

## Forças em trajetórias curvilíneas

### Resumo

---

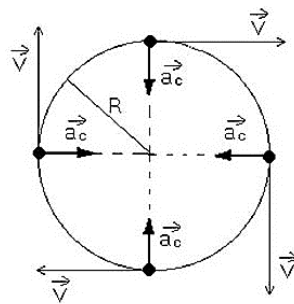
Já estudamos até aqui como podemos medir o movimento de corpos em linha reta ou em movimentos circulares. Agora estamos na parte da Física que estuda como podemos modificar o movimento dos corpos, a Dinâmica.

Durante o movimento circular ou qualquer outro tipo de movimento curvilíneo, temos a mudança da direção do vetor velocidade. No estudo da Cinemática, você viu que o agente causador da variação da velocidade é a aceleração. Logo, o agente causador dessa modificação da direção da velocidade também deveria ser uma aceleração.

### Aceleração Centrípeta

Para fazer com que a direção do vetor velocidade mude, existe uma aceleração que atua sempre em direção ao centro da trajetória, chamada de aceleração centrípeta.

$$a_{cp} = v^2/R \quad \text{ou} \quad a_{cp} = \omega^2 R$$

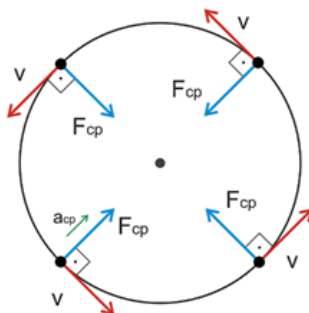


### Força Resultante Centrípeta

Pela a segunda Lei de Newton, podemos definir a Força Resultante Centrípeta:

$$F = m a_{cp} = m v^2/R$$

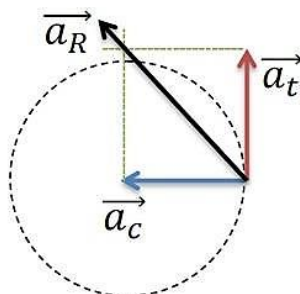
Em todo movimento curvilíneo tem-se a presença dessa força, que tem direção perpendicular à velocidade linear do corpo e cujo sentido sempre é para o centro da circunferência que define a curva.



**Aceleração Tangencial**

Além da aceleração centrípeta, em alguns casos aparecerá a aceleração tangencial, que é sempre tangente à trajetória e serve para modificar o módulo da velocidade vetorial.

A aceleração resultante será dada a partir da soma vetorial das acelerações centrípeta e tangencial.

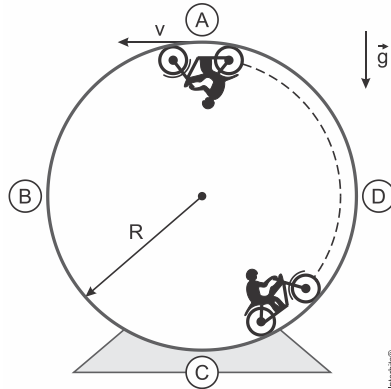


---

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

## Exercícios

1. Considere a figura a seguir, na qual é mostrado um piloto acrobata fazendo sua moto girar por dentro de um “globo da morte”.

