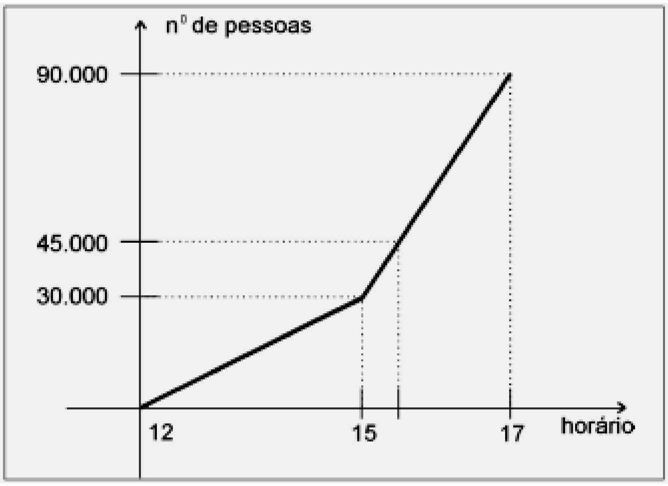
Exercícios sobre função afim e função quadrática

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. Em uma partida, Vasco e Flamengo levaram ao Maracanã 90.000 torcedores. Três portões foram abertos às 12 horas e até as 15 horas entrou um número constante de pessoas por minuto. A partir desse horário, abriram-se mais 3 portões e o fluxo constante de pessoas aumentou. Os pontos que definem o número de pessoas dentro do estádio em função do horário de entrada estão contidos no gráfico abaixo:



Quando o número de torcedores atingiu 45.000, o relógio estava marcando 15 horas e:

a) 10 min

b) 20 min

c) 30 min

d) 40 min

e) 50 min

2. Uma função de custo linear é da forma C(x) = Ax + B, onde B representa a parte fixa desse custo total. Suponha que uma indústria ao produzir 150 unidades de um produto, gasta R$ 525,00 e quando produz 400 unidades seus gastos são de R$ 700,00, então podemos afirmar que os custos fixos dessa indústria são, em reais:

a) 175

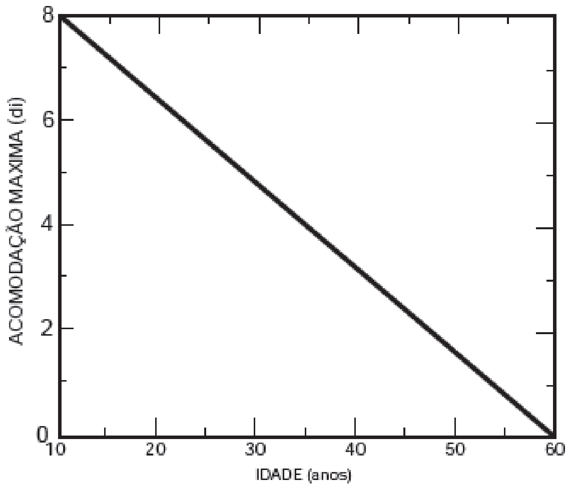
b) 225

c) 375

d) 420

e) 475

3. O cristalino, que é uma lente do olho humano, tem a função de fazer ajuste fino na focalização, ao que se chama acomodação. À perda da capacidade de acomodação com a idade chamamos presbiopia. A acomodação pode ser determinada por meio da convergência do cristalino. Sabe-se que a convergência de uma lente, para pequena distância focal em metros, tem como unidade de medida a dioptria (di).
A presbiopia, representada por meio da relação entre a convergência máxima Cmax (em di) e a idade T (em anos), é mostrada na figura seguinte:



COSTA, E. V.; FARIA LEITE, C. A. F. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 20, n. 3, set. 1998.

Considerando esse gráfico, as grandezas convergência máxima Cmax e idade T estão relacionadas algebricamente pela expressão

