Matemática

Exercício sobre sequências

Quer ver esse material pelo Dex? clique aqui

Exercícios

1. Forma-se uma pilha de folhas de papel, em que cada folha tem 0,1 mm de espessura. A pilha é formada da seguinte maneira: coloca-se uma folha na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houverem sido colocadas anteriormente. Depois de 33 dessas operações, a altura da pilha terá a ordem de grandeza.

a) da altura de um poste.

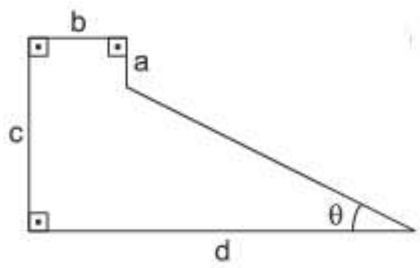
b) da altura de um prédio de 30 andares.

c) do comprimento da Av. Paulista.

d) da distância da cidade de São Paulo (SP) à cidade do Rio de Janeiro (RJ).

e) do diâmetro da Terra.

2. A figura a seguir exibe um pentágono em que quatro lados consecutivos têm comprimentos a, b, c e d.



Se a sequência (a, b, c, d) é uma progressão geométrica de razão q > 1, então tan θ é igual a

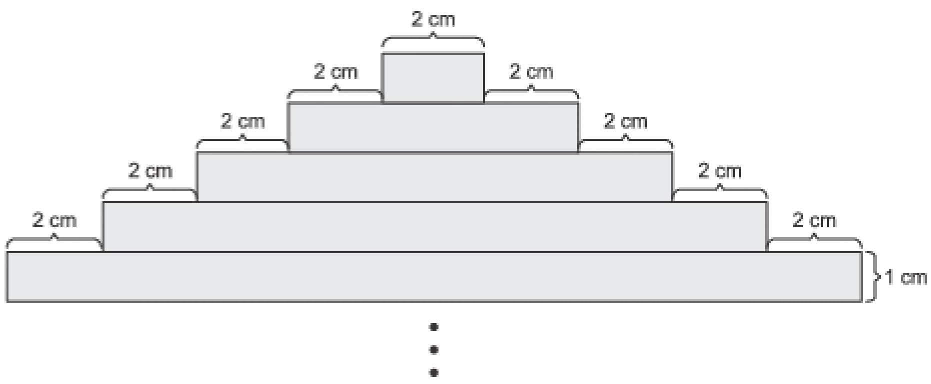
a) 1/q

b) q

c) q^2

d) $\sqrt{q}$

3. A figura mostra cinco retângulos justapostos de uma sequência. Todos os retângulos possuem mesma altura igual a 1 cm.



Sabendo que 1m² equivale a 10000 cm² e que a sequência é constituída por 100 retângulos, a figura formada tem área igual a:

a) 2,5 m²

b) 4 m²

c) 5 m²

d) 2 m²

e) 4,5 m²

4. O vigésimo termo da PA (x, 3+x, 2x+1,..) é igual a:

a) 56

b) 62

c) 69

d) 74

e) 81

5. Em um grupo de 10 crianças, certo número de bombons foi distribuído para cada uma, em uma progressão aritmética crescente, da criança de menor estatura para a de maior estatura. se colocarmos as crianças nessa ordem, perceberemos que a terceira criança ganhou 7 bombons e a oitava ganhou 17. Quantos bombons foram distribuídos?

a) 100

b) 110

c) 120

d) 130

e) 140

6. A sequência $(a_1, a_2, a_3, ...)$ é uma progressão aritmética de razão 3 e a sequência $(b_1, b_2, b_3, ...)$ é uma progressão geométrica crescente. Sabendo que $a_2 = b_3$, $a_{10} = b_5$ e $a_{42} = b_7$, o valor de $b_4 - a_4$ é

a) 2

b) 0

c) 1

d) -1

7. O quadro numérico abaixo, ordenado crescentemente da esquerda para a direita e de cima para baixo, construído seguindo uma lógica estrutural, tem 50 linhas e 50 colunas, portanto, possui 2500 posições.

1ª linha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	50
2ª linha	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	...	100
3ª linha	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	...	150
4ª linha	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	...	200
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮

Se n é o número de posições onde estão colocados múltiplos de 17, então n é igual a:

a) 204

b) 220

c) 196

d) 212

8. Em uma escola, as turmas de ensino médio totalizam 231 estudantes. Para uma atividade festiva na escola, todos esses estudantes foram dispostos em filas, obedecendo à seguinte disposição: 1 estudante na primeira fila, 2 estudantes na segunda fila, 3 estudantes na terceira fila, e assim sucessivamente. O número de filas que foram formadas com todos os estudantes é

a) 19.

b) 21.

c) 22.

d) 23.

e) 25.

9. Um leão avista uma presa a 38 metros. No instante em que o leão inicia a perseguição, a presa inicia a fuga. Na mesma linha reta e no mesmo sentido, ambos percorrem as seguintes distâncias, em metros:

	1º segundo	2º segundo	3º segundo	4º segundo
Leão	2,0	2,3	2,6	2,9
Presa	2,0	2,1	2,2	2,3

Admitindo que o padrão de aumento das distâncias percorridas a cada segundo não se altera e desprezando as dimensões dos dois animais, o leão alcança a presa em n segundos.