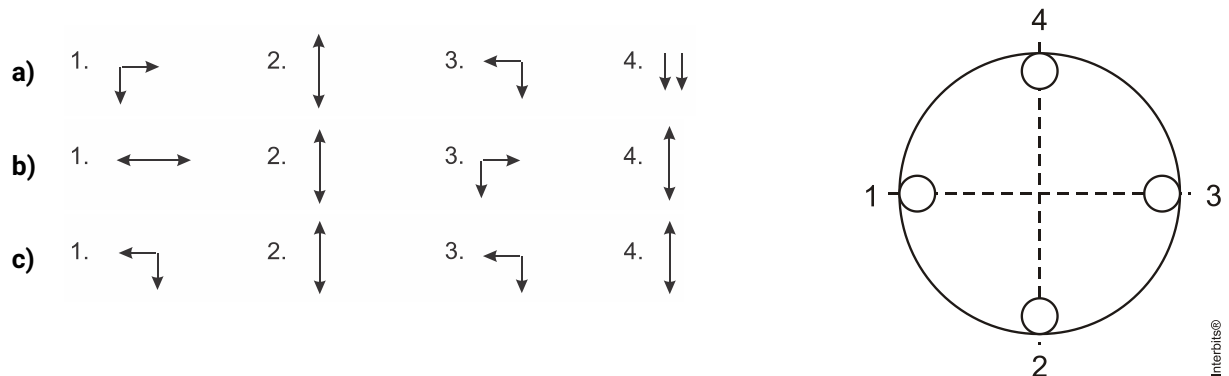


Ao realizar o movimento de *loop* dentro do globo da morte (ou seja, percorrendo a trajetória ABCD mostrada acima), o piloto precisa manter uma velocidade mínima de sua moto para que a mesma não caia ao passar pelo ponto mais alto do globo (ponto “A”).

Nestas condições, a velocidade mínima “v” da moto, de forma que a mesma não caia ao passar pelo ponto “A”, dado que o globo da morte tem raio R de 3,60 m, é

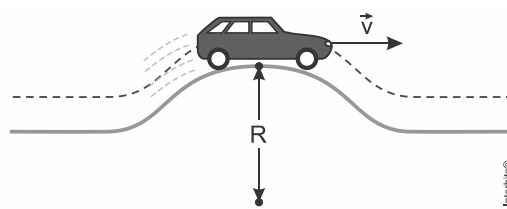
**Considere** a aceleração da gravidade com o valor  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- a) 6 km/h.  
b) 12 km/h.  
c) 21,6 km/h.  
d) 15 km/h.  
e) 18 km/h.
2. Um corpo desliza sem atrito ao longo de uma trajetória circular no plano vertical (*looping*), passando pelos pontos, 1, 2, 3 e 4, conforme figura a seguir. Considerando que o corpo não perde contato com a superfície, em momento algum, é correto afirmar que os diagramas que melhor representam as direções e sentidos das forças que agem sobre o corpo nos pontos 1, 2, 3 e 4 são apresentados na alternativa:



- d) 1.  2.  3.  4.  Interbits®

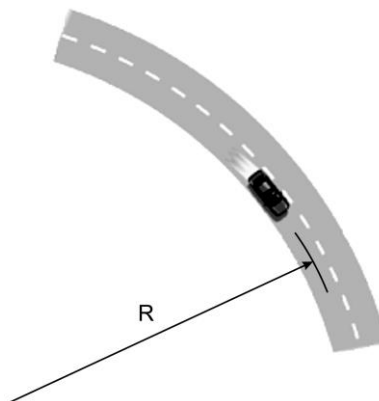
3.



A figura representa o instante em que um carro de massa  $M$  passa por uma lombada existente em uma estrada. Considerando o raio da lombada igual a  $R$ , o módulo da velocidade do carro igual a  $V$ , e a aceleração da gravidade local  $g$ , a força exercida pela pista sobre o carro, nesse ponto, pode ser calculada por

- a)  $\frac{MV^2}{R} + Mg$   
 b)  $Mg - \frac{MV^2}{R}$   
 c)  $Mg - \frac{MR^2}{V}$   
 d)  $\frac{MR^2}{V} + mg$

4. Considere, na figura abaixo, a representação de um automóvel, com velocidade de módulo constante, fazendo uma curva circular em uma pista horizontal.



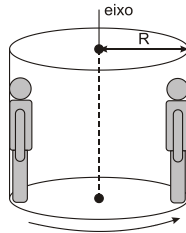
Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

A força resultante sobre o automóvel é \_\_\_\_\_ e, portanto, o trabalho por ela realizado é \_\_\_\_\_.

