Vetores: definição, módulo e operações

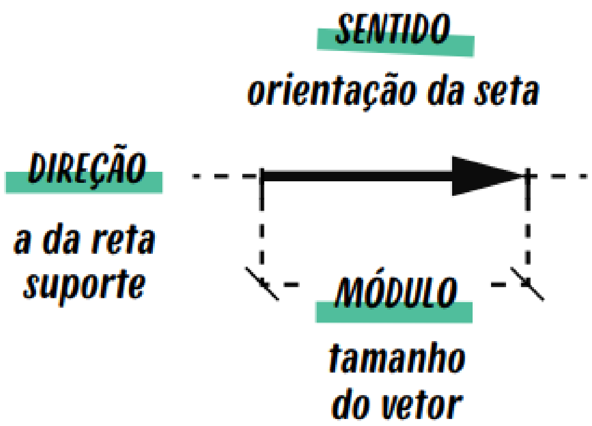
Quer ver esse material pelo Dex? Clica aqui.

Resumo

Definição

Existem dois tipos de grandezas: as escalares e as vetoriais. A grandeza escalar é completamente definida por apenas um número real, como por exemplo, o comprimento, área, volume, massa e temperatura. Porém, nem todas as grandezas ficam completamente definidas apenas pelo seu módulo, é o caso da grandeza vetorial, pois, precisamos conhecer seu módulo, direção e sentido, como por exemplo é o caso da força, velocidade e aceleração.

O vetor é definido por uma letra minúscula com uma seta em cima, exemplo: $\vec{u}$



Propriedades:

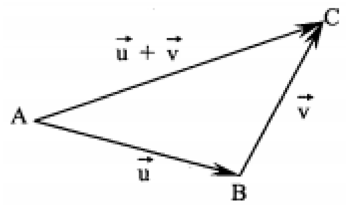
- Dois ou mais segmentos orientados têm a mesma direção se estiverem na mesma reta ou se as retas de suporte forem paralelas, e denota-se $\vec{u}\,//\,\vec{v}$.
- Dois vetores são iguais se tiverem iguais o módulo, a direção e so sentido.

Operações com Vetores

Consideremos os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vamos calcular algumas operações entre eles.

- Adição

  A soma entre os vetores, representada por $\vec{u}+\vec{v}$, é dada por:



- Subtração

  A subtração entre os vetores, representada por $\vec{a}-\vec{b}$, é dada por:

- Multiplicação de número real por vetor

  Dado um vetor $\vec{v}$ e um número real α, o produto é o vetor $\alpha\vec{v}$

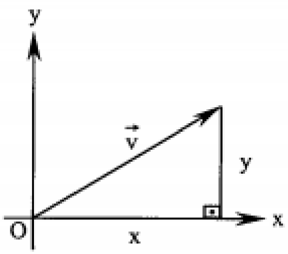
Sejam os vetores $\vec{u}=(x_1,y_1)$ e $\vec{v}=(x_2,y_2)$. Define-se:

(1) $\vec{u}+\vec{v}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

(2) $\alpha\vec{v}=(\alpha x_2,\alpha y_2)$

Módulo de um vetor

Seja o vetor $\vec{v}=(x,y)$, conforme figura abaixo, pelo Teorema de Pitágoraas vem:



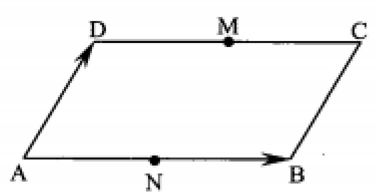
$$|\vec{v}|=\sqrt{x^2+y^2}$$

Exemplo:

Se $\vec{v}=(2,-3)$, então seu módulo será $|\vec{v}|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Exercícios

1. O paralelogramo ABCD, da figura abaixo, é determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AD}$, sendo **M** e **N** pontos médios dos lados DC e AB, respectivamente.



$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$

Os vetores que representam as soluções, nesta ordem são:

a) $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{CA}$

e) $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$

2. A Bíblia nos conta sobre a viagem de Abraão à Terra Prometida. Abraão saiu da cidade de Ur, na Mesopotâmia (atual Iraque) e caminhou até a cidade de Harã. Depois, caminhou até Canaã, a Terra prometida (atual Israel). Fixando um sistema de coordenadas cartesianas retangulares, em um mapa do Mundo Antigo, considere a cidade de Canaã localizada no ponto O = (0,0), a cidade de Harã localizada no ponto H = (2, 7/2), a cidade de Ur localizada no ponto U e o vetor UH = (- 1/2, 11/2) . Nesse sistema de coordenadas, pode-se afirmar que o ponto U é:

a) (5/2, -2)

b) (2, -2/5)

c) (-2, 2/5)

d) (-2/5, 5/2)

e) (5, 2/5)

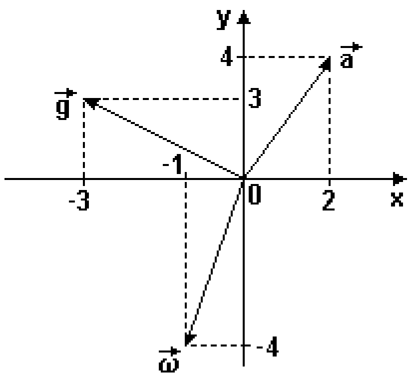
3. Dados os vetores $\vec{u} = (2,-3)$ e $\vec{v} = (-1,4)$, qual o valor de $3\vec{u} - 2\vec{v}$?

a) (8, 17)
b) (-8, 17)
c) (8, -17)
d) (-8, - 17)
e) (4, -1)

4. Qual o vetor $\vec{x}$ na igualdade $3\vec{x} + 2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{x}$, sendo $\vec{u} = (3,-1)$ e $\vec{v} = (-2,4)$?

a) (-7/2, 2)
b) (-1/2, 2)
c) (2, -7/2)
d) (2, -1/2)
e) (-3/2, 2)

5.



