

## Grandezas proporcionais e escala

### Resumo

#### Grandezas Diretamente Proporcionais

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, ao variar uma grandeza, a outra também varia na **mesma razão**. Por exemplo: se uma grandeza dobra, a outra também irá dobrar. Se uma grandeza reduzir-se à metade, a outra também terá o mesmo efeito. **Exemplo:** Se o preço da gasolina é R\$4,00, 2 litros custarão R\$8,00.

$$\begin{array}{ccc} \text{Preço} & & \text{litro} \\ 4 & - & - & - & - & 1 \\ \downarrow x & - & - & - & - & 2 \downarrow \\ \frac{4}{x} & = & \frac{1}{2} \rightarrow x = 8 \end{array}$$

#### Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao variar uma grandeza, a outra também variará na **razão inversa**. Se uma grandeza dobrar, a outra se reduzirá a metade. Se uma grandeza triplicar, a outra será dividida em três. **Exemplo:** A distância entre duas cidades é de 200 km. Se uma pessoa percorrer a uma velocidade média  $v$  (km/h), o tempo de uma viagem de uma cidade a outra será  $d$  (em horas).

<b>v</b>	20	40	60	80	100
<b>d</b>	10	5	$\frac{10}{3}$	2,5	2

$$\begin{array}{ccc} \text{Velocidade} & & \text{Tempo} \\ 20 & - & - & - & - & 10 \\ \uparrow 60 & - & - & - & - & x \downarrow \\ \frac{20}{60} = \frac{x}{10} & x \rightarrow & \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \end{array}$$

#### Escalas

A escala pode ser definida como a razão entre a medida linear do desenho e a medida linear correspondente na realidade.

$$E = \frac{\text{medida do desenho}}{\text{medida no tamanho real}}$$

**Exemplo:** Uma planta de uma casa foi desenhada na escala 1:100. Isso quer dizer que cada centímetro do desenho corresponde a 100 centímetros da casa.

Existem também **escalas de áreas** que é o valor da escala ao **quadrado** e escalas volumétricas que é o valor da escala ao **cubo**.

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

## Exercícios

---

1. Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro em seu computador de bordo acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento.

Disponível em: [www.superdanilof1page.com.br](http://www.superdanilof1page.com.br). Acesso em: 6 jul. 2015 (adaptado).

A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento, foi:

- a)  $\frac{20}{0,075}$
  - b)  $\frac{20}{0,75}$
  - c)  $\frac{20}{7,5}$
  - d)  $20 \times 0,075$
  - e)  $20 \times 0,75$
2. Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1: 400, e que seu volume é de 25 cm<sup>3</sup>. O volume do monumento original, em metro cúbico, é de
- a) 100.
  - b) 400.
  - c) 1600.
  - d) 6250.
  - e) 10 000.

3. O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

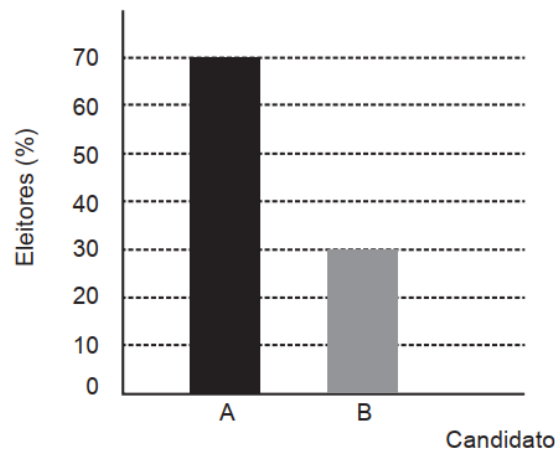


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

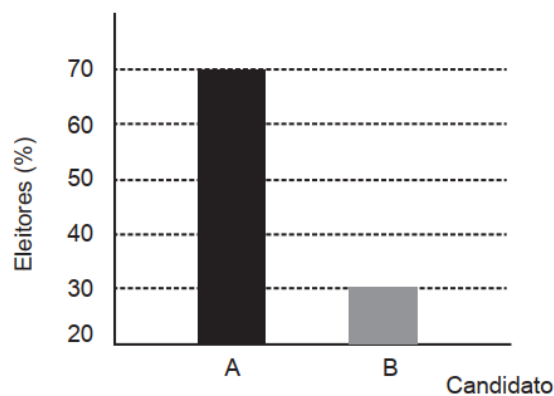


Gráfico 2

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores

criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B. A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

- a) 0
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{1}{5}$
- d)  $\frac{2}{15}$
- e)  $\frac{8}{35}$

4. A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre “às cegas” (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto ao olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a:

- a)  $\frac{5}{4}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{4}{3}$
- d)  $\frac{4}{1}$
- e)  $\frac{3}{4}$

5. Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que “o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa

M”. HUGHES-HALLETT, D. et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante  $k > 0$ , a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

- a)  $S = k \cdot M$ .
- b)  $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$ .
- c)  $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$ .
- d)  $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$ .
- e)  $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^2$ .

