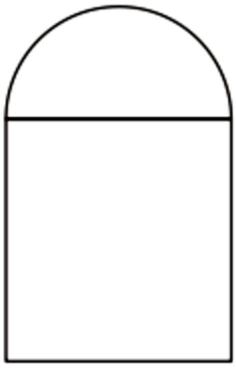
Exercícios sobre circunferência e círculo

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. A figura a seguir é uma janela com formato de um semicírculo sobre um retângulo. Sabemos que a altura da parte retangular da janela é 1 m e a altura total da janela é 1,5 m.



A largura da parte retangular, expressa em metros, deve ser:

a) 0,5

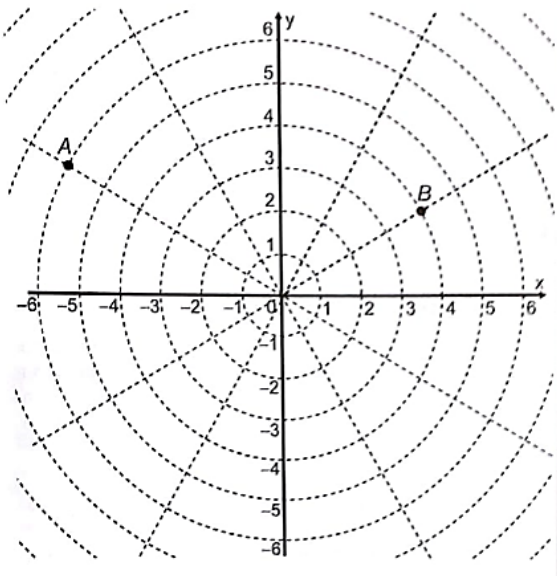
b) 1

c) 2

d) π

e) 2 π

2. Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dadas por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}$ rad, conforme a figura.



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem (0, 0). Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal. Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto 8 até o ponto A, um objeto deve percorrer uma distância igual a

a) $\dfrac{2.\pi.1}{3}+8$

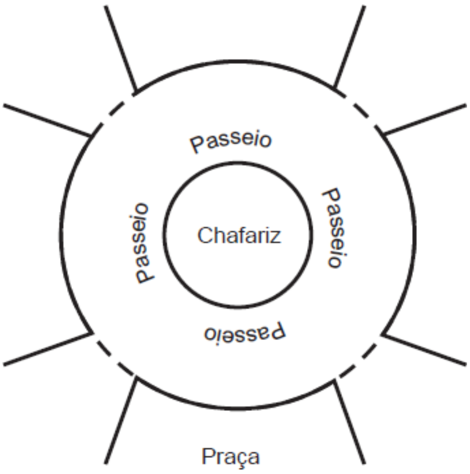
b) $\dfrac{2.\pi.2}{3}+6$

c) $\dfrac{2.\pi.3}{3}+4$

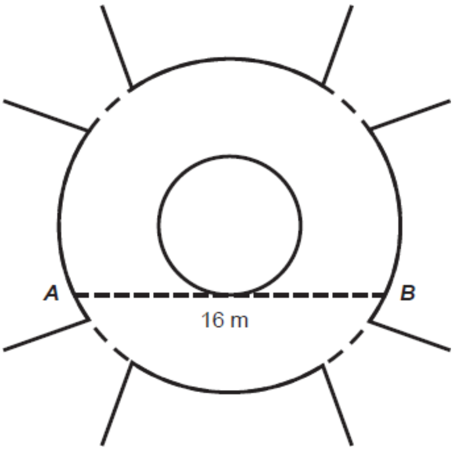
d) $\dfrac{2.\pi.4}{3}+2$

e) $\dfrac{2.\pi.5}{3}+2$

3. A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.
A medida encontrada pelo engenheiro foi

a) 4π

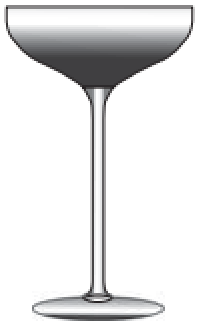
b) 8π

c) 48π

d) 64π

e) 192π

4. Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

a) 192.

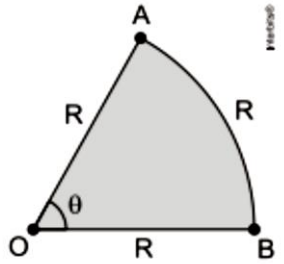
b) 300.

c) 304.

d) 320.

e) 400.

