Equilíbrio de ponto material

Resumo

A palavra equilíbrio, para muitos, remete à ideia de ficar parado. Contudo, o conceito de equilíbrio para uma partícula compreende os equilíbrios estático e dinâmico.

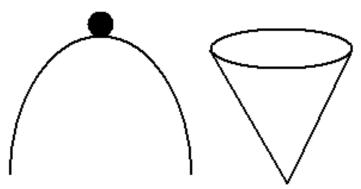
- Equilíbrio estático: a partícula possui resultante das forças nula e está em repouso em relação a um referencial.
- Equilíbrio dinâmico: a partícula possui resultante das forças nula e está em movimento retilíneo uniforme em relação a um referencial.

Há ainda situações em que classificamos o equilíbrio:

-estável: a partícula/objeto retorna a posição de equilíbrio após uma pequena perturbação.

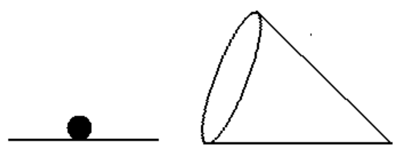
Uma bola no fundo de um poço ou um cone em pé.

-Instável: a partícula/objeto não retorna a posição, afastando-se cada vez mais da posição de equilíbrio.



Uma bola sobre uma elevação ou um cone de cabeça para baixo.

* Indiferente: a partícula/objeto fica em nova situação de equilíbrio em outra posição.



Uma bola sobre uma mesa ou um cone deitado.

Para corpos extensos, como veremos mais adiante, precisaremos analisar os equilíbrios de translação e rotação.

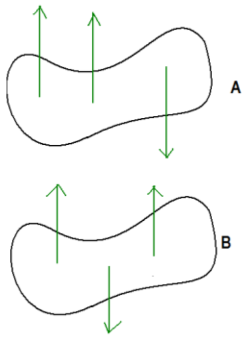
Antes, vamos entender o que é um ponto material e um corpo extenso.

Quando um corpo é suficientemente pequeno tal que não admite rotação é chamado **ponto material** (assim sua dimensão é pequena em relação a outras medidas relevantes).

Quando um corpo admite rotação ele é chamado de **corpo extenso** (sua dimensão é comparável a outras medidas relevantes).

Três forças paralelas e coplanares

Observe as três forças paralelas coplanares que atuam nos corpos abaixo.



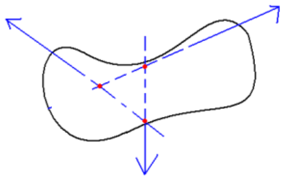
Só há possibilidade de repouso na situação B. Na situação A teremos sempre uma resultante no torque diferente de zero. Então uma condição para que três forças paralelas coplanares produzam repouso é que a força de sentido oposto às outras fique entre elas.

Mas se as forças não são paralelas há um teorema que ajuda a resolver a situação.

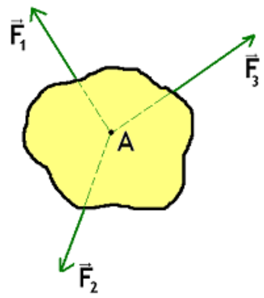
Teorema das três forças (Lamy)

Quando um corpo extenso está em equilíbrio sob a ação de três forças não paralelas, elas são coplanares e suas linhas de ação concorrem necessariamente a um ponto.

Observe que no objeto a seguir as forças convergem para pontos diferentes. Aqui não ocorrerá equilíbrio.



