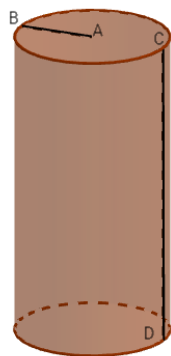


Cilindros

Resumo

Cilindros: elementos e classificação

Cilindro é um sólido geométrico caracterizado por ter suas bases sendo formadas por círculos.



Bases: Círculos de raio AB
Altura: CD
Geratriz: CD

Geratriz: Medida lateral do cilindro

Um cilindro pode ser classificado conforme a inclinação da geratriz em relação à base:

Reto: o cilindro circular é reto quando a geratriz é perpendicular à base.

Oblíquo: o cilindro circular é oblíquo quando a geratriz é oblíqua à base.

Área da base

$$A_b = \pi r^2$$

Área lateral

$$A_l = 2\pi r h$$

Área Total

$$A_t = 2A_b + A_l$$

$$A_t = 2\pi r(h + r)$$

Volume

$$V = A_b h$$

$$V = \pi r^2 h$$

Onde: A_b = Área da base

A_l = Área lateral

A_t = Área total

h = altura

r = raio

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira de diâmetro d em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.



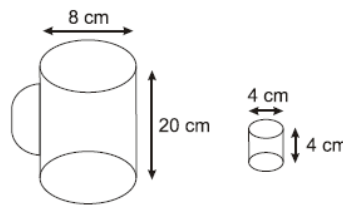
Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível. Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

- a) πd .
 - b) $2\pi d$.
 - c) $4\pi d$.
 - d) $5\pi d$.
 - e) $10\pi d$.
2. Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível), foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura. Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R\$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de π , então o preço dessa manilha é igual a:
- a) R\$ 230,40.
 - b) R\$ 124,00.
 - c) R\$ 104,16.
 - d) R\$ 54,56.
 - e) R\$ 49,60.

3. Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π .

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

- a) 0,5
 - b) 1,0
 - c) 2,0
 - d) 3,0
 - e) 8,0
4. Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

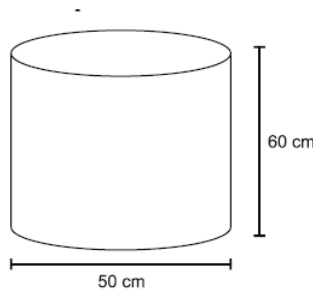
- a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
- b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
- c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
- d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
- e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

5. É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, n. 166, mar 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$)

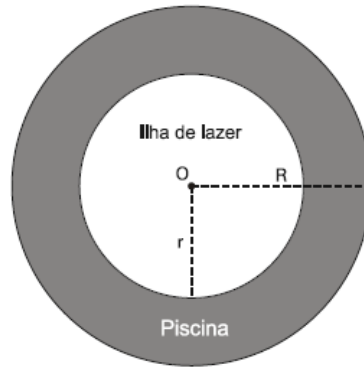
- a) 20 mL.
 - b) 24 mL.
 - c) 100 mL.
 - d) 120 mL.
 - e) 600 mL.
6. A lata abaixo deverá ser produzida a partir de uma chapa de metal que possui 0,8 g por centímetro quadrado de área.



Sabendo que essa lata não possui tampa, é CORRETO afirmar que a massa de cada lata desse tipo será de:

- a) 2900π g.
- b) 5250π g.
- c) 10400π g.
- d) 13000π g.
- e) 8240π g.

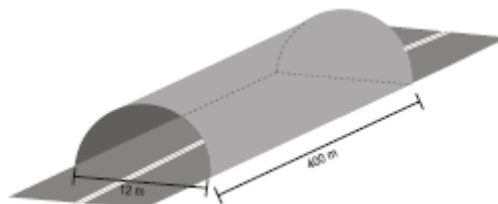
7. Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a 12 m^3 , cuja base tem um raio R e centro O . Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r . Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, 4 m^3 .



Considere 3 como o valor aproximado para π .

Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r , em metros, estará mais próximo de:

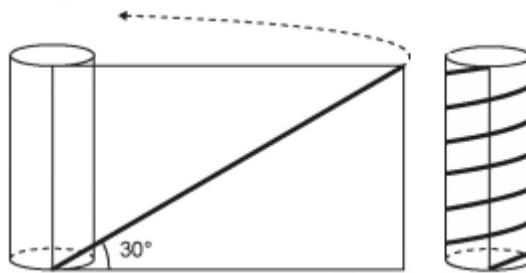
- a) 1,6.
 - b) 1,7.
 - c) 2,0.
 - d) 3,0.
 - e) 3,8.
8. Uma alternativa encontrada para a melhoria da circulação em grandes cidades e em rodovias é a construção de túneis. A realização dessas obras envolve muita ciência e tecnologia. Um túnel em formato semicircular, destinado ao transporte rodoviário, tem as dimensões conforme a figura a seguir.



Qual é o volume, em m^3 , no interior desse túnel?

