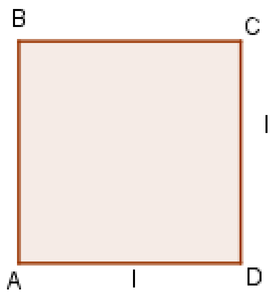
Áreas

Resumo

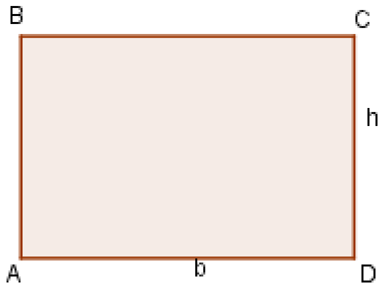
Toda superfície plana ocupa uma extensão no plano, assim as áreas medem o tamanho da superfície dessas figuras planas já conhecidas.

Área do quadrado



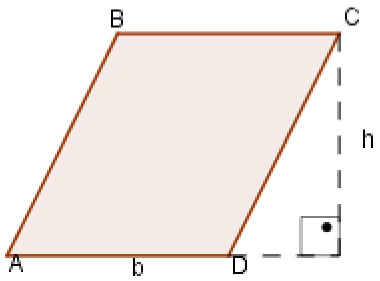
$$A = l^2$$

Área do Retângulo



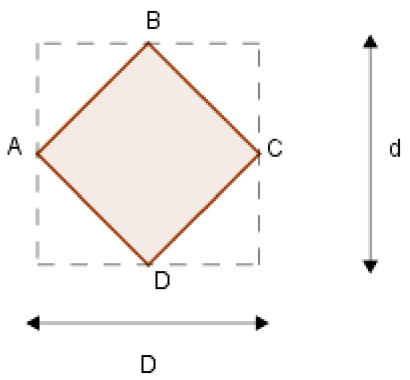
$$A = b \times h$$

Área do Paralelogramo



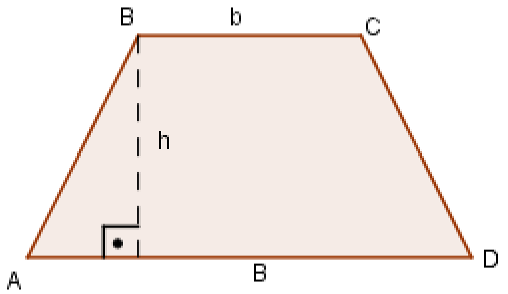
$$A = b \times h$$

Área do Losango



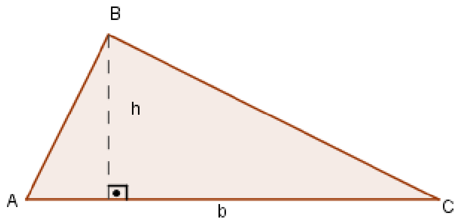
$$A = \frac{D \times d}{2}$$

Área do Trapézio



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

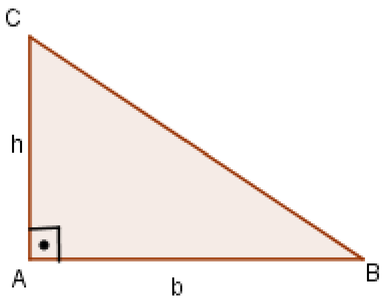
Área do Triângulo



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

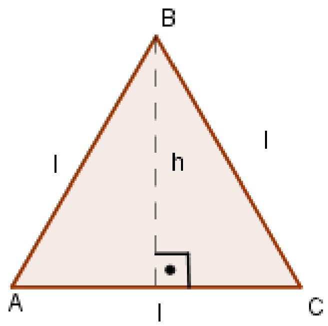
Casos Especiais:

Triângulo Retângulo



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Triângulo Equilátero



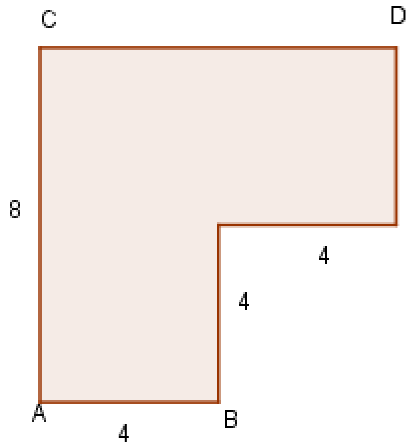
Sendo $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ **então:** $A = \frac{l \times h}{2} = \frac{l \times \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Como vimos em aulas passadas, as áreas medem o tamanho da superfície dessas figuras planas já conhecidas. Mas e se a figura em que se deseja calcular a área não for uma figura plana conhecida?