Agora veja este caso abaixo:

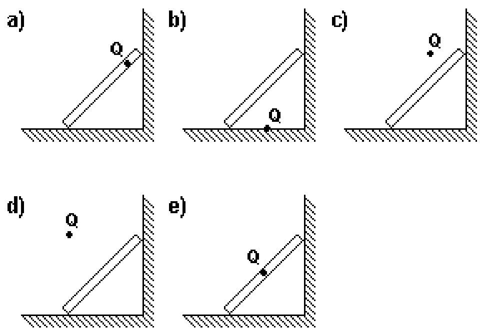


Aqui existirá equilíbrio

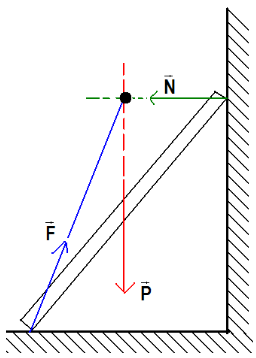
Exercício resolvido:

Uma escada homogênea, apoiada sobre um piso áspero, está encostada numa parede lisa. Para que a escada fique em equilíbrio, as linhas de ação das forças que agem sobre a escada devem convergir para um mesmo ponto Q.

Assinale a opção que ilustra a situação descrita e apresenta o ponto Q mais bem localizado.



Solução:

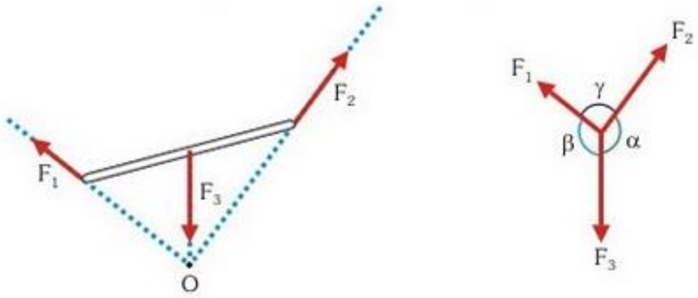


O teorema das três forças resolve a situação. O peso atua no centro da barra. Na parede só há a força normal (sem atrito) e no chão a força também deve apontar para o mesmo ponto de encontro.

Resposta: letra C

Segunda Versão do Teorema de Lamy

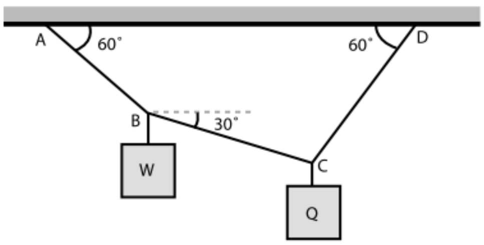
Uma consequência imediata da aplicação da Lei dos Senos ao triângulo de forças é uma generalização do Teorema de Lamy: quando um corpo rígido em equilíbrio se encontra sob a ação de três forças concorrentes, o módulo de cada uma delas é diretamente proporcional ao seno de seu respectivo ângulo oposto.



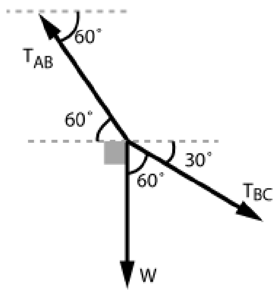
$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}.$$

Exercício resolvido:

Se o sistema mostrado se encontra em equilíbrio, determine Q se W=240N.



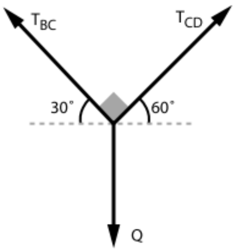
Solução:
No ponto "B":



$$\frac{T_{BC}}{\sin(90^\circ + 60^\circ)} = \frac{W}{\sin 150^\circ}$$

$$T_{BC} = W \therefore T_{BC} = 240\text{N}.$$

No ponto “C”:

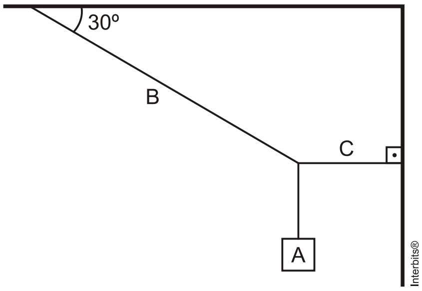


$$\frac{T_{BC}}{\sin 150^{\circ}} = \frac{Q}{\sin 90^{\circ}} \therefore Q = \frac{1 \times 240}{1/2} = 480\text{N}.$$

