Pediu pra parar, parou

Exercícios

1. Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a

a) $0.$

b) $2.$

c) $5.$

d) $10.$

e) $12.$

2. Sejam a e b números reais tais que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ satisfaz a equação $A^2 = aA + bI$, em que I é a matriz identidade de ordem 2. Logo, o produto ab é igual a

a) $-2.$

b) $-1.$

c) $1.$

d) $2.$

e) $3.$

3. A temperatura da cidade de Porto Alegre – RS foi medida, em graus Celsius, três vezes ao dia, durante 6 dias. Cada elemento a_{ij} da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 9{,}4 & 8{,}1 & 12{,}4 & 15{,}7 & 13 & 11{,}7 \\ 12{,}2 & 10{,}5 & 15 & 18{,}2 & 14{,}2 & 13{,}1 \\ 15{,}7 & 13{,}2 & 17{,}5 & 21 & 16{,}3 & 18{,}5 \end{bmatrix}$$

corresponde à temperatura observada no tempo i do dia j. Com base nos dados da matriz A, analise as seguintes proposições:

I. A temperatura mínima registrada está na posição a_{12}

II. A maior variação de temperatura registrada entre os tempos 1 e 2 aconteceu no primeiro dia.

III. A temperatura máxima registrada está na posição a_{34}

Estão corretas as afirmativas

a) I e III apenas.

b) I e II apenas.

c) II e III apenas.

d) I, II e III.

e) III apenas.

4. Uma pessoa necessita de 5 mg de vitamina E por semana, a serem obtidos com a ingestão de dois complementos alimentares α e β. Cada pacote desses complementos fornece, respectivamente, 1 mg e 0,25 mg de vitamina E. Essa pessoa dispõe de exatamente $R\$47{,}00$ semanais para gastar com os complementos, sendo que cada pacote de α custa $R\$5{,}00$ e de β $R\$4{,}00$.

O número mínimo de pacotes do complemento alimentar α que essa pessoa deve ingerir semanalmente, para garantir os 5 mg de vitamina E ao custo fixado para o mesmo período, é de:

a) 3.

b) $3\,\frac{5}{16}$

c) 5,5.

d) $6\,\frac{3}{4}$.

e) 8.

5. Dados os números complexos $z_1 = (2,\ -1)$ e $z_2 = (3,\ x)$, sabe-se que $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$. Então x é igual a

a) -6.

b) $-\frac{3}{2}$.

c) 0.

d) $\frac{3}{2}$.

e) 6.

6. Sejam a e b números reais não nulos. Se o número complexo $z = a + bi$ é uma raiz da equação quadrática $x^2 + bx + a = 0$, então

a) $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

b) $|z| = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

c) $|z| = \sqrt{3}$.

d) $|z| = \sqrt{5}$.

e) |z| = 5.

7. O resultado da expressão $\frac{3+2i}{1-4i}$ na forma $x + yi$ é

a) $-\frac{5}{17} + \frac{14}{17}i$

b) $\frac{11}{15} + \frac{14}{15}i$

c) $\frac{11}{17} - \frac{14}{17}i$

d) $\frac{11}{15} - \frac{14}{15}i$

e) $3 - \frac{1}{2}i$

8. Considerando o polinômio $P(x) = 4x^3 + 8x^2 + x + 1$, é correto afirmar que o valor da soma $P(-1) + P\left(-\frac{1}{3}\right)$ é um número localizado entre

a) 5,0 e 5,5.

b) 4,0 e 4,5.

c) 4,5 e 5,0.

d) 5,5 e 6,0.

e) 6,0 e 7,5.

9. Sendo x um número real maior que $\frac{2}{3}$, a área de um retângulo é dada pelo polinômio $3x^2 + 19x - 14$. Se a base desse retângulo é dada pelo polinômio $x + 7$, o quadrado da diagonal do retângulo é expresso pelo polinômio

a) $10x^2 + 26x + 29$.

b) $10x^2 + 53$.

c) $10x^2 + 65$.

d) $4x^2 + 2x + 53$.

e) $10x^2 + 2x + 53$.

