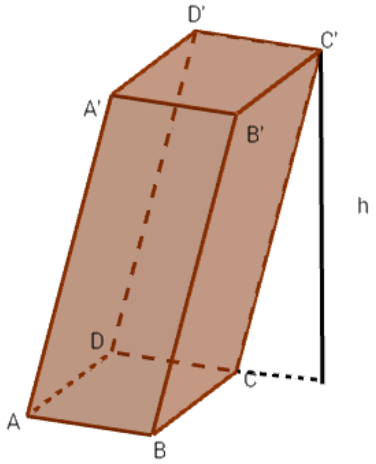
Prismas

Resumo

Prisma: Elementos e classificação

Prisma é um solido geométrico caracterizado por ter faces opostas paralelas e iguais chamadas de bases.



Bases: ABCD e A’B’C’D’ Arestas das bases: Inferior: AB, AD, BC, CD Superior: A’B’, A’D’, B’C’, C’D’ Arestas Laterais: AA’, BB’, CC’, DD’ Altura: h Números de Faces = 6

Em relação ao número de lados dos polígonos das bases, os prismas podem ser classificados como:
Triangulares: as bases são triângulos
Quadrangulares: as bases são quadriláteros
Pentagonais: as bases são pentágonos
Hexagonais: as bases são hexágonos
E assim por diante.

Quando as bases de um prisma reto são polígonos regulares (todos os lados iguais), ele é chamado de prisma regular.

Em relação a inclinação das arestas laterais, os prismas podem ser classificados como:
Oblíquos: as arestas laterais são oblíquas, em relação à base
Retos: as arestas laterais são perpendiculares à base. Em todo prisma reto as faces laterais são retângulos e a altura do prisma coincide com as arestas laterais.

Área

$$\boxed{A_t = 2A_b + A}$$

Onde: A_t = Área total
A_b= Área da base
A_l= Área lateral

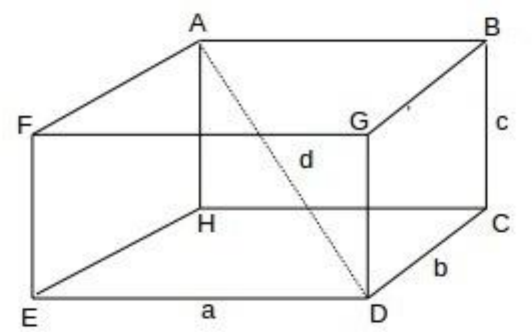
Volume

$$\boxed{V = A_B H}$$

Onde: V= Volume
A_b= Área da base
H = Altura

Prismas Especiais:

- Paralelepípedo: suas bases são paralelogramos.
  Em um paralelepípedo reto-retângulo, todas as faces têm a forma de retângulos.

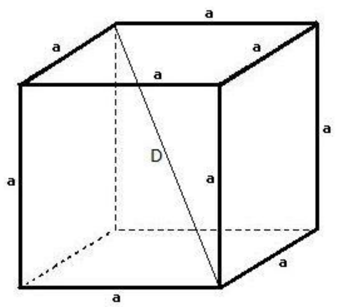


$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$A_T = 2(ab + ac + bc)$

$V = abc$

- Cubo: possui todas as arestas iguais (suas faces são quadrados).



$d = a\sqrt{3}$

$A_T = 6a^2$

$V = a^3$

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza

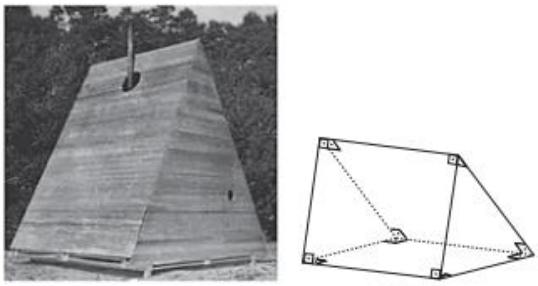


Figura 1 Figura 2

ROMERO, L. Tendências. **Superinteressante**, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é

a) tetraedro.

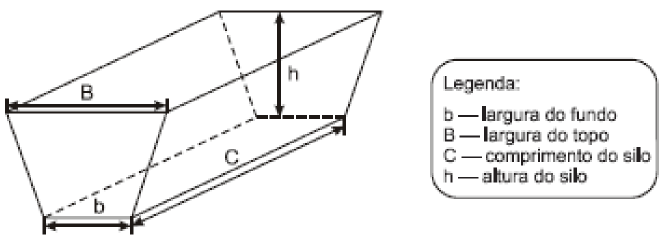
b) pirâmide retangular.

c) tronco de pirâmide retangular.

d) prisma quadrangular reto.

e) prisma triangular reto.

2. Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo.

EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpgc. embrapa.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

a) 110.

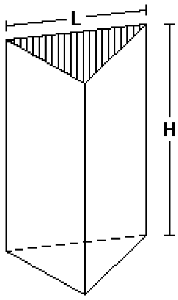
b) 125.

c) 130.

d) 220.

e) 260.

3. Foram feitas embalagens de presente em forma de prisma regular de altura $H = 6\sqrt{3}$ cm e base triangular de lado L = 8 cm, conforme ilustra a figura a seguir.



Sabendo-se que as embalagens não têm tampa e que o custo para a sua produção, por cm², é de R$ 0,05, o custo total de fabricação de cada unidade é :

Dado: considere $\sqrt{3} = 1,7$

a) R$ 12,30.

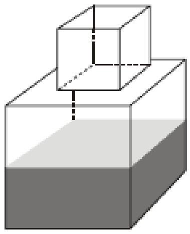
b) R$ 13,60.

c) R$ 8,16.

d) R$ 15,20.

e) R$ 17,30.

4. Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8.

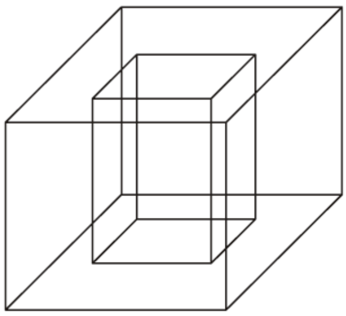
b) 10.

c) 16.

d) 28.

e) 24.

5. Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

a) 12 cm^3.

b) 64 cm^3.

c) 96 cm^3.

d) 1216 cm^3.

e) 1728 cm^3.

6. Com o objetivo de trabalhar com seus alunos o conceito de volume de sólidos, um professor fez o seguinte experimento: pegou uma caixa de polietileno, na forma de um cubo com 1 metro de lado, e colocou nela 600 litros de água. Em seguida, colocou, dentro da caixa com água, um sólido que ficou completamente submerso.

Considerando que, ao colocar o sólido dentro da caixa, a altura do nível da água passou a ser 80 cm, qual era o volume do sólido?

a) 0,2 m^3

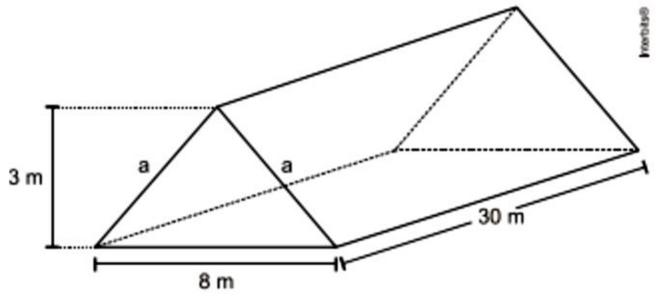
b) 0,48 m^3

c) 4,8 m^3

d) 20 m^3

e) 48 m^3

7. A quantidade de materiais para executar uma obra é essencial para prever o custo da construção. Quer-se construir um telhado cujas dimensões e formato são indicados na figura abaixo.



A quantidade de telhas de tamanho 15 cm por 20 cm necessárias para fazer esse telhado é

a) 10^4

b) 10^5

c) 5.10^3

d) 5.10^4

e) 25.10^4

8. Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.

Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a:

a) 5 cm.

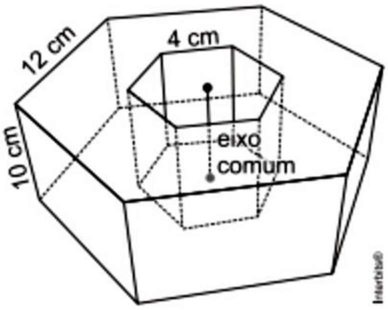
b) 6 cm.

c) 12 cm.

d) 24 cm.

e) 25 cm

9. Uma metalúrgica produz uma peça cujas medidas são especificadas na figura a seguir. A peça é um prisma reto com uma cavidade central e com base compreendida entre dois hexágonos regulares, conforme a figura.



