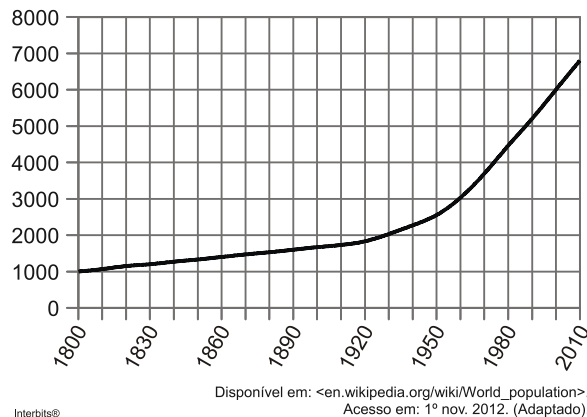
1. Os procedimentos de decolagem e pouso de uma aeronave são os momentos mais críticos de operação, necessitando de concentração total da tripulação e da torre de controle dos aeroportos. Segundo levantamento da Boeing, realizado em 2009, grande parte dos acidentes aéreos com vítimas ocorre após iniciar-se a fase de descida da aeronave. Desta forma, é essencial para os procedimentos adequados de segurança monitorar-se o tempo de descida da aeronave. A tabela mostra a altitude y de uma aeronave, registrada pela torre de controle, t minutos após o início dos procedimentos de pouso.

tempo t (em minutos)	0	5	10	15	20
altitude y (em metros)	10000	8000	6000	4000	2000

Considere que, durante todo o procedimento de pouso, a relação entre y e t é linear. De acordo com os dados apresentados, a relação entre y e t é dada por

- a) $y = -400t$
- b) $y = -2000t$
- c) $y = 8000 - 400t$
- d) $y = 10000 - 400t$
- e) $y = 10000 - 2000t$

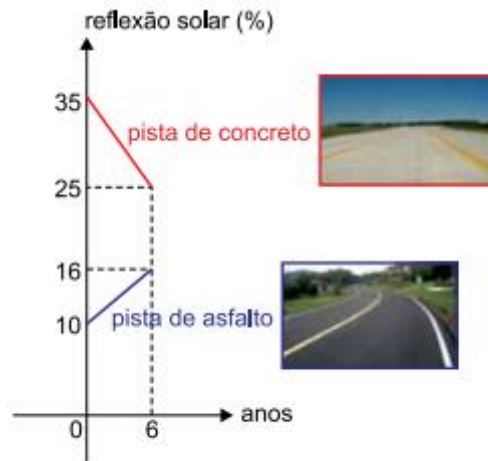
2. Analise o gráfico a seguir, que representa a população mundial, em milhões, entre os anos de 1800 e 2010.



Denotando por $p(t)$ a população mundial, em milhões, no ano t , é possível aproximar diferentes trechos do gráfico por funções afins. Com relação à dinâmica histórico-demográfica, representada no gráfico, observa-se, no período em que $p(t)$ aproxima-se de

- a) $75t - 144000$, um aumento da estabilidade política mundial, evidenciado pela inexistência de conflitos internacionais.
- b) $75t - 144000$, uma redução das desigualdades socioeconômicas, com a coletivização dos meios de produção nos países socialistas.
- c) $\frac{20t}{3} - 11000$, um aumento da expectativa de vida da população, com o desenvolvimento científico e tecnológico decorrente das corridas espacial e armamentista.
- d) $\frac{20t}{3} - 11000$, uma redução da fome nos países africanos em decorrência do processo de descolonização, além da melhora das condições sanitárias e de saúde pública.
- e) $\frac{20t}{3} - 11000$, uma redução das taxas de mortalidade nos países onde iniciou-se a Revolução Industrial, além da manutenção de elevadas taxas de natalidade.

3. Dois dos materiais mais utilizados para fazer pistas de rodagem de veículos são o concreto e o asfalto. Uma pista nova de concreto reflete mais os raios solares do que uma pista nova de asfalto; porém, com os anos de uso, ambas tendem a refletir a mesma porcentagem de raios solares, conforme mostram os segmentos de retas nos gráficos.

