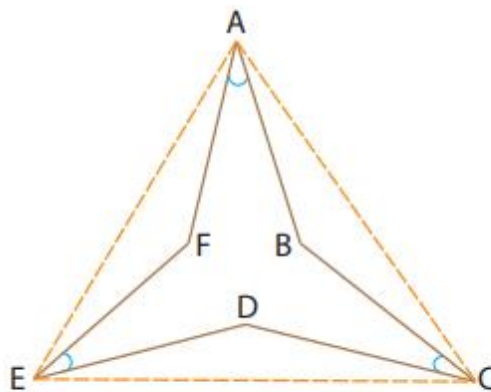


## Exercícios sobre Triângulos

Quer ver este material pelo Dex? Clique [aqui](#)

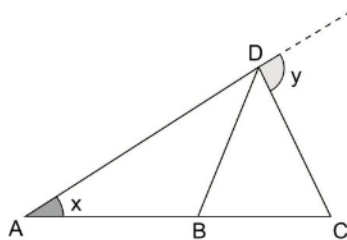
### Exercícios

1. No desenho a seguir, está ilustrada uma estrela de três pontas iguais, com lados  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA}$ , inscrita no triângulo equilátero ACE.



Se  $\angle ABC = 150^\circ$ , os ângulos  $\angle FAB$ ,  $\angle BCD$  e  $\angle DEF$  medem igualmente:

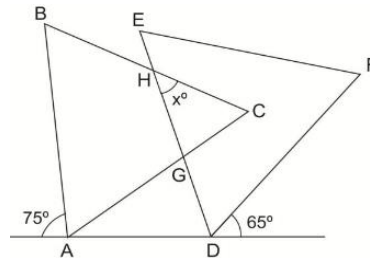
- a)  $15^\circ$
  - b)  $20^\circ$
  - c)  $25^\circ$
  - d)  $30^\circ$
  - e)  $45^\circ$
2. Na figura  $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD}$ .



Então:

- a)  $y = 3x$
- b)  $y = 2x$
- c)  $x + y = 180$
- d)  $x = y$
- e)  $3x = 2y$

3. Na figura, os dois triângulos ABC e FDE são equiláteros. Qual é o valor do ângulo  $x$ ?

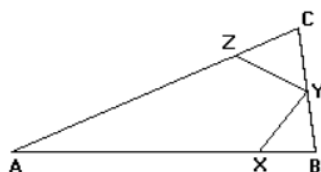


- a)  $30^\circ$   
 b)  $40^\circ$   
 c)  $50^\circ$   
 d)  $60^\circ$   
 e)  $70^\circ$
4. Um ambientalista, desejando estimar a área de uma região de preservação ambiental, observou em um mapa, com escala de 1 cm para cada 100 km, que o formato da região era, aproximadamente, um triângulo retângulo de catetos medindo 2 cm e 3 cm.  
 Com base nesses dados, conclui-se que a área da região de preservação ambiental era, aproximadamente, de:
- a)  $20.000 \text{ km}^2$ .  
 b)  $30.000 \text{ km}^2$ .  
 c)  $35.000 \text{ km}^2$ .  
 d)  $40.000 \text{ km}^2$ .  
 e)  $60.000 \text{ km}^2$ .
5. Considere um triângulo ABC isósceles de base  $\overline{BC}$ , e os pontos P e Q tais que  $P \in \overline{AC}$  e  $Q \in \overline{AB}$ . Se  $\overline{BC} = \overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QA}$ , a medida do ângulo de vértice A, em radianos, é:
- a)  $\frac{\pi}{5}$   
 b)  $\frac{\pi}{6}$   
 c)  $\frac{\pi}{7}$   
 d)  $\frac{\pi}{8}$   
 e)  $\frac{\pi}{9}$

6. Seja  $ABC$  um triângulo isósceles de base  $BC$ . Sobre o lado  $\overline{AC}$  deste triângulo considere um ponto  $D$  tal que os segmentos  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BD}$  e  $\overline{BC}$  são todos congruentes entre si. A medida do ângulo  $B\hat{A}C$  é igual a:

- a)  $23^\circ$
- b)  $32^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $45^\circ$

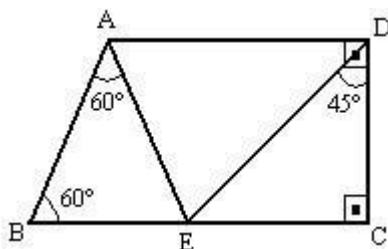
7. Na figura adiante,  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ,  $\overline{BX} = \overline{BY}$  e  $\overline{CZ} = \overline{CY}$ .



