

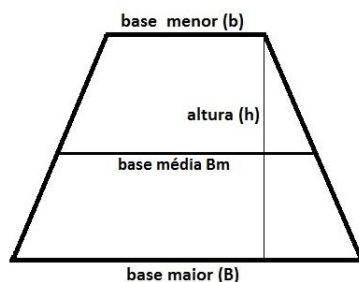
Quadriláteros notáveis: trapézio (definição e área)

Resumo

Já conhecemos os paralelogramos, agora falta conhecer os trapézios!

Trapézio

É um quadrilátero que possui apenas um par de lados opostos paralelos, que são chamados bases.



A base média de um trapézio é o seguimento de reta que liga os pontos médios dos lados não paralelos. Sua medida é calculada através da semi-soma de suas bases, ou seja,

$$B_m = \frac{B + b}{2}$$

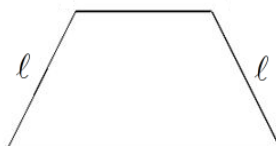
Área:

$$S = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h = B_m \cdot h$$

Existem 3 tipos de trapézios:

Trapézio isósceles

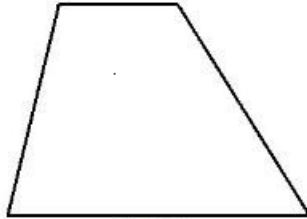
É aquele cujos lados não paralelos são congruentes.



Obs.: Os ângulos da base e as diagonais também são congruentes.

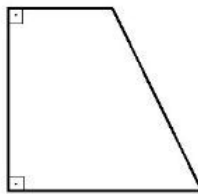
Trapézio escaleno

É aquele cujos lados não paralelos têm comprimentos distintos.



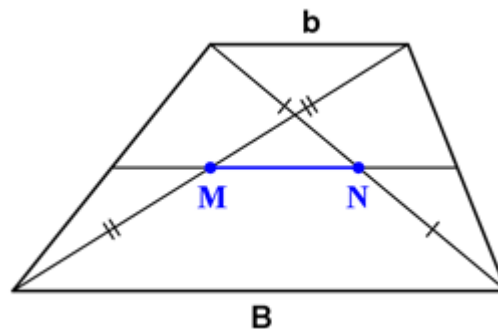
Trapézio retângulo

É aquele em que a altura é o próprio lado.



Mediana de Euler

Mediana de Euler é o segmento que une os pontos médios das diagonais de um trapézio e fica localizada sobre sua base média, conforme é mostrado no desenho:



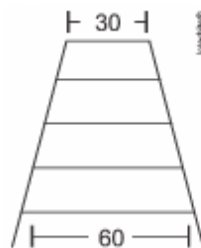
Ela é expressa pela fórmula $\frac{B-b}{2}$

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. A respeito da definição e dos elementos de um trapézio, assinale a alternativa correta:
 - a) Trapézios são quadriláteros que possuem dois pares de lados paralelos.
 - b) Trapézios são figuras planas formadas por quatro lados e um par de lados adjacentes paralelos.
 - c) Todo trapézio possui diagonais congruentes.
 - d) Trapézios são quadriláteros que possuem um par de lados opostos paralelos.

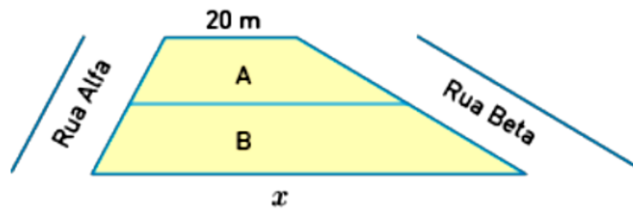
2. Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 5 degraus, de forma que o mais baixo e o mais alto tenham larguras respectivamente iguais a 60 cm e a 30 cm, conforme a figura.