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

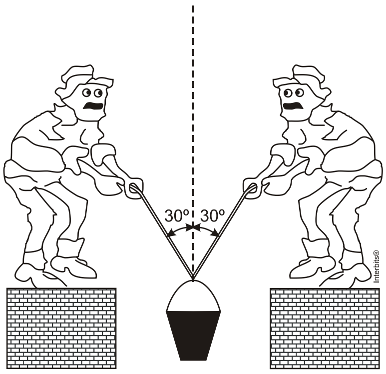
1. Uma caixa A, de peso igual a 300 N, é suspensa por duas cordas B e C conforme a figura abaixo.



O valor da tração na corda B é igual a

a) 150,0 N.
b) 259,8 N.
c) 346,4 N.
d) 600,0 N.

2. Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.

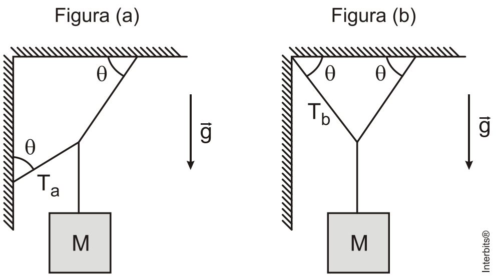


São dados: $\text{sen}\,30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$ e $\text{sen}\,60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso $50\,\text{N}$, e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é $60°$. A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).
Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

a) 50
b) 25
c) c) $\frac{50}{\sqrt{3}}$
d) d) $25\sqrt{2}$
e) 0,0

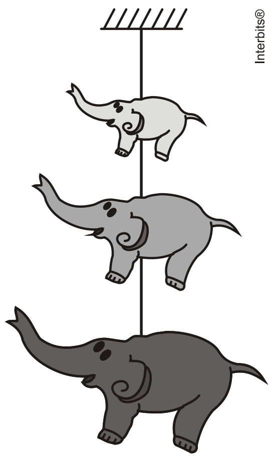
3. Considere que ambos os sistemas mostrados nas Figuras (a) e (b) a seguir estejam em equilíbrio e que as forças de tensão nos fios esquerdos possuam intensidades iguais a T_a e T_b, respectivamente.



Sabendo-se que M = 5,0 kg e que o ângulo θ é igual a 60°, é **CORRETO** afirmar que

a) $T_a = (2)^{1/2}\, T_b$
b) $T_a = (3)^{1/2}\, T_b$
c) $T_a = (5)^{1/2}\, T_b$
d) $T_a = T_b / 2$
e) $T_a = T_b$

4. Um móbile pendurado no teto tem três elefantezinhos presos um ao outro por fios, como mostra a figura. As massas dos elefantes de cima, do meio e de baixo são, respectivamente, 20g, 30g e 70g. Os valores de tensão, em newtons, nos fios superior, médio e inferior são, respectivamente, iguais a



Note e adote: Desconsidere as massas dos fios.
Aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$.

a) 1,2; 1,0; 0,7.
b) 1,2; 0,5; 0,2.
c) 0,7; 0,3; 0,2.
d) 0,2; 0,5; 1,2.
e) 0,2; 0,3; 0,7.

5. Um lustre está pendurado no teto de uma sala por meio de dois fios inextensíveis, de mesmo comprimento e de massas desprezíveis, como mostra a figura 1, onde o ângulo que cada fio faz com a vertical é 30º. As forças de tensão nos fios têm a mesma intensidade.

