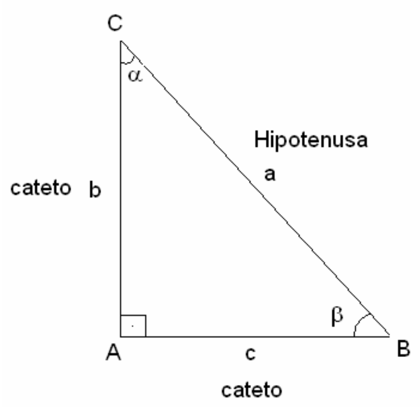
Trigonometria no triângulo retângulo

Resumo

Consideramos um triângulo retângulo ABC.



Podemos definir algumas relações que envolvem os ângulos do triângulo retângulo. São elas: o seno, o cosseno e a tangente. Definimos essas linhas (ou razões) trigonométricas da seguinte forma:

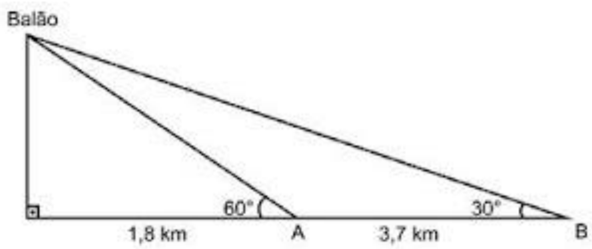
- seno = $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$
- cosseno = $\frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$
- tangente = $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\text{seno}}{\text{cosseno}}$
- cotangente = $\frac{1}{\text{tangente}}$
- cossecante = $\frac{1}{seno}$
- secante = $\frac{1}{\text{cosseno}}$

Ângulos notáveis

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exercícios

1. Uma balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.



Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

a) 1,8 km

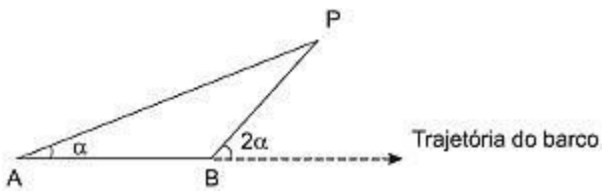
b) 1,9 km

c) 3,1 km

d) 3,7 km

e) 5,5 km

2. Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo α = 30° e, ao chegar ao ponto B, verificou que havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

a) 1000 m.

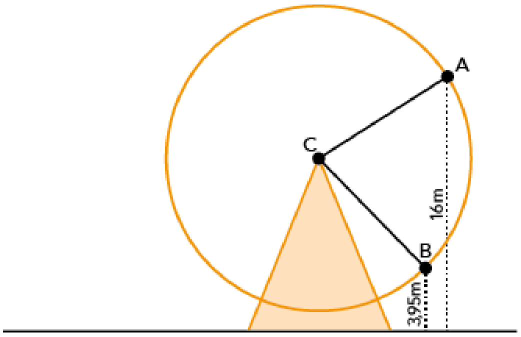
b) $1000\sqrt{3}$ m.

c) $2000\ \sqrt{3}/3$.

d) 2000 m.

e) 2000√3 m.

3. O raio de uma roda gigante de centro C mede $\overline{CA} = \overline{CB} = 10$ m. Do centro C ao plano horizontal do chão, há uma distância de 11 m. Os pontos A e B, situados no mesmo plano vertical, ACB, pertencem à circunferência dessa roda e distam, respectivamente, 16 m e 3,95 m do plano do chão. Observe o esquema e a tabela:



θ (graus)	sen θ
15°	0,259
30°	0,500
45°	0,707
60°	0,866

A medida, em graus, mais próxima do menor ângulo $A\hat{C}B$ corresponde a:

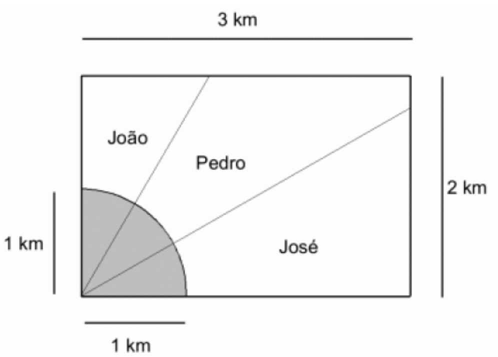
a) 45

b) 60

c) 75

d) 105

4. Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3km × 2km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a

$\left(\text{considere } \frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}58\right)$

a) 50%.

b) 43%.

c) 37%.

d) 33%.

e) 19%

5. As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para tangente de 15º e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

a) menor que 100m².

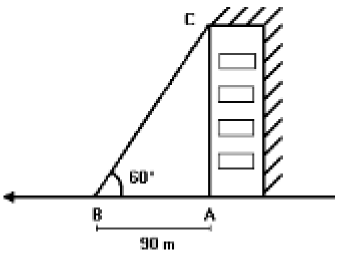
b) entre 100m2 e 300m².

c) entre 300m2 e 500m².

d) entre 500m2 e 700m².

e) maior que 700m².

