

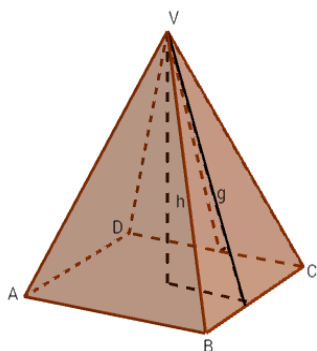
Pirâmides

Resumo

Pirâmide é um sólido geométrico caracterizado por uma base sendo um polígono plano (mais comuns são quadrados, triângulos ou hexágonos) e por um ponto externo a ela, onde de cada vértice se liga um segmento de reta até o ponto.

Uma pirâmide regular é uma pirâmide cuja base é um polígono e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Nesse tipo de pirâmide, as arestas laterais são congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes.

Exemplo: Pirâmide de base quadrada



Base: ABCD

Arestas das bases: AB, AD, BC, CD

Arestas Laterais: AV, BV, CV, DV

Altura: h

Números de Faces = 5

Apótema da pirâmide: g (segmento com uma extremidade no vértice P e outra em alguma parte da base). Na pirâmide regular, teremos:

$$h^2 + m^2 = g^2$$

Uma pirâmide pode ser classificada de acordo com as bases:

- Pirâmide triangular – a base é um triângulo;
- Pirâmide quadrangular – a base é um quadrilátero;
- Pirâmide pentagonal – a base é um pentágono;
- Pirâmide hexagonal – a base é um hexágono;

E assim por diante.

Área da base

A área da base será o polígono formado.

Área lateral

A área da lateral será a soma das áreas das faces laterais.

Área Total

$$A_t = A_b + A_l$$

Volume

$$V = \frac{1}{3} A_b h$$

Onde: A_b = Área da base

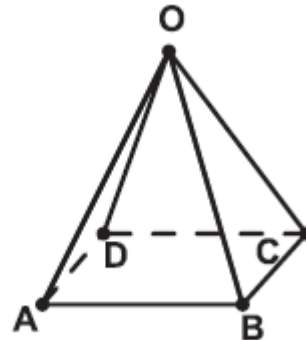
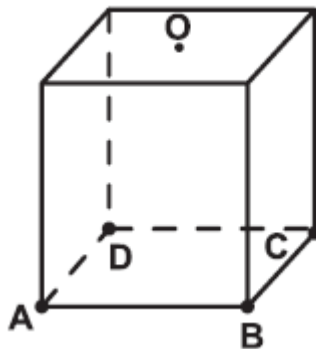
A_l = Área lateral

A_t = Área total

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

Exercícios

1. Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original e a pirâmide obtida a partir dele.

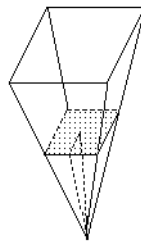


Os pontos A, B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas AD , BC , AB e CD , nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos.

Os formatos dos sólidos descartados são

- todos iguais.
 - todos diferentes.
 - três iguais e um diferente.
 - apenas dois iguais.
 - iguais dois a dois.
2. Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8m e a altura da pirâmide 3m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem 1m^2 . Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:
- 90
 - 100
 - 110
 - 120
 - 130

3. A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada, com 137m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isósceles cuja altura relativa à base mede 179m. A área da base dessa pirâmide, em m^2 , é:
- 13272
 - 26544
 - 39816
 - 53088
 - 79 432
4. A base de uma pirâmide reta é um quadrado cujo lado mede $8\sqrt{2}$ cm. Se as arestas laterais da pirâmide medem 17cm, o seu volume, em centímetros cúbicos, é:
- 520
 - 640
 - 680
 - 750
 - 780.
5. Um técnico agrícola utiliza um pluviômetro na forma de pirâmide quadrangular, para verificar o índice pluviométrico de uma certa região. A água, depois de recolhida, é colocada num cubo de 10cm de aresta. Se, na pirâmide, a água atinge uma altura de 8cm e forma uma pequena pirâmide de 10cm de apótema lateral, então a altura atingida pela água no cubo é de :



