

## Cinemática vetorial

### Resumo

---

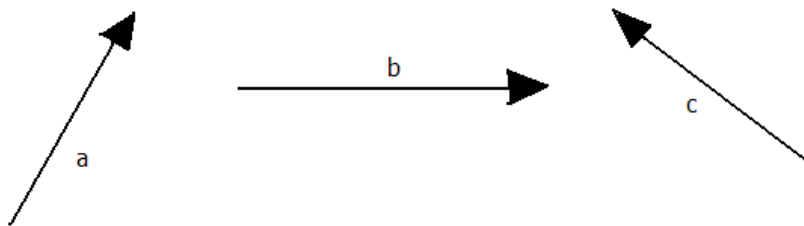
#### Grandezas escalares

São grandezas que ficam perfeitamente caracterizadas pelo módulo e unidade. *Ex.: massa, volume, temperatura, energia, etc.*

#### Grandezas vetoriais

São grandezas em que, além do módulo e da unidade, é necessário informar a direção e o sentido. *Ex.: velocidade, aceleração, força, etc.*

- Módulo: valor numérico da grandeza em questão (sempre positivo)
- Direção: reta suporte do vetor
- Sentido: para onde aponta a seta do vetor



#### Operações com vetores

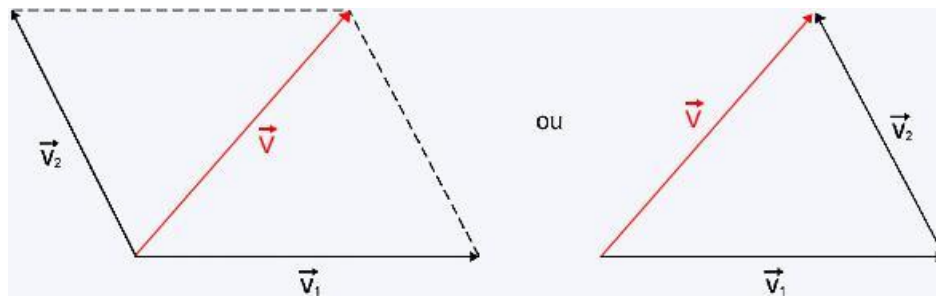
##### Soma Vetorial

Pode ser feita de 2 formas, pela regra do polígono ou pela regra do paralelogramo. As duas formas irão dar o mesmo resultado, porém, em alguns casos, fazer uma das regras será mais fácil do que a outra.

Como escrever uma soma vetorial:  $V=V_1+V_2$

Na imagem abaixo temos a **regra do paralelogramo à esquerda** e a **regra do polígono à direita**. Veja que os vetores somados são os mesmos, ou seja, tem mesmo módulo, direção e sentido.

- **Regra do paralelogramo:** os vetores são unidos pela origem e traçadas retas paralelas, formando o paralelogramo. Depois é só traçar um vetor que saia da mesma origem dos vetores somados e ligar ao vértice do paralelogramo que não tinha vetor encostando.
- **Regra do polígono:** os vetores são unidos de uma forma diferente. A origem de um vetor sempre será colocada na extremidade do outro vetor. Após todos os vetores serem colocados seguindo esse padrão, trace um vetor que saia da origem do primeiro vetor até a extremidade do último vetor.



### Multiplicação por um escalar:

Seja  $V$  o vetor a ser multiplicado pelo número real  $n$ , resultando no vetor  $U$ .

Ou seja:

$$U = n \cdot V$$

Este vetor  $U$  terá as seguintes características:

- Módulo:  $|U| = |n| \cdot |V|$
- Direção: a mesma de  $V$  se  $n \neq 0$
- Sentido: o mesmo de  $V$  se  $n > 0$  e oposto de  $V$  se  $n < 0$