- a) nula – nulo  
 b) perpendicular ao vetor velocidade – nulo

- c) paralela ao vetor velocidade – nulo
- d) perpendicular ao vetor velocidade – positivo
- e) paralela ao vetor velocidade – positivo

5. Rotor é um brinquedo que pode ser visto em parques de diversões. Consiste em um grande cilindro de raio  $R$  que pode girar em torno de seu eixo vertical central. Após a entrada das pessoas no rotor, elas se encostam nas suas paredes e este começa a girar. O rotor aumenta sua velocidade de rotação até que as pessoas atinjam uma velocidade  $v$ , quando, então, o piso é retirado. As pessoas ficam suspensas, como se estivessem “ligadas” à parede interna do cilindro enquanto o mesmo está girando, sem nenhum apoio debaixo dos pés e vendo um buraco abaixo delas.



Em relação à situação descrita, é CORRETO afirmar que:

- (01) a força normal, ou seja, a força que a parede faz sobre uma pessoa encostada na parede do rotor em movimento, é uma força centrípeta.
- (02) se duas pessoas dentro do rotor tiverem massas diferentes, aquela que tiver maior massa será a que terá maior chance de deslizar e cair no buraco abaixo de seus pés.
- (04) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele deve ser maior ou igual a  $\frac{gR}{v^2}$ .
- (08) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional ao raio do rotor.
- (16) o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional à velocidade  $v$  do rotor.

- a) 01 e 04
- b) 02 e 04
- c) 01, 04, 08
- d) 02 e 16
- e) Todas as alternativas estão certas

6. Uma criança gira no plano horizontal, uma pedra com massa igual a 40 g presa em uma corda, produzindo um Movimento Circular Uniforme. A pedra descreve uma trajetória circular, de raio igual a 72 cm, sob a ação de uma força resultante centrípeta de módulo igual a 2 N. Se a corda se romper, qual será a velocidade, em m/s, com que a pedra se afastará da criança?

**Obs.:** desprezar a resistência do ar e admitir que a pedra se afastará da criança com uma velocidade constante.

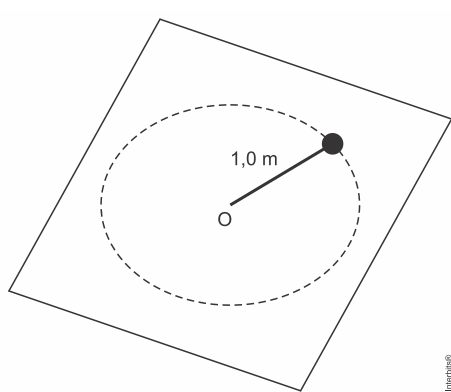
- a) 6
- b) 12

- c) 18
- d) 36

7. Em uma viagem a Júpiter, deseja-se construir uma nave espacial com uma seção rotacional para simular, por efeitos centrífugos, a gravidade. A seção terá um raio de 90 metros. Quantas rotações por minuto (RPM) deverá ter essa seção para simular a gravidade terrestre? (considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

- a)  $10/\pi$
- b)  $2/\pi$
- c)  $20/\pi$
- d)  $15/\pi$

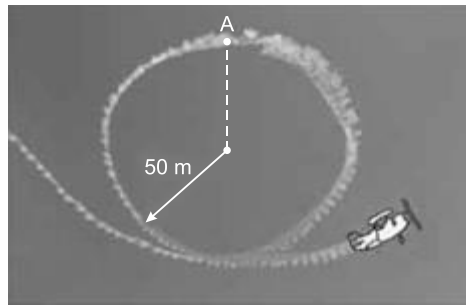
8.



Uma esfera de massa 2,00 kg que está presa na extremidade de uma corda de 1,00 m de comprimento, de massa desprezível, descreve um movimento circular uniforme sobre uma mesa horizontal, sem atrito. A força de tração na corda é de 18,0 N, constante. A velocidade de escape ao romper a corda é

- a) 0,30 m/s.
- b) 1,00 m/s.
- c) 3,00 m/s.
- d) 6,00 m/s.
- e) 9,00 m/s.