a) $Cmax = 2^{-T}$

b) $Cmax = T^2 - 70T + 600$

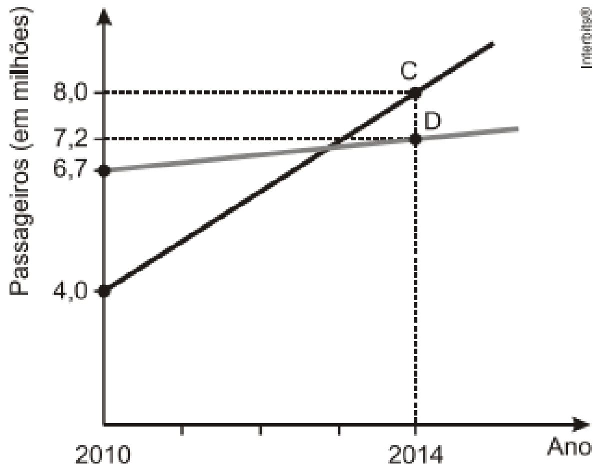
c) $Cmax = \log_2 (T^2 - 70T + 600)$

d) $Cmax = 0{,}16T + 9{,}6$

e) $Cmax = -0{,}16T + 9{,}6$

4. Os aeroportos brasileiros serão os primeiros locais que muitos dos 600 mil turistas estrangeiros, estimados para a Copa do Mundo FIFA 2014, conhecerão no Brasil. Em grande parte dos aeroportos, estão sendo realizadas obras para melhor receber os visitantes e atender a uma forte demanda decorrente da expansão da classe média brasileira.

Fonte: Disponível em . Acesso em: 7 jun. 2012. (adaptado)



O gráfico mostra a capacidade (C), a demanda (D) de passageiros/ano em 2010 e a xpectativa/projeção para 2014 do Aeroporto Salgado Filho (Porto Alegre, RS), segundo dados da Infraero – Empresa Brasileira de Infraestrutura Aeronáutica. De acordo com os dados fornecidos no gráfico, o número de passageiros/ano, quando a demanda (D) for igual à capacidade (C) do terminal, será, aproximadamente, igual a

a) sete milhões, sessenta mil e seiscentos.

b) sete milhões, oitenta e cinco mil e setecentos.

c) sete milhões, cento e vinte e cinco mil.

d) sete milhões, cento e oitenta mil e setecentos.

e) sete milhões, cento e oitenta e seis mil.

5. Um dos reservatórios d'água de um condomínio empresarial apresentou um vazamento a uma taxa constante, às 12 h do dia 1º de outubro. Às 12 h dos dias 11 e 19 do mesmo mês, os volumes d´água no reservatório eram, respectivamente, 315 mil litros e 279 mil litros. Dentre as alternativas seguintes, qual delas indica o dia em que o reservatório esvaziou totalmente?

a) 16 de dezembro

b) 17 de dezembro

c) 18 de dezembro

d) 19 de dezembro

e) 20 de dezembro

6. Um estudo das condições ambientais na região central de uma grande cidade indicou que a taxa média diária (C) de monóxido de carbono presente no ar é de C(p) = 0,5p + 1 partes por milhão, para uma quantidade de (p) milhares de habitantes. Estima-se que, daqui a t anos, a população nessa região será de p(t) = 2t² - t + 110 milhares de habitantes.

Nesse contexto, para que a taxa média diária de monóxido de carbono ultrapasse o valor de 61 partes por milhão, é necessário que tenham sido transcorridos no mínimo:

a) 2 anos

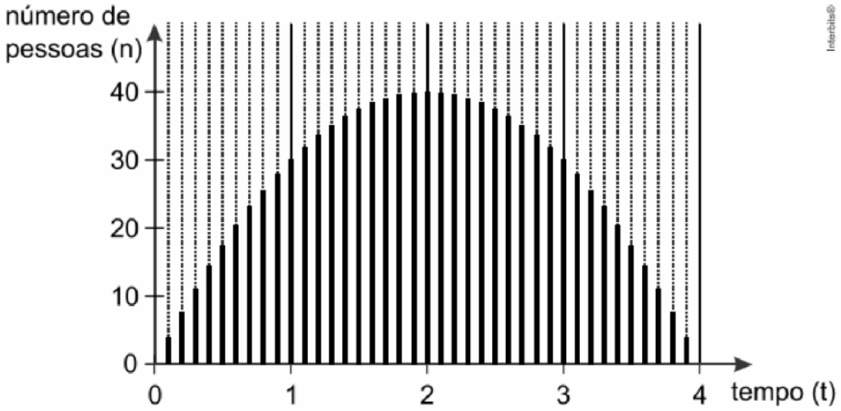
b) 2 anos e 6 meses

c) 3 anos

d) 3 anos e 6 meses

e) 4 anos

7. O número n de pessoas presentes em uma festa varia ao longo do tempo t de duração da festa, em horas, conforme mostra o gráfico a seguir.



