

Divisibilidade

Resumo

Divisão é a operação aritmética que nos permite separar grupos. Por exemplo: Sabemos que $15:3=5$ ou seja com 15 unidades conseguimos fazer 3 grupos de 5 unidades. Essa divisão é chamada exata pois o resto (r) é zero. Além disso, no exemplo o 15 é o dividendo (D), 3 é o divisor (d) e 5 o quociente (q). Uma notação usual é $d.q+r=D$.

O critério de divisibilidade é uma forma de verificar se a divisão será exata. Algumas regras são:

Divisibilidade por 2: Se o número for par, ou seja o algarismo das unidades for par, ele será divisível por 2. Exemplos: 232 é divisível por 2 e 131 não é.

Divisibilidade por 3: Se a soma dos algarismos de um número for divisível por 3 então o número é divisível por 3. Exemplos: 450 ($4+5+0 = 9$) é divisível por 3 e 329 ($3+2+9=14$) não é.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 se o número formado por seus dois últimos algarismos for divisível por 4. Exemplos: 100 e 5224 são divisíveis por 4 e 677 não é.

Divisibilidade por 5: Se o número terminar por 5 ou 0 é divisível por 5. Exemplos: 785 é divisível por 5 e 691 não é.

Divisibilidade por 9: Caso a soma dos algarismos de um número seja divisível por 9. Exemplos: 729 ($7+2+9=18$) é divisível por 9 mas 212 ($2+1+2=4$) não é.

Divisibilidade por 10: Basta o número terminar em 0. Exemplos: 580 é divisível por 10 e 541 não é.

Também é importante saber que se decomposmos um número (x) como produto de outros números (a e b), ou seja, se conseguirmos reescrever um número como outros dois multiplicados ($x=a.b$). O número será divisível por x se for divisível por a e b ao mesmo tempo, onde **a** e **b** são primos entre si

Por exemplo: $6 = 2.3$ para um número ser divisível por 6 ele precisa ser divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo, como é o número 636. Repare que ele é par, logo divisível por 2 e a soma dos seus algarismos é igual a 15 que é divisível por 3. Assim 636 é divisível por 6

Divisores de um número inteiro

Sejam a,b e c números inteiros. Dizemos que a é divisor de b, se existir um número inteiro c tal que: $ac=b$

Por exemplo: 6 é divisor de 12 pois $6.2=12$ (nesse caso 2 equivale ao c). Vale ressaltar que 0 não é divisor de nenhum número e 1 é divisor de qualquer número inteiro.

Número primo

São números que possuem apenas dois divisores naturais diferentes (o 1 e ele mesmo). Por exemplo o 2, o 3, o 5, entre outros.

Total de divisores

No caso do 12 ele possui como divisores $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ totalizando 6 divisores. Uma outra forma de descobrir o total de divisores é fatorando o 12 em fatores primos, somar um aos expoentes e depois multiplica-los.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $12 = 2^2 \cdot 3^1$. Os expoentes são 2 e 1, dessa forma, $(2+1) \cdot (1+1) = (3) \cdot (2) = 6$. Assim, 12 possui 6 divisores.

De forma geral, seja N um número decomposto como $N = a^x \cdot b^y \cdot c^z$, com a, b e c números primos. O total de divisores de N será $(x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1)$.

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. A contagem de bois

Em cada parada ou pouso, para jantar ou dormir, os bois são contados, tanto na chegada quanto na saída. Nesses lugares, há sempre um potreiro, ou seja, determinada área de pasto cercada de arame, ou mangueira, quando a cerca é de madeira. Na porteira de entrada do potreiro, rente à cerca, os peões formam a seringa ou funil, para afinar a fila, e então os bois vão entrando aos poucos na área cercada. Do lado interno, o condutor vai contando; em frente a ele, está o marcador, peão que marca as reses. O condutor conta 50 cabeças e grita:

—Talha!

O marcador, com o auxílio dos dedos das mãos, vai marcando as talhas. Cada dedo da mão direita corresponde a 1 talha, e da mão esquerda, a 5 talhas.

Quando entra o último boi, o marcador diz:

—Vinte e cinco talhas!

E o condutor completa:

— E dezoito cabeças. Isso significa 1.268 bois.

Boiada, comitivas e seus peões. In: O Estado de São Paulo, ano VI, ed. 63, 21/12/1952 (com adaptações).

Para contar os 1.268 bois de acordo com o processo descrito acima, o marcador utilizou:

- a) 20 vezes todos os dedos da mão esquerda.
- b) 20 vezes todos os dedos da mão direita.
- c) todos os dedos da mão direita apenas uma vez.
- d) todos os dedos da mão esquerda apenas uma vez.
- e) 5 vezes todos os dedos da mão esquerda e 5 vezes todos os dedos da mão direita.

2. Sejam a e b dois números inteiros positivos. Diz-se que a e b são equivalentes se a soma dos divisores positivos de a coincide com a soma dos divisores positivos de b . Constituem dois inteiros positivos equivalentes:

- a) 8 e 9.
- b) 9 e 11.
- c) 10 e 12.
- d) 15 e 20.
- e) 16 e 25.