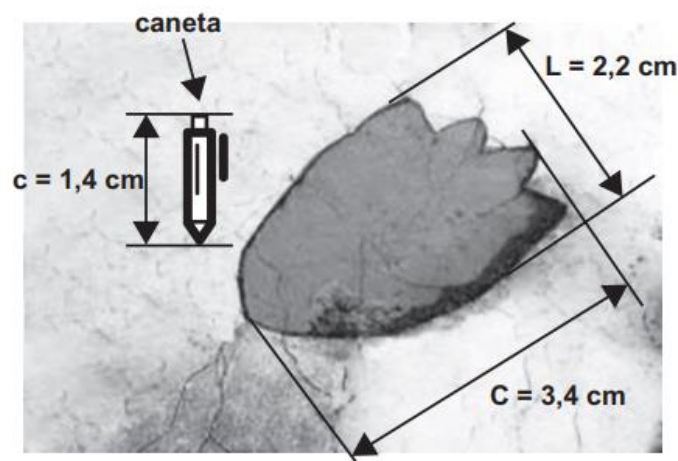
6. Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):
- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
  - Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
  - Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
  - Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
  - Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: [www.blog.saude.gov.br](http://www.blog.saude.gov.br). Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

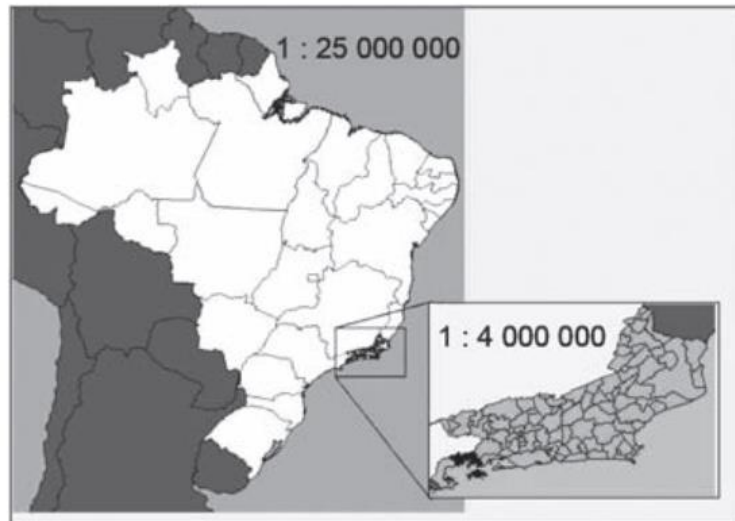
- A.
  - B.
  - C.
  - D.
  - E.
7. Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

- 4,9 e 7,6.
- 8,6 e 9,8.
- 14,2 e 15,4.
- 26,4 e 40,8.
- 27,5 e 42,5.

8. A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil. Esse número é

- a) Menor que 10.
- b) Maior que 10 e menor que 20.
- c) Maior que 20 e menor que 30.
- d) Maior que 30 e menor que 40.
- e) Maior que 40.

9. De forma geral, os pneus radiais trazem em sua lateral uma marcação do tipo abc/deRfg, como 185/65R15. Essa marcação identifica as medidas do pneu da seguinte forma:
- abc é a medida da largura do pneu, em milímetro;
  - de é igual ao produto de 100 pela razão entre a medida da altura (em milímetro) e a medida da largura do pneu (em milímetro);
  - R significa radial;
  - fg é a medida do diâmetro interno do pneu, em polegada.

A figura ilustra as variáveis relacionadas com esses dados.



O proprietário de um veículo precisa trocar os pneus de seu carro e, ao chegar a uma loja, é informado por um vendedor que há somente pneus com os seguintes códigos:

175/65R15, 175/75R15, 175/80R15, 185/60R15 e 205/55R15. Analisando, juntamente com o vendedor, as opções de pneus disponíveis, concluem que o pneu mais adequado para seu veículo é o que tem a menor altura.

Desta forma, o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação

- 205/55R15.
- 175/65R15.
- 175/75R15.
- 175/80R15.
- 185/60R15.

