

Produtos Notáveis e Fatoração

Resumo

Produtos Notáveis

Por serem frequentes no cálculo algébrico, alguns produtos são chamados de produtos notáveis são eles:

- a) Produto da soma pela diferença de dois termos: $(x+y) \cdot (x-y)$
- b) Quadrado da soma de dois termos: $(x+y) \cdot (x+y) = (x+y)^2$
- c) Quadrado da diferença de dois termos: $(x-y) \cdot (x-y) = (x-y)^2$

Desenvolvendo esses produtos temos (aplicando a distributiva):

- a) $(x+y) \cdot (x-y) = x^2 + xy - xy - y^2 = x^2 - y^2$
- b) $(x+y) \cdot (x+y) = (x+y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- c) $(x-y) \cdot (x-y) = (x-y)^2 = x^2 - xy - xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Alguns exemplos de aplicação :

- $(3+x)^2 = 9 + 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 9 + 6x + x^2$
- $(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$
- $(4x+2)(4x-2) = 16x^2 - 4$

Fatoração

Fatorar uma expressão diz respeito a transformação em fatores de um produto. Por exemplo: A forma fatorada de x^2+2x+1 é $(x+1)^2$, a forma fatorada de x^2-5x+6 é $(x-2) \cdot (x-3)$. Fatorar muitas vezes é útil para

simplificações algébricas. Por exemplo: $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1) \cdot (x + 1)}{(x + 1)} = (x + 1)$.

Fator comum em evidência

Uma técnica muito útil é a de fatorar pelo fator comum em evidência. Como por exemplo: $2x+2y$. Note que 2 é fator comum em ambos os termos, logo podemos reescrever $2x+2y$ como $2(x+y)$. Caso efetue a distributiva chega-se ao termo original $2x+2y$. Alguns exemplos de fatoração pelo fator comum em evidência.

- $a+ab = a(1+b)$. Nesse caso o fator comum é o a
- $10x-20y = 10(x-2y)$. Nesse caso o fator comum é o 10 que é o maior divisor comum entre 10 e 20.
- $x^3+3x = x(x^2+3)$. Nesse casos o fator comum é o x
- $x^3y^2-xy^2+xy$. Repare que o fator comum é xy, pois reescrevendo os termos temos que:
 - $x^3y^2 = xy \cdot x^2y$
 - $xy^2 = xy \cdot y$

Dessa forma $x^3y^2-xy^2+xy = xy(x^2y-y+1)$

Agrupamento

Essa outra técnica é usada quando o fator comum é um grupo comum. Por exemplo: $2x+2+ax+a$. Nesse caso podemos fatorar pelo fator comum ficando com $2(x+1)+a(x+1)$. Note que $x+1$ é comum logo usando o agrupamento: $(x+1)(2+a)$. Efetuando a distributiva volta ao $2x+2+ax+a$. Outros exemplos:

- $x^2+ax+bx+ab=x(x+a)+b(x+a)=(x+a)(x+b)$
- $x^3-x^2+x-1=x^2(x-1)+1.(x-1)=(x+1)(x^2-1)$

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. Se $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3$, então $x^2 + \frac{1}{x^2}$ é igual a:
- a) 0.
 - b) 1.
 - c) 5.
 - d) 6.
2. Se $x + y = 13$ e $x \cdot y = 1$, então $x^2 + y^2$ é
- a) 166.
 - b) 167.
 - c) 168.
 - d) 169.
 - e) 170.
3. O valor da expressão $\frac{x^2 - y^2}{x + y} - \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y}$, para $x = 1,25$ e $y = 0,75$, é:
- a) - 0,25.
 - b) -0,125.
 - c) 0.
 - d) 0,125.
 - e) 0,25.
4. O produto $(4x + y)(4x - y)$ equivale a:
- a) $16x^2 - y^2$.
 - b) $8x^2 - y^2$.
 - c) $4x^2 - y^2$.
 - d) $16x^2 - 8xy + y^2$.
 - e) $8x^2 - 4xy + y^2$.

5. O valor da expressão $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$ é:

a) $\frac{ab}{(a+b)^2}$.

b) $\frac{ab}{(a^2 + b^2)^2}$.

c) $a^2 + b^2$.

d) $\frac{a^2b^2}{(a+b)^2}$.

6. O valor da expressão $x^2y + xy^2$, no qual $xy = 12$ e $x + y = 8$, é:

a) 40.

b) 96.

c) 44.

d) 88.

e) 22.

7. A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

a) 0.

b) $2y^2$.

c) $-2y^2$.

d) $-4xy$.

e) $-2(x + y)^2$.

8. Simplificando a expressão $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$, obtém-se:

a) $6x$.

b) $-6x$.

c) $\frac{x-3}{x+3}$

d) $\frac{x+3}{x-3}$

9. Fatorando a expressão $ac + 2bc - ad - 2bd$, obtemos:

- a) $(a - 2b)(c - d)$.
- b) $(a + 2b)(c - d)$.
- c) $(a - 2b)(c + d)$.
- d) $(a + c)2(a - b)$.
- e) $(a - c)(a + 2b)$.

10. Qual é o fator comum a todos os termos do polinômio $18x^2y^8 - 36x^9y^9 + 24x^3y^5$

- a) $6x^2y^5$.
- b) $2x^2y^9$.
- c) $36x^9y^9$.
- d) $3x^9y^9$.
- e) $6x^9y^9$.

Gabarito

1. C

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

2. B

$$x + y = 13 \Leftrightarrow (x + y)^2 = 169 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 169$$

$$x \cdot y = 1$$

$$x^2 + 2 + y^2 = 169 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 167$$

3. E

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = \frac{(x + y)(x - y)}{x + y} \cdot \frac{(x - y)^2}{x - y} = (x - y)^2 =$$

$$= (1,25 - 0,75)^2 = (0,5)^2 = 0,25$$

4. A

$$(4x + y)(4x - y) = (4x)^2 - (y)^2 = 16x^2 - y^2$$

5. D

$$(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right)^{-1} = \left(\frac{1}{a^2} + \frac{2}{ab} + \frac{1}{b^2} \right)^{-1} = \left(\frac{b^2 + 2ab + a^2}{a^2b^2} \right)^{-1} = \frac{a^2b^2}{(a + b)^2}$$

6. B

$$x^2y + xy^2 = xy(x + y) = 12 \cdot 8 = 96$$

7. D

$$(x - y)^2 - (x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = -4xy$$

8. D

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{(x + 3)^2}{(x + 3)(x - 3)} = \frac{x + 3}{x - 3}$$

9. B

$$ac + 2bc - ad - 2bd = a(c - d) + 2b(c - d) = (a + 2b)(c - d)$$

10. A

$$18x^2y^8 = 6x^2y^5 \cdot 3y^3$$

$$36x^9y^9 = 6x^2y^5 \cdot 6x^7y^4$$

$$24x^3y^5 = 6x^2y^5 \cdot 4x$$