6. Uma pessoa encontra-se num ponto A, localizado na base de um prédio, conforme mostra a figura adiante.



Se ela caminhar 90 metros em linha reta, chegará a um ponto B, de onde poderá ver o topo C do prédio, sob um ângulo de 60°. Quantos metros ela deverá se afastar do ponto A, andando em linha reta no sentido de A para B, para que possa enxergar o topo do prédio sob um ângulo de 30°?

a) 150

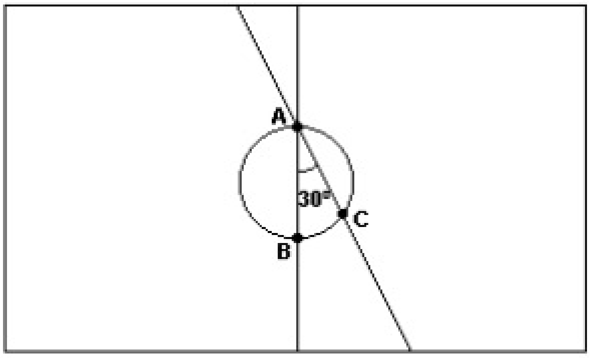
b) 180

c) 270

d) 300

e) 310

7. Em um campo de futebol, o "grande círculo" é formado por uma circunferência no centro, de 30 metros de diâmetro, como mostra a figura:



Ao tentar fazer a marcação da linha divisória (AB), um funcionário distraído acabou traçando a linha (AC), como podemos ver na figura. Desta forma, o número de metros que ele traçou foi de

a) $5\sqrt{3}$ m.

b) $10\sqrt{3}$ m.

c) $10\sqrt{2}$ m.

d) $15\sqrt{3}$ m .

e) $15\sqrt{2}$ m

8. Queremos encostar uma escada de sete metros de comprimento em uma parede de modo que ela forme um angulo de 30° com a parede. A que distancia da parede devemos apoiar a escada no solo?

a) 1m

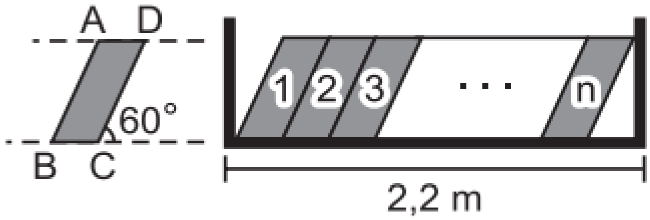
b) 2m

c) 2,5m

d) 3,5m

e) 5m

9. A figura representa uma fileira de n livros idênticos, em uma estante de 2 metros e 20 centímetros de comprimento:



$$\overline{AB} = \overline{DC} = 20cm \text{ e } \overline{AD} = \overline{BC} = 6cm$$

Nas condições dadas, n é igual a:

a) 32

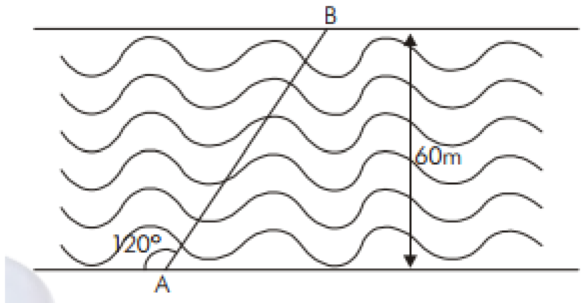
b) 33

c) 34

d) 35

e) 36

10. Um barco parte de A para atravessar o rio. A direção de seu deslocamento forma um ângulo de 120º com a margem do rio.



Sendo a largura do rio 60m, a distância, em metros, percorrida pelo barco foi de:

a) $41\sqrt{3}$

b) $40\sqrt{3}$

c) $45\sqrt{3}$

d) $50\sqrt{3}$

e) $60\sqrt{3}$

Gabarito

1. **C**
   Tg 60°=H/1,8=> $\sqrt{3}$=H/1,8
   H=3,1

2. **B**
   O triângulo ABP é isósceles
   (AB=BP=2000)
   No PBC temos que:
   Sem 60°=d/2000=> $\sqrt{3}$/2=d/2000
   D=1000$\sqrt{3}$

3. **C**
   Sen a=5/10=1/2 => a=30°
   Sen b = 7,05/10 = 0,705=b=45°
   Portanto AÔB=30° + 45°= 75°

4. **E**
   No primeiro triângulo de joão temos:
   Tg 30°=x/2 -> x=2$\sqrt{3}$/3=2.0,58=1,16
   Área=1,16.2/2=1,16
   Em porcentagem temos que : 1,16/6= 19%

5. **E**
   Considere a vista lateral da torre.
   Visualize o triângulo ABC, daí obtemos
   Tg BÂC=BC/AB => tg15°= BC/114
   BC=114.0,26
   BC=29,64 M
   Como temos que a base é um quadrado : $L^2=(29,64)^2=878,53M^2$

6. **C**
   sen30º=AB/BC
   BC=AB/sen30º
   BC=90m/0,5
   BC = 180 m
   Queremos a distância que a pessoa deve andar desde o ponto A, logo
   AD=AB+BD
   AD=90m+180m
   AD = 270 m

7. **D**
Ligando B a C temos um triângulo inscrito em meia circunferência e que cuja hipotenusa é o diâmetro o que o categoriza como triângulo retângulo.
Logo:cos30°=AC/AB
$\sqrt{3}$ /2=AC/30
AC=15$\sqrt{3}$

8. **D**
Faça um esboço do desenho e veja que:
Sen30°=x/7
1/2=x/7
X=7/2
X=3,5

9. **D**
O livro n tem a sua base a uma distância CE da lateral da estante.
Então: CE=CD.cos60°=20.1/2=10cm
Como temos n livros na base 6 cm e o comprimento da estante é de 220cm, temos que:
6n+10=220
N=35

10. **B**
Sen60°=60/d -> $\sqrt{3}$/2 = 60/d
d=40$\sqrt{3}$