

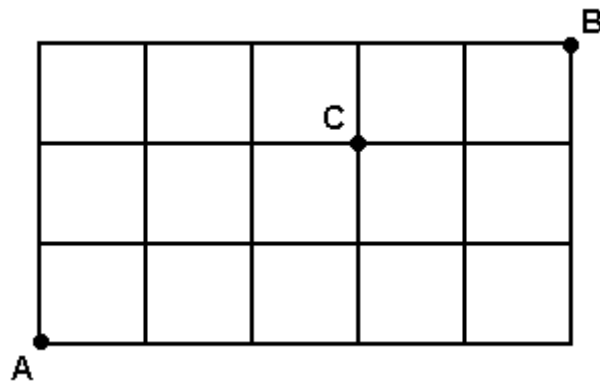
Pedi pra parar parou - Agosto

Exercícios

1. De quantas maneiras diferentes podemos escolher seis pessoas, incluindo pelo menos duas mulheres, de um grupo composto de sete homens e quatro mulheres?
 - a) 210
 - b) 250
 - c) 371
 - d) 462
 - e) 756

2. Tomando os algarismos ímpares para formar números com quatro algarismos distintos, a quantidade de números divisíveis por 5 que se pode obter é
 - a) 12.
 - b) 14.
 - c) 22.
 - d) 24.
 - e) 26.

3. No desenho a seguir, as linhas horizontais e verticais representam ruas, e os quadrados representam quarteirões. A quantidade de trajetos de comprimento mínimo ligando A e B que passam por C é



- a) 12
- b) 13
- c) 15
- d) 24
- e) 30

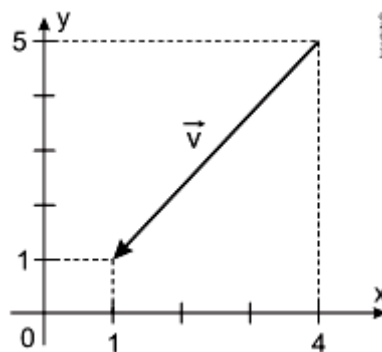
4. A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Gustavo e Danilo, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada.

Nessas condições, de quantas maneiras distintas se pode formar essa comissão?

- a) 70
 - b) 35
 - c) 45
 - d) 55
 - e) 65
5. Uma urna possui 5 bolas verdes e 4 amarelas. São retiradas duas bolas aleatoriamente e sem reposição. A probabilidade de ter saído bolas de cores diferentes é

- a) $\frac{5}{9}$
- b) $\frac{5}{18}$
- c) $\frac{5}{12}$
- d) $\frac{9}{17}$
- e) $\frac{20}{17}$

6. A figura a seguir mostra o vetor \vec{v} representado no plano cartesiano.

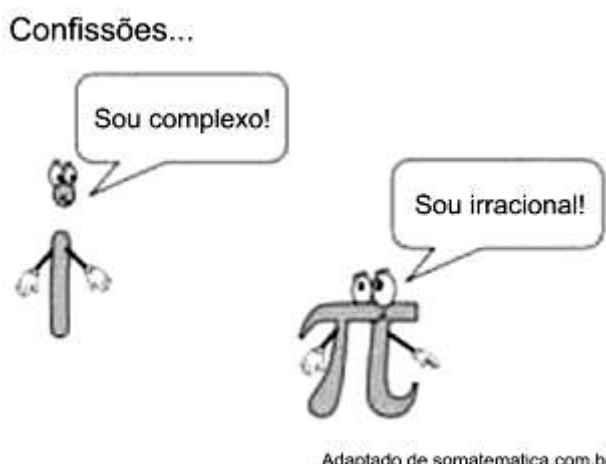


A representação e o módulo desse vetor são, respectivamente,

- a) $\vec{v} = (5, 1)$ e $|\vec{v}| = 3$
- b) $\vec{v} = (3, 0)$ e $|\vec{v}| = 3$
- c) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 4$
- d) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$
- e) $\vec{v} = (-1, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$

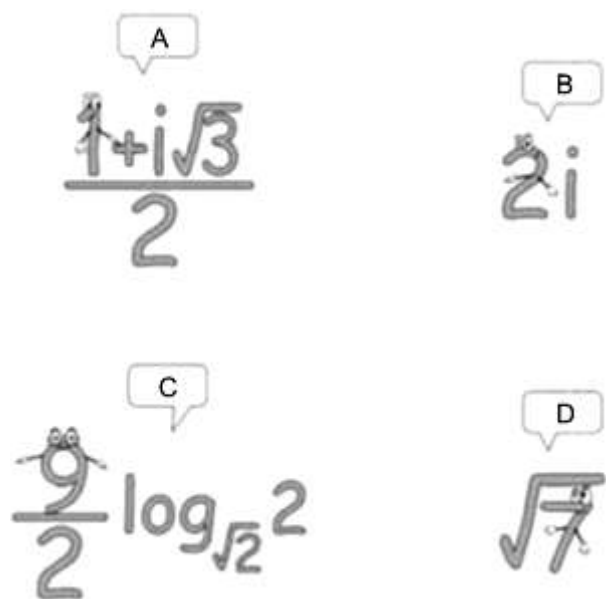
7. A Bíblia nos conta sobre a viagem de Abraão à Terra Prometida. Abraão saiu da cidade de Ur, na Mesopotâmia (atual Iraque) e caminhou até a cidade de Harã. Depois, caminhou até Canaã, a Terra prometida (atual Israel). Fixando um sistema de coordenadas cartesianas retangulares, em um mapa do Mundo Antigo, considere a cidade de Canaã localizada no ponto $O = (0,0)$, a cidade de Harã localizada no ponto $H = (2, 7/2)$, a cidade de Ur localizada no ponto U e o vetor $\overrightarrow{UH} = (-1/2, 11/2)$. Nesse sistema de coordenadas, pode-se afirmar que o ponto U é:
- $(5/2, -2)$
 - $(2, -2/5)$
 - $(-2, 2/5)$
 - $(-2/5, 5/2)$
 - $(5, 2/5)$
8. Dados $A(-1, 3, k)$, $B(1, 4, 7)$ e $C(-2, -4, 1)$, determine k de modo que os vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC} sejam ortogonais.
- 3
 - 18
 - 28
 - 8
 - $\frac{28}{3}$
9. A parte real das raízes complexas da equação $x^2 - 4x + 13 = 0$, é igual a
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 1

