Exercícios sobre Circunferências e Cônicas

Quer ver esse material pelo Dex? clique aqui

Exercícios

1. As retas 2x-y-4=0 e 2x+3y-12=0 interceptam-se no centro de uma circunferência de raio igual a 3. Então podemos dizer que a circunferência:

a) A circunferência possui centro no ponto (2,3).

b) Corta o eixo y em dois pontos.

c) Corta o eixo x em um ponto.

d) É tangente ao eixo x.

e) É tangente ao eixo y.

2. As posições dos pontos A(1,7) e B(7,1) em relação à circunferência de equação $(x-6)^2+(y-2)^2=16$ são. Respectivamente:

a) interna e interna

b) interna e externa

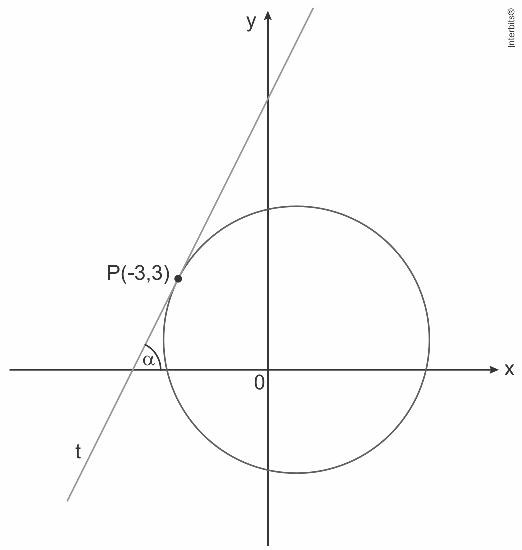
c) externa e interna

d) externa e externa

e) pertencem.

3. Na figura, estão representados, num referencial $x\ y$:

- uma circunferência cuja equação cartesiana é dada por
$(x-1)^2+(y-1)^2=20$;
- a reta t, tangente à circunferência no ponto de coordenadas $(-3\ ,3)$;
- o ângulo α, cujo lado origem é o semieixo positivo x e o lado extremidade é a reta t.



O valor da $tan\ \ \alpha$ é:

a) $\frac{1}{2}$

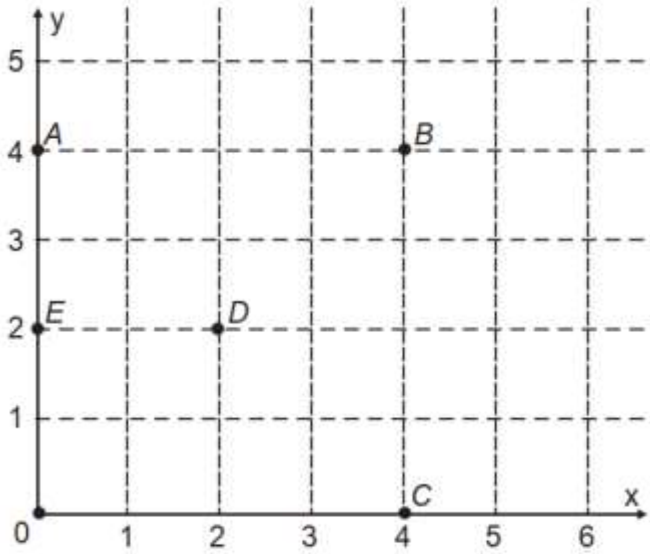
b) $-\frac{1}{2}$

c) -2

d) 2

e) 1

4. Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.
Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A(0; 4), B(4; 4), C(4; 0), D(2; 2) e E(0; 2).



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

a) x = 0

b) y = 0

c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

e) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

5. No plano cartesiano, considere a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ e a parábola de equação $3x^2 - y + 1 = 0$. Essas duas curvas se interceptam em

a) um ponto.

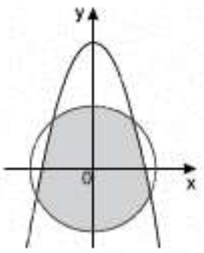
b) dois pontos.

c) três pontos.

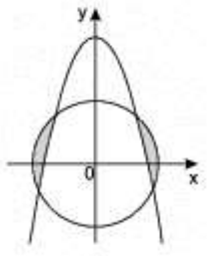
d) quatro pontos.

e) cinco pontos.

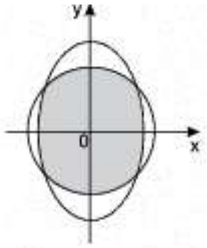
6. A solução gráfica do sistema de inequações $\begin{cases} 3x^2 + y^2 \leq 2 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$ é a região sombreada em:



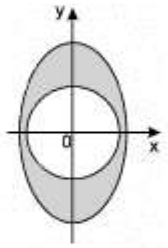
a)



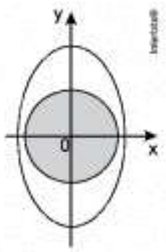
b)



c)



d)



e)

7. A expressão$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ descreve a equação de um(a):

a) Hipérbole.

b) Parábola.

c) Elipse.

d) Circunferência.

e) Reta.

8. Sobre a curva $9x^2 + 25y^2 - 36x + 50y - 164 = 0$, assinale a alternativa correta.

a) Seu centro é (-2, 1).

b) A medida do seu eixo maior é 25.

c) A medida do seu eixo menor é 9.

d) A distância focal é 4.

e) Sua excentricidade é 0,8.