### Diferença Vetorial

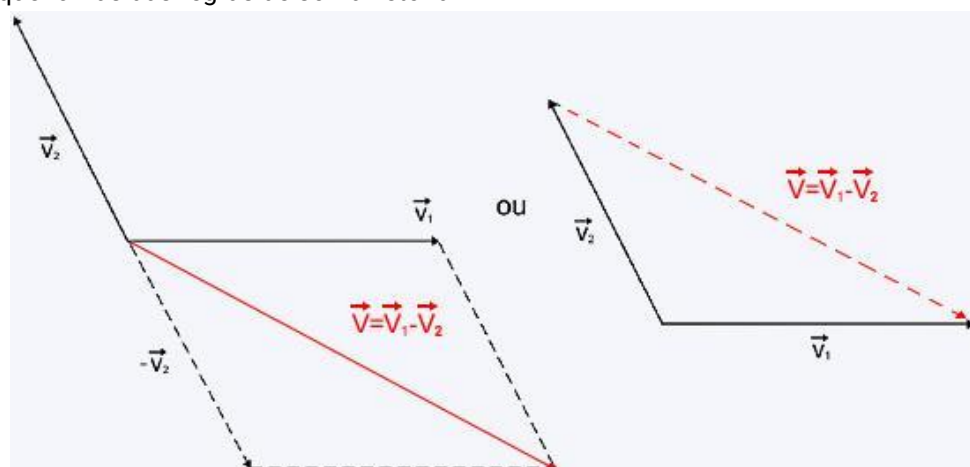
Considere a seguinte diferença de vetores:

$$V = V_1 - V_2$$

Para resolver esta situação, iremos inverter o sentido do vetor 2, ou seja, pegaremos o seu oposto e iremos somar com o vetor 1:

$$V = V_1 + (-V_2)$$

Não se preocupe, é apenas mudar o sentido do vetor que está com o sinal negativo e somar normalmente usando qualquer umas das regras de soma vetorial.



## Cinemática vetorial

### Vetor deslocamento $d$

Vetor que une o ponto de partida ( $S_0$ ) ao ponto de chegada ( $S$ ).

É importante notar que a posição de qualquer ponto é descrita por um vetor que vai do referencial até o determinado ponto. Ou seja, o vetor deslocamento será a diferença dos vetores posição inicial e posição final.

### Distância percorrida $\neq$ Deslocamento

Imagine a seguinte situação: Léo Gomes irá viajar do Rio de Janeiro para Manaus e pretende ir de carro.

O vetor deslocamento é feito traçando uma reta que vai do Rio de Janeiro até Manaus. O módulo desse vetor deslocamento é dado pelo tamanho do vetor.

A distância percorrida pelo Léo Gomes será medida pelo odômetro (aquele dispositivo do carro que mede a quilometragem).

Ou seja, para o vetor deslocamento só é importante o ponto de partida e ponto de chegada, não importando a trajetória. Mas você concorda que se o Léo Gomes for do Rio de Janeiro direto para Manaus é diferente do que ele também ir do Rio de Janeiro para Manaus, passando antes pelo Chile? Nessas duas situações, o vetor deslocamento será o mesmo, mas a distância percorrida será, nitidamente, diferente.

### Velocidade vetorial instantânea $V$

A velocidade vetorial  $V$  da partícula, num instante  $t$ , terá as seguintes características:

- Módulo: igual ao módulo da velocidade escalar  $V$  no instante  $t$
- Direção: da reta tangente à trajetória da partícula
- Sentido: o mesmo do movimento

### Aceleração vetorial instantânea $a$

A aceleração vetorial  $a$  indica a variação da velocidade vetorial  $V$ , no decorrer do tempo. Esta aceleração será a soma vetorial da aceleração tangencial com a aceleração centrípeta.

**Aceleração tangencial:** indica a variação no módulo da velocidade vetorial  $V$

- Módulo: igual ao módulo da aceleração escalar
- Direção: da reta tangente à trajetória da partícula (mesma direção de  $V$ )
- Sentido: o mesmo de  $V$  se o movimento for acelerado e oposto de  $V$  se for retardado

**Aceleração centrípeta:** indica a variação da direção da velocidade vetorial  $V$

- Módulo:  $|a_{cp}| = V^2/R$ , onde  $V$  é a velocidade escalar e  $R$  é o raio da trajetória
- Direção: da reta perpendicular à trajetória da partícula
- Sentido: para o centro da trajetória

---

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

## Exercícios

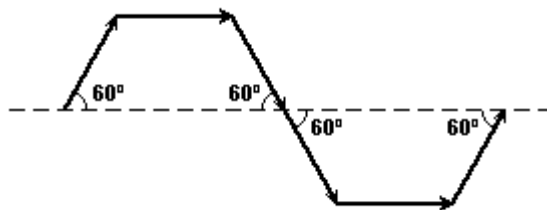
1. A figura a seguir apresenta, em dois instantes, as velocidades  $v_1$  e  $v_2$  de um automóvel que, em um plano horizontal, se desloca numa pista circular.



