

## Função afim: Definição, taxa de crescimento e gráfico

### Resumo

---

Antes de apresentarmos o conceito de função afim, vejamos a resolução de um problema envolvendo uma situação do dia a dia

Ex : Beatriz pegou um táxi para ir à casa de sua namorada que fica a 15 km de distância . O valor cobrado engloba o preço da parcela fixa (bandeirada) de R\$ 4,00 mais R\$ 1,60 por quilômetro rodado.

→ Ou seja ela pagou :  $15 \times \text{R\$}1,60$  pela distância percorrida e mais R\$ 4,00 pela bandeirada; isto é :  $\text{R\$}24,00 + \text{R\$}4,00 = \text{R\$}28,00$ .

→ Se a casa do namorado ficasse a 25 km de distância. Beatriz teria pago pela corrida :  $25 \times \text{R\$}1,60$  pela distância percorrida e mais R\$ 4,00 pela bandeirada = R\$ 44,00.

### Definição

Chama-se função polinomial do 1º grau ou função afim, de qualquer função  $f$  dada por uma lei da forma  $f(x) = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais dados e  $a$  não pode ser zero.

Na lei  $f(x) = ax + b$ , o número  $a$  é chamado de coeficiente angular e o número  $b$  (termo independente) é chamado de coeficiente linear.

- **Função Linear:**  
Um caso particular de função afim é aquele em que  $b=0$  neste caso, temos a função afim de  $f$  dada pela lei da função  $f(x)=ax$ , que recebe uma denominação especial de função linear.
- **Raiz ou zero da função:**  
Chama-se raiz, da função dada por  $f(x)=ax+b$ , o número real tal que  $f(x)=0$ .

Ex: Ache a raiz de  $f(x)=2x-5$

$$0 = 2x - 5$$

$$5 = 2x$$

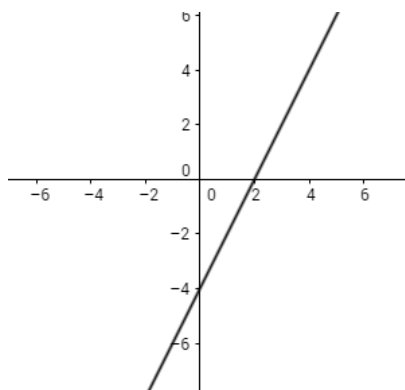
$$x = \frac{5}{2}$$

A raiz de uma função é um dos pontos mais importantes pois é onde a função corta o eixo  $x$ . Uma função de 1º grau só pode ter uma raiz real.

- **Taxa de variação:**  
Na lei da função  $f(x)=ax+b$  dizemos que o coeficiente  $a$  é chamado de taxa de variação.
- **Gráfico:**  
O gráfico de uma função do 1º grau, dada por  $y=ax+b$ , com  $a \neq 0$  é uma reta oblíqua aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ .

Ex: vamos construir o gráfico da função:

- $f(x)=2x-4$  , como o gráfico é uma reta basta obter dois pontos e ligá-los.
- Para  $x=0$  , temos  $y=2.0-4 = y=-4$ . Portanto um ponto é  $(0,-4)$ . Observe que, para  $x = 0$ ,  $y = b$ .
- Para  $y=0$  , temos  $0=2x-4$  , ( RAIZ DA FUNÇÃO ),  $x=2$  . Portanto um ponto é  $(2,0)$



- Crescimento e decrescimento da função:

Temos também que:

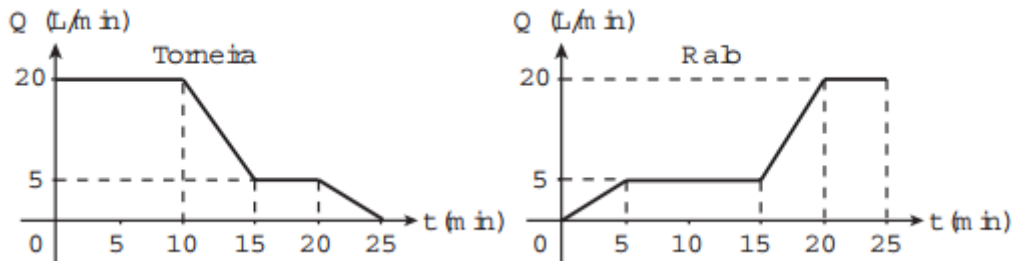
1. se  $a>0$  temos que a função é crescente.
2. se  $a<0$  temos que a função é decrescente.