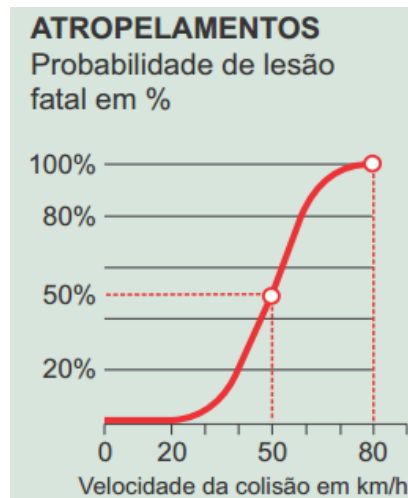


(www.epa.gov. Adaptado.)

Mantidas as relações lineares expressas nos gráficos ao longo dos anos de uso, duas pistas novas, uma de concreto e outra de asfalto, atingirão pela primeira vez a mesma porcentagem de reflexão dos raios solares após

- 8,225 anos.
 - 9,375 anos.
 - 10,025 anos.
 - 10,175 anos.
 - 9,625 anos.
4. No plano cartesiano, a reta $s: 4x - 3y + 12 = 0$ intersecta o eixo das abscissas no ponto A e o eixo das ordenadas no ponto B. Nessas condições, qual é a distância entre os pontos A e B?
- 5
 - $\sqrt{5}$
 - $2\sqrt{2}$
 - 2
 - $\sqrt{2}$

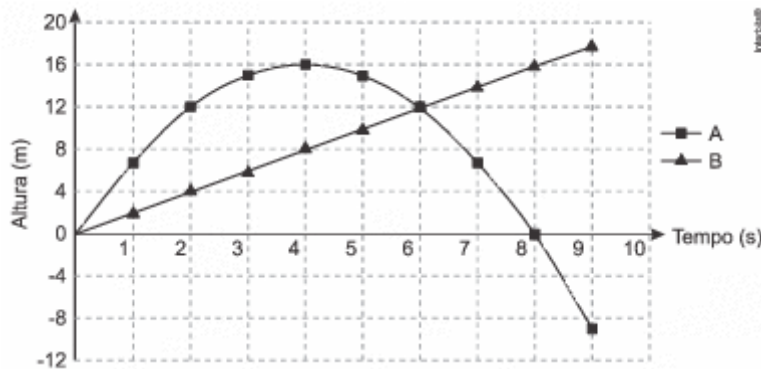
5. O jornal Folha de S. Paulo publicou em 11 de outubro de 2016, a seguinte informação:



De acordo com as informações apresentadas, suponha que para uma velocidade de 35 km/h a probabilidade de lesão fatal seja de 5% e que para velocidades no intervalo $[35;55]$ o gráfico obedeça a uma função do 1º grau. Nessas condições, se um motorista dirigindo a 55 km/h, quiser reduzir a probabilidade de lesão fatal por atropelamento à metade, ele terá que reduzir a sua velocidade em:

- a) 20%
 - b) 25%
 - c) 30%
 - d) 35%
6. Em um plano, munido do sistema de coordenadas cartesianas usual, as equações $3x - 2y + 6 = 0$ e $3x + 4y - 12 = 0$ representam duas retas concorrentes. A medida da área da região limitada por essas retas e pelo eixo dos x é:
- Dados:** u.a. = unidade de área
- a) 9u.a.
 - b) 10u.a.
 - c) 11u.a.
 - d) 12u.a.
7. Em um plano cartesiano, a parábola $y = -x^2 + 4x + 5$ e a reta $y = x + 5$ se intersectam nos pontos P e Q. A distância entre esses dois pontos é:
- a) $2\sqrt{3}$
 - b) $\sqrt{2}$
 - c) 3
 - d) $3\sqrt{2}$
 - e) 4

