Função afim: gráfico e estudo de sinal

Resumo

A função do 1° grau tem como gráfico uma reta não-paralela aos eixos x e y, ou seja, oblíqua.

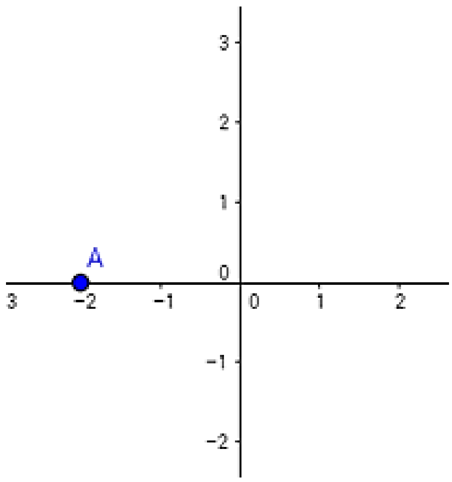
Para melhor compreensão vamos construir e entender o gráfico da função y = x + 2.

*Para construir a reta é suficiente que conheçamos dois de seus pontos.

Existem dois pontos muito importantes numa função afim:

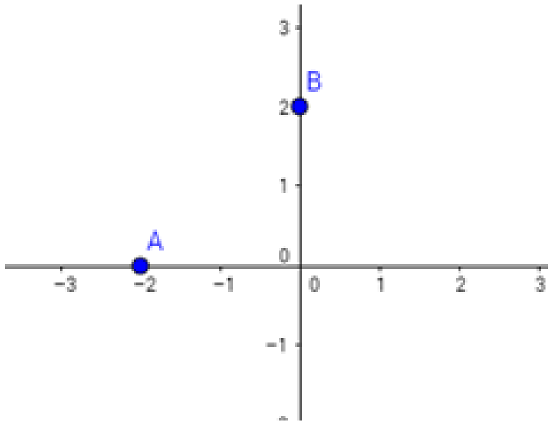
- O ponto no qual a reta corta o eixo x, cuja abscissa é a raiz da função e cuja ordenada é zero.
- O ponto no qual a reta corta o eixo y, cuja ordenada é o coeficiente b e cuja abscissa é zero.

Ex.1: Na função y=x+2, para descobrir a raiz, basta zerar na função (y = 0).
0=x+2
X=-2 -> então temos que quando y=0, x=-2
(-2,0) é, portanto, o ponto no qual a reta passa no eixo x. Vejamos: podemos apelidar este ponto de A por exemplo.



Na função y=x+2, para descobrir onde a reta corta o eixo Y, basta zerar na função a incógnita x.
Y=0+2

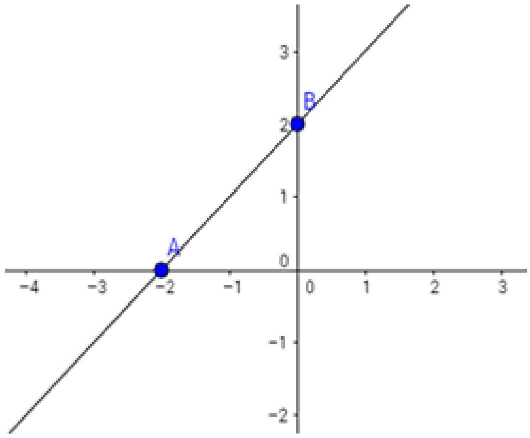
Y=2 -> então temos que quando x=0, y=2, e vice-versa (0,2), este é, portanto, o ponto onde a reta corta o eixo y. Vejamos:



Agora é só ligar os pontos!

Matemágica: Perceba que na função y=x+2, o termo independente é 2, será coincidência que o termo independente da função é o mesmo valor do ponto que corta o eixo y?

Não existe coincidência na matemática, então sem fazer contas já só de olhar a função já conseguimos identificar onde que a reta corta o eixo Y.

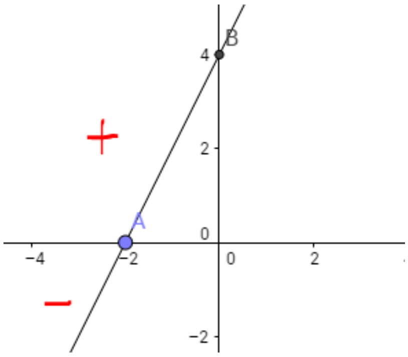


Estudo do sinal da função do 1° grau

Estudar os sinais da função do 1°grau y=ax+b é determinar os valores de x para os quais y=0, y>0, y<0

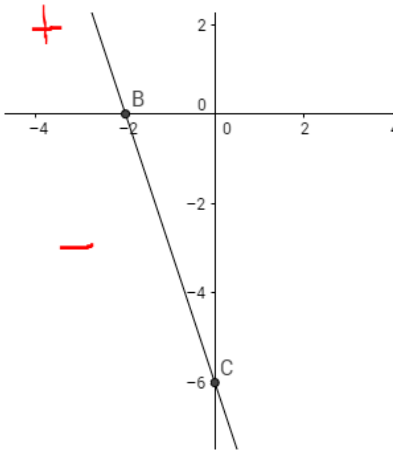
1° caso: função crescente a>0.

