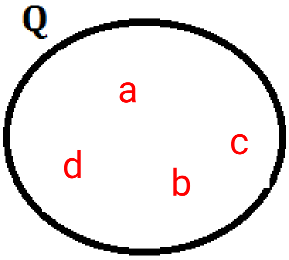
Introdução ao estudo dos conjuntos

Resumo

Apesar de não haver uma definição formal para conjuntos, podemos entender que um conjunto é uma reunião de elementos que pertencem a um grupo em comum. Assim, já podemos entender que, para estudar conjuntos, devemos ter em mente os **elementos** que formam um conjunto.
Um conjunto pode ser representado de duas formas, perceba:

Através de Chaves: Quando queremos representar um conjunto por extenso, colocamos seus elementos entre chaves e assim se entende que essa reunião de elementos formam um conjunto. Exemplo: Q = {a, b, c, d}.

Através de um Diagrama: Podemos representar um conjunto através de um diagrama onde seus elementos estão presentes em seu interior. Exemplo:



Em ambos os exemplos acima temos um conjunto Q, onde seus elementos são a, b, c e d.

Relação entre um elemento e um conjunto

Para relacionar um elemento e um conjunto, utilizamos os símbolos $\in$ (Pertence) e $\notin$ (Não pertence).

Exemplo: Considere o conjunto Q = {a, b, c, d}. Podemos dizer que $a \in Q$, porém $t \notin Q$.

Relação entre dois conjuntos

Para relacionar dois conjuntos entre si, utilizamos os símbolos $\subset$ (Está contido) e $\not\subset$ (Não está contido), $\supset$ (Contém) e $\not\supset$ (Não contém).

Exemplo: Considere o conjunto Q = {a, b, c, d}. Perceba as seguintes relações:

- $\{a,b\} \subset Q$
- $\{a,b,x\} \not\subset Q$
- $\{d\} \subset Q$
- $Q \not\supset \{b, u, c\}$
- $Q \supset \{a,b\}$

Subconjuntos de um conjunto

Um subconjunto de um conjunto Q é todo conjunto que está contido em Q. Assim, usando como exemplo o conjunto Q = { a, b, c, d}, temos que seus subconjuntos são:
{}, {a}, {b}, {c}, {d}, {a,b}, {a,c}, {a,d}, {b,c}, {b,d}, {c,d}, {a,b,c}, {a,b,d}, {a,c,d}, {b,c,d} e {a,b,c,d}.

Perceba que nesse conjunto de 4 elementos, existem 16 = 2^4 subconjuntos. Analogamente, a grosso modo, podemos dizer que num conjunto de **n** elementos, teremos $\mathbf{2^n}$ subconjuntos desse conjunto.

Quando tratamos de conjuntos, temos algumas operações que podemos efetuar entre eles.

União entre conjuntos (U): Na união entre dois conjuntos, representada pelo símbolo "U", temos que, literalmente, unir os elementos de todos envolvidos na operação em um único conjunto só.

Exemplo: Sejam os conjuntos S = {1, 2, 3, 4} e T = {1, 3, 5, 7}, dizemos que a união S U T = {1, 2, 3, 4, 5, 7}, ou seja, todos os elementos reunidos no conjunto união.

Interseção entre conjuntos (∩): Na interseção entre dois conjuntos, representada pelo símbolo "∩", temos que o conjunto interseção será aquele que contém todos os elementos presentes em todos os conjuntos envolvidos, ou seja, todos os elementos em comum entre os conjuntos.

Exemplo: Sejam os conjuntos S = {1, 2, 3, 4} e T = {1, 3, 5, 7}, dizemos que a interseção S ∩ T = {1,3}, ou seja, todos os elementos presentes nos dois conjuntos.

Subtração ou diferença entre conjuntos: Na subtração entre dois conjuntos, o conjunto subtração é aquele que contém os elementos do primeiro conjunto que NÃO estão presentes no segundo conjunto.

Exemplo: Sejam os conjuntos S = {1, 2, 3, 4} e T = {1, 3, 5, 7}, dizemos que a subtração S – T = {2, 4}, ou seja, o que tem em S e não tem em T. Já a subtração T – S = {5, 7}, ou seja, o que tem em T e não tem em S.

Conjunto complementar: Seja A e B dois conjuntos quaisquer com A⊂B. O conjunto diferença é chamado de complementar de A com relação a B.

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -5\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$. Pode-se afirmar que

a) $(A - B) \cup C = C$

b) $(A - C) \cap B = \varnothing$

c) $(B \cup C) \cap A = \mathbb{R}$

d) $(B \cap C) \cap A = A$

2. Os conjuntos X e Y são tais que $X = \{2, 3, 4, 5\}$ e $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. É necessariamente verdade que

a) $\{1, 6\} \subset Y$.

b) $Y = \{1, 6\}$.

c) $X \cap Y = \{2, 3, 4, 5\}$.

d) $X \subset Y$.

e) $4 \in Y$.

3. Se $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é divisor de } 60\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 5\}$, então o número de elementos do conjunto das partes de $A \cap B$ é um número

a) múltiplo de 4, menor que 48.

b) primo, entre 27 e 33.

c) divisor de 16.

d) par, múltiplo de 6.

e) pertencente ao conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid 32 < x \leq 40\}$.

4. Considerando-se os conjuntos A = {1, 2, 4, 5, 7} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8}, assinale a alternativa correta.

a) $B \supset A$, logo $A \cap B = B$.

b) $A \cup B = A$, pois $A \subset B$.

c) $A \in B$.

d) $8 \subset B$.

e) $A \cup B = B$, pois $A \subset B$.

5. Considere os conjuntos
$A = \{0, 1, 3, 5, 9\}$
$B = \{3, 5, 7, 9\}$
$X = \{x \in N;\ x \leq 13\}$, onde N é o conjunto dos números inteiros não-negativos.