Os degraus serão obtidos cortando-se uma peça linear de madeira cujo comprimento mínimo, em cm, deve ser:

- a) 144
 - b) 180
 - c) 210
 - d) 225
 - e) 240
-
3. Sabendo-se que, em um trapézio, a soma da base média com a mediana de Euler é igual a 12 cm e que a razão entre as bases do trapézio é 2, a base menor desse trapézio mede:
 - a) 5 cm
 - b) 6 cm
 - c) 7 cm
 - d) 8 cm
 - e) 9 cm

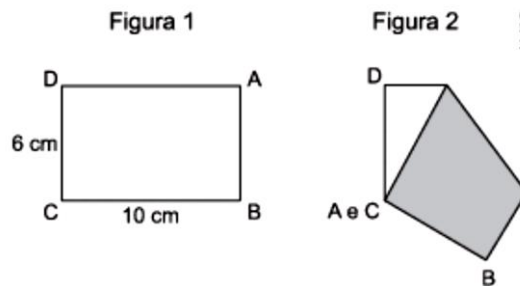
4. Dois terrenos, A e B, ambos com a forma de trapézio, têm as frentes de mesmo comprimento voltadas para a Rua Alfa. Os fundos dos dois terrenos estão voltados para a Rua Beta. Observe o esquema:



As áreas de A e B são, respectivamente, proporcionais a 1 e 2, e a lateral menor do terreno A mede 20 m.

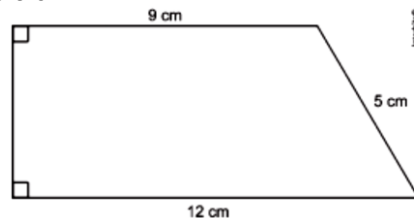
Calcule o comprimento x , em metros, da lateral maior do terreno B.

5. Os lados de uma folha retangular ABCD de papel medem 10 cm e 6 cm, como indica a figura 1. Essa folha, que é branca de um dos lados e cinza do outro, será dobrada perfeitamente de tal forma que o vértice A irá coincidir com o vértice C, como mostra a figura 2.



A área do trapézio cinza indicado na figura 2, em cm^2 , é igual a

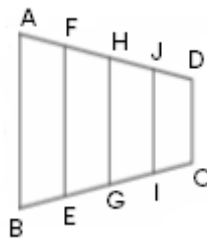
- a) 23
 - b) 30
 - c) 25
 - d) 40
 - e) 45
6. Na figura abaixo, temos um trapézio retângulo cujas bases medem 9 cm e 12 cm e cujo lado não perpendicular às bases mede 5 cm.



Qual é o perímetro, em cm, desse trapézio?

- a) 26
- b) 29
- c) 30
- d) 31
- e) 48

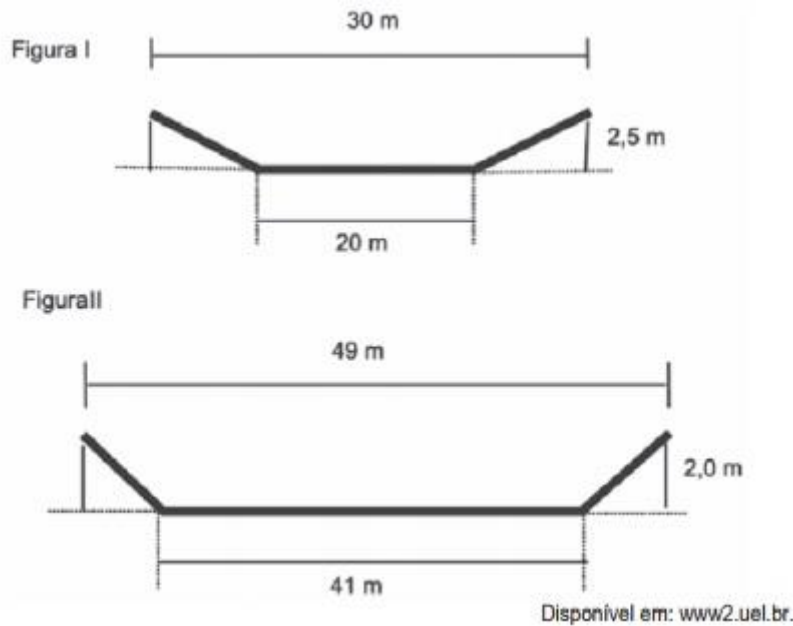
7. Sabendo que as diagonais de um trapézio medem $7x - 125$ e $4x + 43$, qual é o valor de x para que esse trapézio seja isósceles?
- 56
 - 128
 - 168
 - 199
 - 256
8. Sejam A, B, C e D os vértices de um trapézio isósceles. Os ângulos A e B ambos agudos são os ângulos da base desse trapézio, enquanto que os ângulos C e D são ambos obtusos e medem cada um, o dobro da medida de cada ângulo agudo desse trapézio. Sabe-se ainda que a diagonal \overline{AC} é perpendicular ao lado \overline{BC} . Sendo a medida do lado \overline{AB} igual a 10 cm , o valor da medida do perímetro do trapézio $ABCD$, em centímetros, é:
- 21
 - 22
 - 23
 - 24
 - 25
9. Em quarteirão no formato de um trapézio na Tijuca, bairro nobre do Rio de Janeiro, a grande quantidade de carros obrigou a prefeitura a criar ruas para melhorar o fluxo de veículos. Essas ruas são representadas abaixo pelos segmentos \overline{BE} , \overline{GH} , \overline{IJ} .



