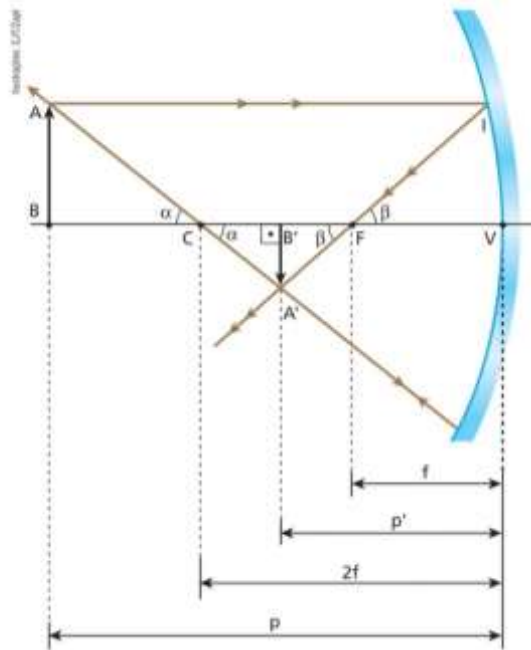


Espelhos esféricos: método analítico

Resumo

Para o estudo analítico dos espelhos esféricos, precisamos de algumas definições.



De acordo com a imagem, podemos definir:

- P = distância entre o objeto e o espelho
- P' = distância entre a imagem e o espelho
- f = distância focal

Apesar de não existir, encontraremos distâncias positivas e negativas nesse estudo. Os valores positivos e negativos não estão atrelados à distância em si, mas à posição em relação ao espelho.

Logo, faremos uso desses sinais para classificar espelhos, objetos e imagens de acordo com o que foi visto no módulo anterior.

- $f > 0$ significa que o espelho é côncavo
- $f < 0$ significa que o espelho é convexo
- $P > 0$ significa que o objeto é real
- $P < 0$ significa que o objeto é virtual
- $P' > 0$ significa que a imagem é direita
- $P' < 0$ significa que a imagem é virtual

Obs.: Preste atenção por que algumas questões podem lhe dar os valores e uma figura demonstrando a situação. Nesse caso, cabe a você atribuir os sinais positivos e negativos as medidas.

Com essas grandezas bem definidas, podemos introduzir a equação de Gauss, que relaciona a distância focal e as distâncias do objeto e da imagem ao:

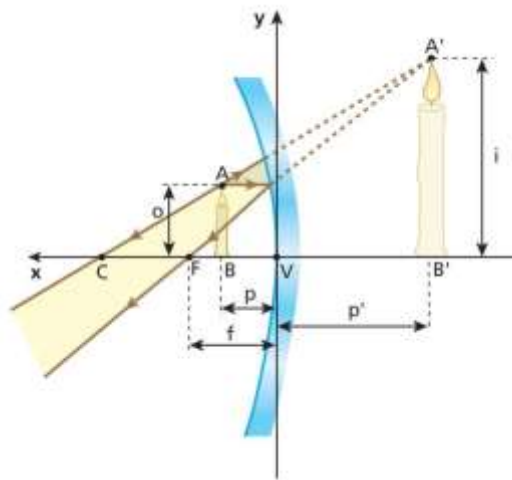
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

Ou

$$f = \frac{P \cdot P'}{P + P'}$$

Aumento linear transversal

O aumento linear é uma grandeza relacionada à imagem, e representa o aumento que essa imagem pode ter. Se você olhar a imagem abaixo pode notar que ela representa um raio notável que passa pelo objeto e forma a imagem.