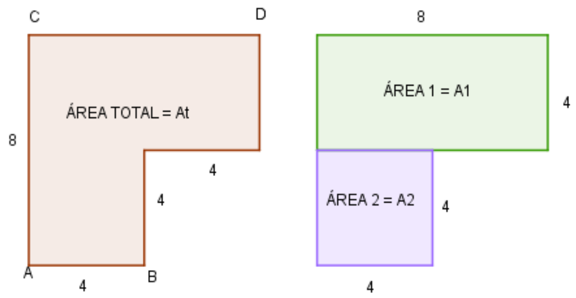
O que podemos fazer é dividir essa figura em diversas formas conhecidas (quadrados, retângulo, paralelogramos, triângulos...), calcular cada área e após isso soma-las ou diminuí-las, conforme o caso.

Veja os exemplos:

Exemplo 1: Calcular a área da figura abaixo:

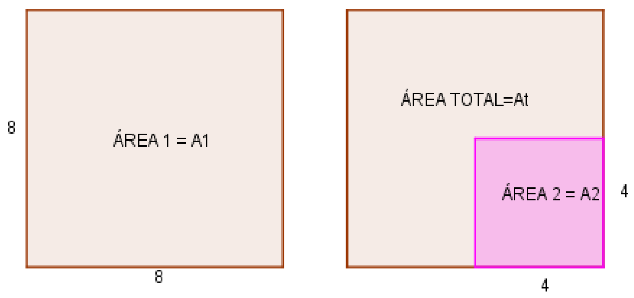


O primeiro modo que podemos resolver essa questão é da seguinte forma:



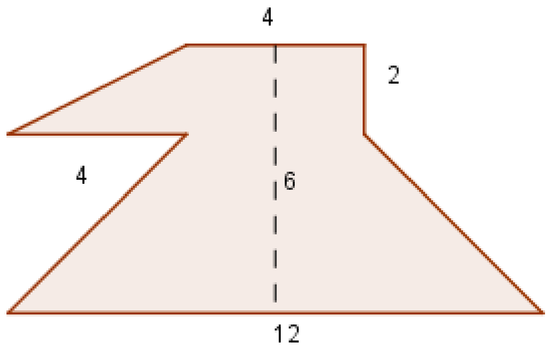
$$A_1 = 4 \times 4 = 16$$
$$A_2 = 8 \times 4 = 32$$
$$A_t = A_1 + A_2$$
$$A_t = 16 + 32 = 48$$

Um segundo modo de calcular essa área total seria:

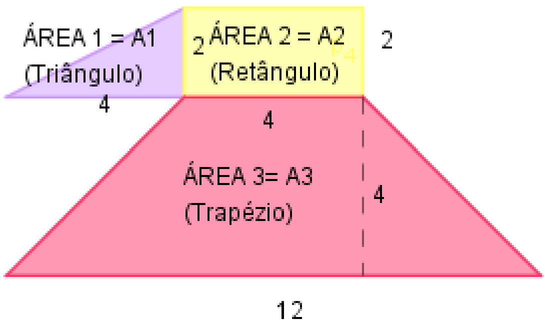


$$A_1 = 8 \times 8 = 64$$
$$A_2 = 4 \times 4 = 16$$
$$A_t = A_1 - A_2$$
$$A_t = 64 - 16 = 48$$

<u>Exemplo 2:</u> Calcular a área da figura abaixo:



Resolvendo, nós temos as seguintes áreas:



$$A_1 = \frac{b \times h}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

$$A_2 = b \times h = 4 \times 2 = 8$$

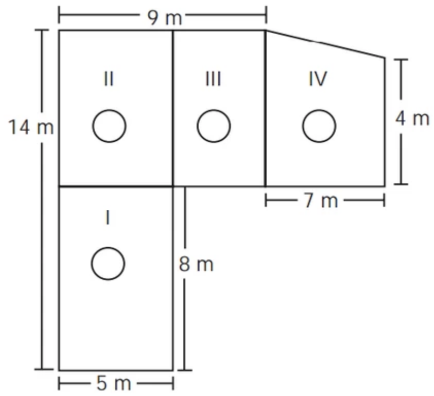
$$A_3 = \frac{(B+b) \times h}{2} = \frac{(12+4) \times 4}{2} = 32$$