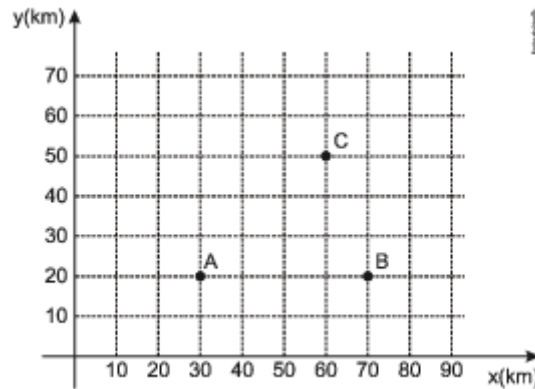
8. Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

- diminuir em 2 unidades.
- diminuir em 4 unidades.
- aumentar em 2 unidades.
- aumentar em 4 unidades.
- aumentar em 8 unidades.

9. Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:
A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.



O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

- a) (65;35)
 - b) (53;30)
 - c) (45;35)
 - d) (50;20)
 - e) (50;30)
10. Para que os pontos $A(x, 3)$, $B(-2x, 0)$ e $C(1, 1)$, sejam colineares, é necessário que x seja
- a) -2
 - b) -1
 - c) 2
 - d) 3

Gabarito

1. D

Seja $y = mt + h$ a equação da reta que passa pelos pontos indicados na tabela.

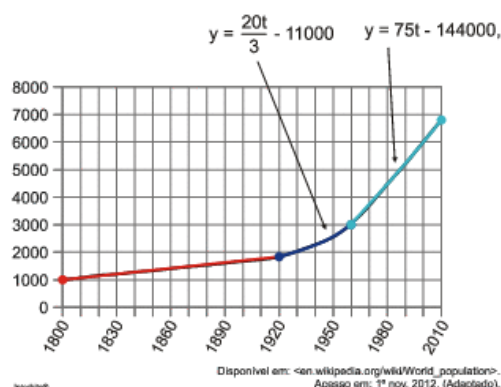
Como a reta passa pelo ponto $(0, 10000)$, é imediato que $h = 10000$. Além disso, como o ponto $(5, 8000)$ pertence à reta, vem

$$8000 = m \cdot 5 + 10000 \Leftrightarrow m = -400.$$

Portanto, $y = 10000 - 400t$.

2. E

Na figura estão desenhadas as funções afins referentes a cada trecho.



Logo, a resposta correta é [E], $\frac{20t}{3} - 11000$, uma redução das taxas de mortalidade nos países onde se iniciou a Revolução Industrial, além da manutenção de elevadas taxas de natalidade.

3. B

Calculando:

Concreto :

$$m = \frac{35 - 25}{0 - 6} = \frac{-5}{3}$$

$$y = \frac{-5}{3}x + 35$$

Asfalto :

$$m = \frac{16 - 10}{6 - 0} = 1$$

$$y = x + 10$$

$$x + 10 = \frac{-5}{3}x + 35 \rightarrow x + \frac{5}{3}x = 35 - 10 \rightarrow \frac{8}{3}x = 25 \rightarrow x = 9,375 \text{ anos}$$

4. A

Intersecção com o eixo x ($y = 0$).

$$4x - 3 \cdot 0 + 12 = 0 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow A(-3, 0)$$

Intersecção com o eixo y ($x = 0$).

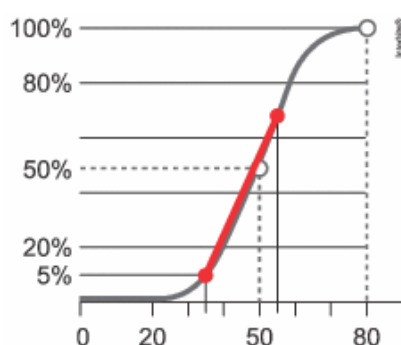
$$4 \cdot 0 - 3y + 12 = 0 \Rightarrow -3y = -12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(0, 4)$$

Logo, a distância entre os pontos A e B será dada por:

$$d = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

5. A

Desenhando o gráfico (intervalo $[35; 55]$ representado pelo trecho em vermelho):



