Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais

Resumo

Ao estudarmos os conjuntos numéricos, estamos dando um foco num segmento do estudo dos conjuntos. Assim, todas as operações entre os conjuntos também são aplicáveis nesse segmento.

- **Conjunto dos Números Naturais (N):** O primeiro conjunto numérico a ser estudado é o conjunto dos naturais, representados por "**N**" que surgiu a partir do momento que foi sentido a necessidade da contagem de elementos.

  N = {0, 1, 2, 4, 5, 6, ...}
  N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Obs: A notação "*" simboliza o conjunto sem o elemento nulo.

- **Conjunto dos Números Inteiros (Z):** O conjunto dos números inteiros, representado por "**Z**", surgiu a partir do momento que surgiu a ideia de dívida, assim, entrando os números negativos.

  Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

  Z* = {..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...}

  Z^+ = {0, 1, 2, 4, 5, 6, ...}

  Z^- = {..., -3, -2, -1}

- **Conjunto dos Números Racionais (Q):** O conjunto dos racionais surgiram quando houve necessidade de representar uma parte de um inteiro e é todo número da forma **a/b**, com **b** ≠ 0.

  Q = {...; -4; -7/2; -3; -5/2; -2; -1; -4/5; 0; 0,5; 1; 1,5; 2; ...}

Obs: Lembrando que entre dois números racionais há infinitos números racionais.
Obs_2: Dízimas periódicas são racionais pois podem ser escritas sob a forma de fração.

Dízima periódica: Número decimal que possui uma repetição periódica e infinita de termos (período) , mas não tem uma representação exata. São classificadas como simples e compostas:

- Simples: o período começa logo após a vírgula. Exemplo: 0,3333... , 0,121212.... e 1,3333...
- Composta: Existe uma parte não periódica entre a virgula e o período: Exemplo: 0,0222..., 1,125555...

Elas podem ser representas como $0,\overline{3}$ e $1,12\overline{5}$ com a barra indicando onde começa o período

Com a dízima periódica dá para descobrir a fração que a gerou, essa chamada fração geratriz.

- Simples. Exemplo: 0,3333...

$x = 0,333...$, $10x = 3,333...$

$10x = 3,333...$ - $x = 0,333...$

, logo a fração geratriz é $\frac{1}{3}$

$9x = 3$

$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

- Composta. Exemplo: 1,12555....

$x = 1,12555...$, $10000x = 11255,555...$

$100x = 112,555...$ - $100x = 112,555...$

$10000x = 11255,555...$

$9900x = 11143$

$x = \frac{11143}{9900}$

- **Conjunto dos Números Irracionais (I ou R-Q ou $\overline{Q}$):** Os números irracionais são números que não podem ser escritos sob a forma de fração pois são números decimais infinitos e não periódicos.

  Como exemplos de números irracionais podemos ter:

  R\Q = {..., -√2, √3, √5, π, ...}

- **Conjunto dos Números Reais (R):** Os números reais, representados por **R** é a união dos conjuntos dos Racionais com os Irracionais.

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com primeiro, segundo, terceiro,..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência. Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o

a) 16°

b) 22°

c) 23º

d) 25°

e) 32°

2. Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que, em vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um ranking de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este ranking é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no ranking, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juízes. Em uma escola houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juizes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os rankings dos juízes e a frequência de cada ranking.

Colocação	***Ranking***			
	I	II	III	IV
1º	Ana	Dani	Bia	Edu
2º	Bia	Caio	Ana	Ana
3º	Caio	Edu	Caio	Dani
4º	Dani	Ana	Edu	Bia
5º	Edu	Bia	Dani	Caio

Ranking	**Frequência**
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

a) Edu.

b) Dani.

c) Caio.

d) Bia.

e) Ana.

3. O artigo 33 da lei brasileira sobre drogas prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa que seja condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas. Entretanto, caso o condenado seja réu primário, com bons antecedentes criminais, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços. Suponha que um réu primário, com bons antecedentes criminais, foi condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas. Após o benefício da redução de pena, sua pena poderá variar de:

a) 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses.

b) 1 ano e 8 meses a 5 anos.

c) 3 anos e 4 meses a 10 anos.

d) 4 anos e 2 meses a 5 anos.

e) 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses.

