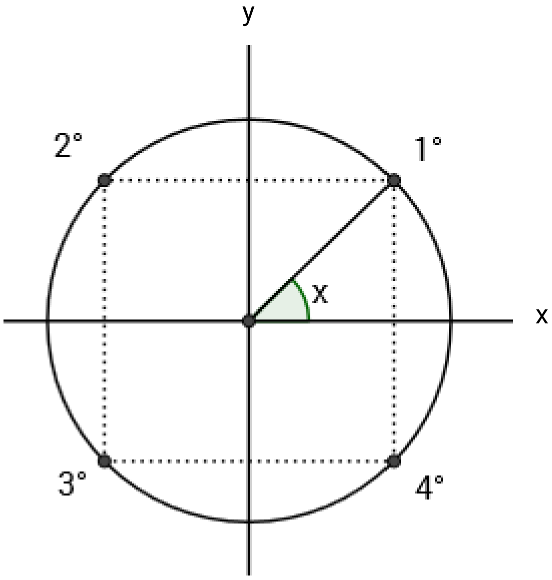
Redução de quadrantes

Resumo

Relembrando: Círculo trigonométrico é um círculo de raio 1 e centro na origem que possui quatro quadrantes. Em cada um dos quadrantes temos intervalos iguais cada um com 90° ou $\frac{\pi}{2}$ radianos (ou rad).



Ou seja, no primeiro quadrante estão os ângulos entre 0° e 90°($\frac{\pi}{2}$ rad); no segundo entre 90°($\frac{\pi}{2}$ rad) e 180° (π rad); no terceiro entre 180° (π rad) e 270° ($\frac{3\pi}{2}$ rad) e no quarto quadrante entre 270°($\frac{3\pi}{2}$ rad) e 360°(2π rad)

Já vimos que no círculo trigonométrico os valores de senos e cossenos conhecidos estão no 1° quadrante (como 30°,45° e 90°). Por isso, caso o ângulo seja maior que 90°, precisamos reduzir ao primeiro quadrante para estudá-los.
Para reduzir do 2° quadrante para o primeiro, basta encontrar, no primeiro quadrante, o ângulo que somado ao ângulo em questão resulte em 180°. Do 3° para o primeiro, diminui-se o ângulo menos 180° e do 4°,360° menos o ângulo.

Por exemplo:
O ângulo de 150° reduzido ao primeiro quadrante é igual ao de 30° assim como o de 210° (210° - 180° = 30°) e o de 330° (360° - 330° = 30°).

Vale lembrar que para estudar seno, cosseno e tangente desses ângulos precisamos lembrar dos seus sinais no quadrante em que o ângulo se encontra.

Por exemplo: Se fossemos estudar o seno de 30 graus: Nos 1° e 2° quadrantes eles são positivos e nos 3° e 4° negativos, assim seno de 150° = seno 30° e seno de 210°=seno de 330° = - seno 30°

Os sinais de seno, cosseno e tangente são:

	1ºQ	2ºQ	3ºQ	4ºQ
seno	+	+	−	−
cosseno	+	−	−	+
tangente	+	−	+	−

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. O número $N = \dfrac{3\cos 180° - 4\text{sen}210° + 2\text{tg}135°}{6\text{sen}^2 45°}$ pertence ao intervalo:

a)] −4, −3 [.

b) [−3, −2 [.

c) [−2, −1].

d)] −1, 0].

2. O valor da expressão $\dfrac{\text{sen}30° + \text{tg}225°}{\cos\frac{\pi}{2} - \text{sen}(-60°)}$ é:

a) 1.

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3}$

e) $-\frac{1}{2}$

3. Considere as afirmativas abaixo:

I. tg 92° = −tg 88°.

II. tg 178° = tg 88°.

III. tg 268° = tg 88°.

IV. tg 272° = −tg 88°.

Quais estão corretas?

a) Apenas I e III.

