

Hidrostática: Teorema de Arquimedes

Resumo

Princípio de Arquimedes

"Um corpo total ou parcialmente imerso em um fluido sofre um empuxo que é igual ao **peso do volume do fluido deslocado** pelo corpo".

Sendo Vf o volume do fluido deslocado, então a massa do fluido deslocado é:

$$m_f = d_f \cdot V_f$$

Sabendo que o módulo do empuxo E é igual ao módulo do peso do volume do fluido deslocado:

$$E = P = mg$$

Assim:

$$E = d_f . V_f . g$$

O fluido deslocado é o volume do fluido que caberia dentro da parte imersa no fluido, estando ele totalmente ou parcialmente imerso.

Arquimedes formulou o seu princípio para a água, mas ele funciona para qualquer fluido, inclusive para o ar. Quando um corpo mais denso que o líquido está totalmente imerso, percebemos que o seu peso é aparentemente menor do que no ar. Este peso aparente é a diferença entre o peso real e o empuxo.

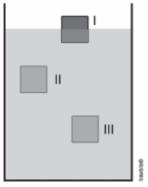
$$P_{aparente} = P_{real} - E$$

Na prática: Quando você está na piscina ou mesmo no mar e sente aquela "leveza" ao flutuar. Como o empuxo está na mesma direção e no sentido oposto ao de seu peso, a força resultante que atua sobre você tem sentido para baixo, mas intensidade menor que o seu peso. No caso de um balão cheio de ar, por exemplo, ele sobe até a superfície da água porque a força resultante se dá no sentido para cima, uma vez que o empuxo é maior do que o peso.

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

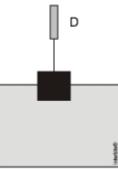
Exercícios

1. Ana lança três caixas – I, II e III -, de mesma massa, dentro de um poço com água. Elas ficam em equilíbrio nas posições indicadas nesta figura.



Sejam E(I), E(II) e E(III) os módulos dos empuxos sobre, respectivamente, as caixas I, II e III. Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que

- a) E(I) > E(II) > E(III)
- **b)** E(I) < E(II) = E(III)
- c) E(I) = E(II) = E(III)
- d) E(I) > E(II) = E(III)
- 2. Em um experimento realizado para determinar a densidade da água de um lago, foram utilizados alguns materiais conforme ilustrado: um dinamômetro D com graduação de 0 N a 50 N e um cubo maciço e homogêneo de 10 cm de aresta e 3 kg de massa. Inicialmente, foi conferida a calibração do dinamômetro, constatando-se a leitura de 30 N quando o cubo era preso ao dinamômetro e suspenso no ar. Ao mergulhar o cubo na água do lago, até que metade do seu volume ficasse submersa, foi registrada a leitura de 24 N no dinamômetro.



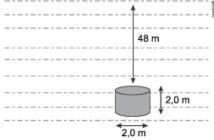
Considerando que a aceleração da gravidade local é de $10~\text{m/s}^2$, a densidade da água do lago, em g/cm^3 , é

- **a)** 0,6
- **b)** 1,2
- **c)** 1,5
- **d)** 2,4
- **e)** 4,8



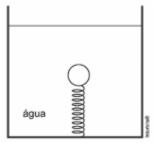
3. Para determinados tipos de pesquisa ou trabalho, cápsulas tripuladas são enviadas para as profundezas dos oceanos, mares ou lagos. Considere uma dessas cápsulas de forma cilíndrica, de 2,0 m de altura por 2,0 m de diâmetro, com sua base superior a 48 m de profundidade em água de densidade 1,0.10³ kg/m³, em equilíbrio como ilustra a figura.

Dados: a pressão atmosférica no local é de 1,0.10⁵ Pa, e a aceleração da gravidade é de 10 m/s². Adote $\pi = 3$.



O peso dessa cápsula fora d'água em N, e a pressão total sobre sua base inferior, em Pa, valem, respectivamente,

- a) 1,5 · 103 e 5,0 · 106.
- b) $1.5 \cdot 10^3$ e $6.0 \cdot 10^5$.
- c) $1,5 \cdot 10^4 \text{ e } 5,0 \cdot 10^6$.
- d) 6,0·10⁴ e 6,0·10⁶.
- e) 6,0·10⁴ e 6,0·10⁵.
- **4.** Uma esfera homogênea e de material pouco denso, com volume de 5,0 cm³, está em repouso, completamente imersa em água. Uma mola, disposta verticalmente, tem uma de suas extremidades presa ao fundo do recipiente e a outra à parte inferior da esfera, conforme figura abaixo. Por ação da esfera, a mola foi deformada em 0,1 cm, em relação ao seu comprimento quando não submetida a nenhuma força deformadora. Considere a densidade da água como 1,0 g/cm³, a aceleração gravitacional como 10 m/s² e a densidade do material do qual a esfera é constituída como 0,1 g/cm³.



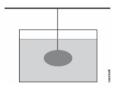
Com base nas informações apresentadas, assinale a alternativa que apresenta a constante elástica dessa mola.