---

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões  $Q$ , em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo  $t$ , em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

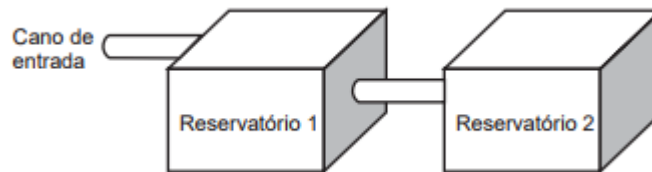
- a) De 0 a 10.  
b) De 5 a 10.  
c) De 5 a 15.  
d) De 15 a 25.  
e) De 0 a 25.
2. Chegando ao destino de uma mesma viagem, os turistas X e Y alugarão, cada um deles, um carro. Fizeram, previamente, cotações com as mesmas três locadoras de automóveis da região. Os valores dos alugueis estão representados pelas expressões dadas no quadro, sendo  $K$  o número de quilômetros percorridos, e  $N$  o número de diárias pagas pelo aluguel.

Empresa	Valor cobrado, em real, pelo aluguel do carro
I	$100 N + 0,8 K$
II	$70 N + 1,2 K$
III	$120 N + 0,6 K$

O turista X alugará um carro em uma mesma locadora por três dias e percorrerá 250 km. Já a pessoa Y usará o carro por apenas um dia e percorrerá 120 km. Com o intuito de economizarem com as locações dos carros, e mediante as informações, os turistas X e Y alugarão os carros, respectivamente, nas empresas

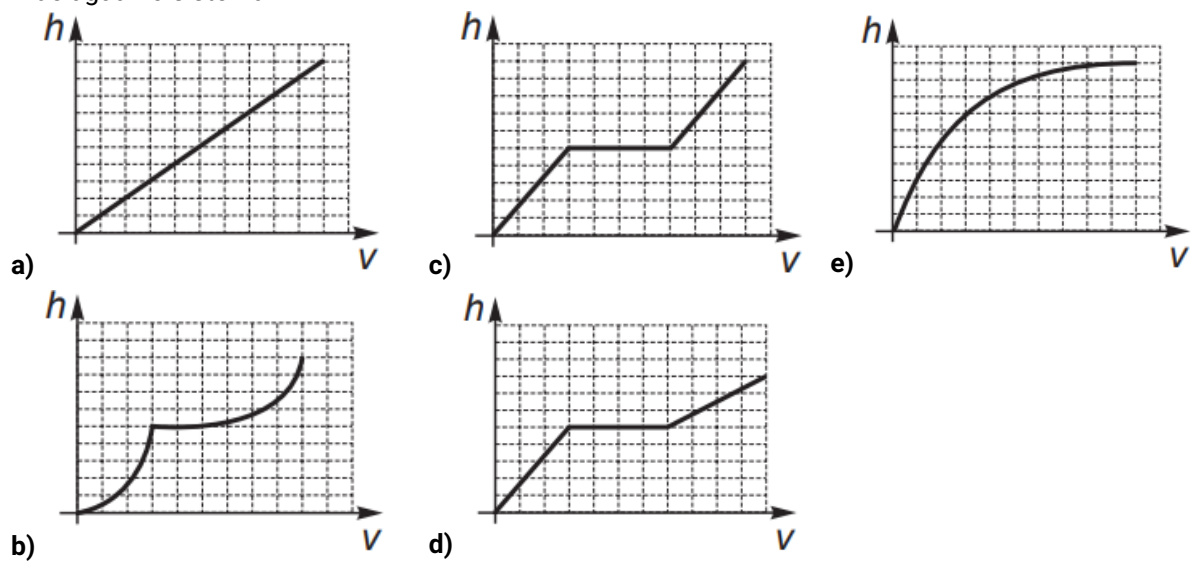
- a) I e II.  
b) I e III.  
c) II e II.  
d) II e III.  
e) III e I.

3. A água para o abastecimento de um prédio é armazenada em um sistema formado por dois reservatórios idênticos, em formato de bloco retangular, ligados entre si por um cano igual ao cano de entrada, conforme ilustra a figura.