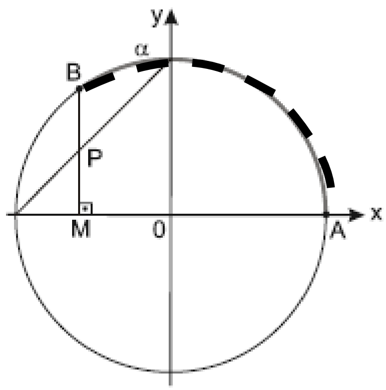
b) Apenas III e IV.

c) Apenas I, II e IV.

d) Apenas I, III e IV.

e) Apenas II, III e IV.

4. No círculo trigonométrico de raio unitário indicado na figura, o arco AB mede α .



Assim, PM e igual a:

a) $-1 - \text{tg}\ \alpha$.

b) $1 - \cos\ \alpha$.

c) $1 + \cos\ \alpha$.

d) $1 + \text{sen}\ \alpha$.

e) $-1 + \text{cotg}\ \alpha$.

5. Assinale a alternativa correta:

$$6\cos^2\left(\frac{13\pi}{6}\right) - 4\cos^2\left(\frac{11\pi}{4}\right) + \text{sen}\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \text{tg}^2\left(\frac{31\pi}{3}\right)$$

a) 6
b) 5
c) 9/2
d) 3
e) 23/4

6. O valor da expressão $\cos\frac{2\pi}{3}+sen\frac{3\pi}{2}+tg\frac{5\pi}{4}$ é:

a) $\frac{\sqrt{2}-3}{2}$.

b) $-\frac{1}{2}$.

c) 0.

d) $\frac{1}{2}$.

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. O valor de (cos165° + sen155° + cos145° − sen25° + cos 35° + cos 15°) é:

a) $\sqrt{2}$.

b) −1.

c) 0.

d) 1.

e) $\frac{1}{2}$.

8. O valor da expressão $\dfrac{sen\frac{8\pi}{3}-\cos 5\pi}{tg\frac{13\pi}{6}}$ é:

a) $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$

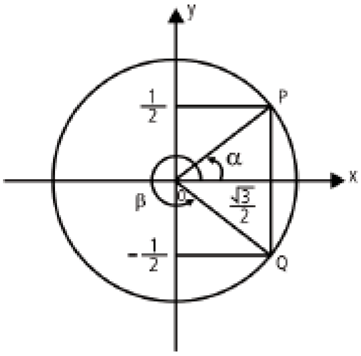
b) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}$

c) $3+2\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

e) $3(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

9. Na figura, P e Q são pontos da circunferência trigonométrica de centro O e raio unitário.



sen α: ordenada do ponto P
cos α: abscissa do ponto P
sen β: ordenada do ponto Q
cos β: abscissa do ponto Q

O valor de α + β em radianos, e:

a) 2π

b) $\frac{11\pi}{6}$

c) $\frac{13\pi}{6}$

d) $\frac{25\pi}{12}$

10.

I. cos225° < cos215°.

II. tg(5π/12) > sen(5π/12).

III. sen160° > sen172°.

Das afirmações acima:

a) todas são verdadeiras.

b) todas são falsas.

c) somente II e III são verdadeiras.

d) somente II e verdadeira.

e) somente I e II são verdadeiras.

Gabarito

1. C

$$N = \frac{3.(-1) - 4.(-0{,}5) + 2.(-1)}{6.(0{,}5)} = \frac{-3+2-2}{3} = -1$$

2. D

Calculando:

$$\frac{\text{sen}\,30° + \text{tg}\,225°}{\cos\frac{\pi}{2} - \text{sen}(-60°)} = \frac{\text{sen}\,30° + \text{tg}\,45°}{\cos 90° - \text{sen}\,(-60°)} = \frac{\frac{1}{2}+1}{0+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

3. D

I. tan 92° = −tan 88°

Reduzindo o ângulo de 92° ao primeiro quadrante, temos:

180° − 92° = 88°

Os ângulos de 92° e 88° são correspondentes e possuem tangente de mesmo módulo. De acordo com a figura, podemos constatar que o sinal das duas tangentes é diferente. Logo, a afirmação I é verdadeira.