Podemos notar que existem dois triângulos sendo formados graças a esse raio notável e eles podem ser relacionados, definindo o aumento linear como:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{P'}{P}$$

Esse "-" faz parte de uma correção na fórmula. Para definir o tamanho das imagens, faremos uso do sistema de coordenadas, estrategicamente, localizado no vértice do espelho, conforme a imagem a cima. Assim, definiremos valores positivos para objetos e imagens com orientação positiva do eixo y e negativo para imagens e objetos invertidos. Essa relação pode ser observada no valor final do aumento linear da seguinte forma:

- $A < 0$ significa que a imagem é invertida em relação ao objeto
- $A > 0$ significa que a imagem é direita em relação ao objeto

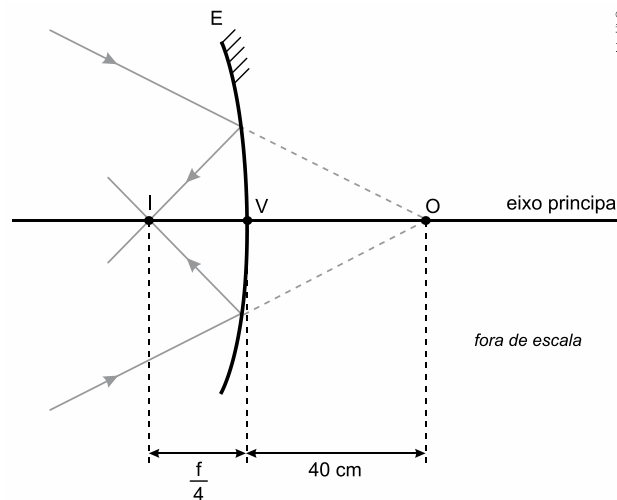
Obs.: Lembra-se que essa classificação é em relação ao objeto. Se tanto o objeto quanto a imagem estiverem para baixo, o valor do A será positivo e vice e versa.

Exercícios

1. Um objeto foi colocado em duas posições à frente de um espelho côncavo de 10 cm de foco. A imagem do objeto, conjugada pelo espelho, quando colocado na primeira posição foi invertida, com ampliação de 0,2 e, quando colocado na segunda posição, foi direita com ampliação de 5. Considerando o exposto, e utilizando o referencial e equações de Gauss, assinale a alternativa **correta** que completa as lacunas da frase a seguir.

A imagem conjugada do objeto na primeira posição é _____ e _____ que o objeto. A imagem conjugada do objeto na segunda posição é _____ e _____ que o objeto.

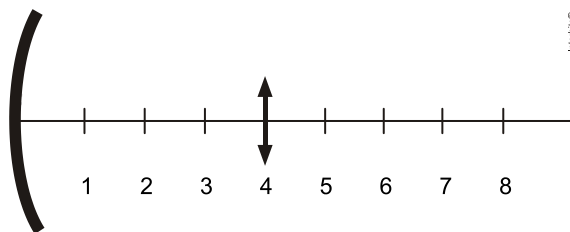
- a) real – menor – virtual – maior
b) real – menor – real – maior
c) virtual – maior – real – menor
d) virtual – maior – virtual – menor
2. Na figura, O é um ponto objeto virtual, vértice de um pincel de luz cônico convergente que incide sobre um espelho esférico côncavo E de distância focal f . Depois de refletidos no espelho, os raios desse pincel convergem para o ponto I sobre o eixo principal do espelho, a uma distância $\frac{f}{4}$ de seu vértice.



Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, é correto afirmar que a distância focal desse espelho é igual a

- a) 150 cm.
b) 160 cm.
c) 120 cm.
d) 180 cm.
e) 200 cm.