5. Uma chapa de aço com a forma de um setor circular possui raio R e perímetro 3R, conforme ilustra a imagem.



A área do setor equivale a:

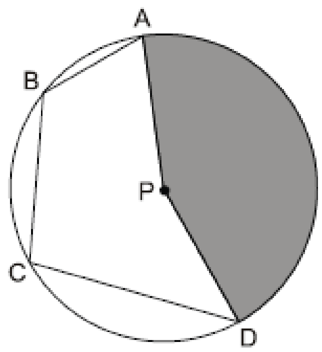
a) R^2

b) $\frac{R^2}{4}$

c) $\frac{R^2}{2}$

d) $\frac{3R^2}{2}$

6. Na figura, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ são lados, respectivamente, de um octógono regular, hexágono regular e quadrilátero regular inscritos em uma circunferência de centro P e raio 6 cm.



A área do setor circular preenchido na figura, em cm², e igual a:

a) 16π.

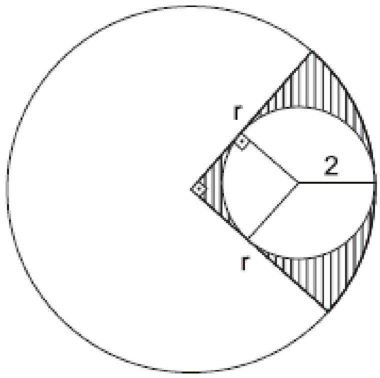
b) $\frac{33\pi}{2}$

c) 17π.

d) $\frac{35\pi}{2}$

e) 18π.

7. Uma circunferência de raio 2 tangencia outra e dois de seus raios, conforme figura seguinte.



O valor da área hachurada e:

a) $2\pi\sqrt{2}$

b) $3\pi(\sqrt{2}-1)$

c) $2\pi(\sqrt{2}-3)$

d) $\pi(2\sqrt{2}-1)$

8. Uma bicicleta, cuja medida do raio da circunferência de cada pneu é 35 cm, percorreu uma distância de 100 m, em linha reta, sem deslizamento de pneu ao longo do percurso. O número inteiro que indica, de forma mais aproximada, a quantidade de giros completos de cada pneu da bicicleta, ao longo do trajeto realizado, é
Observação: Use 3,14 para o valor de π.

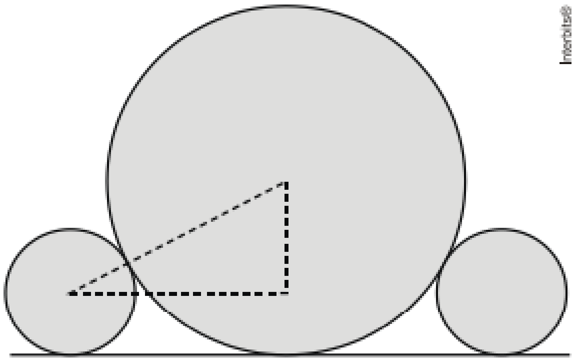
a) 42.

b) 45.

c) 50.

d) 53.

9. Uma circunferência de raio R é tangente externamente a duas circunferências de raio r, com r < R. As três circunferências são tangentes a uma mesma reta, como ilustrado a seguir. Qual a distância entre os centros das circunferências de raio r?



a) $4\sqrt{Rr}$

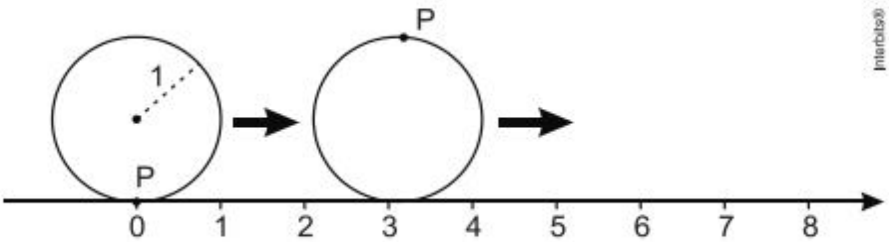
b) $3\sqrt{Rr}$

c) $2\sqrt{Rr}$

d) $\sqrt{Rr}$

e) $\frac{\sqrt{Rr}}{2}$

10. Um disco de raio 1 gira ao longo de uma reta coordenada na direção positiva, corno representado na figura abaixo.



Considerando-se que o ponto P está inicialmente na origem, a coordenada de P, após 10 voltas completas, estará entre

a) 60 e 62.

b) 62 e 64.