- a) 4.800π .
- b) 7.200π .
- c) 14.400π .
- d) 28.800π .
- e) 57.600π .

9. A vazão de água (em m^3/h) em tubulações pode ser medida pelo produto da área da seção transversal por onde passa a água (em m^2) pela velocidade da água (em m/h). Uma companhia de saneamento abastece uma indústria utilizando uma tubulação cilíndrica de raio r , cuja vazão da água enche um reservatório em 4 horas. Para se adaptar às novas normas técnicas, a companhia deve duplicar o raio da tubulação, mantendo a velocidade da água e mesmo material. Qual o tempo esperado para encher o mesmo reservatório, após a adaptação às novas normas?
- 1 hora
 - 2 horas
 - 4 horas
 - 8 horas
 - 16 horas
10. Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30° com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $6/\pi$ cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

- $36\sqrt{3}$
- $24\sqrt{3}$
- $4\sqrt{3}$
- 36
- 72

Gabarito

1. **D**

Temos um cilindro formado por essa folha, assim, o lado dessa folha terá o tamanho do comprimento da circunferência da base desse cilindro, de raio $d/2$. Como são dadas 5 voltas, temos:

$$\frac{5 \cdot 2\pi \cdot d}{2} = 5\pi d$$

2. **D**

O volume de concreto é calculado a partir da diferença entre os volumes dos cilindros com raios diferentes: V_{maior} com raio igual a 1,2m e V_{menor} com raio igual a 1m e alturas iguais a 4 m

Volume do concreto:

$$V_{\text{conc}} = V_{\text{maior}} - V_{\text{menor}}$$

$$V_{\text{conc}} = \pi (1,2^2 - 1^2) 4 = 3,1 \cdot 0,44 \cdot 4 = 5,456 \text{ m}^3$$

Assim, o preço dessa manilha, em reais, é igual a:

$$5,456 \cdot 10 = \text{R\$ } 54,56$$

3. **C**

Sabemos que o volume de um cilindro é dado pela fórmula $\pi \cdot r^2 \cdot H$

A cisterna possui 1m de raio da base e 3m de altura.

Como o novo volume da cisterna deverá ser de 81 m^3 , temos que $\pi \cdot r^2 \cdot 3 = 81$.

Já que $\pi = 3$:

$$9r^2 = 81$$

$$r = 3.$$

4. **A**

O volume do copinho plástico, em centímetros cúbicos, é $\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$

O volume da leiteira, em centímetros cúbicos, é $\pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi$

$$(\text{Volume da leiteira}) \div (\text{volume do copinho}) = 320\pi / 16\pi = 20$$

Assim, para encher os vinte copinhos plásticos pela metade, é suficiente encher a leiteira até a metade.

5. **C**

Supondo que o volume da mistura seja a soma do volume (x) da água com o volume (y) do açúcar, ambos em mL, temos:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ y = \frac{x}{5} \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos $x = 100$ e $y = 20$.

6. A

temos que calcular a área total do cilindro e depois retirar a área da tampa. Sabemos que a área total de um cilindro é dada pela fórmula $A_t = 2\pi r(h + r)$. Sabemos, também, que $r = 25$ cm, metade do diâmetro e $h = 60$ cm.

$$A_t = 2\pi 25(60 + 25) = 4250\pi \text{ cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2 = 25^2 \cdot \pi = 625\pi$$

$$A = 4250\pi - 625\pi = 3625\pi \text{ cm}^2$$

Calculando o peso, temos: $3625\pi \times 0,8 = 2900\pi$ g.

7. A

Volume da piscina infantil: $V_1 = 12 \text{ m}^3$

Volume da ilha de lazer seca: $V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot 1 = 3 \cdot r^2 \cdot 1 = 3r^2$

Pelo enunciado teremos:

$$V_1 - V_2 \geq 4$$

$$12 - 3r^2 \geq 4$$

$$3r^2 \leq 8$$

$$r \leq 1,632$$

8. B

O túnel é um semicilindro de raio 6m e altura 400m.

Volume do túnel:

$$V = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} \cdot 400 = 7200\pi \text{ m}^3$$

9. A

Vazão atual:

$$V = A \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

Nova vazão:

$$V' = A' \cdot v = \pi (2r)^2 \cdot v = 4\pi r^2 \cdot v$$

Assim:

$$\frac{V}{V'} = \frac{\pi r^2 \cdot v}{4\pi r^2 \cdot v} = \frac{1}{4}$$

$$V' = 4V$$

Logo, a nova vazão é 4 vezes mais rápida que a antiga. Se a antiga enche um reservatório em 4 horas, a nova enche o mesmo reservatório em 1 hora.

10. B

Seja h a altura do cilindro.

Na figura é possível perceber que foram dadas seis voltas em torno do cilindro. Logo o cateto adjacente ao ângulo de 30°

mede $6 \cdot 2\pi \cdot \frac{6}{\pi} = 72 \text{ cm}$ e, portanto, temos

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{72} \Leftrightarrow h = 24\sqrt{3} \text{ cm}.$$