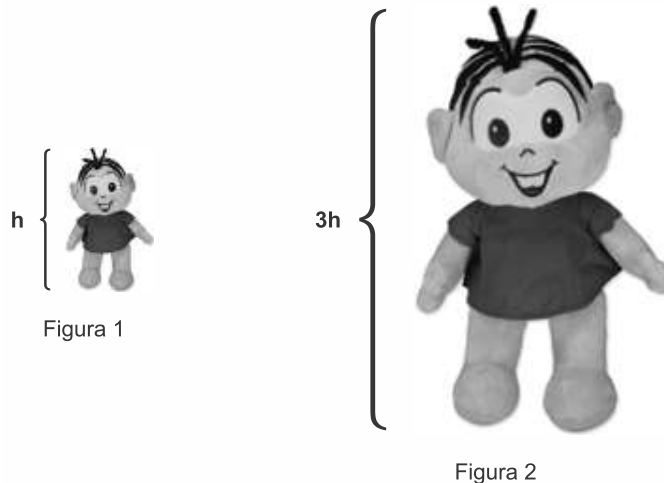
3. Um objeto está à frente de um espelho e tem sua imagem aumentada em quatro vezes e projetada em uma tela que está a 2,4 m do objeto, na sua horizontal. Que tipo de espelho foi utilizado e qual o seu raio de curvatura?
- a) Côncavo; 64 cm.
 - b) Côncavo; 36 cm.
 - c) Côncavo; 128 cm.
 - d) Convexo; -128 cm.
 - e) Convexo; -64 cm.
4. Determine o raio de curvatura, em cm, de um espelho esférico que obedece às condições de nitidez de Gauss e que conjuga de um determinado objeto uma imagem invertida, de tamanho igual a $\frac{1}{3}$ do tamanho do objeto e situada sobre o eixo principal desse espelho. Sabe-se que distância entre a imagem e o objeto é de 80 cm.
- a) 15
 - b) 30
 - c) 60
 - d) 90
5. A figura a seguir mostra um espelho côncavo e diversas posições sobre o seu eixo principal. Um objeto e sua imagem, produzida por este espelho, são representados pelas flechas na posição 4.



O foco do espelho está no ponto identificado pelo número

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 8

6. Dispõe-se de um espelho convexo de Gauss, de raio de curvatura R . Um pequeno objeto colocado diante desse espelho, sobre seu eixo principal, a uma distância R de seu vértice V , terá uma imagem conjugada situada no ponto P desse eixo. O comprimento do segmento VP é
- a) $R/4$
 - b) $R/3$
 - c) $R/2$
 - d) R
 - e) $2R$
7. A figura 1 mostra a boneca Mônica de altura h a ser colocada em frente a um dispositivo óptico. A figura 2 mostra a imagem desta boneca vista através do dispositivo, com altura $3h$.



Sobre essa situação, pode-se afirmar que:

- a) O dispositivo fornece uma imagem real da boneca.
 - b) O dispositivo pode ser uma lente divergente ou um espelho convexo.
 - c) A distância da boneca até o dispositivo óptico é três meios de sua distância focal.
 - d) A distância da imagem da boneca até o dispositivo é o dobro de sua distância focal.
8. Um objeto foi colocado sobre o eixo principal de um espelho côncavo de raio de curvatura igual a $6,0$ cm. A partir disso, é possível observar que uma imagem real foi formada a $12,0$ cm de distância do vértice do espelho. Dessa forma, é **CORRETO** afirmar que o objeto encontra-se a uma distância do vértice do espelho igual a
- a) $2,0$ cm
 - b) $4,0$ cm
 - c) $5,0$ cm
 - d) $6,0$ cm
 - e) $8,0$ cm

9. Uma vela acesa foi colocada a uma distância p do vértice de um espelho esférico côncavo de 1,0 m de distância focal. Verificou-se que o espelho *projetava* em uma parede uma imagem da chama desta vela, ampliada 5 vezes.
O valor de p , em cm, é:
- a) 60.
 - b) 90.
 - c) 100.
 - d) 120.
 - e) 140.
10. Uma pessoa encontra-se de pé a uma distância de 10 cm de um espelho esférico. Esta pessoa vê, no espelho, sua imagem direita e aumentada em 5 vezes.
Com os dados acima, pode-se dizer que a sua distância focal em relação ao espelho é:
- a) 12,5 cm.
 - b) 10 cm.
 - c) 20 cm.
 - d) 30,5 cm.
 - e) 25,5 cm.