O valor de n é igual a:

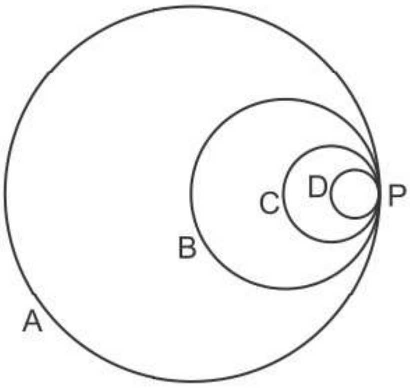
a) 18

b) 19

c) 20

d) 21

10. Considere o padrão de construção representado pelo desenho abaixo.



O disco A tem raio medindo 1. O disco B é tangente ao disco A no ponto P e passa pelo centro do disco A. O disco C é tangente ao disco B no ponto P e passa pelo centro do disco B. O disco D é tangente ao disco C no ponto P e passa pelo centro do disco C. O processo de construção dos discos é repetido infinitamente. Considerando a sucessão infinita de discos, a soma das áreas dos discos é

a) $\frac{\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{2\pi}{3}$

d) π

e) $\frac{4\pi}{3}$

Gabarito

1. D

O número de folhas na pilha, após n operações, constitui a progressão geométrica $(1, 2, 4, 8, 16, \ldots, 2^{n-1}, \ldots)$. Logo, tomando a aproximação $2^{10} \cong 10^3$, após 33 operações, segue que a altura da pilha será igual a

$$\begin{aligned} 2^{32} \cdot 10^{-1} &= 2^2 \cdot 2^{30} \cdot 10^{-1} \\ &= 4 \cdot (2^{10})^3 \cdot 10^{-1} \\ &\cong 4 \cdot (10^3)^3 \cdot 10^{-1} \\ &\cong 4 \cdot 10^8 \text{ mm} \\ &\cong 400\text{km}. \end{aligned}$$

Tal altura é da ordem de grandeza da distância da cidade de São Paulo à cidade do Rio de Janeiro.

2. A

Tem-se que
$(a, b, c, d) = (a, aq, aq^2, aq^3)$.

Logo, vem

$$\begin{aligned} \text{tg}\theta &= \frac{c-a}{d-b} \\ &= \frac{aq^2 - a}{aq^3 - aq} \\ &= \frac{a(q^2-1)}{aq(q^2-1)} \\ &= \frac{1}{q}. \end{aligned}$$

3. D

As áreas dos retângulos constituem a sequência (2, 6, 10, 14, ...), ou seja, uma progressão aritmética de primeiro termo 2 e razão 4. Logo, a resposta será:

$$\left(\frac{2 \cdot 2 + 99 \cdot 4}{2}\right) \cdot 100 = 20000\,\text{cm}^2 = 2\,\text{m}^2.$$

4. B

Da PA $(x, x+3, 2x+1, \dots)$, temos:

$2\cdot(3+x) = x+2x+1$

$6+2x = 3x+1$

$x = 5$

Assim, temos:

PA $(5, 8, 11, \dots)$; razão: $r = 3$.

$a_{20} = 5+19\cdot 3$

$a_{20} = 62$

5. C

Considere a seguinte situação:

Sabendo que: $a_{10} = a_1 + 9r$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2r \\ a_8 = a_1 + 7r \end{cases} \Rightarrow a_3 + a_8 = 2\cdot a_1 + 9r \Rightarrow 7+17 = 2\cdot a_1 + 9r \Rightarrow 24 = a_1 + a_{10}$$

Logo,

$$S = \frac{(a_1 + a_{10})\times n}{2} = \frac{24\times 10}{2} = 120$$

6. A

$b_3 = a_2 = a_1 + 3$

$\vdots$

$b_5 = a_{10} = a_1 + 9\cdot 3 = a_1 + 27$

$b_7 = a_{42} = a_1 + 41\cdot 3 = a_1 + 123$

Utilizando a propriedade da PG, temos:

$(b_5)^2 = b_3 - b_7 \Rightarrow (a_1+27)^2 = (a_1+3)\cdot(a_1+123) \Rightarrow 72a_1 = 360 \Rightarrow a_1 = 5$

Portanto,

PA $(5, 8, 11, 14, \dots)$ e PG $(2, 4, 8, 16, 32, \dots)$

Logo,

$b_4 - a_4 = 16 - 14 = 2.$

7. C

Exceto a 17ª e a 34ª linhas, cada uma com 50 múltiplos de 17, todas as outras 48 linhas apresentam 2 múltiplos de 17. Portanto, segue que a resposta é 50 . 2 + 2 . 48 = 196.

8. B

A sequência (1,2,3,...,n) é uma progressão aritmética tal que S = 231 e n é o total de filas formadas com todos os estudantes. Assim,

$$231 = \frac{(1+n)\cdot n}{2}$$
$$2\cdot 231 = n + n^2$$
$$n^2 + n - 462 = 0$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 1\cdot(-462)}}{2\cdot 1}$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1849}}{2}$$
$$n = \frac{-1 \pm 43}{2}$$

Como $n > 0$,
$$n = \frac{-1+43}{2}$$
$$n = 21$$

Assim, foram formadas 21 filas com todos os estudantes.

9. C

A diferença entre os espaços percorridos pelo leão e pela presa, a cada segundo, aumenta segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 0 e razão 0,2. Portanto, sendo n um inteiro positivo, temos

$$\frac{(n-1)\cdot 0{,}2}{2}\cdot n = 38 \Leftrightarrow n\cdot(n-1) = 380 \Rightarrow n = 20.$$

10. E

Observe:

Área do círculo maior: $A = \pi\cdot 1^2 = \pi$

O raio do segundo círculo é $\frac{1}{2}$ do raio do primeiro, portanto a segunda área será

$$A_2 = \pi\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}.$$

A sequência das infinitas áreas é uma P.G. de razão $q = \frac{1}{4}$.

Daí, a soma dos infinitos termos desta sequência será dada por:

$$S = \frac{\pi}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$