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_t = 4 + 8 + 32 = 44$$

Exercícios

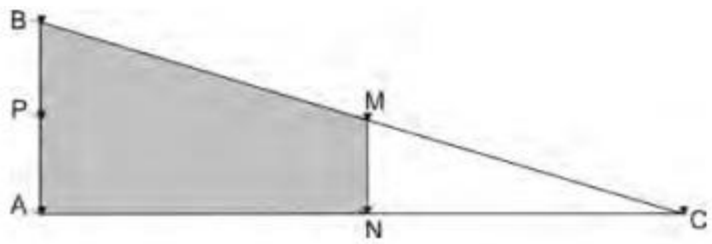
1. Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

2. Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, foram indicadas por letras.



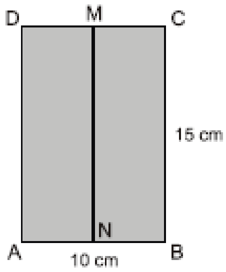
A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.

Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

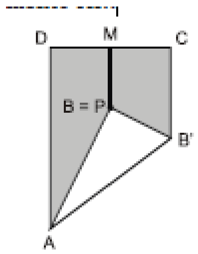
a) à mesma área do triângulo AMC.
b) à mesma área do triângulo BNC.
c) à metade da área formada pelo triângulo ABC.
d) ao dobro da área do triângulo MNC.
e) ao triplo da área do triângulo MNC.

3. Para confeccionar uma bandeirinha de festa junina, utilizou-se um pedaço de papel com 10 cm de largura e 15 cm de comprimento, obedecendo-se às instruções abaixo.

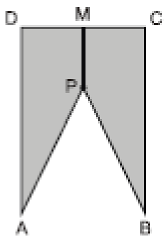
1. Dobrar o papel ao meio, para marcar o segmento MN, e abri-lo novamente:



2. Dobrar a ponta do vértice B no segmento AB', de modo que B coincida com o ponto P do segmento MN:



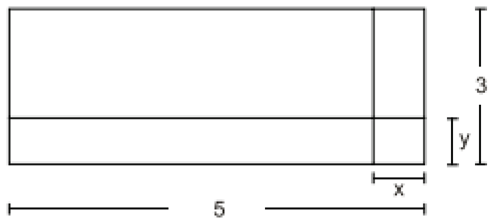
3. Desfazer a dobra e recortar o triângulo ABP.



A área construída da bandeirinha APBCD, em cm², é igual a:

a) $25(4-\sqrt{3})$
b) $25(6-\sqrt{3})$
c) $50(2-\sqrt{3})$
d) $50(3-\sqrt{3})$
e) 1 472.

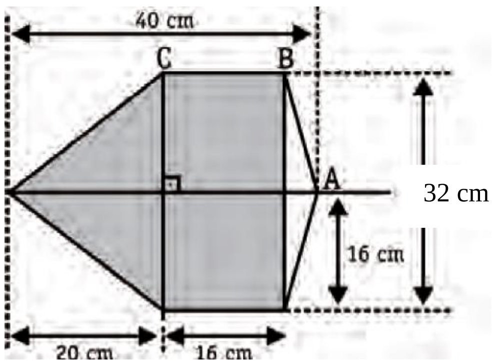
4. Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).



Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:

a) 2xy
b) 15 – 3x
c) 15 – 5y
d) –5y – 3x
e) 5y + 3x – xy

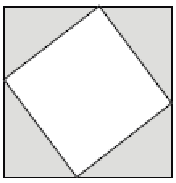
5. A pipa, também conhecida como papagaio ou quadrado, foi introduzida no Brasil pelos colonizadores portugueses no século XVI. Para montar a pipa, representada na figura, foram utilizados uma vareta de 40 cm de comprimento, duas varetas de 32 cm de comprimento, tesoura, papel de seda, cola e linha. As varetas são fixadas conforme a figura, formando a estrutura da pipa. A linha é passada em todas as pontas da estrutura, e o papel é colado de modo que a extremidade menor da estrutura da pipa fique de fora.



Na figura, a superfície sombreada corresponde ao papel de seda que forma o corpo da pipa. A área dessa superfície sombreada, em centímetros quadrados, é:

a) 576.
b) 704.
c) 832.
d) 1 150.