O conjunto $C_X^{A \cup B}$ é igual a

a) {0, 1, 3, 5, 7, 8, 9}.

b) {2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}.

c) {2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13}.

d) {2, 5, 7, 8, 12, 13}.

e) {0, 1, 7, 8, 9, 10, 12, 13}.

6. Sendo N o conjunto dos inteiros positivos, considere os seguintes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in N;\ \frac{12}{x} \in N \right\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ x \in N;\ \frac{x}{3} \in N \right\}.$$

É **verdade** que:

a) *A* possui mais elementos que *B*.

b) *A* e *B* não possuem elementos em comum.

c) *A* é um subconjunto de *B*.

d) *B* é um subconjunto de *A*.

e) *A* e *B* possuem exatamente três elementos em comum.

7. Sejam A, B e C conjuntos tais que: A = {1, {1, 2},{3}}, B = {1, {2},3} e C = {{1},2,3}. Sendo X a união dos conjuntos (A - C) e (A - B), qual será o total de elementos de X?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

8. Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas. A quantidade de cartas que forma o monte é

a) 21.

b) 24.

c) 26.

d) 28

e) 31.

9. Indique qual dos conjuntos abaixo é constituído somente de números racionais.

a) $\{-1,2, \sqrt{2}, \pi\}$

b) $\{-5, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{9}\}$

c) $\{-2,0, \pi, \frac{2}{3}\}$

d) $\{\sqrt{3}, \sqrt{64}, \pi, \sqrt{2}\}$

e) $\{-1,0, \sqrt{3}, \frac{1}{3}\}$

10. Sejam os conjuntos: $A = \{2n, n \in Z\}$ e $B = \{2n-1, n \in Z\}$. Analise as sentenças abaixo:

I. $A \cap B = \{\ \}$;

II. *A* e o conjunto dos números pares;

III. $A \cup B = Z$

Está correto o que se afirma em:

a) I e II, apenas

b) II, apenas

c) II e III, apenas

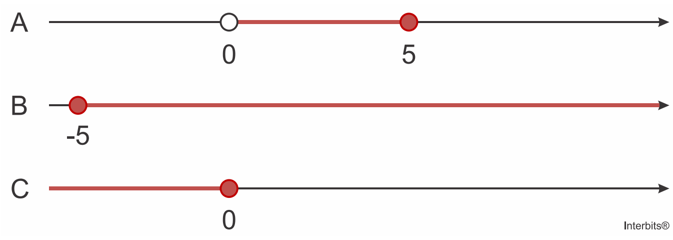
d) III, apenas

e) I, II e III

Gabarito

1. A

Representamos os conjuntos A, B e C na reta numérica.



Análise das alternativas:

a) Verdadeira: $(A - B) \cup C = \varnothing \cup C = C$

b) Falsa: $(A - C) \cap B = A \cap B = A$

c) Falsa: $(B \cup C) \cap A = \mathbb{R} \cap A = A$

d) Falsa: $(B \cap C) \cap A = [-5, 0] \cap A = \varnothing$

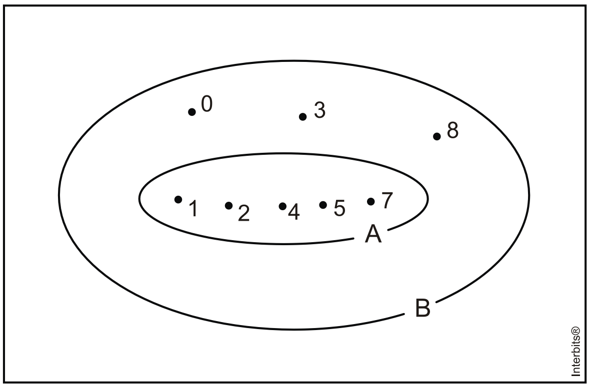
2. A

Como $\{1, 6\}$ não está contido em X e está contido em $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$ concluímos que $\{1, 6\} \subset Y.$

3. A

Tem-se que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$ Logo, como $A \cap B = B,$ segue-se que o resultado pedido é $2^5 = 32 = 4 \cdot 8,$ isto é, um múltiplo de $4,$ menor do que $48.$

4. E



Construindo os diagramas de Venn- Euler, temos: $A \cup B = B,$ pois $A \subset B.$

5. **C**
$A \cup B$ = {0, 1, 3, 5, 7, 9}.
X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}.
Complementar de $A \cup B$ em relação a x: $C_X^{A \cup B}$ = {2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13}.

6. **E**
Conjunto A: Divisores naturais de 12: {2,3,4,6,12}.
Conjunto B: Múltiplos naturais de 3: {0,3,6,9,12,...}.
$A \cap B$={3, 6, 12}.
Portanto, A e B possuem exatamente três elementos em comum.

7. **C**
$X = (A - C) \cup (A - B).$
$A - C = \{1, \{1, 2\}, \{3\}\} - \{\{1\}, 2, 3\} = A.$
$A - B = \{1, \{1, 2\}, \{3\}\} - \{1, \{2\}, 3\} = \{\{1, 2\}, \{3\}\}.$
$X = (A - C) \cup (A - B) = A \cup \{\{1, 2\}, \{3\}\} = A.$
Portanto, o número de elementos de X é $n(X) = n(A) = 3.$

8. **B**
52-(1+2+3+4+5+6+7)= 52-28=24

9. **B**
Como $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ e π são irracionais só sobra a letra B que tem apenas números racionais

10. **E**
Testando qualquer número inteiro no lugar de n, por exemplo 1, conclui que A é o conjunto dos números pares e B dos ímpares. Com isso, as assertivas I,II e III são verdadeiras.