Gabarito

1. A

Trata-se de objeto real.

- 1ª posição:

A imagem é invertida, então ela é real.

A ampliação é menor que 1: $A < 1$: imagem menor que o objeto.

- 2ª posição:

A imagem é direita, então ela é virtual.

A ampliação é maior que 1: $A > 1$: imagem maior que o objeto.

2. C

O objeto é virtual ($p < 0$) e a imagem é real ($p' > 0$). Assim:

$$p = -40\text{cm}; p' = \frac{f}{4}.$$

Aplicando a equação dos pontos conjugados (Gauss):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-40} + \frac{1}{f/4} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{-1}{40} + \frac{4}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{4}{f} = \frac{-1}{40} \Rightarrow \frac{-3}{f} = \frac{-1}{40} \Rightarrow$$

$$f = 120\text{ cm.}$$

3. C

O tipo de espelho esférico é facilmente determinado, pois a única imagem do espelho convexo é do tipo menor, direita e virtual, portanto o espelho é côncavo.

Para saber o raio de curvatura, usamos a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

em que:

f = distância focal = metade do raio de curvatura do espelho;

d_i = distância da imagem (no caso este valor é positivo, pois a imagem foi projetada, portanto, real);

d_o = distância do objeto ao vértice do espelho.

Além disso, necessitamos utilizar a equação do aumento linear, que é dada por:

$$A = \frac{|i|}{o} = \frac{|d_i|}{d_o}$$

onde:

i = tamanho da imagem em módulo;

o = tamanho do objeto.

Da equação de aumento, obtemos a seguinte relação entre d_i e d_o :

$$d_i = 4 \cdot d_o$$

Mas, nos foi fornecido a distância entre o objeto e a imagem, logo:

$$d_i - d_o = 2,4\text{ m} \Rightarrow 4d_o - d_o = 2,4\text{ m} \therefore d_o = 0,8\text{ m}$$

Substituindo na equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{4d_o} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{5}{4d_o} \Rightarrow f = \frac{4d_o}{5} = \frac{4 \cdot 0,8 \text{ m}}{5} \therefore f = 0,64 \text{ m} = 64 \text{ cm}$$

Como o raio é o dobro do foco:

$$R = 2 \cdot 64 \text{ cm} \therefore R = 128 \text{ cm}$$

4. C

Da informação do problema, sabe-se que sendo a imagem invertida, estamos diante de um espelho côncavo, e que:

$$d_o - d_i = 80 \text{ cm} \quad (1)$$

Da relação de aumento transversal em módulo:

$$A = \frac{d_i}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{d_i}{d_o} \therefore d_o = 3 d_i \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$3 d_i - d_i = 80 \text{ cm} \therefore d_i = 40 \text{ cm} \text{ e } d_o = 120 \text{ cm}$$

Aplicando esses valores na equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{40} + \frac{1}{120} \therefore f = 30 \text{ cm}$$

Logo, o raio de curvatura é:

$$R = 2f \therefore R = 60 \text{ cm}$$

5. B

Num espelho esférico côncavo, a única posição em que ocorre superposição de objeto e imagem é o centro de curvatura. Como o foco fica no ponto médio entre o centro e o vértice, ele está no ponto identificado pelo número 2.

Podemos identificar esse ponto também através de cálculos. Sendo d a distância entre dois pontos consecutivos, temos: $p = p' = 4 d$.

Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow f = \frac{p p'}{p + p'} = \frac{4 d \cdot 4 d}{8 d} = \frac{16 d^2}{8 d} \Rightarrow$$

$$f = 2 d.$$

6. B

Pela Lei de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

onde:

f é a distância focal que é a metade do raio de curvatura e para espelhos convexos tem o sinal negativo;

d_i é a distância da imagem em relação ao vértice;

d_o é a distância do objeto em relação ao vértice.

$$-\frac{1}{R/2} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{R}$$

$$-\frac{2}{R} - \frac{1}{R} = \frac{1}{d_i}$$

$$d_i = -\frac{R}{3}$$

O sinal negativo indica que a imagem é virtual.