Sabe-se que as ruas são paralelas à base do trapézio $ABCD$ e que os trechos \overline{BE} , \overline{EG} , \overline{GI} e \overline{IC} têm o mesmo tamanho. Calcule as medidas das 3 novas ruas a serem construídas considerando que \overline{AB} e \overline{CD} medem, respectivamente, 500 m e 100 m .

10. A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas para controlar o fluxo de água. Uma dessas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, tem as medidas especificadas na figura I. Neste caso, a vazão da água é de $1.050 \text{ m}^3/\text{s}$. O cálculo da vazão, Q em m^3/s , envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m^2 , pela velocidade da água no local, v , em m/s , ou seja, $Q = Av$.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual a vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

- a) $90 \text{ m}^3/\text{s}$.
- b) $750 \text{ m}^3/\text{s}$.
- c) $1.050 \text{ m}^3/\text{s}$.
- d) $1.512 \text{ m}^3/\text{s}$.
- e) $2.009 \text{ m}^3/\text{s}$.

Gabarito

1. D

a) Incorreta!

Os trapézios são quadriláteros que possuem um par de lados opostos paralelos.

b) Incorreta!

Os trapézios não possuem um par de lados adjacentes paralelos, mas, sim, um par de lados opostos paralelos.

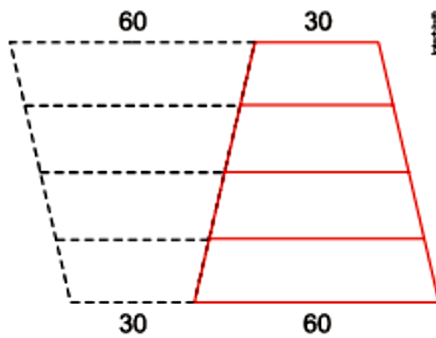
c) Incorreta!

Apenas os trapézios isósceles possuem diagonais congruentes.

d) Correta!

2. D

Duplicando a figura dada, como na figura a seguir, podemos observar 5 degraus de 90 cm cada.



Logo a soma dos comprimentos dos degraus da escada é $\frac{5 \cdot 90}{2} = 225$ cm.

Portanto, será necessária uma peça linear de no mínimo 225 cm.

3. B

Segundo os dados do enunciado, temos:

$$\frac{B+b}{2} + \frac{B-b}{2} = 12$$

$$\frac{B+b+B-b}{2} = 12 \Leftrightarrow \frac{2B}{2} = 12 \Leftrightarrow B = 12 \text{ cm}$$

Como a razão entre as bases é 2, temos que a base maior é o dobro da base menor, ou seja, $b = 6$ cm.

4. Os trapézios A e B estão unidos por uma base comum, formando um trapézio maior. Como as laterais de A e B possuem mesmo comprimento, essa base comum corresponde à base média, de medida M, do trapézio maior. Assim:

$$M = \frac{20 + x}{2}$$

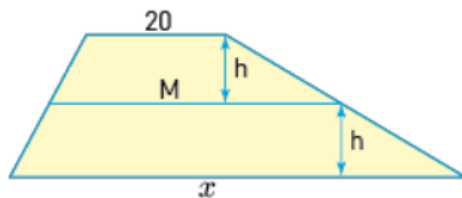
$$M = 10 + \frac{x}{2} \quad (\text{equação da base média})$$

