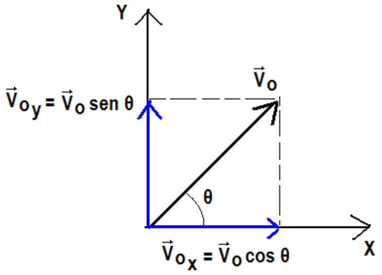
Lançamento Oblíquo

Resumo

O lançamento oblíquo é o resultado de um lançamento vertical (para cima) com um movimento uniforme para frente.
A trajetória parabólica do lançamento oblíquo é resultado da junção desses dois movimentos.
Conceitualmente é importante entender que a velocidade horizontal não se modifica, enquanto que a velocidade vertical vai diminuindo na subida (até se anular) e então começar o processo de queda livre.
Para um lançamento com velocidade V_0 e ângulo θ com a horizontal, temos:



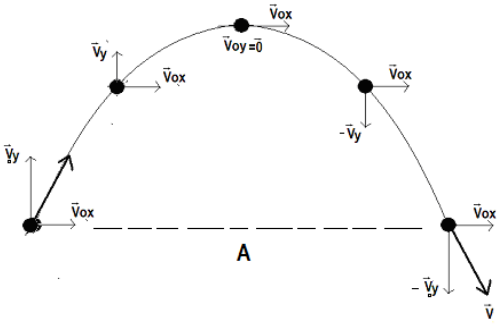
No eixo x usamos as equações de MU:

$$V_{0x} = V_0 \cos\theta = \frac{\Delta S}{t}$$

No eixo y usamos as equações de MUV (geralmente com orientação do sentido positivo para cima)

$$S_y = S_{0y} + V_{oy}t - \frac{gt^2}{2}$$
$$V_y = V_{oy} - gt$$

onde $V_{0y} = V_0$senθ.
Os problemas de lançamento oblíquo em que o objeto sai de um plano e retorna ao mesmo plano são mais simples, pois o tempo de subida é igual ao de descida e assim o problema pode ser resolvido usando a ideia de queda livre e suas equações contraídas.



Pode-se demonstrar que o alcance desse lançamento é:

$$A = \frac{V_0^2 \text{ sen } 2\theta}{g}$$

Assim, o alcance máximo desse lançamento ocorre para θ = 45º.

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui]

Exercícios

1. Na Antiguidade, algumas pessoas acreditavam que, no lançamento obliquo de um objeto, a resultante das forças que atuavam sobre ele tinha o mesmo sentido da velocidade em todos os instantes do movimento. Isso não está de acordo com as interpretações científicas atualmente utilizadas para explicar esse fenômeno.

Desprezando a resistência do ar, qual é a direção e o sentido do vetor força resultante que atua sobre o objeto no ponto mais alto da trajetória?

a) Indefinido, pois ele é nulo, assim como a velocidade vertical nesse ponto.

b) Vertical para baixo, pois somente o peso está presente durante o movimento.

c) Horizontal no sentido do movimento, pois devido à inércia o objeto mantém seu movimento.

d) Inclinado na direção do lançamento, pois a força inicial que atua sobre o objeto é constante.

e) Inclinado para baixo e no sentido do movimento, pois aponta para o ponto onde o objeto cairá.

2. Um zagueiro chuta uma bola na direção do atacante de seu time, descrevendo uma trajetória parabólica. Desprezando-se a resistência do ar, um torcedor afirmou que

I. a aceleração da bola é constante no decorrer de todo movimento.
II. a velocidade da bola na direção horizontal é constante no decorrer de todo movimento.
III. a velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é nula.

Assinale

a) se somente a afirmação I estiver correta.

b) se somente as afirmações I e III estiverem corretas.

c) se somente as afirmações II e III estiverem corretas.

d) se as afirmações I, II e III estiverem corretas.

e) se somente as afirmações I e II estiverem corretas.

3. “O importante não é competir e, sim, celebrar.”
Em sua sabedoria milenar, a cultura indígena valoriza muito o celebrar. Suas festas são manifestações alegres de amor à vida e à natureza. Depois de contatos com outras culturas, as comunidades indígenas criaram diversos mecanismos políticos, sociais e econômicos. Foi nesse contexto que nasceu a ideia dos Jogos dos Povos Indígenas cujo objetivo é unir as comunidades. Todos participam, promovendo a integração entre as diferentes tribos através de sua cultura e esportes tradicionais.

Carlos Justino Terena Disponível em: http://www.funai.gov.br/indios/jogos/jogos_indigenas.htm Acesso em: 29.08.2010. Adaptado.