Considerando que os eixos da peça e da cavidade coincidem, qual o volume da peça?

a) $640\sqrt{3}$ cm³

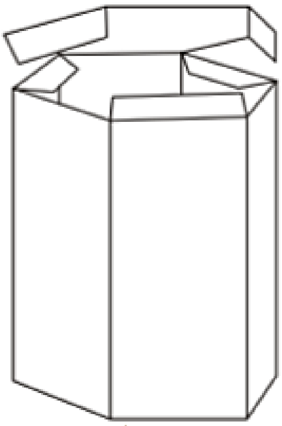
b) $1280\sqrt{3}$ cm³

c) $2560\sqrt{3}$ cm³

d) $320\sqrt{3}$ cm³

e) $1920\sqrt{3}$ cm³

10. A figura mostrada a seguir representa uma embalagem de papelão em perspectiva, construída pelo processo de corte, vinco e cola. Determine a quantidade de material para fabricar 500 embalagens, sabendo que a aresta da base mede 10 cm, a altura mede 30 cm e que serão necessários 20% a mais de papelão em virtude dos vincos. Use $\sqrt{3} \cong 1,7$.



a) 138,6 m²

b) 123,30 m²

c) 115,5 m²

d) 11 550 m²

e) 1 386 m²

Gabarito

1. **E**
Como a figura 2 possui faces opostas paralelas e iguais e base triangular, sua representação é dada por um prisma triangular reto.

2. **A**
Para cada metro de altura, a largura do topo tem 0,5 metros a mais do que a largura do fundo, assim, em 2 metros de altura, a largura do topo tem 2 x 0,5 = 1 metro a mais do que a largura do fundo. Logo, a largura do fundo passa a ser 1 metro menor, assim, sendo 5 metros.
Assim, o volume do silo será: V = (6 + 5). 20 / 2 = 220 m^3. Temos que 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3, assim, caberão 220 / 2 = 110 toneladas de forragem.

3. **B**
Observe:

$$A_s = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} + 3.L.H$$

$$A_s = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} + 3.8.6\sqrt{3}$$

$$A_s = 16\sqrt{3} + 144\sqrt{3} = 272 \text{ cm}^2$$

Portanto, o custo total é de 272.0,05 = R$13,60

4. **B**
Temos que "a" é aresta do cubo menor e "2a" é aresta do cubo maior, logo, seus volumes são, respectivamente, a^3 e $8a^3$. Assim, o volume total do reservatório é $9a^3$. Para encher metade do cubo maior, a torneira levou 8 minutos, desse modo, ela enche em cada minuto $a^3/2$.
Consequentemente, o tempo, em minutos, para encher a parte que falta desse reservatório é de: $5a^3$ / $a^3/2$ = 10.

5. **D**
O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto será:
Volume do cubo externo – Volume do cubo interno = $(12 \text{ cm})^3 - (8 \text{ cm})^3 = 1\,216 \text{ cm}^3$

6. **A**
Primeiro, vamos calcular a altura da água ao acrescentar 600L, lembrando que $1m^3$ = 1000 L:
0,6 = Sb.H = 1^2.H
H = 0,6 m ou 60 cm.
Sendo assim, o novo sólido fez a água subir 20 cm. Calcularemos o volume desse sólido como sendo congruente ao volume de um cubo de base 1x1 e altura 20 cm.
V = Sb.H = 1^2.0,2 = 0,2 m^3.

7. A

Supondo que o telhado tem a forma de um prisma triangular reto, temos que $a = 5\,m$.
Portanto, supondo que apenas as faces de dimensões $5\,m \times 30\,m$ serão cobertas por telhas, segue que o resultado pedido é dado por $\frac{2 \cdot 5 \cdot 30}{3 \cdot 10^{-2}} = 10^4$.

8. B

Sendo V_P e V_C os volumes das barras de chocolate de
formato "paralelepípedo" e "cubo", respectivamente, e sendo *a* a medida da aresta do cubo, temos:

$V_P = 3\text{ cm} \cdot 18\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 216\text{ cm}^3$

$V_C = a^3$

$V_P = V_C$

$a^3 = 216\text{ cm}^3 \Rightarrow a = 6\text{ cm}$

9. E

$$V = V_{maior} - V_{menor}$$

$$V = \frac{6.12^2\sqrt{3}.10}{4} - \frac{6.4^2.\sqrt{3}.10}{4} = 1920\sqrt{3}$$

10. A

Área total do prisma = $A_L + 2.A_b = 6.10.30 + \frac{2.6.10^2.\sqrt{3}}{4} = 2310$ (considerando $\sqrt{3} = 1,7$)

Área do prisma com acréscimo de 20% = 1,2.2310 = 2772

Material para 500 embalagens = 500.2772=1386000cm^2 = 138,6m^2