9. Em uma exibição de acrobacias aéreas, um avião pilotado por uma pessoa de 80 kg faz manobras e deixa no ar um rastro de fumaça indicando sua trajetória. Na figura, está representado um *looping* circular de raio 50 m contido em um plano vertical, descrito por esse avião.



fora de escala

**Adotando**  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e **considerando** que ao passar pelo ponto A, ponto mais alto da trajetória circular, a velocidade do avião é de 180 km/h, a intensidade da força exercida pelo assento sobre o piloto, nesse ponto, é igual a

- a) 3.000 N.
  - b) 2.800 N.
  - c) 3.200 N.
  - d) 2.600 N.
  - e) 2.400 N.
10. Convidado para substituir Felipe Massa, acidentado nos treinos para o grande prêmio da Hungria, o piloto alemão Michael Schumacker desistiu após a realização de alguns treinos, alegando que seu pescoço doía, como consequência de um acidente sofrido alguns meses antes, e que a dor estava sendo intensificada pelos treinos. A razão disso é que, ao realizar uma curva, o piloto deve exercer uma força sobre a sua cabeça, procurando mantê-la alinhada com a vertical.

Considerando que a massa da cabeça de um piloto mais o capacete seja de 6,0 kg e que o carro esteja fazendo uma curva de raio igual a 72 m a uma velocidade de 216 km/h, assinale a alternativa correta para a massa que, sujeita à aceleração da gravidade, dá uma força de mesmo módulo.

- a) 20 kg.
- b) 30 kg.
- c) 40 kg.
- d) 50 kg.
- e) 60 kg.

## Gabarito

1. **C**

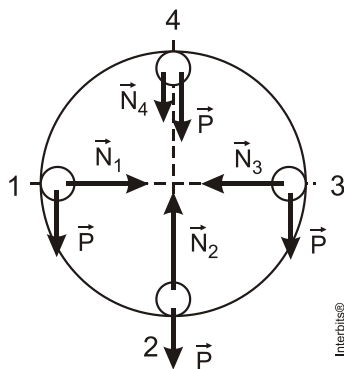
A velocidade mínima ocorre quando a força normal atuante na moto for nula, sendo a resultante centrípeta o próprio peso. Assim:

$$R_{\text{cent}} = P \Rightarrow \frac{m v^2}{R} = m g \Rightarrow v = \sqrt{R g} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = 6 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 21,6 \text{ km/h.}}$$

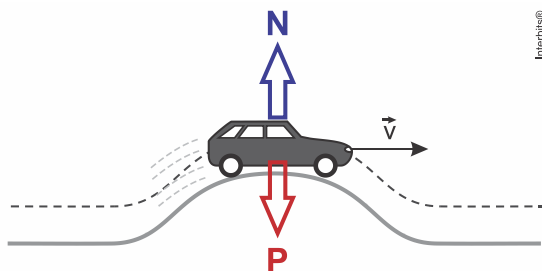
2. **A**

Se não há atrito, as únicas forças que agem sobre o corpo são seu próprio peso ( $\vec{P}$ ), vertical para baixo, e a normal ( $\vec{N}$ ), perpendicular à trajetória em cada ponto.

A figura abaixo ilustra essas forças em cada um dos pontos citados.

3. **B**

Questão envolvendo a dinâmica no movimento circular uniforme, em que a força resultante no ponto mais alto da lombada é representado na figura abaixo:



A resultante das forças é a força centrípeta:

$$F_r = F_c \Rightarrow P - N = \frac{M v^2}{R} \Rightarrow Mg - N = \frac{M v^2}{R}$$

$$\therefore N = Mg - \frac{M v^2}{R}$$

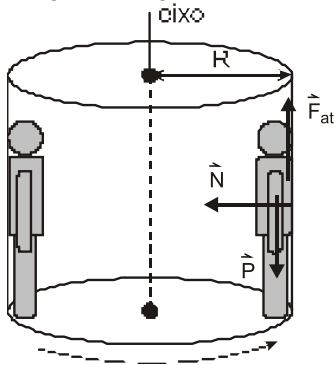


4. B

No movimento circular uniforme, a velocidade tem o módulo constante, mas direção e sentido estão mudando devido à existência de força resultante centrípeta perpendicular ao vetor velocidade e ao vetor deslocamento. Sendo assim, o trabalho da força resultante será nulo, pois quando a força é perpendicular ao deslocamento esta força não realiza trabalho.