- 2,24 cm
- 2,84 cm
- 3,84 cm
- 4,24 cm
- 6,72 cm

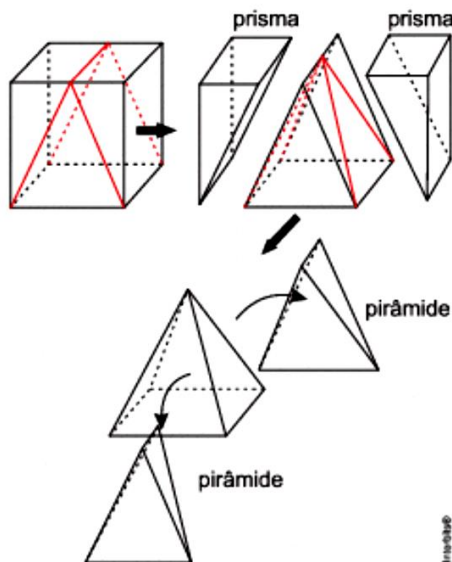
6. Uma folha de papel colorido, com a forma de um quadrado de 20 cm de lado, será usada para cobrir todas as faces e a base de uma pirâmide quadrangular regular com altura de 12 cm e apótema da base medindo 5 cm. Após se ter concluído essa tarefa, e levando-se em conta que não houve desperdício de papel, a fração percentual que sobrar dessa folha de papel corresponde a:
- 20%
 - 16%
 - 15%
 - 12%
 - 10%
7. Em uma indústria de velas, a parafina é armazenada em caixas cúbicas, cujo lado mede a . Depois de derretida, a parafina é derramada em moldes em formato de pirâmides de base quadrada, cuja altura e cuja aresta da base medem, cada uma, $\frac{a}{2}$.
Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que, com a parafina armazenada em apenas uma dessas caixas, enche-se um total de:
- 6 moldes.
 - 8 moldes.
 - 24 moldes.
 - 32 moldes.
8. Desde a descoberta do primeiro plástico sintético da história, esse material vem sendo aperfeiçoado e aplicado na indústria. Isso se deve ao fato de o plástico ser leve, ter alta resistência e flexibilidade. Uma peça plástica usada na fabricação de um brinquedo tem a forma de uma pirâmide regular quadrangular em que o apótema mede 10 mm e a aresta da base mede 12 mm. A peça possui para encaixe, em seu interior, uma parte oca de volume igual a 78 mm^3 .
O volume, em mm^3 , dessa peça é igual a:
- 1152.
 - 1074.
 - 402.
 - 384.
 - 306.
9. Se duplicarmos a medida da aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular e reduzirmos sua altura à metade, o volume desta pirâmide
- será reduzido à quarta parte.
 - será reduzido à metade.
 - permanecerá inalterado.
 - será duplicado.
 - aumentará quatro vezes.

10. As arestas laterais de uma pirâmide reta medem 15 cm, e sua base é um quadrado cujos lados medem 18 cm. A altura dessa pirâmide, em centímetros, é igual a
- a) $3\sqrt{5}$
 - b) $3\sqrt{7}$
 - c) $2\sqrt{5}$
 - d) $2\sqrt{7}$
 - e) $\sqrt{7}$

Gabarito

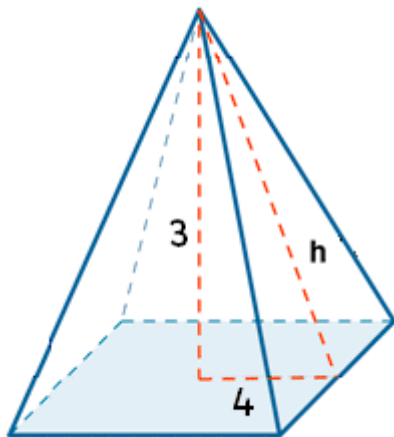
1. E

As peças descartadas são de dois tipos diferentes: 2 pirâmides congruentes e 2 prismas congruentes (ver figura abaixo).



2. A

Temos que medir a área total das quatro faces da pirâmide. Para tal, precisamos saber o valor da base e da altura das faces. Como a pirâmide é regular, todas as faces laterais são iguais, e já sabemos que a base mede 8. Agora, só nos falta calcular a altura. Observe a figura:



Por Pitágoras, descobrimos que $h = 5$. Assim, a área de cada face é dada por:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$

$$S_t = 4 \cdot 20 = 80 \text{ m}^2$$

Como precisamos de uma margem de 10 m^2 de sobras, temos que comprar 90 m^2 .

3. D

Seja $\frac{L}{2}$ metade do lado do quadrado da base. Por Pitágoras, temos:

$$\left(\frac{L}{2}\right)^2 + 137^2 = 179^2$$

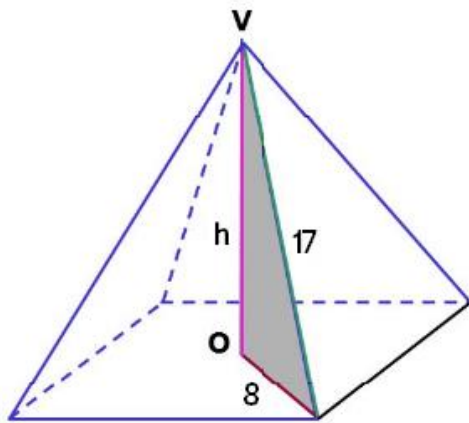
$$\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 179^2 - 137^2 = (179 + 137)(179 - 137)$$

$$\frac{L^2}{4} = 13273$$

$$L^2 = 53088$$

4. B

Observe a figura:



O segmento em vinho mede 8, pois é a metade da diagonal da base. Como sabemos, a base é um quadrado, e a diagonal de um quadrado mede $L\sqrt{2}$, ou seja, $d = (8\sqrt{2})\sqrt{2} = 16$. Como queremos a metade, temos que o segmento vale 8.