Das opções abaixo, aquela que melhor descreve a função n(t) é

a) $n(t) = -10t^2 + 4t + 50$

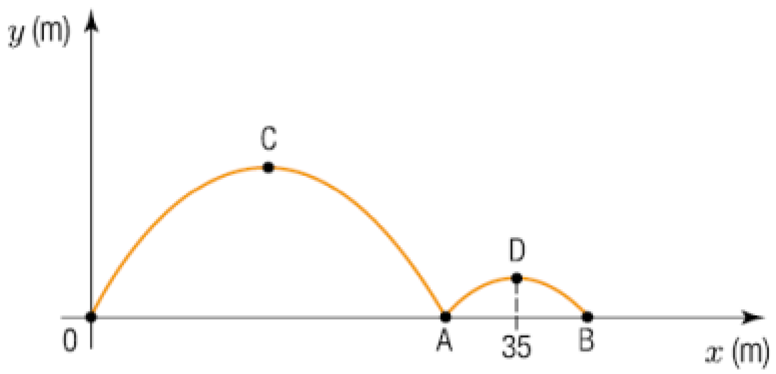
b) $n(t) = -10t^2 + 40t + 50$

c) $n(t) = -10t^2 + 4t$

d) $n(t) = -t^2 + 40t$

e) $n(t) = -10t^2 + 40t$

8. A equação de uma dessas parábolas é Uma bola de beisebol é lançada de um ponto 0 e, em seguida, toca o solo nos pontos A e B, conforme representado no sistema de eixos ortogonais:



Durante sua trajetória, a bola descreve duas parábolas com vértices C e D.

A equação de uma dessas parábolas é $y = -\frac{x^2}{75} + \frac{2x}{5}$.

Se a abscissa de D é 35 m, a distância do ponto 0 ao ponto B, em metros, é igual a:

a) 38

b) 40

c) 45

d) 50

9. Um laboratório testou a ação de uma droga em uma amostra de 720 frangos. Constatou-se que a lei de sobrevivência do lote de frangos era dada pela relação v(t) = at² + b, onde v(t) é o número de elementos vivos no tempo t (meses). Sabendo-se que o último frango morreu quando t = 12 meses após o início da experiência, a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10° mês é:

a) 80

b) 100

c) 120

d) 220

e) 300

10. Uma lanchonete vende, em média, 200 sanduíches por noite ao preço de R$ 6,00 cada um. O proprietário observa que, para cada R$ 0,10 que diminui no preço, a quantidade vendida aumenta em cerca de 20 sanduíches.

Considerando o custo de R$ 4,50 para produzir cada sanduíche, o preço de venda que dará o maior lucro ao proprietário é:

a) R$ 5,00

b) R$ 5,25

c) R$ 5,50

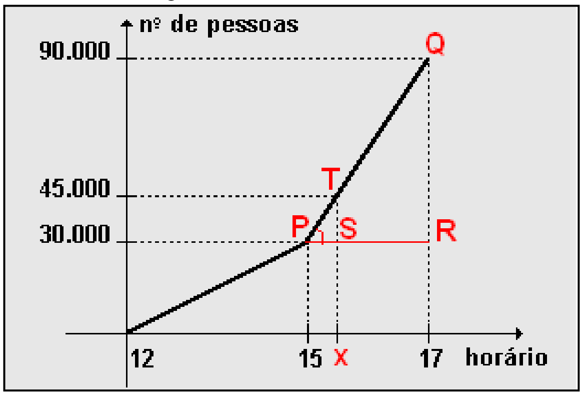
d) R$ 5,75

e) R$ 6,00

Gabarito

1. C

Considere a figura:



Observe que os triângulos PTS e PQR são semelhantes. Considerando "x" o tempo procurado, temos:

$$\frac{ST}{RQ}=\frac{PS}{PR}\Rightarrow\frac{45000-30000}{90000-30000}=\frac{x-15}{17-15}\Rightarrow\frac{15000}{60000}=\frac{x-15}{2}\Rightarrow\frac{15}{60}=\frac{x-15}{2}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 60x-900=30\Rightarrow 60x=930\Rightarrow x=\frac{930}{60}=15\frac{3}{6}h=15\frac{1}{2}h=15h30\,min$$

2. D

Temos as seguintes informações

C(x) = Ax + B

C = custo

x = número de unidades

B = custo fixo

Quando você produz 150 unidades, você gasta R$525,00, ou seja:

525 = a.150+b

Agora, usamos o mesmo princípio para os outros dados:

700 = a.400 + b

Por fim, temos o sistema:

$$\begin{cases}525=150a+b\\700=400a+b\end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontramos:

$a=0,70$

$b=420$

Portanto, o Custo fixo é de R$420,00.