As áreas dos trapézios A e B são, respectivamente, iguais a:

$$S_A = \frac{(20 + M) h}{2}$$

$$S_B = \frac{(M + x) h}{2}$$

Sendo h a altura de cada um dos trapézios A e B. Observe a ilustração:



S_A e S_B são, respectivamente, proporcionais a 1 e 2. Logo:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{1}{2}$$

$$S_B = 2 S_A$$

$$\frac{(M + x) h}{2} = 2 \times \frac{(20 + M) h}{2}$$

$$\frac{M + x}{2} = 20 + M$$

$$M + x = 40 + 2M$$

$$M = x - 40$$

Substituindo o valor de M na equação da base média, tem-se:

$$x - 40 = 10 + \frac{x}{2}$$

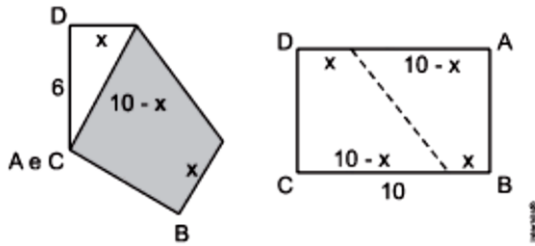
$$x = \frac{x}{2} + 50$$

$$2x = x + 100$$

$$x = 100 \text{ m}$$

5. B

Abrindo-se novamente a folha de papel, tem-se:

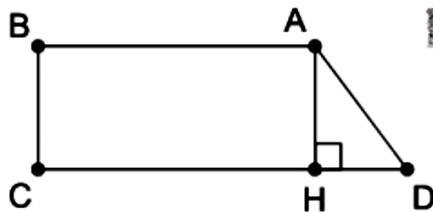


Assim, pode-se escrever:

$$\left. \begin{array}{l} B_{\text{maior}} = 10 - x \\ b_{\text{menor}} = x \\ h = 6 \end{array} \right\} S = \frac{(10 - x + x) \cdot 6}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

6. C

Considere a figura, em que H é o pé da perpendicular baixada de A sobre CD.



Tem-se que $\overline{AB} = \overline{CH} = 9$ cm. Logo, vem $\overline{DH} = \overline{CD} - \overline{CH} = 3$ cm. Portanto, pelo Teorema de Pitágoras aplicado no triângulo ADH, concluímos que $\overline{AH} = \overline{BC} = 4$ cm.

A resposta é $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 9 + 4 + 12 + 5 = 30$ cm.

7. A

Um trapézio isósceles possui diagonais congruentes. Assim, o valor de x que faz com que esse trapézio seja isósceles pode ser encontrado pela equação:

$$7x - 125 = 4x + 43$$

$$7x - 4x = 43 + 125$$

$$3x = 168$$

$$x = \frac{168}{3}$$

$$x = 56$$

8. E

Se ABCD é isósceles, então os ângulos agudos são congruentes, bem como os obtusos. Além disso, A e D são suplementares, o que implica em $\angle A = 60^\circ$. Por outro lado, sendo $AC \perp BC$, e chamando de M o ponto médio de AB, é fácil ver que AMCD e BCM são losangos congruentes. Portanto, o resultado

pedido é $\frac{3}{2} \cdot \overline{AB} + \overline{AB} = 25$ cm.

9. Note que \overline{GH} é a base média do trapézio ABCD. Logo:

$$\overline{GH} = \frac{100 + 500}{2} = 300$$

Além disso, \overline{IJ} é a base média do trapézio CDHG, ou seja:

$$\overline{IJ} = \frac{100 + 300}{2} = 200$$

Por fim, \overline{EF} é a base média do trapézio ABGH e, portanto:

$$\overline{EF} = \frac{300 + 500}{2} = 400$$

10. D

Como a velocidade da água não irá se alterar a razão Q/A , que é igual, a velocidade permanece a mesma.

Calculam-se as áreas dos trapézios das figuras I e II por $(B + b)h/2$.

A área da figura I é $(30+20) \cdot 2,5/2 = 62,5 \text{ m}^2$, e da figura II é $(41+49) \cdot 2/2 = 90$.

Assim, $1050/62,5 = Q/90$

$Q = 1050 \cdot 90/62,5 = 1512 \text{ m}^3/\text{s}$.