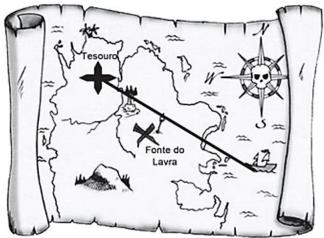


# Exercícios de grandezas proporcionais e escala

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

### Exercícios

1. Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real. Certo mapa tem escala 1 : 58 000 000.



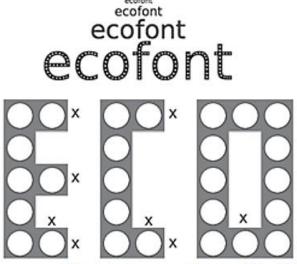
Disponível em: http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br. Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm. A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é:

- a) 4 408.
- **b)** 7 632.
- **c)** 44 080.
- **d)** 76 316.
- **e)** 440 800.
- 2. Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1 000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1 000; e a prata 925 é constituída de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1 000. Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia. Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?
  - a) 29,25 e 0,75
  - **b)** 28,75 e 1,25
  - **c)** 28,50 e 1,50
  - **d)** 27,75 e 2,25
  - **e)** 25,00 e 5,00



**3.** A Ecofont possui design baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras

formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio  $r=\frac{x}{3}$  . Para que a área a ser pintada

seja reduzida a  $\frac{16}{16}$  da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte.

Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção. Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será:

- **a)** 64.
- **b)** 48.
- **c)** 24.
- **d)** 21.
- **e)** 12.



4. Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R\$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente. O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão.

a) 
$$\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$$

**b)** 
$$\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$$

c) 
$$\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$$

d) 
$$\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$$

e) 
$$\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$$

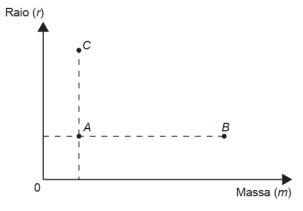
- 5. Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras. Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?
  - **a)** 36
  - **b)** 33
  - **c)** 27
  - **d)** 24
  - **e)** 21



**6.** De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio r da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto (m; r) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente. As intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  expressas no gráfico satisfazem a relação:

- $a) F_C = F_A < F_B$
- $\mathbf{b)} \quad F_A = F_B < F_C$
- $\mathbf{c)} \quad F_A < F_B < F_C$
- $\mathbf{d)} \quad F_A < F_C < F_B$
- $e) F_C < F_A < F_B$
- 7. Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1 : X. Os valores possíveis para X são, apenas,
  - **a)** X > 1 500.
  - **b)** X < 3 000.
  - **c)** 1 500 < X < 2 250.
  - **d)** 1 500 < X < 3 000.
  - e) 2250 < X < 3000.



- **8.** Numa atividade de treinamento realizada no Exército de um determinado país, três equipes Alpha, Beta e Gama foram designadas a percorrer diferentes caminhos, todos com os mesmos pontos de partida e de chegada.
  - A equipe Alpha realizou seu percurso em 90 minutos com uma velocidade média de 6,0 km/h.
  - A equipe Beta também percorreu sua trajetória em 90 minutos, mas sua velocidade média foi de 5,0 km/h.
  - Com uma velocidade média de 6,5 km/h, a equipe Gama concluiu seu caminho em 60 minutos.

Com base nesses dados, foram comparadas as distâncias  $d_{\textit{Beta}}$ ,  $d_{\textit{Alpha}}$  e  $d_{\textit{Gama}}$  percorridas pelas três equipes. A ordem das distâncias percorridas pelas equipes Alpha, Beta e Gama é

$$\mathbf{a)} \quad d_{\mathit{Gama}} < d_{\mathit{Beta}} < d_{\mathit{Alpha}}$$

**b)** 
$$d_{Alpha} = d_{Beta} < d_{Gama}$$

$$\mathbf{c)} \quad d_{Gama} < d_{Beta} = d_{Alpha}$$

**d)** 
$$d_{Beta} < d_{Alpha} < d_{Gama}$$

$$e) \quad d_{Gama} < d_{Alpha} < d_{Beta}$$

- 9. Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm. Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de
  - a) 1:250.
  - **b)** 1:2500.
  - **c)** 1:25000.
  - **d)** 1:250000.
  - e) 1:25000000.



**10.** A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e 6 m de altura.

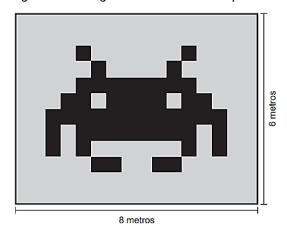


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2

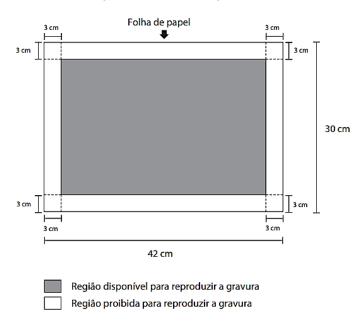


Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.