A água entra no sistema pelo cano de entrada no Reservatório 1 a uma vazão constante e, ao atingir o nível do cano de ligação, passa a abastecer o Reservatório 2. Suponha que, inicialmente, os dois reservatórios estejam vazios.

Qual dos gráficos melhor descreverá a altura  $h$  do nível da água no Reservatório 1, em função do volume  $V$  de água no sistema?



4. Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo- vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a  $\frac{2}{3}$  do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante  $X$  segundos e cada ciclo dura  $Y$  segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre  $X$  e  $Y$ ?

- a)  $5X - 3Y + 15 = 0$
- b)  $5X - 2Y + 10 = 0$
- c)  $3X - 3Y + 15 = 0$
- d)  $3X - 2Y + 15 = 0$
- e)  $3X - 2Y + 10 = 0$

5. As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$QO = -20 + 4P$$

$$QD = 46 - 2P$$

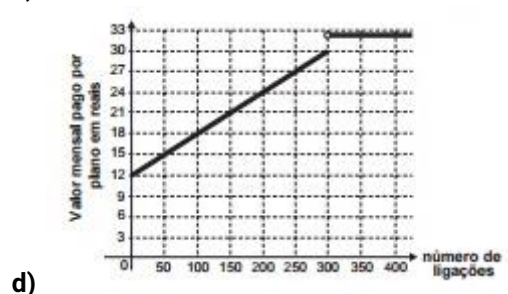
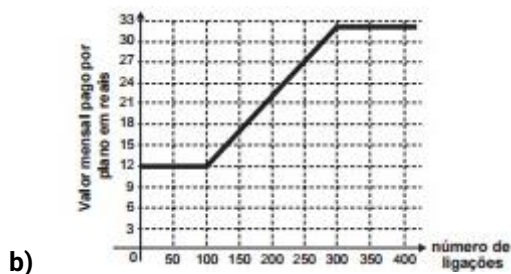
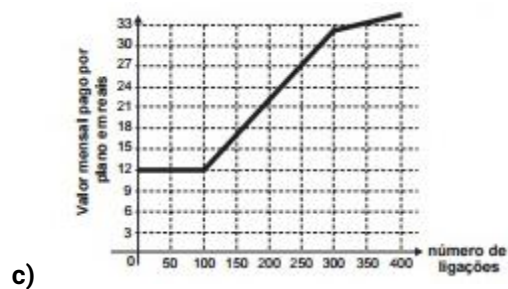
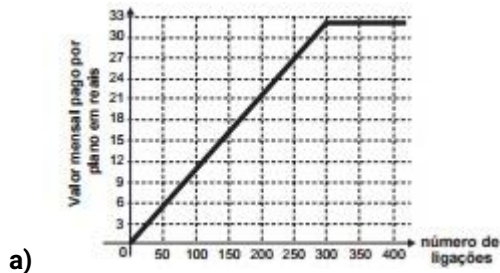
em que QO é quantidade de oferta, QD é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando QO e QD se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

- a) 5
- b) 11
- c) 13
- d) 23
- e) 33

6. Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$32,00. Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:



7. Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual. O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- a) F.
  - b) G.
  - c) H.
  - d) M.
  - e) P.
8. O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 000,00 por km construído ( $n$ ), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R\$ 120 000,00 por km construído ( $n$ ), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.
- Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?
- a)  $100n + 350 = 120n + 150$
  - b)  $100n + 150 = 120n + 350$
  - c)  $100(n + 350) = 120(n + 150)$
  - d)  $100(n + 350\,000) = 120(n + 150\,000)$
  - e)  $350(n + 100\,000) = 150(n + 120\,000)$

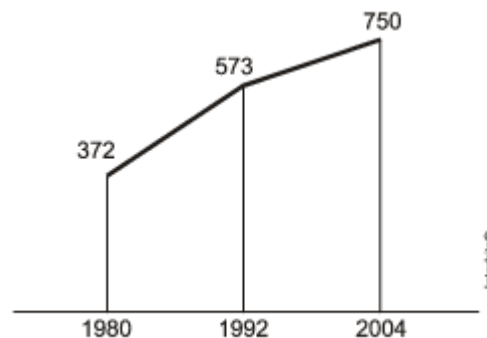
9. O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as da janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br> Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado)

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano.