10. Uma estratégia para obter efeito humorístico em quadrinhos é atribuir a objetos abstratos características e ações tipicamente humanas. A figura a seguir é um exemplo de aplicação desse recurso.



Supondo que cada número diga uma verdade matemática sobre si mesmo, relacione as frases (de I a IV) aos balões de diálogo (de A a D).

- I. Meu cubo é irracional.
- II. Sou racional.
- III. Sou puramente imaginário.
- IV. Meu inverso multiplicativo coincide com meu conjugado.



Assinale a alternativa que contém a associação correta.

- a) I-B, II-C, III-A, IV-D.
- b) I-C, II-B, III-A, IV-D.
- c) I-D, II-A, III-C, IV-B.
- d) I-D, II-A, III-B, IV-C.
- e) I-D, II-C, III-B, IV-A.

Gabarito

1. C

A escolha poderá ser feita das seguintes maneiras:

I. 2 mulheres e 4 homens: $C_{4,2} \cdot C_{7,4} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 6 \cdot 35 = 210$

II. 3 mulheres e 3 homens: $C_{4,3} \cdot C_{7,4} = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 4 \cdot 35 = 140$

III. 4 mulheres e 2 homens: $C_{4,4} \cdot C_{7,2} = \frac{4!}{4! \cdot 0!} \cdot \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 1 \cdot 21 = 21$

Logo, o número de maneiras de se escolher 6 pessoas, com pelo menos duas mulheres, será dado por:
 $210 + 140 + 21 = 371$.

2. D

Como os números devem ser divisíveis por 5, o último algarismo deve ser 5.

Então devemos formar números com 3 algarismos distintos escolhidos dentre os números do conjunto $\{1, 3, 7, 9\}$.

Assim, pelo princípio multiplicativo, temos:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

3. E

Para ele ir de A até C:

Permutação de 5 (total de ruas que se anda até chegar em C, partindo de A) com repetição de 3 (ruas horizontais) e 2 (ruas verticais) $\Rightarrow P5(3,2)$

Para ele ir de C até B:

Permutação de 3 com repetição de 2 e 1, utilizando a mesma lógica explicada anteriormente.
 $P3(2,1)$

Sendo assim, para se ir de A até B, passando por C:

$$P5(3,2) \times P3(2,1) = 5!/3!2! \times 3!/1!2! = 30.$$

4. D

O número de comissões pedidas será o número total de comissões (sem restrições) subtraído do número de comissões em que Gustavo e Danilo estão juntos.

$$\text{total: } C_{8,4} = 8!/4!(8-4)! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!/4! \cdot 4! = 1680/24 = 70$$

$$\text{Gustavo e Danilo juntos: } C_{6,2} = 6!/2!(6-2)! = 6 \cdot 5 \cdot 4!/2! \cdot 4! = 30/2 = 15$$

$$\text{Comissões sem Gustavo e Danilo: } 70 - 15 = 55$$

5. A

(Considerando que P seja a probabilidade pedida, temos:)/

$P = (\text{probabilidade de se retirar uma bola amarela e depois uma verde}) + (\text{probabilidade de se retirar uma bola verde e depois uma amarela})$

Portanto:

$$P = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$$

6. D

Tem-se que $\vec{v} = (1, 1) - (4, 5) = (-3, -4)$. Portanto, segue $|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$.

7. A

$$\overrightarrow{UH} = H - U = \left(2, \frac{7}{2}\right) - (x, y) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

$$2 - x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\frac{7}{2} - y = \frac{11}{2} \rightarrow y = -2$$

8. E

O produto escalar deve ser igual a zero. Logo:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (2, 1, 7 - k) \cdot (-3, -8, -6) = 0$$

$$-6 - 8 - 42 + 6k = 0$$

$$6k = 56$$

$$k = \frac{28}{3}$$

9. B

Do enunciado, temos:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 6i}{2}$$

$$x = 2 \pm 3i$$

Logo, a parte real das raízes complexas é 2.

10. E

I. deve ser relacionada com a letra D, pois $\sqrt{7}^3 = 7\sqrt{7}$ (irracional)

II. deve ser relacionado com a letra C, pois $\frac{9}{2} \cdot \log_{\sqrt{2}} 2 = \frac{9}{2} \cdot 2 = 9$ (racional)

III. deve ser relacionado com a letra B, pois $2i$ é imaginário puro.

IV. deve ser relacionado com a letra A, pois $\frac{1 + \sqrt{3} \cdot i}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{3} \cdot i}{2} = \frac{1^2 + 3}{4} = 1$

Logo, a opção correta será dada por:

[E] I-D, II-C, III-B, IV-A