Ex.: y=2x+4



A função é positiva com x>-2
A função é negativa com x<-2

2° caso: função decrescente: a<0
Ex.: y = -3x - 6

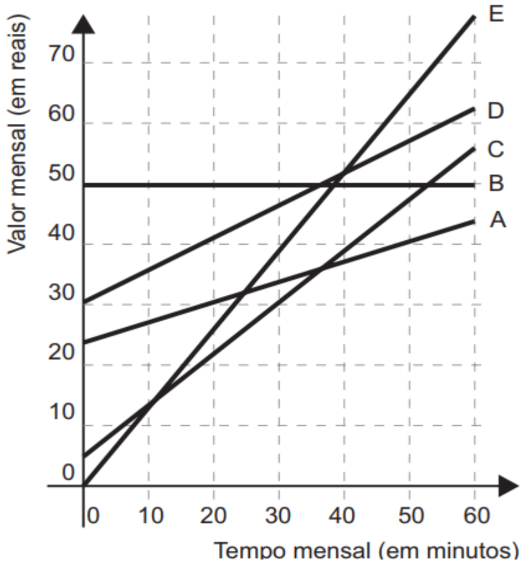


A função é negativa quando x>-2
A função é positiva quando x<-2.

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$ 30,00 por mês com telefone. Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A

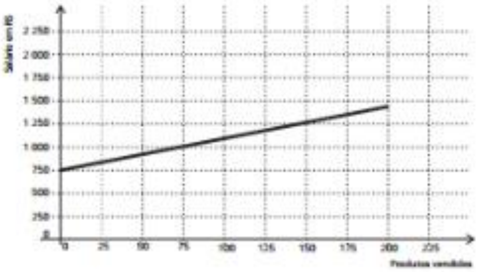
b) B

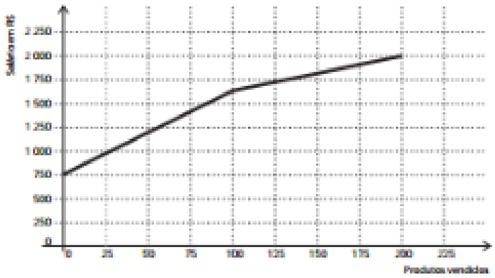
c) C

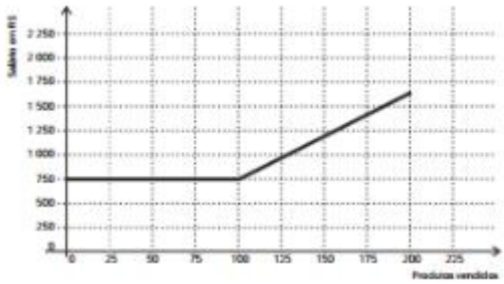
d) D

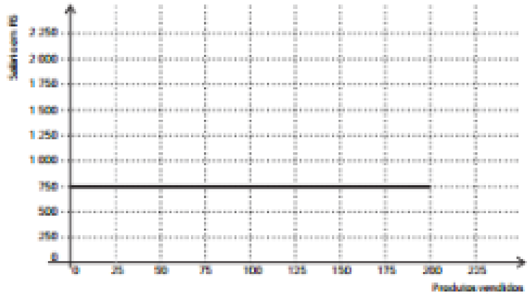
e) E

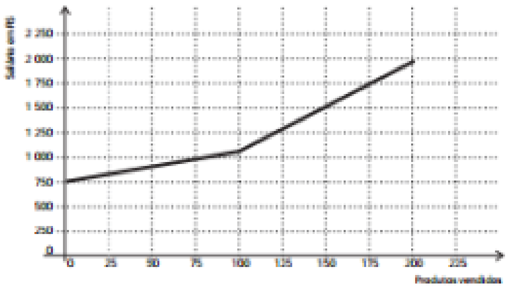
2. Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$ 750,00, mais uma comissão de R$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

a)