10. O quociente e o resto da divisão do polinômio $x^2 + x - 1$ pelo binômio $x + 3$ são, respectivamente:

a) $x - 2$ e 5

b) $x + 2$ e 6

c) $x - 3$ e 2

d) $x + 1$ e 0

e) $x - 1$ e -2

Gabarito

1. D

Desde que $2 + a = a + b + 1 = b + 4$, temos $a = 3$ e $b = 1$. Logo, vem

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \overset{\text{Chió}}{=} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = 10.$$

2. A

Tem-se que

$$A^2 = aA + bI \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2a \\ 0 & a+b \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 2a = 4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Por conseguinte, vem $a \cdot b = 2 \cdot (-1) = -2$.

3. D

I. Correta, pois, a temperatura registrada na posição a_{12} é o menor valor dentre todos os valores presentes na matriz. Ou seja, $8{,}1 = a_{12} < a_{ij},\ i \neq 1 \quad e \quad j \neq 2$.

II. Correta, pois, a maior variação entre os tempos 1 e 2 está registrada no primeiro dia. Observe que as variações do primeiro ao sexto dia, respectivamente são: $2{,}8;\ 2{,}4;\ 2{,}6;\ 2{,}5;\ 1{,}2;\ 1{,}4$. Logo, a maior variação é $2{,}8$ respectivo ao primeiro dia.

III. Correta, pois a temperatura registrada na posição a_{34} é o maior valor dentre todos os valores presentes na matriz. Ou seja, $21 = a_{34} > a_{ij},\ i \neq 3 \quad e \quad j \neq 4$.

4. A

Sejam x e y, respectivamente, as quantidades de pacotes dos complementos α e β que serão ingeridos.

$$\begin{cases} x + 0{,}25y = 5 \\ 5x + 4y = 47 \end{cases} \sim \begin{cases} -16x - 4y = -80 \\ 5x + 4y = 47 \end{cases}.$$

Adicionando-se as duas equações, vem que $-11x = -33 \Leftrightarrow x = 3$.

Portanto, deverão ser ingeridos 3 pacotes do complemento α.

5. D

Calculando:

$(2-i)\cdot(3+xi) = 6 + 2xi - 3i + x$

$2x - 3 = 0$

$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

6. B

Se $z = a + bi$ é raiz, então $\overline{z} = a - bi$ também é raiz. Logo, pelas Relações de Girard, temos

$$\left|\begin{array}{l} a + bi + a - bi = -\dfrac{b}{1} \\ (a+bi)(a-bi) = \dfrac{a}{1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} b = -2a \\ a^2 - a + b^2 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} b = -2a \\ 5a^2 - a = 0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} b = -\dfrac{2}{5} \\ a = \dfrac{1}{5} \end{array}\right..$$

Portanto, segue que

$|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$

7. A

Lembrando que $i^2 = -1$, temos:

$$\begin{aligned} \frac{3+2i}{1-4i} &= \frac{3+2i}{1-4i}\cdot\frac{1+4i}{1+4i} \\ &= \frac{3+12i+2i+8i^2}{1-16i^2} \\ &= -\frac{5}{17} + \frac{14}{17}i. \end{aligned}$$

8. A

Tem-se que

$P(-1) = 4 \cdot (-1)^3 + 8 \cdot (-1)^2 - 1 + 1 = 4$

e

$$\begin{aligned} P\left(-\frac{1}{3}\right) &= 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} + 1 \\ &= -\frac{4}{27} + \frac{8}{9} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{-4 + 24 + 18}{27} \\ &= 1 + \frac{11}{27}. \end{aligned}$$

Em consequência, vem

$$\begin{aligned} P(-1) + P\left(-\frac{1}{3}\right) &= 4 + 1 + \frac{11}{27} \\ &= 5 + \frac{11}{27}. \end{aligned}$$

Portanto, como

$$5 < 5 + \frac{11}{27} < 5 + \frac{13{,}5}{27} = 5{,}5,$$

segue o resultado.

9. E

Queremos calcular $d^2 = b^2 + h^2$, em que d é a diagonal do retângulo, $b = x + 7$ é a base do retângulo e h é a altura do retângulo. Logo, tem-se que

$3x^2 + 19x - 14 = (x + 7) \cdot h \Leftrightarrow h = 3x - 2$

e, portanto, vem

$d^2 = (x + 7)^2 + (3x - 2)^2 = 10x^2 + 2x + 53.$

10. A

Desde que $x^2 + x - 1 = (x + 3)(x - 2) + 5$, segue o resultado.