- a) 0,45 N/cm
- **b)** 4,5 N/cm
- **c)** 45 N/cm
- d) 450 N/cm
- **e)** 4500 N/cm



Uma pedra cujo peso vale 500 N é mergulhada e mantida submersa dentro d'água em equilíbrio por meio de um fio inextensível e de massa desprezível. Este fio está preso a uma barra fixa como mostra a figura. Sabe-se que a tensão no fio vale 300 N. Marque a opção que indica corretamente a densidade da pedra em kg/m³.

Dados: densidade da água = 1 g/cm³ e g=10 m/s²



- **a)** 200
- **b)** 800
- **c)** 2000
- **d)** 2500
- **e)** 2800
- 6. Uma pessoa em pé dentro de uma piscina se sente "mais leve" devido à redução de seu peso aparente dentro da água. Uma modalidade esportiva que se beneficia deste efeito é a hidroginástica. A força normal que o piso da piscina exerce sobre os pés de uma pessoa é reduzida produzindo baixo impacto durante o exercício. Considere uma pessoa em pé dentro de uma piscina rasa com 24% do volume do seu corpo sob a água. Se a densidade relativa da pessoa for 0,96, qual a redução percentual da força normal que o piso horizontal exerce sobre a pessoa dentro da água em relação ao piso fora da água?
 - **a)** -20%
 - **b)** -15%
 - **c)** -25%
 - **d)** -30%
 - **e)** -35%
- 7. Uma pessoa totalmente imersa em uma piscina sustenta, com uma das mãos, uma esfera maciça de diâmetro igual a 10 cm, também totalmente imersa. A massa específica do material da esfera é igual a 5,0 g/cm³ e a da água da piscina é igual a 1,0 g/cm³.



A razão entre a força que a pessoa aplica na esfera para sustentá-la e o peso da esfera é igual a:

- **a)** 0,2
- **b)** 0,4
- **c)** 0,8
- **d)** 0,16



8. A tirinha abaixo mostra um iceberg que tem seu volume parcialmente imerso (9/10 de seu volume total) na água do mar. Considerando que a densidade da água do mar é 1,0 g/cm³, assinale a alternativa que indica a densidade do gelo, em g/cm³, que compõe o iceberg.





(Disponível em: http://www.cbpf.br/~eduhq/html/aprenda_mais/jurema/ficha_empuxo.htm. Acesso em 10 set. 2016)

- **a)** 0,5
- **b)** 1,3
- **c)** 0,9
- **d)** 0,1
- **e)** 1
- **9.** Um estudante de física realiza um experimento para determinar a densidade de um líquido. Ele suspende um cubo de aresta igual a 10,0 cm em um dinamômetro. Faz uma leitura do aparelho e registra 50,0 N. Em seguida, ele mergulha metade do cubo no líquido escolhido, realiza uma nova leitura do dinamômetro e registra 40,0 N.

Usando as medidas obtidas pelo estudante no experimento e considerando o módulo da aceleração da gravidade local igual a 10,0 m/s², o valor da densidade do líquido, em g/cm³, encontrado pelo estudante, é igual a:

- **a)** 3,6
- **b)** 1,0
- **c)** 1,6
- **d)** 2,0
- **e)** 0,8
- **10.** Uma barca para transportar automóveis entre as margens de um rio, quando vazia, tem volume igual a 100 m³ e massa igual a 4,0.10⁴ kg. Considere que todos os automóveis transportados tenham a mesma massa de 1,5.10³ kg e que a densidade da água seja de 1000 kg/m³.

O número máximo de automóveis que podem ser simultaneamente transportados pela barca corresponde a:

- **a)** 10
- **b)** 40
- **c)** 80
- **d)** 120



Gabarito

1. C

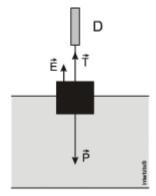
Se as três caixas têm a mesma massa, elas têm, também, o mesmo peso. Como elas estão em equilíbrio, sujeitas a apenas duas forças, peso e empuxo, pelo princípio da inércia essas duas forças têm a mesma intensidade (E = P) em cada caixa. Portanto,

$$E(I) = E(II) = E(III)$$

2. B

Dados: 3 kg = 3000 g; P = 30 N; V_1 = V/2; a = 10 cm; T = 24 N; g = 10 m/s² Calculando o volume do cubo: V = a^3 = 10^3 cm³ = 10^{-3} m³

A figura mostra as forças que agem no cubo, quando mergulhado na água do lago.