7. D

A imagem obtida é virtual direita e maior, que pode ser fornecida por um espelho esférico côncavo ou por uma lente esférica delgada convergente.

Da equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{3h}{h} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p = \frac{-p'}{3}$$

Substituindo esse resultando na equação dos pontos conjugados (Gauss):

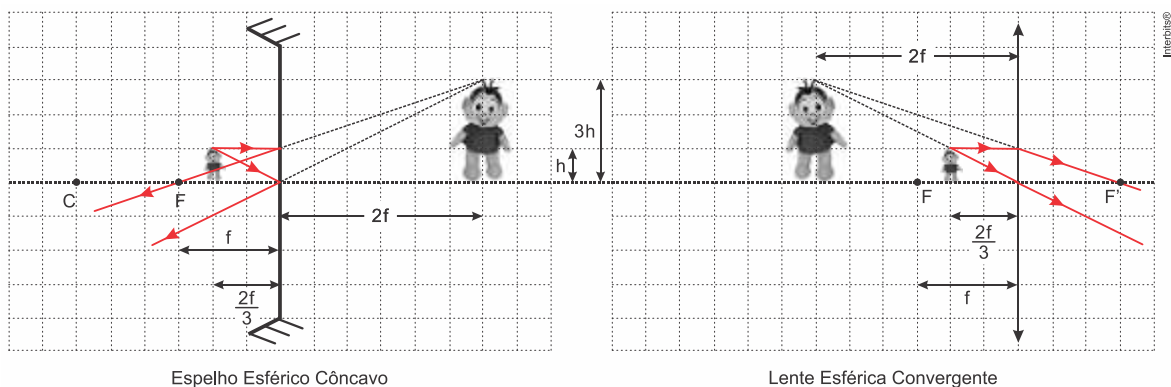
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-p'/3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{-3}{p'} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{-2}{p'} \Rightarrow p' = -2f.$$

O sinal negativo indica que a imagem é virtual. Assim, a distância da imagem da boneca até o dispositivo é o dobro de sua distância focal.

A posição da boneca (p) para a situação descrita deve ser:

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow 3 = \frac{f}{f-p} \Rightarrow f = 3f - 3p \Rightarrow p = \frac{2f}{3}.$$

As figuras abaixo mostram uma solução gráfica, para um espelho esférico côncavo e para uma lente esférica delgada convergente.



8. B

Dados: $R = 6 \text{ cm}$; $p' = 12 \text{ cm}$.

A distância focal do espelho é:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow f = 3 \text{ cm}.$$

Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{p' f}{p' - f} = \frac{12 \cdot 3}{12 - 3} = \frac{36}{9} \Rightarrow$$

$$p = 4 \text{ cm}.$$

9. D

Por ser uma imagem que será projetada, é direto perceber que se trata de uma imagem real. Em um espelho esférico côncavo, quando a imagem é real, ela será invertida. Diante disto, a amplitude será de $A = -5$.

Diante disto,

$$A = \frac{-p'}{p}$$

$$-5 = \frac{-p'}{p}$$

$$p' = 5p$$

Utilizando a equação de Gauss para espelhos, temos que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{5 \cdot p}$$

$$1 = \frac{6}{5p}$$

$$p = 1,2 \text{ m} \therefore p = 120 \text{ cm}$$

10. A

Obs: o enunciado está mal redigido. O que está sendo pedido é a distância focal do espelho.

Dados: $p = 10 \text{ cm}$; $A = 5$.

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow A f - A p = f \Rightarrow 5 f - 5(10) = f \Rightarrow 4 f = 50 \Rightarrow f = 12,5 \text{ cm}.$$