3. O menor número inteiro positivo n pelo qual se deve multiplicar 1188 para se obter um número divisível por 504 é tal que:
- a) $1 \leq n < 6$
 - b) $7 \leq n < 10$
 - c) $10 \leq n < 20$
 - d) $20 \leq n < 30$
4. Sobre um determinado número natural, sabe-se que:
- I. é um número entre 5000 e 6000;
 - II. é divisível por 3, 5, 9 e 10;
 - III. o valor absoluto do algarismo das centenas é maior que o valor absoluto do algarismo das dezenas;
- O menor número que satisfaz essas 3 condições, na divisão por 11, deixa resto:
- a) 8
 - b) 7
 - c) 6
 - d) 5
 - e) 4
5. Considerando que a letra X representa um algarismo, e o número de 7(sete) algarismos 9.257.31X é divisível por 6, quantos algarismos diferentes podem substituir a letra X?
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
6. Em uma empresa, $\frac{1}{7}$ dos funcionários são solteiros e $\frac{1}{13}$ dos solteiros pretendem casar em 2011. Analisando esses dados, podemos concluir que uma quantidade possível de funcionários é
- a) 1300.
 - b) 1000.
 - c) 910.
 - d) 710.
 - e) 500.

7. Um determinado número é composto de três algarismos. O algarismo das unidades é 2 e o das centenas é 5. Marque a opção que representa a soma dos possíveis valores que pode assumir o algarismo das dezenas para que esse número seja divisível por 3.
- a) 7
 - b) 10
 - c) 13
 - d) 15
8. É divisível por 2, 3 e 5 simultaneamente o número:
- a) 235
 - b) 520
 - c) 230
 - d) 510
 - e) 532
9. Uma campanha de supermercado permite a troca de oito garrafas vazias, de qualquer volume, por uma garrafa de 1 litro cheia de guaraná. Considere uma pessoa que, tendo 96 garrafas vazias, fez todas as trocas possíveis. Após esvaziar todas as garrafas que ganhou, ela também as troca no mesmo supermercado. Se não são acrescentadas novas garrafas vazias, o total máximo de litros de guaraná recebidos por essa pessoa em todo o processo de troca equivale a:
- a) 12
 - b) 13
 - c) 14
 - d) 15
10. Os números de identificação utilizados no cotidiano (de contas bancárias, de CPF, de Carteira de Identidade etc) usualmente possuem um dígito de verificação, normalmente representado após o hífen, como em 17326-9. Esse dígito adicional tem a finalidade de evitar erros no preenchimento ou digitação de documentos. Um dos métodos usados para gerar esse dígito utiliza os seguintes passos:
- multiplica-se o último algarismo do número por 1, o penúltimo por 2, o antepenúltimo por 1, e assim por diante sempre alternando multiplicações por 1 e por 2.
 - soma-se 1 a cada um dos resultados dessas multiplicações que for maior do que ou igual a 10.
 - somam-se os resultados obtidos.
 - calcula-se o resto da divisão dessa soma por 10, obtendo-se assim o dígito verificador.
- O dígito de verificação fornecido pelo processo acima para o número 24685 é
- a) 1.
 - b) 2.
 - c) 4.
 - d) 6.
 - e) 8.

Gabarito

1. **D**

Todos os dedos da mão esquerda contados uma vez totaliza 1250, sobrando 18 para totalizar 1268 que será anunciada pelo condutor.

2. **E**

Testando as opções, conclui-se que os divisores de 16 são {1,2,4,8,16} que somados dá 31 e os divisores de 25 são {1,5,25} que somados dá 31. Logo são equivalentes.

3. Fatorando $1188=2^2 \cdot 3^3 \cdot 11$ e $504=2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$. Dividindo os números $\frac{1188}{504} = \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 11}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7}$, logo eles não são divisíveis ao mesmo que seja multiplicado por 2 e por 7 para ter a mesma quantidade de fatores e assim poder efetuar a divisão. Logo $n=14$.

4. **A**

Ser divisível por 3,5,9 e 10 ao mesmo tempo significa em ser divisível por 90 (usando o mmc). O números entre 5000 e 6000 divisíveis por 90 são onze: 5040, 5130, 5220, 5310, 5400, 5490, 5580, 5670, 5760, 5850 e 5940. Os que tem algarismos das centenas maior que unidades são 5310, 5400, 5760, 5850 e 5940. Desses o menor é 5310 cuja divisão por 11 tem resto 8.

5. **C**

925731x para ser divisível por 3 a soma dos algarismos precisa ser múltipla de 3 e por 2 precisa ser par. Logo as opções para x são 0 e 6 logo 2 algarismos diferentes.

6. **C**

O números de solteiros e o de solteiros que precisam se casar são $\frac{x}{7} \cdot \frac{x}{13} = \frac{x}{91}$. O único que é divisível é 910.

7. **D**

O número pelo enunciado 5A2 possíveis valores para A tal que o número seja divisível por 3 são 2,5 e 8. Somando totaliza 15.

8. **D**

Para ser divisível por 2 precisa ser par e por 5 terminar em 5 ou 0. Juntando essas informações as únicas possibilidades são 520,230 e 510, desse apenas 510 é divisível por 3.

9. **B**

Como fez todas as trocas possíveis $96:8 = 12$ garrafas novas logo 12 litros. Na próxima vez ele ganhará mais uma garrafa totalizando 13 litros.

10. E

De acordo com os passos descritos, temos

$$5 \cdot 1 + (8 \cdot 2 + 1) + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 38 = 3 \cdot 10 + 8.$$

Portanto, o dígito de verificação do número 24685 é 8.