Desde outubro de 1996, os Jogos dos Povos Indígenas são realizados, em diversas modalidades, com a participação de etnias de todo o Brasil. Uma dessas modalidades é o arco e flecha em que o atleta tem direito a três lances contra um peixe desenhado num alvo, que fica a 30 metros de distância.

Ao preparar o lance, percebe-se que o atleta mira um pouco acima do alvo. Isso se deve à

a) baixa tecnologia do equipamento, já que não possui sistema de mira adequado.

b) ação da gravidade que atrai a flecha em direção à Terra.

c) inadequada percepção do tamanho do alvo, por conta da distância.

d) rotação da Terra que modifica a trajetória da flecha.

e) baixa energia potencial armazenada pela corda.

4. Um jogador de futebol chuta uma bola com massa igual a meio quilograma, dando a ela uma velocidade inicial que faz um ângulo de 30 graus com a horizontal. Desprezando a resistência do ar, qual o valor que melhor representa o módulo da velocidade inicial da bola para que ela atinja uma altura máxima de 5 metros em relação ao ponto que saiu?

Considere que o módulo da aceleração da gravidade vale 10 metros por segundo ao quadrado.

a) 10,5 m/s

b) 15,2 m/s

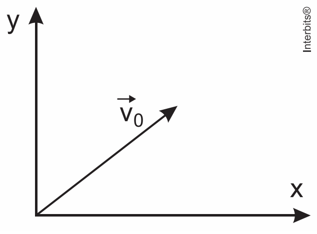
c) 32,0 m/s

d) 12,5 m/s

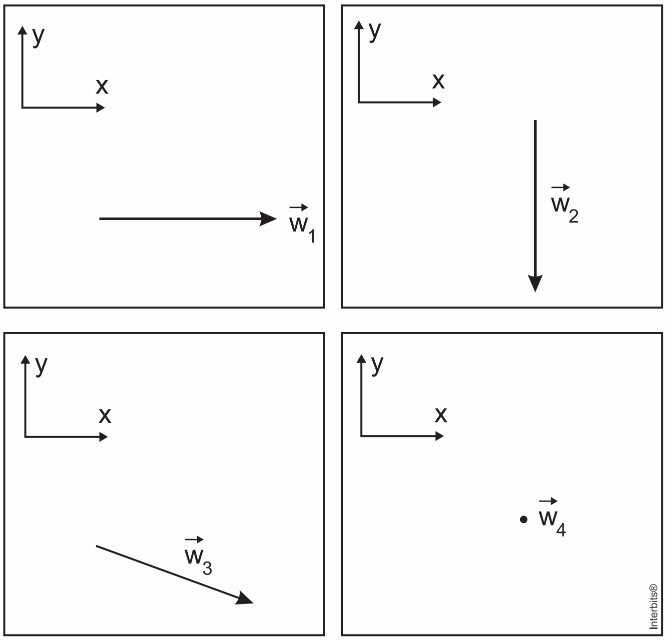
e) 20,0 m/s

5. Um jogador de futebol chuta uma bola sem provocar nela qualquer efeito de rotação. A resistência do ar é praticamente desprezível, e a trajetória da bola é uma parábola. Traça-se um sistema de eixos coordenados, com um eixo x horizontal e paralelo ao chão do campo de futebol, e um eixo y vertical com sentido positivo para cima.

Na Figura a seguir, o vetor $\overrightarrow{v_0}$ indica a velocidade com que a bola é lançada (velocidade inicial logo após o chute).



Abaixo estão indicados quatro vetores $\overrightarrow{w_1}$, $\overrightarrow{w_2}$, $\overrightarrow{w_3}$ e $\overrightarrow{w_4}$, sendo $\overrightarrow{w_4}$ o vetor nulo.



Os vetores que descrevem adequada e respectivamente a velocidade e a aceleração da bola no ponto mais alto de sua trajetória são

a) $\overrightarrow{w_1}$ e $\overrightarrow{w_4}$

b) $\overrightarrow{w_4}$ e $\overrightarrow{w_4}$

c) $\overrightarrow{w_1}$ e $\overrightarrow{w_3}$

d) $\overrightarrow{w_1}$ e $\overrightarrow{w_2}$

e) $\overrightarrow{w_4}$ e $\overrightarrow{w_3}$

6. Uma pedra é atirada obliquamente com velocidade de 20 m/s, formando ângulo de 53° com a horizontal. Adote g = 10 m/s^2, sen 53° = 0,80 e cos 53° = 0,60. O alcance horizontal, desde o lançamento da pedra até retornar à altura do ponto de lançamento é, em metros,

a) 38

b) 44

c) 50

d) 58

e) 64

7. Uma pedra, lançada para cima a partir do topo de um edifício de 10 m de altura com velocidade inicial v_0 = 10 m/s, faz um ângulo de 30° com a horizontal. Ela sobe e, em seguida, desce em direção ao solo. Considerando-o como referência, é correto afirmar que a(o)

a) máxima altura atingida é igual a 15 m.

