

Introdução à geometria plana

Resumo

Principais Conceitos

Ponto, reta e plano são elementos cuja existência é aceita sem uma definição. Suas representações são dadas por:

Ponto:

Representamos com letras latinas maiúsculas: A, B, C, P,...

Plano:

Representamos com letras gregas minúsculas: $\alpha, \beta, \gamma, \theta, \dots$

Reta:

Representamos com letras latinas minúsculas: a, b, c, r, t,...



Semirreta: Uma semirreta é uma das partes de uma reta limitada por um único ponto P.

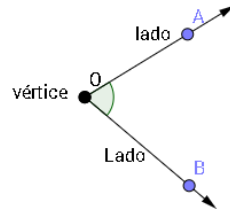


Segmento de reta: Dada uma reta \overleftrightarrow{AB} , o segmento de reta \overline{AB} é a parte limitada entre os pontos A e B.



Ângulo

Ângulo é a parte do plano delimitada por duas semirretas de mesma origem. Chama-se de lado as duas semirretas que formam o ângulo, e de vértice a origem comum às duas semirretas.



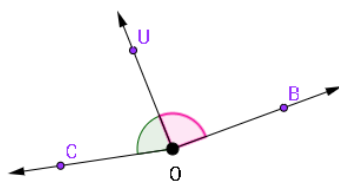
Representação: \widehat{AOB}

Unidade de medida de ângulo: Grau – $^\circ$

Radiano - rad

Ângulos Consecutivos: Ângulos que possuem vértice comum e um lado em comum.

Ângulos adjacentes: Dois ângulos são adjacentes se forem consecutivos e não possuírem pontos internos em comum.

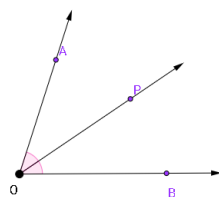


Consecutivos: $\begin{cases} \widehat{CÔU} \text{ e } \widehat{CÔB} \\ \widehat{BÔU} \text{ e } \widehat{CÔB} \\ \widehat{CÔU} \text{ e } \widehat{BÔU} \end{cases}$

Adjacentes: $\widehat{CÔU}$ e $\widehat{BÔU}$

<p>Ângulo Agudo:</p> <p>$\alpha < 90^\circ$</p>	<p>Ângulo Reto:</p> <p>$\alpha = 90^\circ$</p>	<p>Ângulo Obtuso:</p> <p>$90^\circ < \alpha < 180^\circ$</p>	<p>Ângulo Raso (meia volta):</p> <p>$\alpha = 180^\circ$</p>
---	---	---	---

Bissetriz: Divide um ângulo em dois ângulos congruentes.



\overrightarrow{OP} é bissetriz de \widehat{AOB}
 $\widehat{AOP} = \widehat{POB}$

Ângulos Complementares: Dois ângulos que somados dão 90° .

$$\alpha + \theta = 90^\circ$$

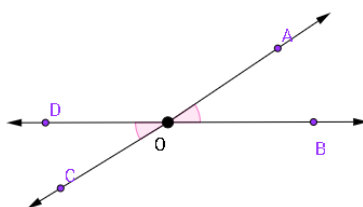
Ângulos Suplementares: Dois ângulos que somados dão 180° .

$$\alpha + \theta = 180^\circ$$

Ângulos Replementares: Dois ângulos que somados dão 360° .

$$\alpha + \theta = 360^\circ$$

Ângulos Opostos pelo Vértice: Dois ângulos serão opostos pelo vértice (O.P.V.) quando um deles for composto pelas semirretas opostas do outro.

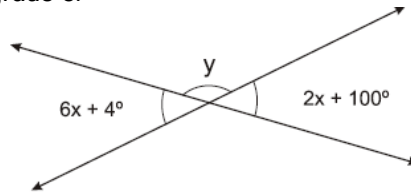


AÔB E CÔD são O.P.V.
AÔB = CÔD

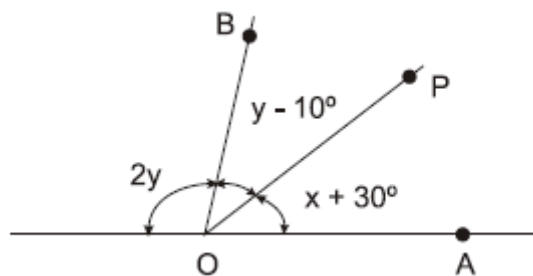
Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. A medida de y na figura, em graus é:



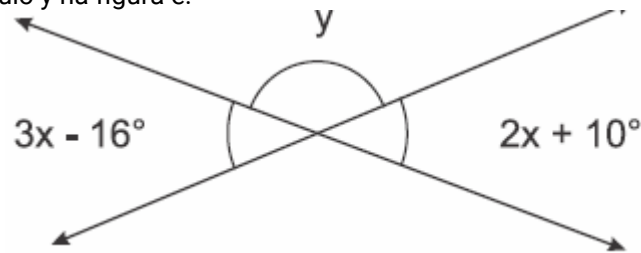
- a) 42° .
 b) 32° .
 c) 142° .
 d) 148° .
 e) 24° .
2. Sejam A, B e C respectivamente as medidas do complemento, suplemento e replemento do ângulo de 40° , têm-se:
- a) $A = 30^\circ$; $B = 60^\circ$; $C = 90^\circ$.
 b) $A = 30^\circ$; $B = 45^\circ$; $C = 60^\circ$.
 c) $A = 320^\circ$; $B = 50^\circ$; $C = 140^\circ$.
 d) $A = 50^\circ$; $B = 140^\circ$; $C = 320^\circ$.
 e) $A = 140^\circ$; $B = 50^\circ$; $C = 320^\circ$.
3. Na figura abaixo, \overrightarrow{OP} é bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$. Determine o valor de x e y .



- a) $x = 13$ e $y = 49$
 b) $x = 15$ e $y = 35$
 c) $x = 12$ e $y = 48$
 d) $x = 17$ e $y = 42$
 e) $x = 10$ e $y = 50$

4. Dois ângulos são complementares e suas medidas são x e y . Sabe-se, também, que o dobro da medida do menor ângulo é igual à medida do maior aumentada em 30° . Qual valor de x e y .
- 40° e 50°
 - 60° e 30°
 - 20° e 70°
 - 25° e 75°

5. A medida do ângulo y na figura é:



- 62°
 - 72°
 - 108°
 - 118°
 - 154°
6. Sabendo-se que a soma de dois ângulos é 78° e um deles vale $3/5$ do complemento do outro, os valores dos ângulos são:
- 10° e 68° .
 - 15° e 63° .
 - 16° e 62° .
 - 18° e 60° .
 - 20° e 58° .
7. O ângulo cujo suplemento excede em 6° o quádruplo do seu complemento, é:
- 58° .
 - 60° .
 - 62° .
 - 64° .
 - 68° .

8. Duas retas cruzam-se no ponto V, formando os ângulos opostos pelo vértice de $10x + 20$ e $5x + 50$. Qual é o valor de x ?
- a) 5
 - b) 6
 - c) 7
 - d) 8
 - e) 9

Gabarito

1. B

Como podemos notar pela figura, $y + 6x + 4 = 180$, pois y e $(6x + 4)$ são suplementares. Além disso, $(2x + 100)$ e $(6x + 4)$ são opostos pelo vértice, ou seja, são iguais. Assim, temos um sistema:

$$\begin{cases} y + 6x + 4 = 180 \\ 2x + 100 = 6x + 4 \end{cases}$$

Encontramos $x = 24$ e $y = 32$.

2. D

Pelas informações dadas no enunciado, temos:

$$\begin{cases} A + 40 = 90 \\ B + 40 = 180 \\ C + 40 = 360 \end{cases}$$

Resolvendo as equações encontramos $A = 50$, $B = 140$ e $C = 320$.

3. E

Pela figura, temos que $2y + y - 10 + x + 30 = 180$ e que $y - 10 = x + 30$, já que OP é bissetriz de $A\hat{O}B$.

Assim, podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} 2y + y - 10 + x + 30 = 180 \\ y - 10 = x + 30 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema encontramos $y = 50$ e $x = 10$.

4. A

Se x e y são complementares, então $x + y = 90$. Suponha que x seja o menor ângulo. Assim, $2x = y + 30$.

Temos um sistema:

$$\begin{cases} 2x = y + 30 \\ x + y = 90 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontramos $x = 40$ e $y = 50$.

5. D

Como podemos notar pela figura, $y + 3x - 16 = 180$, pois y e $(3x - 16)$ são suplementares. Além disso, $(2x + 10)$ e $(3x - 16)$ são opostos pelo vértice, ou seja, são iguais. Assim, temos um sistema:

$$\begin{cases} y + 3x - 16 = 180 \\ 2x + 10 = 3x - 16 \end{cases}$$

Encontramos $x = 26$ e $y = 118$.

6. **D**

Pelas informações do enunciado temos:

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ x = \frac{3(90 - y)}{5} \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontramos $x = 18$ e $y = 60$.

7. **C**

Pelas informações do enunciado, temos:

$$180 - x = 4(90 - x) + 6$$

Resolvendo a equação, encontramos $x = 62$.

8. **B**

O exercício afirma que os ângulos são opostos pelo vértice. Assim sendo, basta escrever:

$$10x + 20 = 5x + 50$$

$$10x - 5x = 50 - 20$$

$$5x = 30$$

$$x = \underline{30}$$

$$5$$

$$x = 6.$$