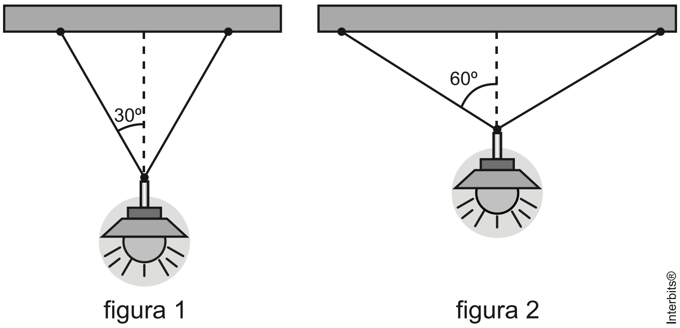
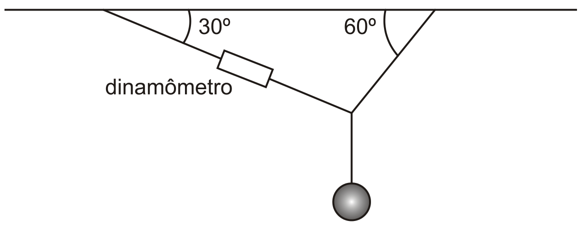


figura 1 figura 2

Considerando cos 30º ≅ 0,87, se a posição do lustre for modificada e os fios forem presos ao teto mais distantes um do outro, de forma que o ângulo que cada um faz com a vertical passe a ser o dobro do original, como mostra a figura 2, a tensão em cada fio será igual a

a) 0,50 do valor original.
b) 1,74 do valor original.
c) 0,86 do valor original.
d) 2,00 do valor original.
e) 3,46 do valor original.

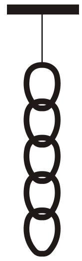
6. Um professor de física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme a figura:



Em um dos fios que sustentava a esfera ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava $10\ \text{N}.$ O peso, em newtons, da esfera pendurada é de

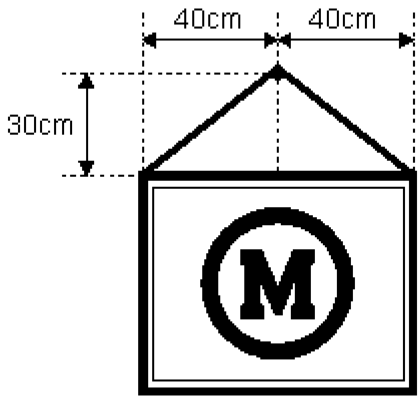
a) $5\sqrt{3}.$
b) $10.$
c) $10\sqrt{3}.$
d) $20.$
e) $20\sqrt{3}.$

7. Uma corrente composta por cinco elos está presa ao teto por meio de um barbante, conforme mostra a figura. A massa de cada elo é de 200 g.



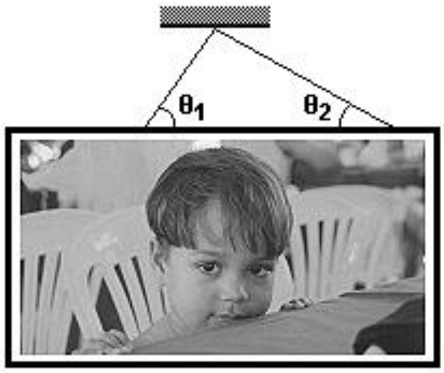
a) Faça um diagrama de forças para o terceiro elo, identificando cada uma das forças que atuam sobre ele.
b) Calcule o módulo de todas as forças que estão atuando nesse terceiro elo.

8. Um quadro, pesando 36,0 N, é suspenso por um fio ideal preso às suas extremidades. Esse fio se apoia em um prego fixo à parede, como mostra a figura. Desprezados os atritos, a força de tração no fio tem intensidade de:



a) 20,0 N
b) 22,5 N
c) 25,0 N
d) 27,5 N
e) 30,0 N

9. Um quadro de massa m = 6,0 kg se encontra em equilíbrio pendurado ao teto pelos fios 1 e 2, que fazem com a horizontal os ângulos $\theta_1 = 60^\circ$ e $\theta_2 = 30^\circ$, conforme a figura.