Com base nos dados da figura, e sabendo-se que os módulos dessas velocidades são tais que  $v_1 > v_2$  é correto afirmar que

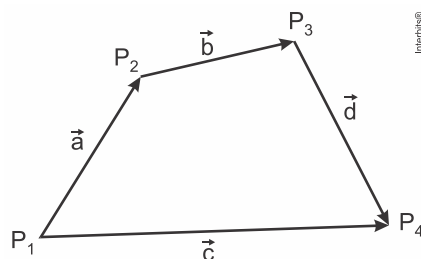
- a componente centrípeta da aceleração é diferente de zero.
  - a componente tangencial da aceleração apresenta a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade.
  - o movimento do automóvel é circular uniforme.
  - o movimento do automóvel é uniformemente acelerado.
  - os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.
2. Um avião, após deslocar-se 120 km para nordeste (NE), desloca-se 160 km para sudeste (SE). Sendo um quarto de hora, o tempo total dessa viagem, o módulo da velocidade vetorial média do avião, nesse tempo, foi de
- 320 km/h
  - 480 km/h
  - 540 km/h
  - 640 km/h
  - 800 km/h
3. Um pequeno avião acelera, logo após a sua decolagem, em linha reta, formando um ângulo de  $45^\circ$  com o plano horizontal. Sabendo que a componente horizontal de sua aceleração é de  $6,0 \text{ m/s}^2$ , calcule a componente vertical da mesma.
- Considere:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $6,0 \text{ m/s}^2$
  - $4,0 \text{ m/s}^2$
  - $16,0 \text{ m/s}^2$
  - $12,0 \text{ m/s}^2$
  - $3,0 \text{ m/s}^2$

4. Uma partícula desloca-se sobre a trajetória formada pelas setas que possuem o mesmo comprimento  $L$ . A razão entre a velocidade escalar média e a velocidade vetorial média é:



- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{2}{3}$
- c) 1
- d)  $\frac{3}{2}$
- e) 2

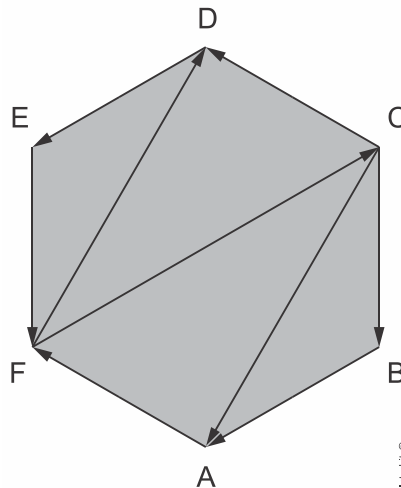
5.



Uma partícula move-se do ponto  $P_1$  ao  $P_4$  em três deslocamentos vetoriais sucessivos  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{d}$ . Então o vetor de deslocamento  $\vec{d}$  é

- a)  $\vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$
- b)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- c)  $(\vec{a} + \vec{c}) - \vec{b}$
- d)  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- e)  $\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}$

6. Um robô no formato de pequeno veículo autônomo foi montado durante as aulas de robótica, em uma escola. O objetivo do robô é conseguir completar a trajetória de um hexágono regular ABCDEF, saindo do vértice A e atingindo o vértice F, passando por todos os vértices sem usar a marcha ré. Para que a equipe de estudantes seja aprovada, eles devem responder duas perguntas do seu professor de física, e o robô deve utilizar as direções de movimento mostradas na figura a seguir:



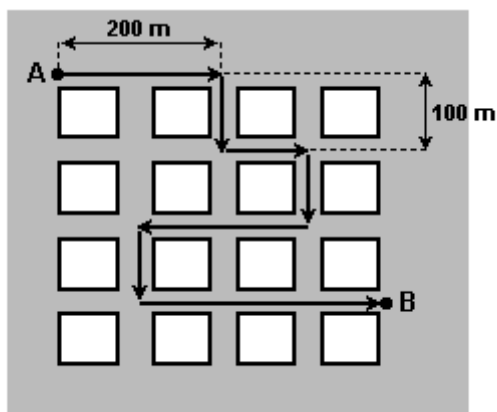
Suponha que você é um participante dessa equipe. As perguntas do professor foram as seguintes:

- I. É possível fazer a trajetória completa sempre seguindo as direções indicadas?
- II. Qual segmento identifica o deslocamento resultante desse robô?