Considerando-se que  $y$  e  $x$  representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- a)  $y = 4\,300x$
  - b)  $y = 884\,905x$
  - c)  $y = 872\,005 + 4\,300x$
  - d)  $y = 876\,305 + 4\,300x$
  - e)  $y = 880\,605 + 4\,300x$
10. O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.



Favela Tem Memória. Época. Nº 821, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 é 968, então o número de favelas em 2016 será

- a) menor que 1150.
- b) 218 unidades maior que em 2004.
- c) maior que 1150 e menor que 1200.
- d) 177 unidades maior que em 2010.
- e) maior que 1200.

## Gabarito

---

**1. B**

O reservatório terá uma vazão constante de enchimento quando, no intervalo em que isso ocorrer, as vazões da torneira e do ralo forem constantes. Do gráfico, as duas vazões são constantes simultaneamente no intervalo de 5 a 10.

**2. B**

**Precisamos calcular o valor cobrado em cada empresa e comparar.**

X)  $N = 3$  e  $K = 250$

I.  $100.3 + 0,8.250 = 500$

II.  $70.3 + 1,2.250 = 510$

III.  $120.3 + 0,6.250 = 510$

Y)  $N = 1$  e  $K = 120$

I.  $100.1 + 0,8.120 = 196$

II.  $70.1 + 1,2.120 = 214$

III.  $120.1 + 0,6.120 = 192$

**3. A**

Como o reservatório 1 é um prisma então seu crescimento até o nível do cano de ligação é uma função linear.

Durante a passagem pelo cano de ligação até o preenchimento do reservatório 2 temos uma função constante.

Após a passagem pelo cano de ligação, o reservatório 1 e o reservatório 2 crescem de forma linear com inclinação inferior a do primeiro instante.

**4. B**

Em cada ciclo Y:

Luz vermelha acesa: V segundos

Luz verde acesa: X segundos e  $\frac{2}{3}$  de V

Luz amarela acesa: 5 segundos

$$X = \frac{2}{3} \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{3X}{2}$$

$$X + Y + V = Y \Leftrightarrow X + 5 + \frac{3X}{2} = Y \Leftrightarrow 5X - 2Y + 10 = 0$$

**5. B**

Sendo  $Q_0 = -20 + 4P$  e  $Q_D = 46 - 2P$ , o preço de equilíbrio se obtém para  $Q_0 = Q_D$ .

Logo:

$$-20 + 4P = 46 - 2P \Leftrightarrow P = 11$$



6. B

No primeiro instante 0 a 100, o preço é constante, de 101 a 300 variável e de 301 a 500 volta a ser constante. O gráfico que mostra isso é o B.

7. B

O lucro médio de cada empresa será:

F:  $24 \div 3 = 8$  milhões de reais

G:  $24 \div 2 = 12$  milhões de reais

H:  $25 \div 2,5 = 10$  milhões de reais

M:  $15 \div 1,5 = 10$  milhões de reais

P:  $9 \div 1,5 = 6$  milhões de reais

A empresa que apresenta o maior lucro anual é a empresa G.

8. A

Empresa A:  $P_A = 100\,000x + 350\,000$

Empresa B:  $P_B = 120\,000x + 150\,000$

Igualando os preços  $P_A = P_B$ , temos:

$$100\,000x + 350\,000 = 120\,000x + 150\,000.$$

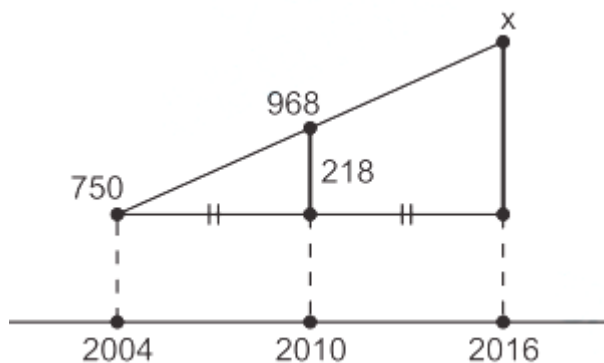
9. C

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:

$y = ax + b$ , onde  $a = 4300$  (taxa constante) e  $b = 880605 - 2 \cdot 4300 = 872005$ .

Logo,  $y = 4300x + 872005$ .

10. C



De acordo com o enunciado, sendo x o número de favelas em 2016, temos:

$$x - 750 = 2 \cdot 218 \Leftrightarrow x = 1186.$$