Para encontrar a equação da reta em vermelho pode-se escrever:

$$m = \frac{50 - 5}{50 - 35} = \frac{45}{15} \rightarrow m = 3$$

$$y - 5 = 3 \cdot (x - 35) \rightarrow y = 3x - 100$$

Para $x = 55$, tem-se:

$$y = 3 \cdot 55 - 100 \rightarrow y = 65\%$$

Para reduzir esse risco à metade, pode-se escrever:

$$y = \frac{65\%}{2} = 32,5\%$$

$$32,5 = 3x - 100 \rightarrow x = \frac{265}{6}$$

$$\frac{55 - \frac{265}{6}}{55} = \frac{65}{330} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\% \text{ de redução}$$

6. A

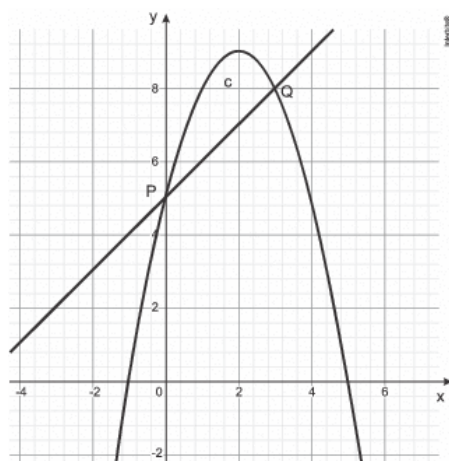
A reta $y = \frac{3}{2}x + 3$ intersecta o eixo das abscissas no ponto $(-2, 0)$ e o eixo das ordenadas no ponto $(0, 3)$. Já a reta

$y = -\frac{3}{4}x + 3$ intersecta o eixo das abscissas no ponto $(4, 0)$ e o eixo das ordenadas no ponto $(0, 3)$. Desse modo, a região cuja área queremos calcular corresponde ao triângulo de vértices $(-2, 0)$, $(0, 3)$ e $(4, 0)$.

O resultado é dado por

$$\frac{1}{2} \cdot (4 - (-2)) \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

7. D



Resolvendo um sistema com as equações da reta e da parábola, temos:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x + 5 \\ y = x + 5 \end{cases}$$

$$x + 5 = -x^2 + 4x + 5$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 8$$

Portanto, os pontos pedidos são $P(0, 5)$ e $Q(3, 8)$.

A distância entre eles será dada por:

$$d_{P,Q} = \sqrt{(3-0)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

8. C

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(6, 12)$ é $\frac{12}{6} = 2$. Portanto, sendo $\frac{16}{4} = 4$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(4, 16)$, podemos concluir que o coeficiente angular deverá aumentar em $4 - 2 = 2$ unidades.

9. E

O ponto procurado é o circuncentro do triângulo ABC .

Os pontos médios dos lados AB e BC são, respectivamente, $M_c = (50, 20)$ e $M_a = (65, 35)$. Além disso, o coeficiente angular da reta \overline{BC} é dado por

$$\begin{aligned} m_{\overline{BC}} &= \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \\ &= \frac{20 - 50}{70 - 60} \\ &= -3. \end{aligned}$$

A equação da mediatriz do lado BC é tal que

$$\begin{aligned} y - y_{M_c} &= -\frac{1}{m_{\overline{BC}}}(x - x_{M_c}) \Leftrightarrow y - 35 = -\frac{1}{-3}(x - 65) \\ &\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{65}{3} + 35. \end{aligned}$$

Agora, como AB é paralelo ao eixo das abscissas, segue-se que a equação da mediatriz do lado AB é $x = x_{M_c} = 50$.

Desse modo, a ordenada do circuncentro de ABC é dada por

$$y = \frac{1}{3} \cdot 50 - \frac{65}{3} + 35 = 30$$

e, portanto, o resultado pedido é $(50, 30)$.

10. B

Para que os pontos A , B e C sejam colineares, basta que:

$$\begin{aligned} \frac{0-3}{-2x-x} &= \frac{1-0}{1-(-2x)} \\ \frac{-3}{-3x} &= \frac{1}{1+2x} \\ \frac{1}{x} &= \frac{1}{1+2x} \\ 1+2x &= x \\ x &= -1 \end{aligned}$$