5. A

A figura a seguir mostra as forças que agem na pessoa.



(01) **Correta**. A força normal ( $\vec{N}$ ) é sempre perpendicular a superfície de apoio, conforme ilustra a figura acima. Nesse caso ela é dirigida para o centro, portanto é uma força centrípeta.

(02) **Falsa**. Como a pessoa efetua movimento circular uniforme, na direção horizontal a normal age como resultante centrípeta ( $\vec{R}_{\text{cent}}$ ) e, na direção vertical, a força de atrito ( $\vec{F}_{\text{at}}$ ) deve equilibrar o peso. O piso somente deve ser retirado quando a força de atrito estática máxima for maior ou igual ao peso, caso contrário a pessoa escorrega pelas paredes. Assim:

$$N = \frac{mv^2}{R} \quad F_{\text{at}} \geq P \Rightarrow \mu N \geq mg. \text{ Inserindo nessa expressão a expressão anterior, vem:}$$

$$\frac{\mu m v^2}{R} \geq mg \Rightarrow \mu \geq \frac{R g}{v^2} \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{R g}{\mu}}. \text{ Nessa expressão, vemos que a massa da pessoa não}$$

interfere e que a velocidade mínima com que o piso pode ser retirado depende apenas do raio do rotor da intensidade do campo gravitacional local e do coeficiente de atrito entre as roupas da pessoa e a parede do rotor.

(04) **Verdadeira**, conforme demonstração no item anterior.

(08) **Falsa**. O coeficiente de atrito depende apenas das características das superfícies em contato.

(16) **Falsa**, conforme justificativa do item anterior.

6. A

Utilizando a relação da força centrípeta, temos:

$$F_{\text{cp}} = \frac{mv^2}{R}$$

$$2 = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot v^2}{72 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot 72}{4} = 36$$

$$\therefore v = 6 \text{ m/s}$$

7. A

A força peso atuará como resultante centrípeta, logo:

$$F_{cp} = P$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow \frac{(2\pi fR)^2}{R} = g \Rightarrow 4\pi^2 f^2 R = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^2 = \frac{g}{4\pi^2 R} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{90}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow f = \frac{1}{6\pi} \text{ Hz}$$

$$\therefore f = \frac{1}{6\pi} \cdot 60 \text{ rpm} = \frac{10}{\pi} \text{ rpm}$$

8. C

A força resultante sobre o sistema representa a força centrípeta que é a tração na corda.

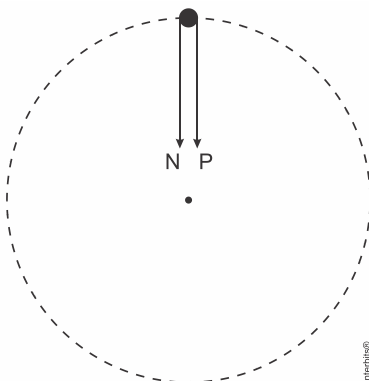
$$F_c = T \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = T$$

Assim, isolando a velocidade, temos:

$$v = \sqrt{\frac{TR}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{18 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{2 \text{ kg}}} \therefore v = 3 \text{ m/s}$$

9. C

No ponto A, temos:



Ou seja,  $N + P$  atua como resultante centrípeta. Sendo assim:

$$N + P = \frac{mv^2}{R}$$

$$N + 800 = \frac{80 \cdot 50^2}{50}$$

$$N + 800 = 4000$$

$$\therefore N = 3200 \text{ N}$$

## 10. B

**Dados:**  $v = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}$ ;  $m = 6 \text{ kg}$ ;  $r = 72 \text{ m}$ .

A força que o piloto deve exercer sobre o conjunto cabeça-capacete é a resultante centrípeta.

$$R_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{6(60)^2}{72} = \frac{3.600}{12} \Rightarrow R_c = 300 \text{ N}.$$

Para que um corpo tenha esse mesmo peso, quando sujeito à gravidade terrestre, sua massa deve ser:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{300}{10} \Rightarrow$$

$$m = 30 \text{ kg}.$$