Por Pitágoras, calculamos $h = 15$.

Calculando o volume da pirâmide:

$$V = \frac{S_b \cdot h}{3} = \frac{(8\sqrt{2})^2 \cdot 15}{3} = 640$$

5. C

H = altura da água no pluviômetro

A = lado da base quadrada da superfície da água no pluviômetro

a = 8 = apótema da pirâmide

b = 10 = lado do cubo

h = altura da água no cubo

$$\left(\frac{A}{2}\right)^2 + H^2 = a^2$$

$$\left(\frac{A}{2}\right)^2 + 8^2 = 10^2$$

$$A = 12$$

Volume da água:

$$V = \frac{A^2 \cdot H}{3} = \frac{12^2 \cdot 8}{3} = 384 \text{ cm}^3$$

Volume do cubo:

$$V = b^2 \cdot h$$

$$384 = 10^2 \cdot h$$

$$h = 3,84 \text{ cm}$$

6. E

A folha de papel possui $(20 \times 20) = 400\text{cm}^2$ de área. A base da pirâmide é um quadrado de aresta 10cm, dobro do apótema da base. Calculando a área total da pirâmide, temos:

$$g = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

$$\begin{cases} A(\text{lateral}) = 4 \cdot \frac{(10) \cdot (13)}{2} = 2(130) = 260\text{cm}^2 \\ A(\text{base}) = (10)^2 = 100\text{cm}^2 \end{cases} \Rightarrow A(\text{total}) = 260 + 100 = 360\text{cm}^2$$

Sobrar da folha de papel $400\text{cm}^2 - 360\text{cm}^2 = 40\text{cm}^2$. Valor que corresponde a 10% de 400cm^2 .

7. C

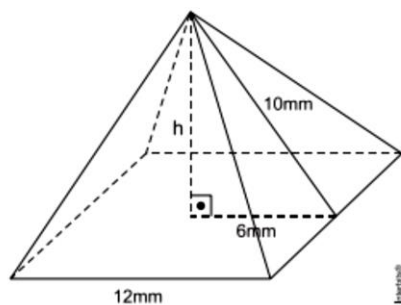
Sabemos que o volume V da caixa cúbica é a^3 . Agora, vamos calcular o volume de uma pirâmide cuja altura e aresta da base medem $a/2$. Usando a fórmula de volume, temos:

$$V' = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \frac{a}{2}}{3} = \frac{\frac{a^3}{8}}{3} = \frac{a^3}{24}$$

Por fim, $V/V' = 24$.

8. E

Observe:



Cálculo da altura da Pirâmide: $h^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow h = 8\text{mm}$

Volume da peça como diferença do volume da pirâmide e o volume da parte oca.

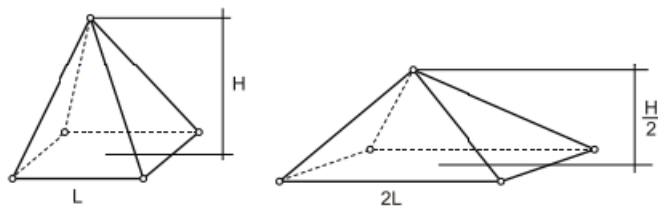
$$V_{\text{peça}} = V_{\text{pirâmide}} - 78$$

$$V_{\text{peça}} = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 8 - 78$$

$$V_{\text{peça}} = 306\text{mm}^3$$

9. D

Observe



$$V_{\text{Pirâmide}} = \frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$$

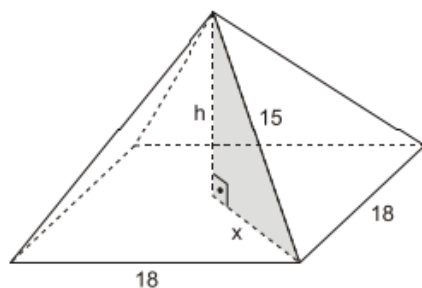
Portanto:

$$V_1 = \frac{L^2 \times H}{3} \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{(2L)^2 \times \frac{H}{2}}{3} = 2 \times \left(\frac{L^2 \times H}{3} \right)$$

Logo, $V_2 = 2V_1$

10. B

Observe:



$$x = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\text{cm}$$

$$h^2 = 15^2 - (9\sqrt{2})^2 \Rightarrow h = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}\text{cm}$$