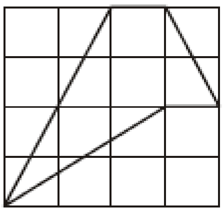
6. A figura a seguir representa uma área quadrada, no jardim de uma residência. Nessa área, as regiões sombreadas são formadas por quatro triângulos cujos lados menores medem 3 m e 4 m, onde será plantado grama. Na parte branca, será colocado um piso de cerâmica.



O proprietário vai ao comércio comprar esses dois produtos e, perguntado sobre a quantidade de cada um, responde:

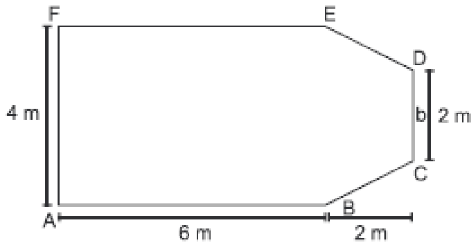
a) 24 m² de grama e 25 m² de cerâmica.
b) 24 m² de grama e 24 m² de cerâmica.
c) 49 m² de grama e 25 m² de cerâmica.
d) 49 m² de grama e 24 m² de cerâmica.

7. De uma placa quadrada de 16cm², foi recortada uma peça conforme indicado na figura. A medida da área da peça recortada, em centímetros quadrados, é:



a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.

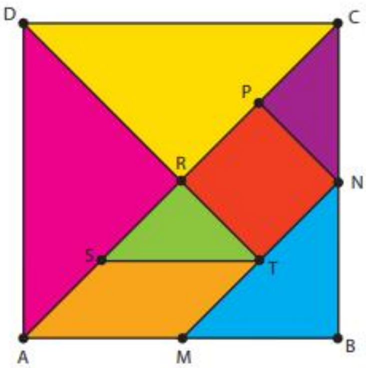
8. Marcos comprou a quantidade mínima de piso para colocar em toda a sua sala que tem o formato abaixo e pagou R$ 48,00 o metro quadrado.



Quanto ele gastou comprando o piso para essa sala?

a) R$ 288,00
b) R$ 672,00
c) R$ 1.152,00
d) R$ 1.440,00
e) R$ 2.304,00

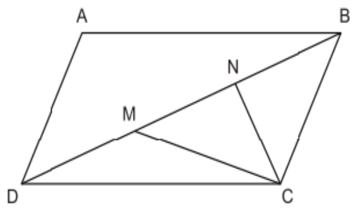
9. O Tangram é um quebra-cabeça chinês que contém sete peças: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos retângulos isósceles. Na figura, o quadrado ABCD é formado com as peças de um Tangram.



Observe os seguintes componentes da figura:
NP – lado do quadrado;
AM – lado do paralelogramo;
CDR e ADR – triângulos congruentes, bem como CNP e RST.
A razão entre a área do trapézio AMNP e a área do quadrado ABCD equivale a:

a) $\frac{3}{32}$
b) $\frac{5}{32}$
c) $\frac{3}{16}$
d) $\frac{5}{16}$

10. O Sr. Joaquim comprou um terreno em um loteamento numa praia do litoral sul de Pernambuco. O terreno tem a forma de um paralelogramo (figura abaixo) com a base medindo 20 metros e a altura medindo 15 metros. Os pontos M e N dividem a diagonal BD em três partes iguais. No triângulo CMN, ele vai cultivar flores. Qual é a área que o Sr. Joaquim destinou para esse cultivo, em m²?



a) 37
b) 39
c) 45
d) 48
e) 50

Gabarito

1. C

Primeiro, devemos calcular a área de cada ambiente.

Aquele cuja área seja menor ou igual a 35 m², deve ser utilizado o aparelho do modelo A, pois cobrirá a área e será mais econômico na utilização do gás. Para os ambientes que tiverem área entre 35 e 45 m², o modelo B é o apropriado, apesar de gastar mais gás propano, é o que cobre a área.

Os ambientes I, II e III têm a forma retangular, suas áreas são calculadas pela fórmula A=b.h e o IV tem a forma de um trapézio, A= (B+b)·h/2 .

Assim:

$A_I = 8.5 = 40m^2$

$A_{II}= (14-8).5 = 6.5 = 30m^2$

$A_{III}= 6.(9-5) = 6.4 = 24m^2$

$A_{IV}= (6+4)\cdot 72 = 10.72=35m^2$

Dessa maneira, o modelo A será utilizado nos ambientes II e III e o modelo B nos ambientes I e IV, obedecendo à indicação do fabricante de que “o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura”.