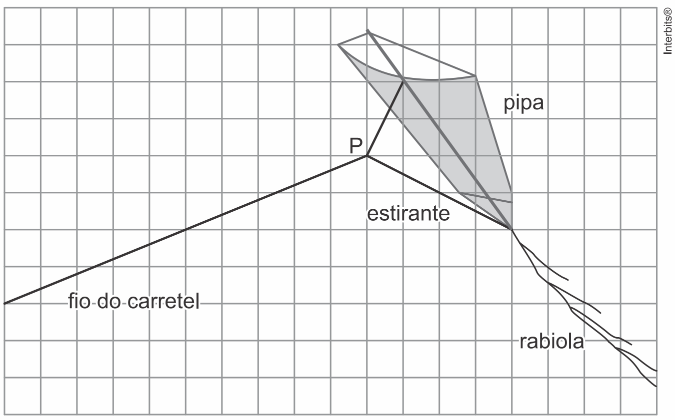
sc

Adotando $g=10m/s^2$, calcule as trações nos fios 1 e 2.
Dados:

$sen30^\circ = cos60^\circ = \frac{1}{2}$, $cos30^\circ = sen60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. Há muitos conceitos físicos no ato de empinar pipas. Talvez por isso essa brincadeira seja tão divertida.

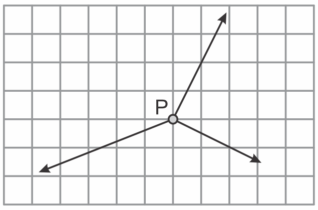
Uma questão física importante para que uma pipa ganhe altura está na escolha certa do ponto em que a linha do carretel é amarrada ao estirante (ponto P), conforme a figura.

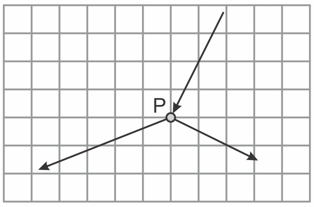


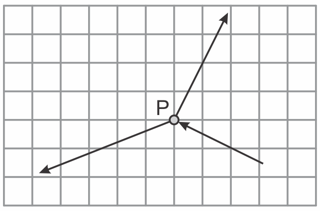
Na figura, a malha quadriculada coincide com o plano que contém a linha, o estirante e a vareta maior da pipa.

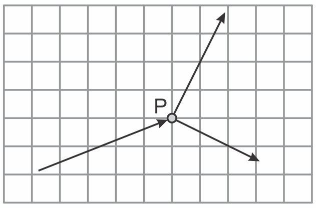
O estirante é um pedaço de fio amarrado à pipa com um pouco de folga e em dois pontos: no ponto em que as duas varetas maiores se cruzam e no extremo inferior da vareta maior, junto à rabiola.

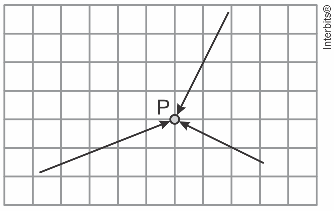
Admitindo que a pipa esteja pairando no ar, imóvel em relação ao solo, e tendo como base a figura, os vetores que indicam as forças atuantes sobre o ponto P estão melhor representados em

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Gabarito

1. D

Dado: P = 300 N

A Figura 1 mostra as forças que agem no nó. Como a caixa está em repouso, a resultante das forças que agem sobre ela é nula. Então pela regra poligonal, elas devem formar um triângulo, como mostrado na Figura 2.