Responda às perguntas e assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) I – Não; II – AF
  - b) I – Não; II – CB
  - c) I – Não; II – Nulo
  - d) I – Sim; II – FC
  - e) I – Sim; II – AF
7. Considere uma pedra em queda livre e uma criança em um carrossel que gira com velocidade angular constante. Sobre o movimento da pedra e da criança, é correto afirmar que
- a) a aceleração da pedra varia e a criança gira com aceleração nula.
  - b) a pedra cai com aceleração nula e a criança gira com aceleração constante.
  - c) ambas sofrem acelerações de módulos constantes.
  - d) a aceleração em ambas é zero.
  - e) A aceleração dos dois variam.

8. Um ônibus percorre em 30 minutos as ruas de um bairro, de A até B, como mostra a figura:



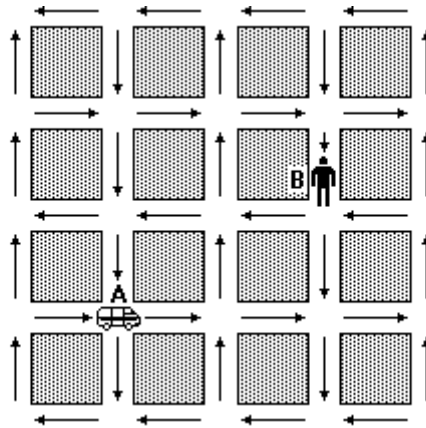
Considerando a distância entre duas ruas paralelas consecutivas igual a 100 m, analise as afirmações:

- I. A velocidade vetorial média nesse percurso tem módulo 1 km/h.
- II. O ônibus percorre 1500 m entre os pontos A e B.
- III. O módulo do vetor deslocamento é 500 m.
- IV. A velocidade vetorial média do ônibus entre A e B tem módulo 3 km/h.

Estão corretas:

- a) I e III.
- b) I e IV.
- c) III e IV.
- d) I e II.
- e) II e III.

9. A figura a seguir representa um mapa da cidade de Vectoria o qual indica a direção das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra desta cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro de outra rua). Uma ambulância localizada em A precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em B, sem andar na contramão.



O menor tempo gasto (em minutos) no percurso de A para B e o módulo do vetor velocidade média (em km/h) é, respectivamente:

- a) 3 min e 10 km/h
  - b) 5 min e 20 km/h
  - c) 5 min e 10 km/h
  - d) 3 min e 20 km/h
  - e) 6 min e 10 km/h
10. Um avião sai de um mergulho percorrendo um arco de circunferência de 300 m. Sabendo-se que sua aceleração centrípeta no ponto mais a baixo do arco vale  $8,33 \text{ m/s}^2$ , conclui-se que sua velocidade, nesse ponto, é:
- a) 8,33 m/s na direção horizontal.
  - b)  $1,80 \times 10^2 \text{ km/h}$  na direção horizontal.
  - c)  $1,80 \times 10^2 \text{ km/h}$  na direção vertical.
  - d)  $2,50 \times 10^3 \text{ m/s}$  na direção horizontal.
  - e)  $2,50 \times 10^3 \text{ m/s}$  na direção vertical.



Gabarito

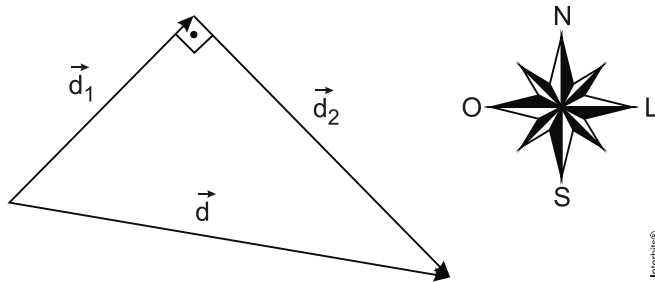
1. A

Todo movimento circular contém uma componente centrípeta voltada para o centro da circunferência de módulo não nulo.