Se o ângulo  $A$  mede  $40^\circ$ , então o ângulo  $X\hat{Y}Z$  mede:

- a)  $40^\circ$
  - b)  $50^\circ$
  - c)  $60^\circ$
  - d)  $70^\circ$
  - e)  $90^\circ$
8. Um dos ângulos internos de um triângulo isósceles mede  $100^\circ$ . Qual é a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos outros ângulos internos?
- a)  $20^\circ$
  - b)  $40^\circ$
  - c)  $60^\circ$
  - d)  $80^\circ$
  - e)  $140^\circ$

9. Dada a figura:



Sobre as sentenças

- I. O triângulo CDE é isósceles.
- II. O triângulo ABE é equilátero.
- III. AE é bissetriz do ângulo BAD.

é verdade que:

- a) somente a I é falsa.
- b) somente a II é falsa.
- c) somente a III é falsa.
- d) são todas falsas.
- e) são todas verdadeiras.

10. Três pontos, A, B e C, não pertencentes a uma mesma reta, representam as posições de três casas construídas numa área plana de um condomínio. Uma farmácia está localizada num ponto M que fica equidistante das três casas. Na Geometria Euclidiana Plana, o ponto M é conhecido como:

- a) baricentro
- b) circuncentro
- c) ortocentro
- d) incentro
- e) ponto médio

Gabarito

1. D

Como  $\overline{AB} = \overline{BC}$ , então o triângulo  $\triangle ABC$  é isósceles.

Como o ângulo  $ABC = 150^\circ$ , e a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ , então os outros dois ângulos desse triângulo medem  $15^\circ$

O mesmo acontece no triângulo  $\triangle AFE$ .

Como o triângulo  $\triangle AEC$  é equilátero, então cada ângulo interno mede  $60^\circ$ .

Sendo assim, temos que:

$$EAF + FAB + BAC = 60^\circ$$

$$15^\circ + FAB + 15^\circ = 60^\circ$$

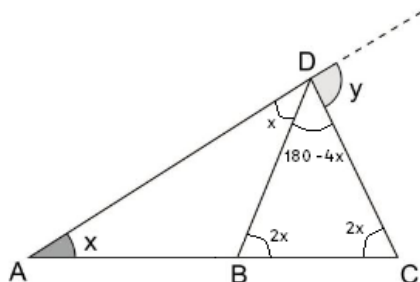
$$30^\circ + FAB = 60^\circ$$

$$FAB = 30^\circ$$

Portanto, os ângulos  $FAB$ ,  $BCD$  e  $DEF$  medem  $30^\circ$ .

2. A

Observe a figura :



$DBC = 2x$ , pois é ângulo externo ao triângulo  $ABD$ . Como  $ABD$  e  $BCD$  são isósceles podemos fazer a marcação de alguns ângulos, como mostrado na figura.

Dessa maneira,

$$x + 180 - 4x + y = 180$$

$$y = 3x$$

3. B

Como  $ABC$  e  $DEF$  são triângulos equiláteros, seus ângulos internos medem  $60$  graus. Daí, analisando o triângulo  $AGD$ , podemos escrever:

$$GAD = 180 - 75 - 60 = 45$$

$$GDA = 180 - 65 - 60 = 55.$$

$$\text{Logo, } AGD = 180 - 45 - 55 = 80.$$

$$\text{No triângulo } CGH, x + 80 + 60 = 180$$

$$x = 40.$$

4. B

Como a escala é de 1 cm para 100 km, temos que os região triângulos tem catetos de 200 e 300 km. Dessa maneira, a área é de  $200 \times 300 / 2 = 30\,000 \text{ km}^2$

5. C

Usando a conceito de ângulos externos, podemos perceber que o ângulo da base QB do triângulo BPQ é a soma dos ângulos da base PA do triângulo AQP, dando um valor de "a" para o angulo do vértice A concluímos que o ângulo P em PQ também é "a" por se tratar de um triângulo isósceles, então temos que o ângulo de Q é "2a" e o ângulo de B em PB também é "2a" (usando as regras dos ângulos externos), seguindo esse mesmo raciocínio de triângulo isósceles e ângulos externos percebemos que o angulo de CBP é "A" logo de BCP é 3a e de CPB também.