4. No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado, No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:

Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

a) 9

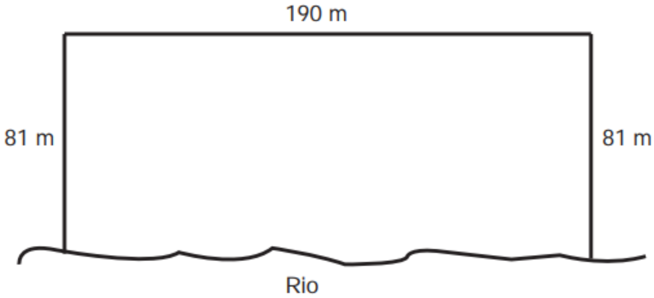
b) 7

c) 5

d) 4

e) 3

5. Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é

a) 6.

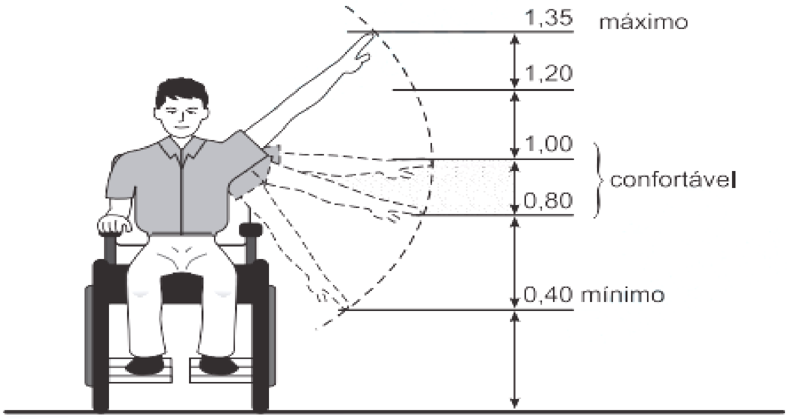
b) 7.

c) 8.

d) 11.

e) 12.

6. Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de alturas (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá àquele potencial comprador é

a) 0,20 m e 1,45 m.

b) 0,20 m e 1,40 m.

c) 0,25 m e 1,35 m.

d) 0,25 m e 1,30 m.

e) 0,45 m e 1,20 m.

7. Antes de uma eleição para prefeito, certo instituto realizou uma pesquisa em que foi consultado um número significativo de eleitores, dos quais 36% responderam que iriam votar no candidato X; 33%, no candidato Y e 31%, no candidato Z. A margem de erro estimada para cada um desses valores é de 3% para mais ou para menos. Os técnicos do instituto concluíram que, se confirmado o resultado da pesquisa,

a) apenas o candidato X poderia vencer e, nesse caso, teria 39% do total de votos.
b) apenas os candidatos X e Y teriam chances de vencer.
c) o candidato Y poderia vencer com uma diferença de até 5% sobre X.
d) o candidato Z poderia vencer com uma diferença de, no máximo, 1% sobre X.
e) o candidato Z poderia vencer com uma diferença de até 5% sobre o candidato Y.

8. Os números x e y são tais que $5 \le x \le 10$ e $20 \le y \le 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/6
b) 1/4
c) 1/3
d) 1/2
e) 1

9. Se $\frac{p}{q}$ é a fração irredutível equivalente à dízima periódica 0,323232... , então q − p vale:

a) 64.
b) 67.
c) 68.
d) 69.
e) 71.