- 10.** Na construção de um conjunto habitacional de casas populares, todas serão feitas num mesmo modelo, ocupando, cada uma delas, terrenos cujas dimensões são iguais a 20 m de comprimento por 8 m de largura. Visando a comercialização dessas casas, antes do início das obras, a empresa resolveu apresentá-las por meio de maquetes construídas numa escala de 1 : 200. As medidas do comprimento e da largura dos terrenos, respectivamente, em centímetros, na maquete construída, foram de
- a) 4 e 10.
  - b) 5 e 2.
  - c) 10 e 4.
  - d) 20 e 8.
  - e) 50 e 20.



Gabarito

---

1. B

Calculando:

Início  $\Rightarrow 100$  kg

$$1^{\text{a}} \text{ parada } \begin{cases} \text{consumo} \Rightarrow \frac{4}{10} \cdot 100 = 40 \text{ kg} \\ \text{restante} \Rightarrow 100 - 40 = 60 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\text{Reabastecimento} \Rightarrow \frac{60}{3} = 20 \text{ kg} \Rightarrow \text{em litros} \Rightarrow \frac{20 \cdot 1000}{750} = \frac{20}{0,75} \text{ litros}$$

2. C

Pelo enunciado a escala é de 1:400. Como a escala nessa questão é volumétrica então

$\left(\frac{1}{400}\right)^3 = \frac{1}{64000000}$ . Temos que  $6400000 \text{ cm}^3 = 64\text{m}^3$ . Como são  $25 \text{ m}^3$  em escala, na realidade o valor é  $25 \cdot 64 = 1600$ .

3. E

Calculando:

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{5} = \frac{15-7}{35} = \frac{8}{35}$$

4. B

Calculando:

$$\begin{cases} V_x = V_y \\ \Delta t_x = 0,25\Delta t_y = \frac{\Delta t_y}{4} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta d_x}{\Delta t_x} = \frac{\Delta d_y}{\Delta t_y} \Rightarrow \frac{\Delta d_x}{\Delta d_y} = \frac{\Delta t_x}{\Delta t_y} = \frac{\frac{\Delta t_y}{4}}{\Delta t_y} = \frac{1}{4}$$

5. D

Considerando a proporcionalidade do enunciado,  $S^3 = k \cdot M^2$  logo  $S = \sqrt{k \cdot M^2} = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$ .

6. B

Calculando as concentrações de fibras em cada uma das marcas, temos

$$\frac{2}{50} = 0,040; \frac{5}{40} = 0,125; \frac{5}{100} = 0,050; \frac{6}{90} \cong 0,067 \text{ e } \frac{7}{70} = 0,100.$$

Por conseguinte, deverá ser escolhida a marca B.

7. D

Sejam  $L'$  e  $C'$ , respectivamente, a largura e o comprimento reais da pegada. Tem-se que

$$\frac{2,2}{L'} = \frac{3,4}{C'} = \frac{1,4}{16,8} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} L' = 26,4 \text{ cm} \\ C' = 40,8 \text{ cm} \end{cases}$$

8. D

A escala apresenta a relação entre duas medidas, a do desenho e a real. No mapa do Brasil, 1 unidade do desenho equivale a 25 000 000 do real. Já no mapa do Rio de Janeiro, 1 unidade equivale a 4 000 000

do real. Logo a escala é  $\frac{25000000}{4000000} = \frac{25}{4}$ . Como a escala é de área então seu valor é  $\left(\frac{25}{4}\right)^2 = \frac{625}{16} = 39,0625$ . Então, o número de vezes que foi ampliada a área é um número maior que 30 e menor que 40.

9. E

Como  $abc$  é a largura do pneu, em milímetro, e  $d$  é  $100 \cdot \text{altura (mm)} / \text{largura (mm)}$ , o pneu de menor altura será o de menor produto  $abc \cdot d$ .

Assim, como  $185 \cdot 60 < 205 \cdot 55 < 175 \cdot 65 < 175 \cdot 75 < 175 \cdot 80$ , então o proprietário deverá comprar o pneu 185/60R15.

10. C

Seja  $x$  o comprimento e  $y$  a largura. Como pede-se a repostagem em cm,  $20\text{m} = 2000\text{cm}$  e  $8\text{m} = 800\text{cm}$

$$\begin{array}{ll} 1\text{-----}200 & 1\text{-----}200 \\ x\text{-----}2000, & y\text{----}800 \\ x = 10 & y = 4 \end{array}$$