$$180^\circ = \pi$$

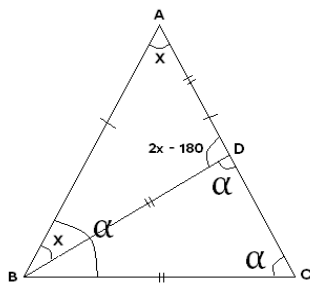
$$a + 3a + 3a = 180$$

$$7a = \pi$$

$$a = \pi / 7$$

6. C

Observe a figura:



Do triângulo ABC:

$$\alpha = \frac{180 - x}{2} \quad (i)$$

Além disso,

$$180 - 2x + \alpha = 180$$

$$\alpha = 2x \quad (ii)$$

Igualando (i) e (ii):

$$2x = \frac{180 - x}{2}$$

Resolvendo a equação, encontramos  $x = 36$ .

## 7. D

Quando temos lados igual a outro em um triângulo, isso indica que 2 ângulos são iguais e um diferente.

No triângulo ABC,  $AB=AC$ , então os ângulos B e C são iguais. Como  $A = 40^\circ$ , e a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$  :

$$180 - 40 = 140^\circ$$

$$B + C = 140$$

$$B = 70^\circ \text{ e } C = 70^\circ$$

No triângulo XBY,  $BX = BY$ , então os ângulos Y e X são iguais. Como  $B = 70^\circ$  e a soma dos ângulos internos é 180:

$$180 - 70 = 110$$

$$X + Y = 110$$

$$X = 55^\circ \text{ e } Y = 55^\circ$$

No triângulo ZCY,  $CZ = CY$ , então os ângulos Y e Z são iguais. Como  $C = 70^\circ$  e a soma dos ângulos internos é 180:

$$180 - 70 = 110$$

$$Z + Y = 110$$

$$Z = 55^\circ \text{ e } Y = 55^\circ$$

A soma dos 3 ângulos de Y forma um ângulo raso de  $180^\circ$ , dois deles já temos, e o outro é o que justamente a questão ta pedindo, então :

$$55^\circ + 55^\circ + zyx = 180$$

$$zyx = 180 - 110$$

$$zyx = 70^\circ$$

## 8. B

O triângulo isósceles tem 2 ângulos com a mesma medida.

$$x+x+y = 180^\circ$$

O ângulo de  $100^\circ$  só pode ser y, pois se for x, só os 2x dariam 200 graus, e sabemos que os 3 somados têm que dar 180.

$$x+x+100 = 180$$

$$2x = 180 - 100$$

$$2x = 80$$

$$x = 40^\circ$$

Bissetriz é a ceviana que divide o ângulo no meio, então a bissetriz de um ângulo de  $40^\circ$  divide-o em 2 ângulos de  $20^\circ$ .

As duas bissetrizes se encontram no interior do triângulo, formando 4 ângulos: 2 agudos e 2 obtusos. O problema quer saber o valor dos agudos.

De início só temos como calcular o valor do ângulo obtuso, pois ele forma com as bissetrizes um novo triângulo (é o que está pintadinho na imagem em anexo).

$$20+20+a = 180$$

$$40+a = 180$$

$$a = 180 - 40$$

$$a = 140^\circ$$

a e b estão sobre a mesma reta. São ângulos suplementares. a é o obtuso, de  $140^\circ$  b é seu suplementar:

$$180-140= 40^\circ$$

## 9. E

I.  $90^\circ(C) + 45^\circ(D) + x(E) = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$ , portanto verdadeira  $\Rightarrow$  isósceles 2 ângulos iguais

II.  $60^\circ(A) + 60^\circ(B) + x(E) = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$ , portanto verdadeira  $\Rightarrow$  equilátero 3 ângulos iguais

III. bissetriz divide ângulo em dois  $\Rightarrow 60^\circ(B) + 90^\circ(C) + 90^\circ(D) + (60^\circ + x)(A) = 360^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$ , portanto verdadeira

## 10. B

Esta é a definição de circuncentro.