2. E

Dados:  $d_1 = 120 \text{ km}$ ;  $d_2 = 160 \text{ km}$ ;  $\Delta t = 1/4 \text{ h}$ .

A figura ilustra os dois deslocamentos e o deslocamento resultante.



Aplicando Pitágoras:

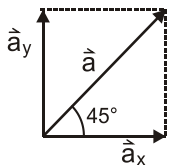
$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow d^2 = 120^2 + 160^2 = 14.400 + 25.600 = 40.000 \Rightarrow d = \sqrt{40.000} \Rightarrow d = 200 \text{ km}.$$

O módulo da velocidade vetorial média é:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{200}{1/4} \Rightarrow 200(4) \Rightarrow |\vec{v}_m| = 800 \text{ km/h}.$$

3. A

Como se pode observar na figura a seguir, se a aceleração é inclinada de  $45^\circ$ , as suas componentes vertical e horizontal têm mesma intensidade.



Portanto:  $a_y = a_x = 6 \text{ m/s}^2$ .

$$\text{Ou ainda: } \tan 45^\circ = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow 1 = \frac{a_y}{6} \Rightarrow a_y = 6 \text{ m/s}^2.$$

4. B

$$\frac{V_m}{|\vec{V}_m|} = \frac{6L/T}{4L/T} \Rightarrow \frac{V_m}{|\vec{V}_m|} = \frac{3}{2}$$

5. A

Aqui temos uma soma vetorial em que para determinarmos o vetor resultante, utilizamos a regra do polígono da seguinte forma:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c}$$

Logo, isolando o vetor  $\vec{d}$  da equação, temos a resposta:

$$\vec{d} = \vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$$

6. E

I. Sim. Por exemplo, duas possibilidades de caminho começando por A e terminando em F :

AFDEFCBAF ou AFCBACDEF.

II. O deslocamento é dado pelo vetor AF.

7. C

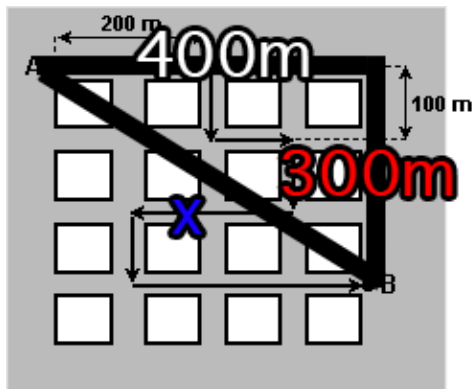
A pedra sofre aceleração tangencial ( $a_T$ ) de módulo igual a aceleração da gravidade.

Se o raio da trajetória é  $r$  e o movimento é uniforme com velocidade angular constante, a criança sofre aceleração centrípeta ( $a_C$ ) de módulo constante.

$$\begin{cases} \text{Pedra: } |\vec{a}_T| = g. \\ \text{Criança: } |\vec{a}_C| = \omega^2 r. \end{cases}$$

8. A

Para calcular a velocidade vetorial média, precisamos calcular o deslocamento, iremos fazer isso por Pitágoras.



$$x^2 = 300^2 + 400^2$$

$$x = 500$$

$$30 \text{ min} = 0,5h$$

$$V_m = \text{Tempo/Deslocamento}$$

$$V_m = \frac{0,5}{0,5} = 1km/h$$

9. A

$$vm = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$18 = \frac{0,9}{t}$$

$$t = 3 \text{ min}$$

$$|\overrightarrow{vm}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$$

$$|\overrightarrow{vm}| = \frac{0,5}{0,05} = 10 \text{ km/h}$$

10. B

$$a_c = \frac{V^2}{R} \rightarrow 8,33 = \frac{V^2}{300} \rightarrow V^2 \cong 2500$$

$$V \cong 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h} \text{ HORIZONTAL}$$