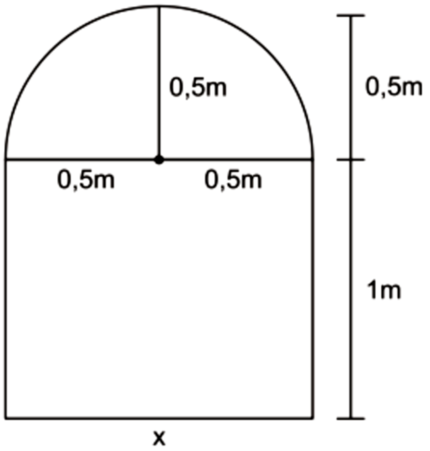
c) 64 e 66.

d) 66 e 68.

e) 68 e 70.

Gabarito

1. B



Raio do círculo: R = 1,5 – 1 = 0,5m
Logo 2R = 1m
Portanto a largura do retângulo é:
x = 2R
x = 1m

2. A

O menor caminho, por inspeção, corresponde ao comprimento de 8 segmentos de reta de medida igual a 1, somado ao comprimento do arco definido pelo ângulo central de $\frac{4\pi}{6} \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$ e raio 1, ou seja, $\frac{2\pi}{3} + 8$.

3. D

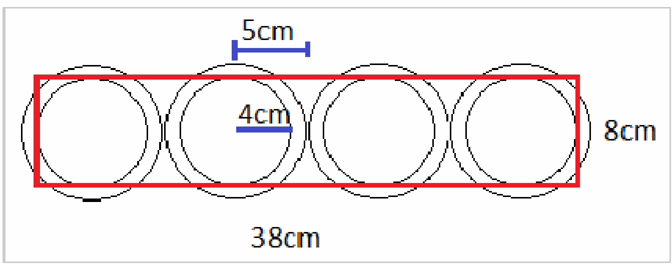
Sejam O e M, respectivamente, o centro do chafariz e o ponto médio do segmento de reta AB. Logo, se $R = \overline{OB}$ é o raio da praça e $r = \overline{OM}$ é o raio do chafariz, então, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$R^2 = r^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \Leftrightarrow R^2 - r^2 = 64.$$

A área do passeio é $\pi \cdot (R^2 - r^2) = 64\pi\ m^2$.

4. C

Observe vista superior das taças organizadas sobre a bandeja.



Os diâmetros das bases das taças medem 8cm. São quatro taças. Mais 1cm de distância entre a borda da taça e a extremidade da base da mesma.

Logo, a área é dada por:

A = 8x(8×4+6) = 304

5. C

A área do setor é dada por

$$\frac{R \cdot \widehat{AB}}{2} = \frac{R \cdot R}{2} = \frac{R^2}{2}.$$

6. B

Temos que PÂB=45°, PBC=60° E PCD=90°. Logo PDA=360°-195°=165°

Portanto, como o raio da circunferência mede 6cm, segue que a área pedida é dada por:

$$\frac{\pi . 6^2 . 165°}{360°} = \frac{33\pi}{2} cm^2$$

7. D

$OB = 2\sqrt{2}$ (diagonal)

Logo o raio do setor será $2\sqrt{2} + 2$

Calculando a área assinalada:

$$A = \pi . \frac{\left(2\sqrt{2}+2\right)^2}{4} - \pi 2^2$$

$$A = \pi . \frac{\left(8+8\sqrt{2}+4\right)}{4} - 4\pi$$

$$A = \pi . \frac{4\left(2+2\sqrt{2}+1\right)}{4} - 4\pi$$

$$A = \pi\left(2\sqrt{2}-1\right)$$

8. B

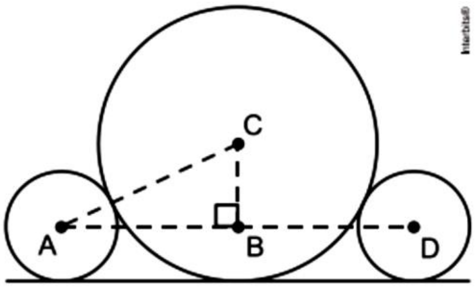
Perímetro do pneu: $2 \cdot \pi \cdot 35cm = 70 \cdot 3{,}14 = 219{,}8cm$

Distância percorrida: 100m = 10 000 cm

Número de voltas: 10 000 : 219,8 = 45.

9. A

Considere a figura.



Sabendo que $\overline{AC} = R + r$ e $\overline{BC} = R - r$, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 &\Leftrightarrow (R+r)^2 = \overline{AB}^2 + (R-r)^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 4Rr \\ &\Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{Rr}. \end{aligned}$$

Portanto, como $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{AB}$, segue que o resultado pedido é $2 \cdot 2\sqrt{Rr} = 4\sqrt{Rr}$.

10. B

Perímetro da circunferência: $C = 2\pi R \Rightarrow C = 2 \times (3{,}14) \times 1 = 6{,}28$.

Após 10 voltas completas, estaremos em 62,8; portanto, entre 62 e 64.