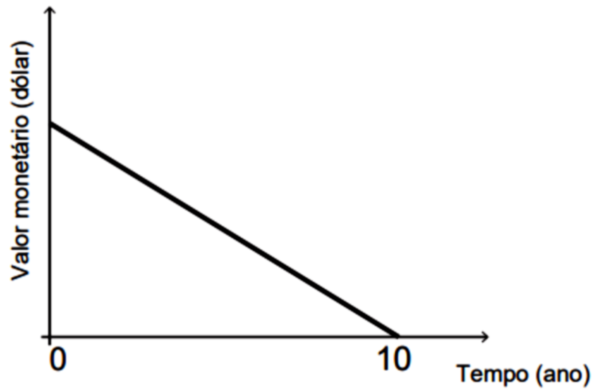
b)


c)


d)


e)


3. Um sistema de depreciação linear, estabelecendo que após 10 anos o valor monetário de um bem será zero, é usado nas declarações de imposto de renda de alguns países. O gráfico ilustra essa situação



Uma pessoa adquiriu dois bens, A e B, pagando 1 200 e 900 dólares, respectivamente. Considerando as informações dadas, após 8 anos, qual será a diferença entre os valores monetários, em dólar, desses bens?

a) 30

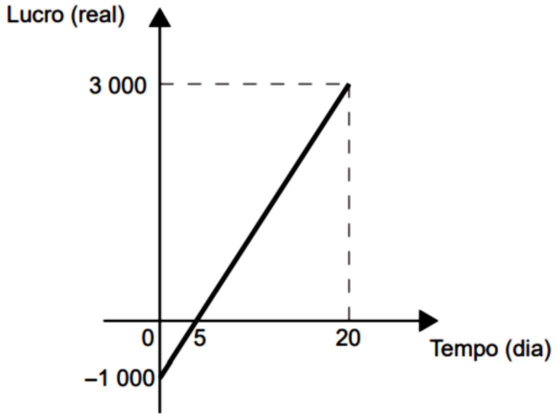
b) 60

c) 75

d) 240

e) 300

4. Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

a) L(t) = 20t + 3 000

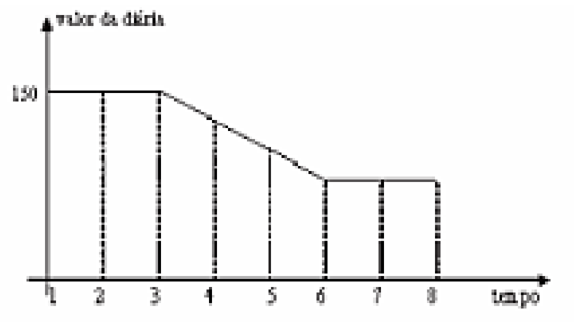
b) L(t) = 20t + 4 000

c) L(t) = 200t

d) L(t) = 200t - 1 000

e) L(t) = 200t + 3 000

5. Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R$150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de

a) R$ 90,00.

b) R$ 110,00.

c) R$ 130,00.

d) R$ 150,00.

e) R$ 170,00.

6. Duas pequenas fábricas de calçados, A e B, têm fabricado respectivamente 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro a fábrica A aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica B aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica B superará a produção de A a partir de:

a) março

b) maio

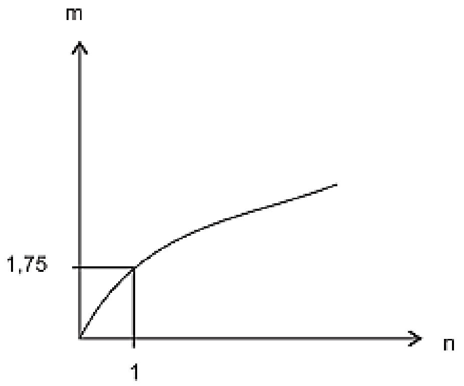
c) julho

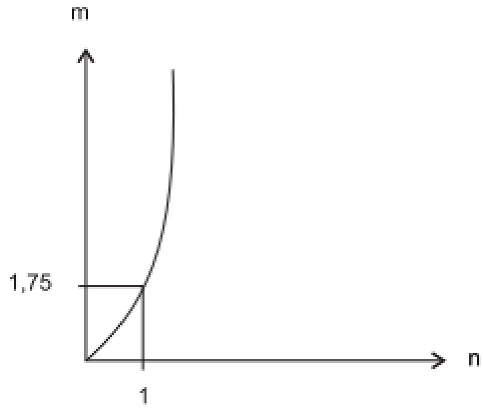
d) setembro

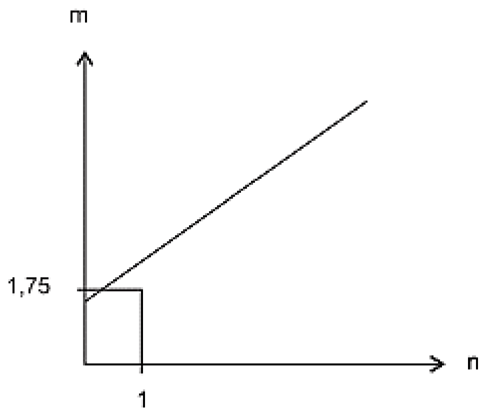
e) novembro

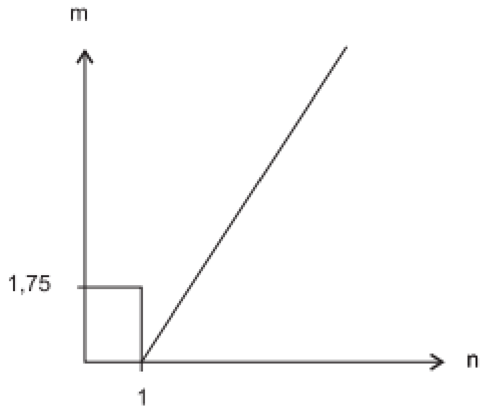
7. As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma.

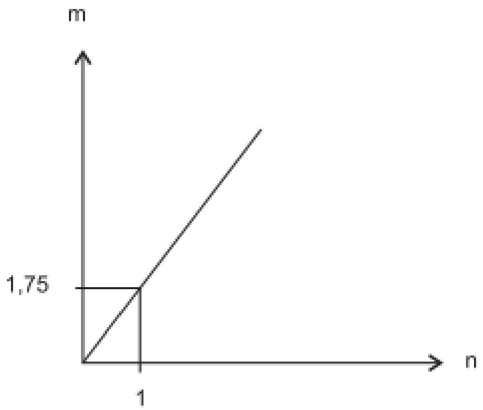
Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é:

a)


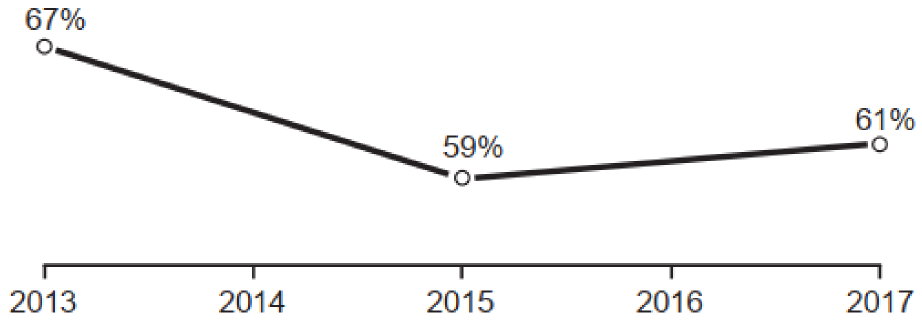
c)


b)


d)


e)


8. A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013,2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível em: http://pni.datasus.gov.br. Acesso em: 5 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

a) 62,3%

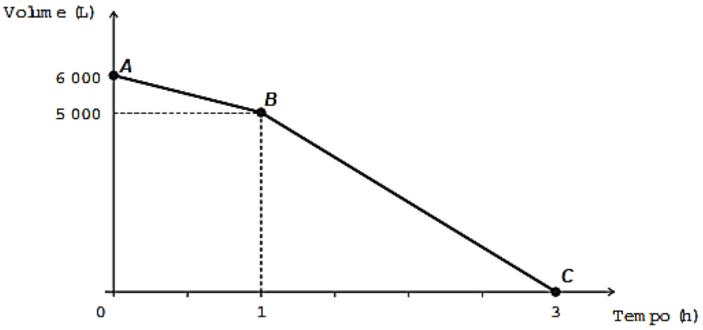
b) 63,0%

c) 63,5%

d) 64,0%

e) 65,5%

9. Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a) 1 000

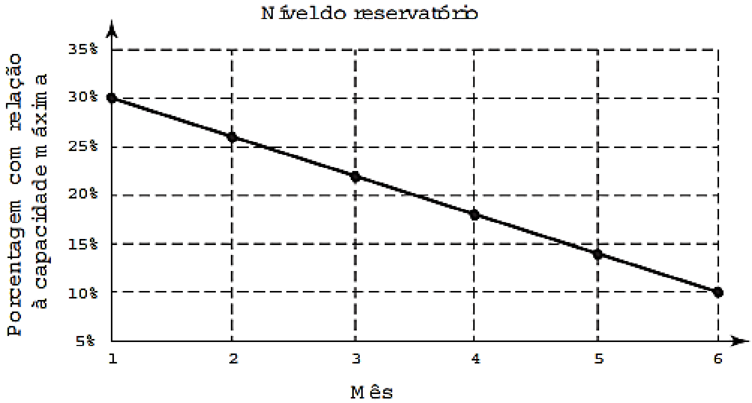
b) 1 250

c) 1 500

d) 2 000

e) 2 500

10. Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

a) 2 meses e meio.

b) 3 meses e meio.

c) 1 mês e meio.

d) 4 meses.

e) 1 mês.