b) intervalo de tempo da subida vale 3,0 s.

c) tempo gasto para chegar ao solo é 5,0 s.

d) velocidade ao passar pelo nível inicial é 10m/s.

e) máxima altura atingida é igual a 10 m.

8. Em uma região plana, um projétil é lançado do solo para cima, com velocidade de 400 m/s, em uma direção que faz 60° com a horizontal.
Calcule a razão entre a distância do ponto de lançamento até o ponto no qual o projétil atinge novamente o solo e a altura máxima por ele alcançada.

a) $4(\sqrt{3})\,/\,2$

b) $5(\sqrt{3})\,/\,2$

c) $4(\sqrt{3})\,/\,3$

d) $5(\sqrt{3})\,/\,3$

e) $6(\sqrt{3})\,/\,3$

9. Uma pedra é lançada para cima a partir do topo e da borda de um edifício de 16,8 m de altura a uma velocidade inicial v_0 = 10 m/s e faz um ângulo de 53,1° com a horizontal. A pedra sobe e em seguida desce em direção ao solo. O tempo, em segundos, para que a mesma chegue ao solo é

a) 2,8.

b) 2,1.

c) 2,0.

d) 1,2.

e) 2,2

10. Um míssil AX100 é lançado obliquamente, com velocidade de 800 m/s, formando um ângulo de $30{,}0°$ com a direção horizontal. No mesmo instante, de um ponto situado a $12{,}0\text{ km}$ do ponto de lançamento do míssil, no mesmo plano horizontal, é lançado um projétil caça míssil, verticalmente para cima, com o objetivo de interceptar o míssil AX100. A velocidade inicial de lançamento do projétil caça míssil, para ocorrer a interceptação desejada, é de

a) 960 m/s

b) 480 m/s

c) 400 m/s

d) 500 m/s

e) 900 m/s

Gabarito

1. B

No ponto mais alto da trajetória, a força resultante sobre o objeto é seu próprio peso, de direção vertical e sentido para baixo.

2. E

I. Correta. Se a resistência do ar é desprezível, durante todo o movimento a aceleração da bola é a aceleração da gravidade.

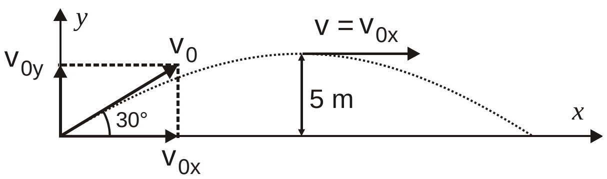
II. Correta. A resultante das forças sobre a bola é seu próprio peso, não havendo forças horizontais sobre ela. Portanto, a componente horizontal da velocidade é constante.

III. Incorreta. A velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é igual a componente horizontal da velocidade em qualquer outro ponto da trajetória.

3. B

A força peso, atuando sobre a flecha, faz com que sua trajetória seja desviada para baixo durante o movimento. Por isso, o atirador tem que lançá-la numa linha de visada acima do alvo.

4. E



Aplicando Torricelli para o eixo y:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\ g\ \Delta y\ .$$

No ponto mais alto: $\begin{cases} v = v_{0x} \Rightarrow v_y = 0 \\ \Delta y = h \end{cases}$

Substituindo:

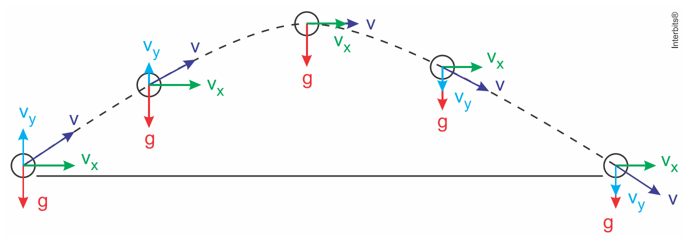
$$0^2 = v_{0y}^2 - 2\ g\ h \ \Rightarrow\ v_{0y} = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2(10)(5)} = 10\ m/s.$$

Mas:

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} 30° \ \Rightarrow\ 10 = v_0 \frac{1}{2} \ \Rightarrow\ v_0 = 20\ m/s.$$

5. D

No lançamento oblíquo com ausência de atrito com o ar, podemos dividir o movimento nos eixos vertical e horizontal, usando as componentes da velocidade nestes eixos $\left(\vec{v}_x \text{ e } \vec{v}_y\right)$, conforme a figura abaixo:



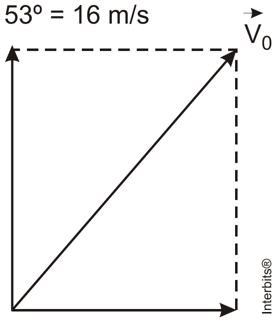
Assim, temos no eixo vertical um movimento de lançamento vertical em que a aceleração é dada pela gravidade local e no eixo horizontal um movimento retilíneo uniforme em que a velocidade em x é sempre constante.

Observa-se que no ponto mais alto da trajetória a velocidade em y é nula e a velocidade horizontal representa a velocidade da bola neste ponto, enquanto que a aceleração é a mesma em todos os pontos do movimento, sendo constante e apontando para baixo.

6. A

Decompondo a velocidade em componentes horizontal e vertical, vem:

V_0 sen 53º = 16 m/s



V_0 cos 53º = 12 m/s

Na vertical o movimento é uniformemente variado.

$v = v_0 + a.t \rightarrow -16 = 16 - 10t \rightarrow t = 3,2s$

Na horizontal o movimento é uniforme.

$\Delta S = v.t \rightarrow A = 12 \times 3,2 = 38,40m$

7. D

Dados: v_0 = 10 m/s; h_0 = 10 m; θ = 30°.

As componentes horizontal (v_{0x}) e vertical (v_{0y}) da velocidade inicial são:

$v_{0x} = v_0 \cos 30° = 10\,(0,87) = 8,7$ m/s;

$v_{0y} = v_o$ sem $30° = 10\,(0,5) = 5$ m/s.

Verificando cada uma das opções:

a) A altura máxima atingida em relação ao ponto de lançamento é:

$$h = \frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{5^2}{10} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ m.}$$

Em relação ao solo:

$H = 10 + 2,5 \Rightarrow H = 12,5$ m.

b) O tempo de subida é:

$t_s = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{5}{10} \Rightarrow t_s = 0{,}5$ s.

c) Com referencial no solo e orientando a trajetória para cima, o tempo para chegar ao solo é calculado pela função horária do espaço:

$h = h_0 + v_{oy}\,t - \frac{1}{2} g\, t^2$.

Substituindo valores:

$h = 10 + 5t - 5t^2$. Ao chegar no solo, h = 0. Então:

$0 = 10 + 5t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - t - 5 = 0 \Rightarrow$

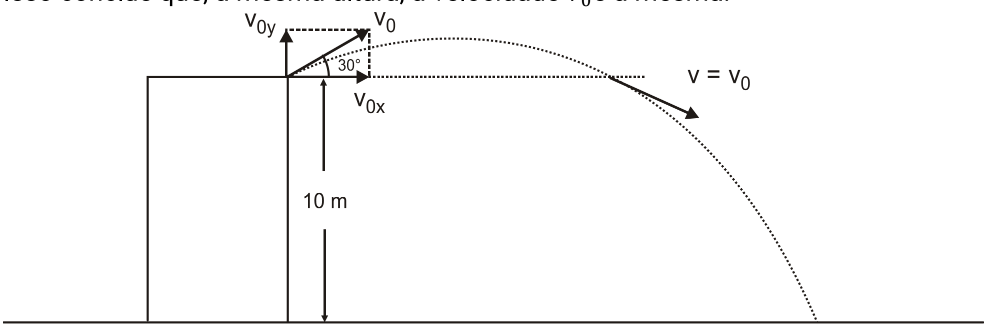
Resolvendo a equação: $t \cong 2{,}8$ s.

d) Correta. Vamos analisar os 2 eixos.

No Eixo Y: No sistema sem forças dissipativas (resistencia do ar), a aceleração presente é a gravitacional. No inicio da trajetoria o corpo começa com velocidade V_{0_y} e vai perdendo 10 m/s a cada segundo devido ao fato da aceleração estar no sentido contrario da trajetoria até o topo, onde a velocidade fica nula. Quando o corpo começa a descer, notamos que o corpo descreve o mesmo movimento, só que a velocidade inicial agora é nula e o sentido de trajeotiro mudou. Como a aceleração é a mesma, só que agora somando 10 m/s a cada segundo, a velocidade no ponto de mesma altura do inicial da trajeito precisa ser o mesmo valor da velocidade. Logo, V_{0_y}.