2. E

$$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow S_{ABC} = 4.S_{MNC}$$

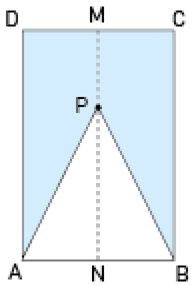
$$S_{ABMN} = S_{ABC} - S_{MNC} =$$

$$S_{ABMN} = 4.S_{MNC} - S_{MNC}$$

$$S_{ABMN} = 3.\ S_{CMN}\ \text{(TRIPLO)}$$

3. B

Após a segunda instrução, fica definido o triângulo retângulo APN, em que $\overline{AP}$ = 10 cm e $\overline{AN}$ = 5 cm.



O triângulo retângulo BPN é congruente com APN, porque $\overline{BN}$ = $\overline{AN}$, e $\overline{PN}$ é um cateto comum, então $\overline{AP}$ = $\overline{BP}$ = 10 cm. Logo, o triângulo APB é equilátero. A área S da bandeirinha é igual a área do retângulo ABCD menos a área do triângulo equilátero ABP:

$$S=10\times15-\frac{10^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S=150-25\sqrt{3}$$

$$S=25(6-\sqrt{3})\ \text{cm}^2$$

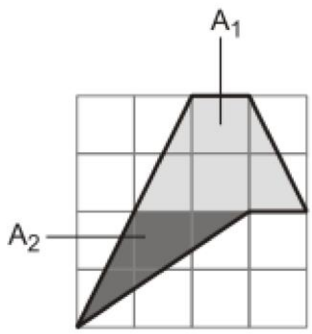
4. **E**
Para calcular a área perdida faz-se a diferença entre a área antes da lavagem, 3.5 = 15, pela área depois da lavagem, (5-x)(3-y) = 15 − 5y − 3x + xy.
Assim, 15 − (15 − 5y − 3x + xy) = 5y + 3x − xy.

5. **C**
Observe que a figura sombreada corresponde a 2 trapézios de áreas iguais.
Logo, a área pode ser calculada como:

$$A = 2\,.\frac{(40+16)\,.16}{2} = 56\,.16 = 832$$

6. **A**
A área sombreada onde será plantada a grama é dada por $4.\frac{3.4}{2} = 24m^2$. Por outro lado, como os quatro triângulos menores são triângulos retângulos pitagóricos de hipotenusa 5 m, segue que a superfície que receberá o piso de cerâmica é um quadrado, cuja área mede 5² = 25 m² .

7. **C**
Observe a figura



Além disso, como a malha tem 16 cm² de área, significa que cada quadradinho tem 1 cm², ou seja, l = 1 cm.

$$A_1 = \frac{(1+3)2}{2} = 4\ \text{cm}^2$$

$$A_2 = \frac{2.2}{2} = 2\ \text{cm}^2$$

Por fim, a área total é 4 + 2 = 6 cm².

8. **D**
Precisamos calcular a área do retângulo:
A = b.h

A = 6.4 = 24 m²

Agora, a área do trapézio:

$$A = \frac{(B+b)h}{2}$$

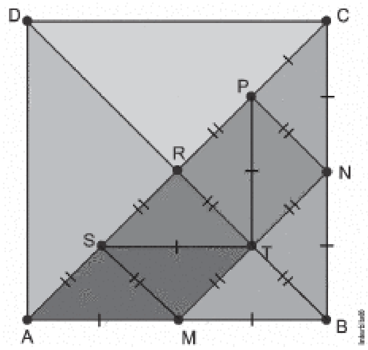
$$A = \frac{(4+2)2}{2} = 6 \text{ m}^2$$

Agora, é só somar as duas áreas para achar o total, e multiplicar pelo valor a ser pago no metro quadrado.

A_t = 24 + 6 = 30 m²

30.48 = 1440 reais.

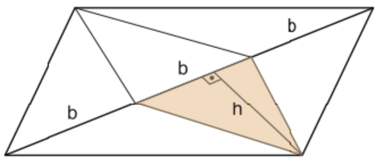
9. D



Se o trapézio AMNP é formado por 5 triângulos isósceles e o quadrado ABCD é formado por 16 triângulos isósceles, então a razão entre eles será $\frac{5}{16}$.

10. E

A área destinada à plantação de flores é 1/6 da área do paralelogramo, pois todos os triângulos possuem a mesma área.



$$A = \frac{1}{6}.15.20 = 50 \text{ m}^2$$