10. Um grupo de alunos cria um jogo de cartas em que cada uma apresenta uma operação com números racionais. O ganhador é aquele que obtiver um número inteiro como resultado da soma de suas cartas. Quatro jovens ao jogar receberam as seguintes cartas:

	1ª carta	2ª carta
Maria	$1{,}333... + \frac{4}{5}$	$1{,}2 + \frac{7}{3}$
Selton	$0{,}222... + \frac{1}{5}$	$0{,}3 + \frac{1}{6}$
Tadeu	$1{,}111... + \frac{3}{10}$	$1{,}7 + \frac{8}{9}$
Valentina	$0{,}666... + \frac{7}{2}$	$0{,}1 + \frac{1}{2}$

O vencedor do jogo foi:

a) Maria.
b) Selton.
c) Tadeu.
d) Valentina.

Gabarito

1. C

Se a criança desceu quatro andares e parou no quinto andar, então ela partiu do nono andar. Mas, sabemos que, para chegar ao nono andar, ela subiu nove andares e, assim, podemos afirmar que ela partiu do térreo.
Se ela desceu dez andares e, depois, mais treze andares para chegar ao térreo, então a criança partiu do 23º andar. Em consequência, sabendo que ela subiu sete andares para chegar ao 23º andar, concluímos que ela entrou no elevador no 16º andar.
O último andar do edifício é o 23º.

2. E

As pontuações dos alunos foram as seguintes:

- Edu: $1 \cdot 4 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 5 \cdot 5 = 70;$
- Dani: $2 \cdot 4 + 5 \cdot 9 + 1 \cdot 7 + 3 \cdot 5 = 75;$
- Caio: $3 \cdot 4 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 7 + 1 \cdot 5 = 74;$
- Bia: $4 \cdot 4 + 1 \cdot 9 + 5 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 70;$
- Ana: $5 \cdot 4 + 2 \cdot 9 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 5 = 86.$

Portanto, como Ana teve a maior pontuação, segue que a sua poesia foi a vencedora.

3. A

A menor pena possível seria a de 5 anos. Com o benefício da redução, o tempo de reclusão mínimo passaria a ser de $\frac{1}{3} \cdot 5 = 1$ ano e 8 meses.

Por outro lado, a maior pena possível seria a de 15 anos. Assim, no pior caso da redução, ele teria que cumprir $\frac{5}{6} \cdot 15 = 12$ anos e 6 meses.

4. E

É imediato que $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%.$ Portanto, a resposta é $3.$

5. C

Serão necessários $2 \cdot 81 + 190 = 352$ metros de tela para cercar o terreno. Logo, como cada rolo tem 48 metros de comprimento, segue-se que o número de rolos necessários é o menor número inteiro maior do que $\frac{352}{48} \cong 7,3,$ ou seja, $8.$

6. E

Menor altura possível para a tomada: 0,40 m.
Maior altura possível para o interruptor: 1,35 m.

Portanto, as únicas medidas que obedecem simultaneamente às duas condições citadas acima são as da alternativa [E] (0,45 m > 0,4 0m e 1,20 m < 1,35 m).

7. D

Como a margem de erro é de $\pm 3\%,$ segue que os intervalos representativos dos percentuais que os candidatos X, Y e Z poderão obter no pleito são, respectivamente, $[33, 39],$ $[30, 36]$ e $[28, 34].$
Portanto, o candidato Z poderia vencer com uma diferença de, no máximo, $34\% - 33\% = 1\%$ sobre $X.$

8. D

Para o maior valor de x/y escolhe-se o maior valor para x e o menor para y logo 10/20 = ½

9. B

A dízima 0,3232... equivale a $\frac{32}{99}$ e 99-32=67

10. C

Maria teve a soma: $\frac{12}{9}$ (geratriz de 1,333...)+ $\frac{4}{5}+\frac{12}{10}$ (1,2 na forma de fração)+ $\frac{7}{3}=\frac{510}{9}$

Selton teve a soma: $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{6}=\frac{8}{9}$

Tadeu teve a soma: $\frac{10}{9}+\frac{3}{10}+\frac{17}{10}+\frac{8}{9}=\frac{36}{9}=4$

Valentina teve a soma: $\frac{2}{3}+\frac{7}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{143}{90}$.

O único que teve como resposta um número inteiro foi Tadeu que foi o vencedor.