No Eixo X: Temos um movimento uniforme, logo, a velocidade V_{0_x}permanece esse valor em todos os pontos da desse eixo na trajetoria ate parar no solo.

Isso conclue que, a mesma altura, a velocidade V_0é a mesma.



e) A conta feita na alternative A já exclui essa alternativa.

8. C

A questão deseja a razão entre o alcance máximo do projétil e sua altura máxima.

A componente horizontal da velocidade do projétil é $v_x = v_0.\cos\alpha = 400.\cos 60° = 200$ m/s

A componente vertical (inicial) da velocidade do projétil é $v_y = v_{0y}.\text{sen}\alpha = 400.\text{sen}60° = 200\sqrt{3}$ m/s

O tempo de subida é dado por $\rightarrow$ $v_y = v_{0y} + a.t \rightarrow 0 = 200.\sqrt{3} - 10.t \rightarrow t_{subida} = 20\sqrt{3}$ s

O tempo total de voo será então $\rightarrow$ $t_{total} = 2.t_{subida} = 40\sqrt{3}$ m/s

O alcance será x = $v_x.t_{total}$ = $200.40\sqrt{3}$ = $8000\sqrt{3}$ m

A altura máxima será y = $v_{oy}.t + at^2/2 = 200\sqrt{3}.20\sqrt{3} - (5.400.3) = 12000 - 6000 = 6000$ m

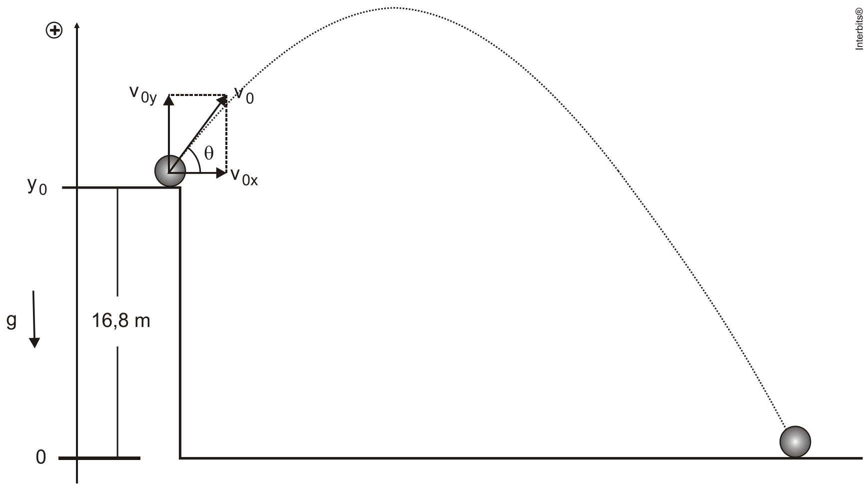
A razão pedida é $8000\sqrt{3} / 6000 = 4(\sqrt{3}) / 3$

9. A

Dados: $v_0 = 10 m/s; \theta = 53,1°; sen\theta = 0,8; cos\theta = 0,6; h = 16,8m.$

Adotando referencial no solo e orientando o eixo y para cima, conforme figura temos:

y_0 = h = 16,8 m.



Calculando as componentes da velocidade inicial:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta = 10(0,6) \Rightarrow v_{0x} = 6 \text{ m/s}. \\ v_{0y} = v_0 \text{ sen}\theta = 10(0,8) \Rightarrow v_{0y} = 8 \text{ m/s}. \end{cases}$$

Equacionando o movimento no eixo y e destacando que o quando a pedra atinge o solo y = 0, vem:

$$y = y_0 + V_{0y}.t - \frac{g.t^2}{2}$$

$$0 = 16,8 + 8t - 10.\frac{t^2}{2}$$

$$t = 2,8\ s\ ou\ t = -2,4\ s$$

Como não assumimos tempos negativos. O tempo desse percurso vale: t = 2,8 s.

10. C

O míssil AX100 é lançado simultaneamente com o projétil. Logo:

$$V_{0_{y(AX100)}} = V_{0_{(AX100)}} \cdot sen30 \qquad (1)$$

$$V_{0_p} = V_{0_{y(AX100)}} \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2), temos:

$$V_{0_p} = V_{0_{(AX100)}} \cdot sen30$$

$$V_{0_p} = 800 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow V_{0_p} = 400 \text{ m/s}$$