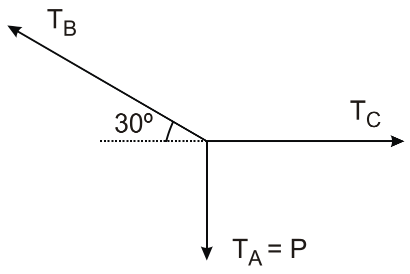


Fig 1

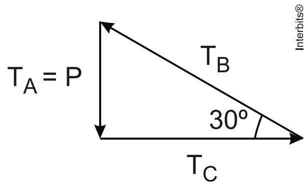


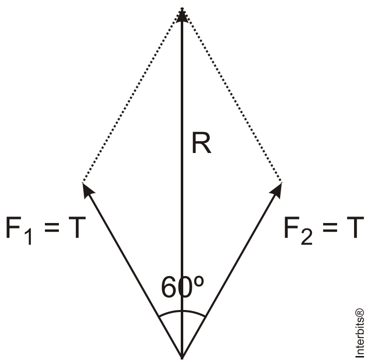
Fig 2

Da Figura 2:

$$\text{sen}30^\circ = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{300}{T_B} \Rightarrow T_B = 600 \text{ N.}$$

2. C

1ª Solução: As duas forças de tração formam entre si 60°. A resultante delas tem a mesma intensidade do peso do balde.



Aplicando a lei dos cossenos para o paralelogramo:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\,F_2 \cos\alpha \Rightarrow R^2 = T^2 + T^2 + 2\,T\,T\cos 60^\circ \Rightarrow R^2 = 3\,T^2 \Rightarrow R = T\sqrt{3}.$$

Como $R = P = 50\text{N}$, vem:

$$T = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{N.}$$

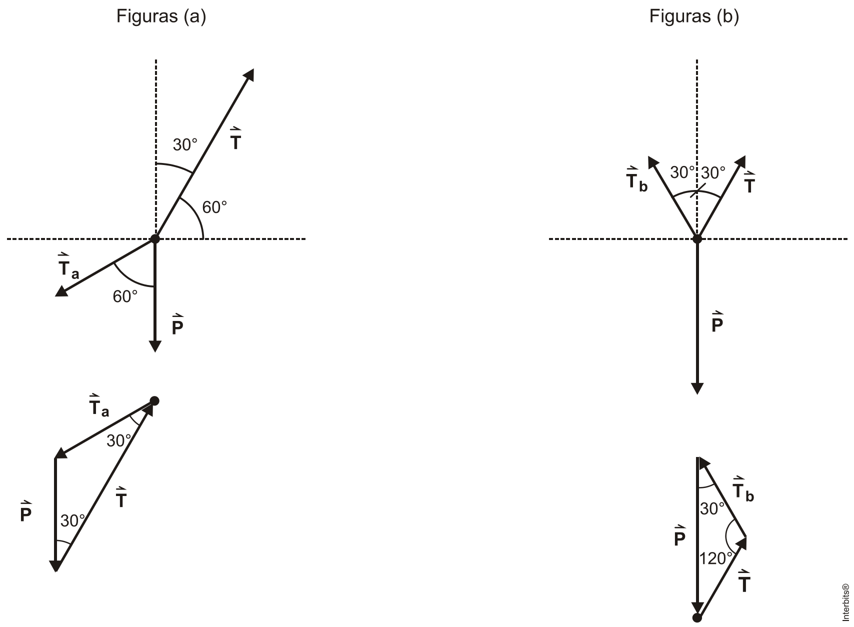
2ª Solução: A resultante das componentes verticais (T_y) das forças de tração equilibram o peso. Então:

$$2T_y = P \Rightarrow 2\,T\cos 30^\circ = P \Rightarrow 2\,T\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \Rightarrow T = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{N.}$$

3. B

Observação: O termo tensão tem a dimensão de força/área, a mesma de pressão. Se o enunciado está se referindo apenas às forças suportadas pelos fios, o termo correto é tração. Caso os fios sejam de mesma secção transversal, os termos acabam se equivalendo.