Do equilíbrio, temos:

$$T + E = P \rightarrow E = P - T = 30 - 24 = 6 N$$

Da expressão do empuxo:

$$E = \rho_{\pm gua}.V_{imerso}.g \rightarrow 6 = \rho_{\pm gua}.\frac{10^{-3}}{2}.10 \rightarrow \rho_{\pm gua} = 1200\frac{kg}{m^3} = 1, 2\frac{g}{cm^3}$$

3. E

Para a cápsula submersa e em equilíbrio, sabemos que os módulos do peso e do empuxo são iguais entre si

$$P = E \rightarrow P = \mu V g = \mu \left(\frac{\pi D^2 h}{4}\right) g$$

$$P = 1000. \left(\frac{3. (2)^2. 2}{4}\right). 10 = 6.10^4 N$$

A pressão total sobre a cápsula é dada pela lei de Stevin, considerando a base da cápsula que está a 50 m de profundidade:

$$p_{total} = p_{atm} + p_{hidrost\'atica} \rightarrow p_{total} = p_{atm} + \mu gh \rightarrow p_{total} = 1.10^5 + 10^3.10.50 = 6.10^5~Pa$$

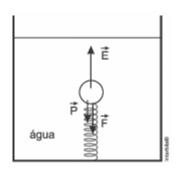


4. A

Dados:

$$V = 5cm^3 = 5.10^{-6}m^3; x = 0.1cm = 10^{-3}m; d_a = \frac{1g}{cm^3}; d_c = \frac{0.1g}{cm^3} = \frac{10^{-2}kg}{m^3}$$

A figura mostra as forças agindo na esfera: peso P, empuxo E e força elástica F.



Como a esfera é homogênea, sua densidade é igual a do material que a constitui. Assim, ela é menos densa que a água, portanto sua tendência é flutuar, provocando na mola uma distensão. Por isso a força elástica na esfera é para baixo. Do equilíbrio, temos que:

$$F + P = E \rightarrow F = E - P \rightarrow kx = (d_a - d_c)Vg$$

$$k = \frac{(d_a - d_c)Vg}{x} = \frac{(10^3 - 10^2).5.10^{-6}.10}{10^{-3}} = 45\frac{N}{m} = 0.45\frac{N}{cm}$$

5. D

O equilíbrio de forças nos fornece o empuxo:

$$E = P - T \rightarrow E = 500 - 300 = 200 N$$

Com o empuxo, podemos descobrir o volume da pedra:

$$E = \mu_{liq.} V.g \rightarrow V = \frac{E}{\mu_{liq.} g} = \frac{200}{1000.10} = 0.02 m^3$$

Logo, a massa específica da pedra será:

$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{50}{0.02} = 2500 \frac{kg}{m^3}$$

6. C

Para a pessoa fora da piscina, sua força normal, em módulo, será:

N = mg

Para a pessoa na piscina, com 24 % de seu volume submerso, temos a presença do empuxo:

$$E = d_{liq.}V_{corpo.}g$$

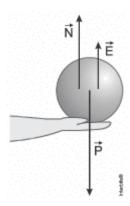
Mas considerando que somente parte do volume está submerso e que o volume é a razão entre a massa e a densidade do corpo,

$$E=d_{liq}.\,0,24.\frac{m}{d_{corpo}}.\,g\rightarrow E=1.\frac{0,24m}{0,96}.\,g\rightarrow E=0,25mg$$

Portanto, com o empuxo, há uma redução de 25% da força normal em relação ao corpo fora da piscina.



7. D



Como a esfera está em equilíbrio:

$$N + E = P \rightarrow N = P - E \rightarrow N = d_e.V.g - d_a.V.g = (d_e - d_a)Vg$$

$$\frac{N}{P} = \frac{(d_e - d_a)Vg}{d_e Vg} = \frac{d_e - d_a}{d_e} = \frac{5 - 1}{5} = 0.8$$

8. C

O iceberg está em repouso sobre a ação exclusiva de duas forças de sentidos opostos: o peso e o empuxo. Então essas duas forças têm a mesma intensidade, ou seja,

$$P = E \rightarrow mg = d_{\text{água}}.V_{imerso}.g \rightarrow d_{gelo}.V = d_{\text{água}}.\left(\frac{9}{10}\right).V \rightarrow d_{gelo} = 1.\frac{9}{10} \rightarrow d_{gelo} = 0.9\frac{g}{cm^3}$$

9. D

O empuxo é a diferença entre o peso e o peso aparente quando o corpo está totalmente ou parcialmente mergulhado, ou seja, de acordo com Arquimedes, é o peso do fluido deslocado pelo corpo.

$$E = P - P_{ap} = \mu V g \rightarrow \mu = \frac{P - P_{ap}}{V g} \rightarrow \mu = \frac{50 - 40}{\frac{1}{2} (10.1 / 100)^{3} \cdot 10} = \frac{2.10^{3} kg}{m^{3}} = \frac{2g}{cm^{3}}$$

10. B

O empuxo máximo (barca na iminência de afundar) deve equilibrar o peso da barca mais o peso dos N automóveis.

$$NP_{autom\'oveis} + P_{barca} = E \rightarrow Nmg + Mg = d_{\'agua}.Vg$$

$$N = \frac{d_{água}.V - M}{m} = \frac{10^3.100 - 4.10^4}{1.5.10^3} = 40$$