9. Para cada número real a, analise as proposições a seguir, referentes à representação geométrica da equação $x^2 + ay^2 + 2x - 2ay = 0$ em um sistema de coordenadas cartesianas xOy.

I. Se a=1, a equação representa uma circunferência.

II. Se a=0, a equação representa uma reta.

III. Se a=3, a equação representa uma hipérbole.

IV. Se a=-2, a equação representa uma elipse.

V. Se a=-1, a equação representa a união de duas retas.

Quais afirmações estão corretas?

a) Apenas a I.

b) I e III.

c) Apenas a V.

d) I, II e IV.

e) I e V.

10. Uma reta r é paralela ao eixo x e contém a interseção das parábolas $y=(x-1)^2$ e $y=(x-5)^2$.
A equação de r é:

a) x = 3

b) y = 4

c) y = 3x

d) x = 4y

e) y = x/3

Gabarito

1. E

Calculando as coordenadas do centro da circunferência, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} y+4=-3y+12 \rightarrow 4y=8 \rightarrow y=2 \\ 2x-2-4=0 \rightarrow 2x=6 \rightarrow x=3 \end{array}\right\rangle \rightarrow \text{Centro Circunferência } (3,2)$$

Sabendo-se as coordenadas do centro e o raio, é possível desenhar a circunferência no plano cartesiano. Esta tangencia o eixo y e corta o eixo x em dois pontos. Logo, a alternativa correta é a letra [E].

2. C

Seja $f(x, y) = (x-6)^2 + (y-2)^2 - 16.$ Logo, temos

$$f(1,7) = (1-6)^2 + (7-2)^2 - 16 = 25 + 25 - 16 > 0,$$

implicando em $(1, 7)$ exterior à circunferência, e

$$f(7,1) = (7-6)^2 + (1-2)^2 - 16 = 1 + 1 - 16 < 0,$$

implicando em $(7, 1)$ interior à circunferência.

3. D

Centro da circunferência $\rightarrow C$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 20 \rightarrow C(1,1)$$

$$\text{Reta } \overline{CP} \rightarrow m_{\overline{CP}} = \frac{3-1}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$\overline{CP} \perp t \rightarrow m_t = \text{tg}\,\alpha = -\frac{1}{m_{\overline{CP}}} = 2$$

4. E

Desde que $ABCO$ é um quadrado, e como uma reta passando por A pode atingir no máximo os pontos C e D, podemos concluir que a maior pontuação é obtida com a circunferência de centro em $D = (2, 2)$ e raio $2\sqrt{2}$, ou seja, $(x-2)^2 + (y-2)^2 = (2\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8.$

Tal circunferência passa pelos pontos A, B e $C.$

5. C

Se $y = 3x^2 + 1,$ então

$$\begin{aligned} x^2 + (3x^2+1)^2 - 4(3x^2+1) + 3 &= 9x^4 - 5x^2 \\ &= x^2(9x^2 - 5) \\ &= 9x^2\left(x - \frac{\sqrt{5}}{3}\right)\left(x + \frac{\sqrt{5}}{3}\right). \end{aligned}$$

Portanto, as duas curvas se intersectam em três pontos cujas abscissas são $x = 0,$ $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ e $x = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

6. C

As equações apresentadas representam uma elipse e uma circunferência de raio 1. A solução gráfica de ser a intersecção de duas áreas. Calculando:

$$\left.\begin{array}{l} 3x^2+y^2 \le 2 \Rightarrow \dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2} \le 1 \Rightarrow \text{raio menor} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \\ x^2+y^2 \le 1 \Rightarrow \text{raio} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{3} < 1$$

Assim, a solução gráfica é a região sombreada representada em [C] (eixo menor da elipse é menor que o diâmetro da circunferência).

7. D

$$x^2+y^2-2x-4y+4=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4=-4+5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=1$$

Temos então a equação de uma circunferência com centro no ponto $(1, 2)$ e raio 1.
A melhor opção, entre as apresentadas, é a [D], ou seja, um círculo.

8. E

$$9x^2 + 25y^2 - 36x + 50y - 164 = 0$$

$$9(x^2 - 4x + 4) + 25(y^2 + 2y + 1) = 164 + 36 + 25$$

$$9(x - 2)^2 + 25(y + 1)^2 = 225$$

$$\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$$

Equação de uma elipse com centro no ponto (2, –1), eixo maior igual a 10, eixo menor igual a 6, distância focal igual a 8 e excentricidade e = 4/5 = 0,8.
Portanto, a afirmação [E] é a verdadeira.

9. E

V – F – F – F – V.

Completando os quadrados, obtemos:

$$x^2+ay^2+2x-2ay=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+a(y-1)^2=a+1.$$

Logo, se $a=1$, a equação $(x+1)^2+(y-1)^2=2$ representa uma circunferência; se $a=0$, a equação representa duas retas $(x=0$ e $x=-2)$; se $a=3$, a equação $\dfrac{(x+1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{\frac{4}{3}}=1$ representa uma elipse; se $a=-2$, a equação $\dfrac{(y-1)^2}{\frac{1}{2}}-(x+1)^2=1$ representa uma hipérbole; se $a=-1$, a equação $(x+1)^2-(y-1)^2=0$ representa duas retas $(y=-x$ e $y=x+2)$.

10. B

Ponto de interseção:

$x^2 - 2x + 1 = x^2 - 10x + 25$

$8x = 24$

$x = 3$

$y = (3 - 1)^2 = 4$

Como a reta procurada é paralela ao eixo x, sua equação é $y = 4$.