As figuras mostram as forças agindo em cada uma das situações:



De Figuras (a), do triângulo isóscele:

$T_a = P.$

De Figuras (b), aplicando a lei dos senos:

$$\frac{T_b}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{P}{\text{sen } 120^\circ} \Rightarrow T_b \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = P \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow T_b = \frac{P}{\sqrt{3}}.$$

Fazendo a razão entre as duas trações:

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{P}{P/\sqrt{3}} \Rightarrow T_a = \sqrt{3}\, T_b \Rightarrow$$

$$\boxed{T_a = (3)^{\frac{1}{2}} T_b.}$$

4. A

Dados: m_S = 20 g = 20×10^{-3} kg; m_S = 30 g = 30×10^{-3} kg; m_S = 70 g = 70×10^{-3} kg; g = 10 m/s^2.

1ª Solução:

Podemos pensar de uma maneira simples:

– Se cortarmos o fio superior, os três elefantes cairão. Logo, a tração nesse fio superior equilibra os pesos dos três elefantes. Sendo T_S a tensão nesse fio, temos:

$T_S = P_C + P_M + P_B = (m_C + m_M + m_B)g = \left[(20+30+70)\times 10^{-3}\right]10 \Rightarrow$

$T_S = 1{,}2\ N.$

– Se cortarmos o fio médio, cairão os elefantes do meio e de baixo. Logo, a tração nesse fio do meio equilibra os pesos desses dois elefantes. Sendo T_M a tensão nesse fio, temos:

$T_M = P_M + P_B = (m_M + m_B)g = \left[(30+70)\times 10^{-3}\right]10 \Rightarrow$

$T_S = 1{,}0\ N.$

– Analogamente, se cortarmos o fio inferior, cairá apenas o elefante de baixo. Logo, a tração nesse fio equilibra o peso desse elefante. Sendo T_B a tensão nesse fio, temos:

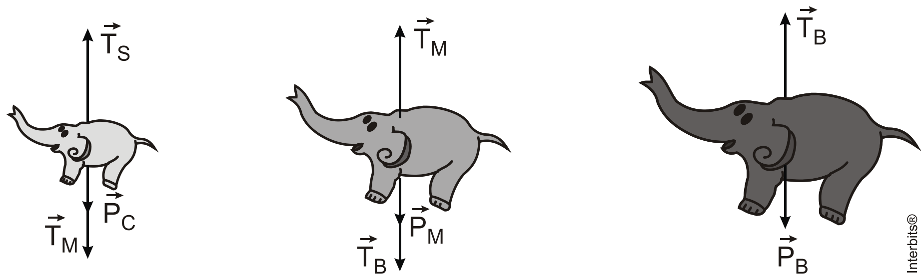
$T_B = P_B = m_B g = 70\times 10^{-3}\times 10 \Rightarrow$

$T_B = 0{,}7\ N.$

2ª Solução:

Raciocinando de uma maneira mais técnica, analisemos o diagrama de forças sobre cada móbile.

De Cima (C) Do Meio (M) De Baixo (B)



Como se trata de um sistema em equilíbrio, a resultante das forças em cada elefante é nula. Assim:

$$\begin{cases} (C) \Rightarrow T_S - P_C - \cancel{T_M} = 0 \\ (M) \Rightarrow \cancel{T_M} - P_M - \cancel{T_B} = 0 \\ (B) \Rightarrow \cancel{T_B} - P_B = 0 \end{cases} (+) \Rightarrow T_S - P_C - P_M - P_B = 0 \Rightarrow T_S = P_C + P_M + P_B \Rightarrow$$

$T_S = \left[(20+30+70)\times 10^{-3}\right]\times 10 \Rightarrow T_S = 120\times 10^{-2} \Rightarrow$

$T_S = 1{,}2\ N.$

Em (B):