3. E

Como o gráfico é um reta, já sabemos que é uma função do segundo grau. Assim, identificando os pontos no gráfico, temos (10,8) e (60,0). No caso a abscissa é T e a ordenada será C_{max}. Usando os pontos para formar um sistema, temos:

$$\begin{cases} 8 = 10a + b \\ 0 = 60a + b \end{cases}$$

$$a = -0,16$$

$$b = 9,6$$

$$\text{Logo, } f(x) \; = \text{-}0,16x + 9,6$$

4. B

Função da demanda: $y = \dfrac{7,2-6,7}{2014-2010} \cdot x + 6,7 \Rightarrow y = \dfrac{1}{8} \cdot x + 6,7$

Função da capacidade: $y = \dfrac{8-4}{2014-2010} \cdot x + 4 \Rightarrow y = x + 4$

Resolvendo um sistema com as duas equações, temos $y \approx 7,085$ milhões.

5. E

Seja $V: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ a função definida por $V(t) = at + b$, em que $V(t)$ é o volume de água no reservatório, em milhares de litros, após t dias.
Sabendo que o gráfico de V passa pelos pontos $(11, 315)$ e $(19, 279)$, vem

$$a = \frac{279-315}{19-11} = -\frac{9}{2}.$$

Logo,

$$V(11) = 315 \Leftrightarrow -\frac{9}{2} \cdot 11 + b = 315$$
$$\Leftrightarrow b = \frac{729}{2}.$$

Queremos calcular t de modo que $V(t) = 0$.
Portanto,

$$-\frac{9}{2} \cdot t + \frac{729}{2} = 0 \Leftrightarrow t = 81,$$

ou seja, como $81 = 31 + 30 + 20$, o reservatório esvaziou totalmente no dia 20 de dezembro.

6. B

De acordo com as informações do problema, podemos escrever:
$61 = 0,5\,p + 1 \Leftrightarrow p = 120$ mil habitantes.

Fazendo p(t) = 120 na segunda função, temos:
$120 = 2t^2 - t + 110 \Leftrightarrow 2t^2 - t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2,5$ ou $t = -2$ (não convém).

Logo, t é, no mínimo, 2 anos e 6 meses.

7. E

Seja $n: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $n(t) = a \cdot (t - t_1) \cdot (t - t_2)$, com t_1 e t_2 sendo os zeros da função n. Logo, sabendo que $t_1 = 0$, $t_2 = 4$ e $(2, 40)$ pertence ao gráfico de n, vem
$40 = a \cdot (2 - 0)(2 - 4) \Leftrightarrow a = -10.$

Portanto, a lei de n é
$n(t) = -10 \cdot (t - 0)(t - 4) = -10t^2 + 40t.$

8. B

Observe que a função abaixo possui raízes x = 0 e x = 30, pois:

$$y = \frac{-x^2}{75} + \frac{2x}{5} = \frac{-x}{5}\left(\frac{x}{15} - 2\right)$$

Logo, a abscissa do ponto A é igual a 30.
Como os pontos A e B são simétricos com relação ao vértice D, a abscissa de ponto B é igual a 40.

9. D

Inicialmente, sabemos que o momento t = 0, isto é, o início da experiência, inclui 720 frangos vivos. Assim:

$$0^2a + b = 720 \rightarrow b = 720$$

Logo após, sabemos que no 12º mês de experiência, isto é, em t = 12, não há mais frangos vivos. Assim:

$$12^2a + b = 0 \rightarrow 144a + b = 0$$

Sendo $b = 720$:

$$144a + 720 = 0$$
$$144a = -720$$
$$a = -5$$

A lei da experiência passa a ser definida por:

$$v(t) = -5t^2 + 720$$

No 10º mês, em que t = 10, temos:

$$v(t) = -5 \cdot 10^2 + 720$$
$$v(t) = -500 + 720 = \boxed{220}$$

10. D

Seja x o número de reduções de R\$ 0,10 no preço de venda do sanduíche.
A receita obtida com a venda dos sanduíches é dada pela função $R: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, definida por

$$\begin{aligned} R(x) &= (6 - 0{,}1 \cdot x) \cdot (200 + 20 \cdot x) \\ &= -2x^2 + 100x + 1200. \end{aligned}$$

Além disso, o custo total para produzir os sanduíches é dado pela função $C: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, definida por

$$\begin{aligned} C(x) &= 4{,}5 \cdot (200 + 20x) \\ &= 90x + 900. \end{aligned}$$

Por conseguinte, a função que dá o lucro total é $L: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, definida por

$$\begin{aligned} L(x) &= R(x) - C(x) \\ &= -2x^2 + 100x + 1200 - (90x + 900) \\ &= -2x^2 + 10x + 300. \end{aligned}$$

O valor de x que proporciona o lucro máximo é igual a $-\frac{10}{2 \cdot (-2)} = 2{,}5$.

Portanto, o resultado pedido é $6 - 0{,}1 \cdot 2{,}5 = 6 - 0{,}25 = \text{R\$ } 5{,}75$.