Gabarito

1. C

Pela análise do gráfico, para um gasto de R$ 30,00, o plano mais vantajoso, em tempo de chamada, é o plano C, que atinge aproximadamente 30 minutos.

2. E

O salário S em função de x, para:
1) $0 \leq x \leq 100$, é S = 750 + 3. x
2) $x \geq 101$, é S = 1050 + 9. (x − 100) = 9x + 150

3. B

Vamos achar a equação desta reta!
Sabemos que a reta corta o eixo Y no valor inicial de um determinado bem, ou seja, dependendo do bem, esse valor se altera. Assim, chamaremos de V.
f(x) = ax + V

Agora, vamos calcular o valor de a, o coeficiente angular, que é dado por $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-V}{10}$.

Ou seja, nossa equação fica $f(x) = -\frac{V}{10}x + V$, sendo x os anos passados após a aquisição do bem.

Finalmente, iremos calcular o valor Monetário de A e B passados 8 anos:

A: $f(8) = -\frac{1200}{10}.8 + 1200 = 240,00$

B: $f(8) = -\frac{900}{10}.8 + 900 = 180,00$

Dessa maneira, temos que a nossa resposta é 240 − 180 = 60,00.

4. D

Como o gráfico corta o eixo y em y = - 1 000, sabemos que b = - 1 000.
Só com essa informação já poderíamos marcar a letra D.
Mas vamos calcular agora o coeficiente angular.

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{[0-(-1000)]}{5-0} = \frac{1000}{5} = 200$

Assim, L(t) = 200t - 1 000.

5. A

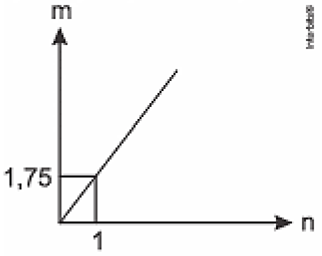
Fora da promoção, o casal pagaria por 7 dias: 7 · 150 = 1050 reais.
Com a promoção, o casal pagaria por 8 dias: 3 · 150 + 130 + 110 + 3 · 90 = 960 reais. Assim, um casal que aderir ao pacote promocional fará uma economia de 1050 − 960 = 90 reais.

6. D

3000 + 70x = 1100 + 290x, em que x é a quantidade de meses que passa
290x-70x= 3000-1100
220x= 1900
x = 1900/220
x = 8,63, aproximadamente. O próximo número inteiro é 9. Como começamos a contar desde janeiro, a produção B supera a A em setembro.

7. **E**

O preço m pago, em reais, pela compra de n quilogramas desse produto é m = 1,75 n, cujo gráfico é uma reta, ou seja, função do primeiro grau, que passa pela origem e contém o ponto (1; 1,75).



8. **B**

Sendo 2014 o ponto médio do intervalo $[2013, 2015]$, e sabendo que a cobertura da campanha variou de forma linear, podemos concluir que a resposta é

$$\frac{67\% + 59\%}{2} = 63\%.$$

9. **C**

A vazão total entre 1h e 3h é dada por $\left|\frac{0 - 5.000}{3 - 1}\right| = 2.500\ \text{L/h}$, enquanto que a vazão na primeira hora é $\left|\frac{5.000 - 6.000}{1 - 0}\right| = 1.000\ \text{L/h}$. Portanto, a vazão da segunda bomba é igual a $2.500 - 1.000 = 1.500\ \text{L/h}$.

10. **A**

Seja $p: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $p(t) = at + b$, em que $p(t)$ é a porcentagem relativa à capacidade máxima do reservatório após t meses. Logo, tomando os pontos $(6, 10)$ e $(1, 30)$, segue que a taxa de variação é dada por

$$a = \frac{10 - 30}{6 - 1} = -4.$$

Em consequência, vem

$$p(1) = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + b = 30 \Leftrightarrow b = 34.$$

Portanto, temos $-4t + 34 = 0$, implicando em $t = 8,5$.
A resposta é $8,5 - 6 = 2,5$ meses, ou seja, 2 meses e meio.