Arranjo simples e combinação simples

Quer ver esse material pelo Dex? Clica aqui.

Resumo

Arranjo

Dado um conjunto com *n* elementos distintos, chama-se *arranjo dos **n** elementos*, tomados *p* a *p*, a qualquer *sequência ordenada* de *p* elementos distintos escolhidos entre os *n* existentes.

$$\boxed{A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

Exemplo: Quantos são os números compreendidos entre 2000 e 3000 formados por algarismos distintos escolhido entre 1,2,3,4,5,6,7,8 e 9?

O número deve ter quatro algarismos (pois está entre 2000 e 3000). Para o primeiro algarismos existe apenas uma possibilidade (2) e para os outros três ainda existem 8 números disponíveis, então:

$$A_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8.7.6.5!}{5!} = 8.7.6 = 336 \text{ números.}$$

Combinação Simples

Número de combinações de *n* elementos tomados *p* a *p* onde a *ordem não importa*.

$$\boxed{C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \binom{n}{p}}$$

Exemplo: Com 10 espécies de frutas, quantos tipos de salada, contendo 6 espécies diferentes podem ser feitas?

Nesse caso a ordem das frutas não importa na salada de fruta, então é um caso de combinação, pois, dentre 10 elementos, devemos escolher apenas 6. Ou seja:

$$C_{10,6} = \frac{10!}{6!.(10-6)!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!.4!} = \frac{5040}{4!} = \frac{5040}{24} = 210$$

Assim, temos 210 tipos de saladas diferentes com 6 espécies de fruta.

Exercícios

1. Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando videogame. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

a) 64

b) 56

c) 49

d) 36

e) 28

2. O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos. Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

a) $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$

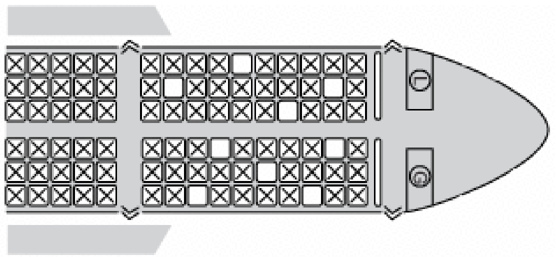
b) $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$

c) $\frac{10!}{2! \times 8!} - 2$

d) $\frac{6!}{4!} + 4 \times 4$

e) $\frac{6!}{4!} + 6 \times 4$

3. Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site, as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

a) $\frac{9!}{2!}$

b) $\frac{9!}{7! \times 2!}$

c) $7!$

d) $\frac{5!}{2!} \times 4!$

e) $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$

4. Considere o seguinte jogo de apostas: numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções: Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos; Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos; Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos; Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos; Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos. Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são:

a) Caio e Eduardo.
b) Arthur e Eduardo.
c) Bruno e caio
d) Arthur e Bruno
e) Douglas e Eduardo

5. A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente:

a) $1\frac{1}{2}$ vez menor.

b) $2\frac{1}{2}$ vezes menor.

c) 4 vezes menor.

d) 9 vezes menor.

e) 14 vezes menor.

6. Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de:

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.

b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.

c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.

d) duas combinações.

e) dois arranjos.

7. Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

grupos taxonômicos	número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores. O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a:

a) 1320

b) 2090

c) 5845

d) 6600

e) 7 245

8. Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	Museus internacionais
Masp — São Paulo	**Louvre** — Paris
MAM — São Paulo	**Prado** — Madri
Ipiranga — São Paulo	**British Museum** — Londres
Imperial — Petrópolis	**Metropolitan** — Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

a) 6

b) 8

c) 20

d) 24

e) 36

9. Em uma competição de vôlei de praia participam n duplas. Ao final, todos os adversários se cumprimentaram uma única vez com apertos de mãos. Sabendo-se que foram contados 180 apertos de mãos, podemos concluir que n é igual a:

a) 8

b) 9

c) 10

d) 11

e) 12

10. O técnico da seleção brasileira de futebol precisa convocar mais 4 jogadores, dentre os quais exatamente um deve ser goleiro. Sabendo que na sua lista de possibilidades para essa convocação existem 15 nomes, dos quais 3 são goleiros, qual é o número de maneiras possíveis de ele escolher os 4 jogadores?

a) 220

b) 660

c) 1980

d) 3960

e) 7920

Gabarito

1. E

O número de partidas pode ser calculado pelo número de combinações de jogadores, 2 a $2.$ Assim:

$C_{8,2} = \dfrac{8!}{2! \cdot 6!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 6!} = 28$ partidas

2. A

Desde que o número de maneiras de escolher dois tenistas quaisquer é $\binom{10}{2} = \dfrac{10!}{2! \times 8!},$ e o número de modos de escolher dois tenistas canhotos é $\binom{4}{2} = \dfrac{4!}{2! \times 2!},$ tem-se que o resultado é dado por $\dfrac{10!}{2! \times 8!} - \dfrac{4!}{2! \times 2!}.$

3. A

O resultado pedido corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 7 a $7,$ isto é, $A_{9,7} = \dfrac{9!}{2!}.$

4. A

Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$250;\ 41 \cdot \binom{7}{6} + 4 = 291;\ 12 \cdot \binom{8}{6} + 10 = 346;\ 4 \cdot \binom{9}{6} = 336$ e $2 \cdot \binom{10}{6} = 420.$

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

5. C

Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5} = 84.\ 6 = 504$
Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. C9,5 = 126
126 é a quarta parte de 504 logo a alternativa correta é a letra c.

6. A

Para o grupo A a ordem dos elementos não importa o que nos leva a pensar numa combinação.
Mas no jogo de abertura existe o time que jogará em sua caso, então temos um arranjo.
Logo a alternativa A é a correta.

7. A

Há $\binom{2}{1} = 2$ modos de escolher um espécime do grupo Cetáceos, $\binom{20}{1} = 20$ modos de escolher um espécime do grupo Primatas e $\binom{33}{1} = 33$ modos de escolher um espécime do grupo Roedores.

Portanto, pelo PFC, podemos formar $2 \cdot 20 \cdot 33 = 1320$ conjuntos distintos.

8. D

O professor pode escolher 3 museus no Brasil de $\binom{}{3} = 4$ modos distintos e pode escolher 2 museus no exterior de $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ maneiras. Portanto, pelo PFC, o professor pode escolher os 5 museus para visitar de $4 \cdot 6 = 24$ maneiras diferentes.

9. C

Se todos os atletas se cumprimentassem, então o número de apertos de mãos seria igual a $C_{2n,2}$. Mas, como apenas adversários se cumprimentam, devemos descontar desse total o número de apertos de mãos trocados entre atletas de uma mesma dupla, qual seja n.

$$C_{2n,2} - n = 180$$

$$\frac{2n!}{2!.(2n-2)!} - n = \frac{\cancel{2}n.(2n-1)\cancel{(2n-2)!}}{\cancel{2}.\cancel{(2n-2)!}} - n = 180$$

$$= 2n^2 - n - n = 180$$

$$= 2n^2 - 2n - 180 = 0$$

$$= n^2 - n - 90 = 0$$

$$= n = 10 \text{ ou } \cancel{n = -9}$$

10. B

Há 3 possibilidades para a escolha do goleiro.

O total de maneiras de escolher os outros três jogadores, após a escolha do goleiro é dado por: $C_{12,3} = \frac{12!}{3!9!} = 220$ Assim, o total de maneiras de escolher os quatro jogadores, pelo princípio fundamental da contagem é: 3. 220 = 660.