PRADO, A. C. Superinteressante, ed. 301, fev. 2012 (adaptado).

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é

- **a)** 1:3
- **b)** 1:4
- **c)** 1:20
- **d)** 1:25
- **e)** 1:32



## Gabarito

#### 1. A

Se  $\ell$  é a medida real do segmento, então

$$\frac{1}{58000000} = \frac{7.6}{\ell} \iff \ell = 440800000 \text{ cm} = 4408 \text{ km}.$$

### 2. E

Em 40 gramas de prata 950 temos  $40 \cdot \frac{950}{1000} = 38 \, \text{g}$  de prata pura e  $40 - 38 = 2 \, \text{g}$  de cobre. Logo, a resposta é  $38 - 10 \cdot \frac{925}{1000} = 28,75 \, \text{g}$  de prata pura e  $30 - 28,75 = 1,25 \, \text{g}$  de cobre.

#### 3. B

Desde que a razão entre as áreas corresponde ao quadrado da razão de semelhança linear, k, temos  $k^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow k = \frac{1}{4}$ .

Portanto, segue que a fonte deve ser reduzida para o tamanho  $\frac{1}{4} \cdot 192 = 48$ .

### 4. A

Se o número de anúncios na rádio é igual a  $\frac{X}{120}$ , e o número, em milhares, de panfletos produzidos e distribuídos é  $\frac{Y}{180}$ , então a resposta é

$$\frac{X}{120} \cdot 1500 + \frac{Y}{180} \cdot 1000 = \frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$$

#### 5. B

Sejam  $p_1$  e  $p_2$ , respectivamente, a produtividade da área de 120 hectares e a produtividade da área de 40 hectares, com  $p_2 = 2,5 \cdot p_1$ . Logo, sendo  $q_1$  e  $q_2$ , respectivamente, a produção da área de 120 hectares e a produção da área de 40 hectares, temos  $q_1 = 120 \cdot p_1$  e  $q_2 = 40 \cdot p_2 = 100 \cdot p_1$ .

A produção total antes da aquisição é dada por  $q_1 + q_2 = 120 \cdot p_1 + 100 \cdot p_1 = 220 \cdot p_1$ .

Portanto, sofrendo um aumento de 15%, a produção passará a ser  $1,15 \cdot 220 \cdot p_1 = 253 \cdot p_1$ . Em consequência, se x é o resultado procurado, então

$$(120 + x) \cdot p_1 + 100 \cdot p_1 = 253 \cdot p_1 \Rightarrow 120 + x + 100 = 253$$
  
  $\Rightarrow x = 33 \text{ ha}.$ 

#### 6. E

 $\begin{aligned} &\text{Sejam A} = (m_A, r_A), B = (m_B, r_B) \ \text{e C} = (m_C, r_C). \ \text{Logo, sendo} \ m_A = m_C < m_B \ \text{e r}_A = r_B < r_C, \ \text{temos} \\ &\frac{km_C}{r_C^2} < \frac{km_A}{r_A^2} < \frac{km_B}{r_B^2} \Leftrightarrow F_C < F_A < F_B. \end{aligned}$ 



7. C

Sendo 15 m = 1500 cm e 90 m = 9000 cm, temos

$$\frac{1}{X} \cdot 9000 > 4 \Leftrightarrow X < 2250.$$

е

$$\frac{1}{2} < 1500 \cdot \frac{1}{X} < 1 \Leftrightarrow 1500 < X < 3000.$$

Portanto, das duas condições, segue que 1500 < X < 2250.

8. A

Tem-se que

$$d_{Alpha} = 6 \cdot \frac{90}{60} = 9 \text{km};$$

$$d_{Beta} = 5 \cdot \frac{90}{60} = 7,5 \text{km}$$

e

$$d_{Gama} = 6, 5 \cdot \frac{60}{60} = 6, 5 \, km.$$

 $\label{eq:embedding} \mbox{Em consequência, vem } \mbox{ $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$}.$ 

9. E

O mapa observado pelo estudante está na escala de:

8 cm/2 000 km = 8 cm/ 200 000 000 cm = 1/ 25 000 000 = 1 : 25 000 000

10. D

A figura possui dimensões  $800 \, \text{cm} \times 600 \, \text{cm}$  e a folha possui dimensões  $36 \, \text{cm} \times 24 \, \text{cm}$ , portanto, fazendo a razão entre os lados temos que 800/36 é aproximadamente 22 e 600/24 = 25.

Assim, a gravura ocupará o máximo possível da folha de papel se for desenhada na escala 1 : 25.