$T_B - P_B = 0 \Rightarrow T_B = P_B = 70\times 10^{-3}\times 10 \Rightarrow$

$T_B = 0{,}7\ N.$

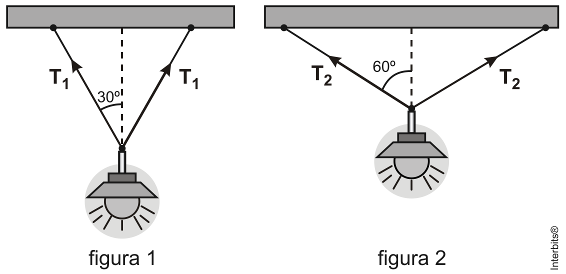
Em (M):

$T_M - P_M - T_B = 0 \Rightarrow T_M = P_B + T_B = \left[(30+70)\times 10^{-3}\right]\times 10 \Rightarrow$

$T_B = 1{,}0\ N.$

5. **B**

A figura abaixo mostra as trações nos fios em cada caso.

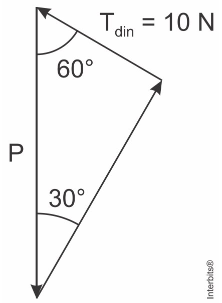


As componentes verticais das trações equilibram o peso do lustre.

$$\left.\begin{array}{l} 2T_1.\cos 30^0 = P \\ 2T_2.\cos 60^0 = P \end{array}\right\} \rightarrow 2T_2.\cos 60^0 = 2T_1.\cos 30^0 .$$

6. D

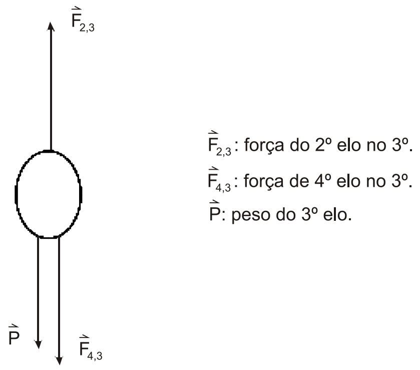
Como a esfera está em equilíbrio, a resultante das forças é nula.



$$\text{sen}30° = \frac{T_{din}}{P} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{P} \Rightarrow P = 20 \text{ N}.$$

7. Resposta:

a) O diagrama mostra as forças atuantes no terceiro elo.



b) Dados: m = 200 g = 0,2 kg

Considerando g = 10 m/s^2, temos:

P = m g = 0,2(10) $\Rightarrow$ P = 2 N;

F_{43} = 2 P = 4 N;

F_{23} = 3 P = 6 N.

8. E

Como o quadro está em equilíbrio estático pode-se afirmar que:

$T.\cos\alpha + T.\cos\alpha = Peso$

$2.T.\cos\alpha = Peso$; onde α é o ângulo formado entre a direção do fio e a direção vertical.

Pelas medidas 30 cm e 40 cm deduz-se (pelo teorema de Pitágoras) que a distância entre a borda do quadro e o prego é de 50 cm (o que corresponde a metade do fio). Assim $\cos\alpha = \frac{30}{50} = 0{,}6$

$2.T.0{,}6 = 36 \rightarrow 1{,}2.T = 36 \rightarrow T = \frac{36}{1{,}2} = 30\ N$

9. Resposta:

Na direção horizontal

$T_1.sen30^\circ = T_2.sen60^\circ \Rightarrow T_1 = T_2.\,.(\sqrt{3})$

Na direção vertical

$T_1.\cos30^\circ + T_2.\cos60^\circ = 6.10$

$T_1.(\sqrt{3}) + T_2 = 120$

$T_2.\,.(\sqrt{3}).\,.(\sqrt{3}) + T_2 = 120$

$3.T_2 + T_2 = 120 \Rightarrow 4.T_2 = 120 \Rightarrow T_2 = 30N$

e $T_1 = 30.\,.(\sqrt{3})\ N$

10. a

É a única opção que indica corretamente os sentidos das forças atuantes no ponto P, embora não tenha havido rigor na representação dos módulos dessas forças, uma vez que a resultante não está rigorosamente nula.