Considere os vetores a, g e $\vec{\omega}$ anteriormente representados. O vetor v tal que v = $\frac{1}{2}$ a + g - $\frac{1}{4}$ ù é:

a) $\left(-6,\ \frac{7}{4}\right)$
b) (-2, 3)
c) $\left(-\frac{7}{4},\ 6\right)$
d) $\left(\frac{7}{4},\ -6\right)$
e) $\left(6,\ -\frac{7}{4}\right)$

6. Dados os vetores $\vec{u} = (-1, 3)$ e $\vec{v} = (-2, -1)$, qual o valor de $|\vec{u} + \vec{v}|$?

a) $\sqrt{7}$

b) $\sqrt{13}$

c) $\sqrt{5}$

d) $\sqrt{2}$

e) $\sqrt{10}$

7. O módulo do vetor 2i - 3j + 6k vale:

a) 5

b) 7

c) 9

d) 11

e) 13

8. ABCD é um quadrado. O vetor que indica a operação $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ é igual a:

a) $\overrightarrow{DB}$

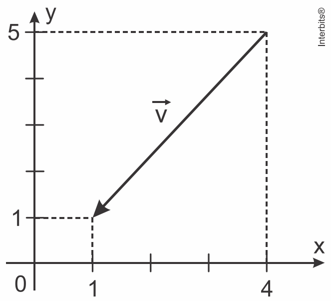
b) $\overrightarrow{CA}$

c) $\overrightarrow{BD}$

d) $\overrightarrow{BD}$

e) $\overrightarrow{AC}$

9. A figura a seguir mostra o vetor $\vec{v}$ representado no plano cartesiano.



A representação e o módulo desse vetor são, respectivamente,

a) $\vec{v} = (5, 1)$ e $|\vec{v}| = 3$

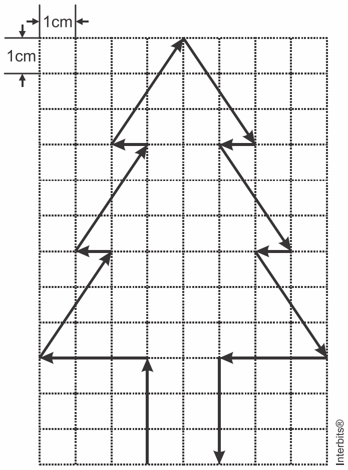
b) $\vec{v} = (3, 0)$ e $|\vec{v}| = 3$

c) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 4$

d) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$

e) $\vec{v} = (-1, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$

10. Considere a árvore de natal de vetores, montada conforme a figura a seguir.



A alternativa **correta** que apresenta o módulo, em cm, do vetor resultante é:

a) 4

b) 0

c) 2

d) 6

Gabarito

1. **A**

    I. $\overrightarrow{AC}$
    I. $\overrightarrow{CA}$
    II. $\overrightarrow{AB}$

2. **A**

    $\overrightarrow{UH} = H - U = \left(2, \frac{7}{2}\right) - U = \left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$

    $U = \left(2, \frac{7}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$

    $U = (\frac{5}{2}, -2)$

3. **C**

    $3\vec{u} - 2\vec{v} = 3(2, -3) - 2(-1, 4) = (6, -9) + (2, -8) = (6 + 2, -9 - 8) = (8, -17)$

4. **A**

    $6\vec{x} + 4\vec{u} = \vec{v} + 2\vec{x}$

    $6\vec{x} - 2\vec{x} = \vec{v} - 4\vec{u}$

    $4\vec{x} = \vec{v} - 4\vec{u}$

    $\vec{x} = \frac{1}{4}\vec{v} - \vec{u}$

    Substituindo os vetores nesta equação, temos:

    $\vec{x} = \frac{1}{4}(-2, 4) - (3, -1)$

    $= (-\frac{1}{2}, 1) + (-3, 1)$

    $= (-\frac{1}{2} - 3, 1 + 1)$

    $= (-\frac{7}{2}, 2)$

5. **C**

    Observe, na figura, que: $\vec{a} = (2, 4), \vec{g} = (-3, 3)$ e $\vec{w} = (-1, -4)$. Dessa forma:

    $\vec{v} = \frac{1}{2}.(2, 4) + (-3, 3) - \frac{1}{4}.(-1, -4) = (1, 2) + (-3, 3) + (\frac{1}{4}, 1)$

    $\vec{v} = (-\frac{7}{4}, 6)$

6. B

Por ser $\vec{u} + \vec{v} = (-1, 3) + (-2, -1) = (-3, 2)$, temos

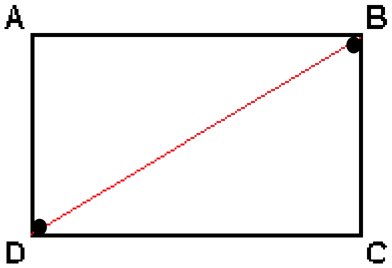
$|\vec{u} + \vec{v}| = |(-3, 2)| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

7. B

2i - 3j + 6k

$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$

8. A



9. D

Tem-se que $\vec{v} = (1, 1) - (4, 5) = (-3, -4).$ Portanto, segue $|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5.$

10. C

A questão é puramente uma questão de vetores. Para resolvê-la, basta utilizar a regra do polígono, que diz que o vetor soma de n vetores consecutivos é dada pela união entre o início do primeiro vetor com o final do último.

Assim, pela figura, o módulo do vetor soma é 2 cm.