II. tan 178° = tan 88°

Reduzindo o ângulo de 178° ao primeiro quadrante, temos:

180° − 178° = 2°

Os ângulos de 178° e 88° não são correspondentes, logo suas tangentes são diferentes. Assim sendo, a afirmação II é falsa.

III. tan 268° = tan 88°

Reduzindo o ângulo de 268° ao primeiro quadrante, temos:

268° − 180° = 88°

Os ângulos de 268° e 88° são correspondentes e possuem tangente de mesmo módulo. Através da figura, vemos que é igual o sinal de suas tangentes. Logo, a afirmação III é verdadeira.

IV. tan 272° = −tan 88°

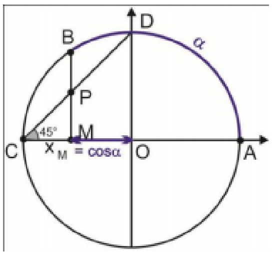
Reduzindo o ângulo de 272° ao primeiro quadrante, temos:

360° − 272° = 88°

Os ângulos de 272° e 88° são correspondentes e suas tangentes possuem o mesmo módulo. Através da figura, vemos que é diferente o sinal de suas tangentes. Logo, a afirmação III é verdadeira.

São verdadeiras as afirmações I, III e IV. A alternativa correta é a letra d.

4. C



Sendo α um arco do 2° quadrante, a abscissa do ponto M é igual ao cosα < 0 e OC =1, logo, CM = 1 |cosα| ⇒ CM = 1 (cosα) = 1 + cosα. O triângulo retângulo PMC é isósceles (semelhante ao triângulo COD), logo PM = CM =1+ cosα.

5. A

Desde que $\operatorname{sen}(2\pi+\alpha)=\operatorname{sen}\alpha$, $\cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha$, $\operatorname{sen}(-\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$, $\operatorname{sen}(\pi+\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$ e $\operatorname{tg}(n\cdot 2\pi+\alpha)=\operatorname{tg}\alpha$, com $n\in\mathbb{N}$, temos

$$6\cos^2\left(\frac{13\pi}{6}\right)-4\cos^2\left(\frac{11\pi}{4}\right)+\operatorname{sen}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)+\operatorname{tg}^2\left(\frac{31\pi}{3}\right)=$$
$$6\cos^2\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)-4\cos^2\left(2\pi+\frac{3\pi}{4}\right)-\operatorname{sen}\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)+\operatorname{tg}^2\left(10\pi+\frac{\pi}{3}\right)=$$
$$6\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)+(\sqrt{3})^2=$$
$$\frac{9}{2}-2+\frac{1}{2}+3=6.$$

6. B

Substituindo os respectivos valores das razões trigonométricas temos que:

$$\frac{-1}{2}-1+1=-1/2$$

7. C

$$(\cos 165°+\operatorname{sen}155°+\cos 145°-\operatorname{sen}25°+\cos 35°+\cos 15°)=$$
$$-\cos 15°+\operatorname{sen}25°-\cos 35°-\operatorname{sen}25°+\cos 35°+\cos 15°=0$$

8. A

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-(-1)}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\frac{\sqrt{3}+2}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{(\sqrt{3}+2).\sqrt{3}}{2}=\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$$

9. A

$$sen\alpha \ = \ +1/2 \ ---> \alpha \ = \ pi/6$$
$$sen\beta \ = \ -1/2 \ ----> \beta \ = \ 11.pi/6$$
$$\alpha+\beta \ = \ 2.pi$$

10. C

Analisando o ciclo trigonométrico temos que:

I. $\cos 225° < \cos 215°$ (F)

II. $tg(5\pi/12) > sen(5\pi/12)$ (V)

III. $sen\ 160° > sen\ 172°$ (V)

Neste caso basta analisar os sinais dentro do ciclo de cada razão trigonométrica e a posição em que cada ângulo se encontra.