Práctica 1

2do cuatrimestre 2023

Algoritmos y Estructuras de Datos I / Introducción a la Programación

Integrante	LU	Correo electrónico
Fausto N. Martínez	363/23	fnmartinez@dc.uba.ar

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

Índice

1. Práctica 1

1.1. Ejercicio 1

Me piden determinar si dados p y q variables preposicionales, las expresiones son *formulas bien formadas*.
★ Rdo.: una formula está bien formada si cumple:

1.1.A. Pregunta A

(a) $(p\neg q)$ no es una fórmula bien formada.

(b) $p \vee q \wedge True$ no es una fórmula bien formada pues da lugar a ambigüedad por la falta de paréntesis.

(c) $p \vee q \wedge True$ no es una fórmula bien formada pues da lugar a ambigüedad por la falta de paréntesis.

(d) $\neg(p)$ no es una fórmula bien formada pues el paréntesis es redundante.

(e) $(p \vee \neg q \wedge q)$ no es una fórmula bien formada ya que la falta de paréntesis da lugar a ambigüedad.

(f) $(True \wedge True \wedge True)$ es una formula bien formada.

(g) $(\neg p)$ no es una formula bien formada ya que no hacen falta los paréntesis.

(h) $(p \vee False)$ es una formula bien formada.

(i) $(p = q)$ es una formula bien formada.

1.2. Ejercicio 2

(a) Bien definida

(b) Bien definida

(c) Mal definida. El conector lógico $\vee$ solo acepta variables del tipo Bool pero x e y son $\mathbb{Z}$

(d) Bien definida

(e) Mal definida. $(z = 0)$ y $(z = 1)$ no tipa correctamente dado que z es de tipo Bool.

(f) Mal definida. No tipa correctamente dado que $(y < 0)$ es de tipo Bool y la suma solo acepta números.

1.3. Ejercicio 3

Primero se evalúa $\alpha = (3 + 7 = \pi - 8)$ que al ser una igualdad devuelve un valor del tipo Bool. Luego $\alpha \in \{True, False\}$ y la fórmula resulta $\alpha \wedge True$ que está bien formada.

1.4. Ejercicio 4

Se que $a = True$, $b = True$, $c = True$, $x = False$, $y = False$

(a) (¬True ∨ True) = False ∨ True = True

(b) (True ∨ (False ∧ False) ∨ True) = (True ∨ True ∨ True) = True

(c) ¬(True ∨ False) = ¬True = False

(d) (¬(True ∨ False)↔(¬True ∧ ¬False)) = (¬True↔(False ∧ True)) = (False↔False) = True

(e) ((True ∨ False)∧(False ∨ True)) = (True ∧ True) = True

(f) ((True ∨ False)∧(False ∨ True))↔(True ∨ (False ∧ False) ∨ True), por (e) y (b) respectivamente, cada uno de estos vale True, entonces tenemos True↔True = True

(g) (¬ True ∧ ¬ False) = (False ∧ True) = False

Ahora, si $a = False$, $b = False$, $c = False$, $x = True$, $y = True$

(a) (¬False ∨ False) = True ∨ False = True

(b) (False ∨ (True ∧ True) ∨ False) = (False ∨ True ∨ False) = True

(c) ¬(False ∨ True) = ¬True = False

(d) (¬(False ∨ True)↔(¬False ∧ ¬True)) = (¬True↔(True ∧ False)) = (False↔False) = True

(e) ((False ∨ True)∧(True ∨ False)) = (True ∧ True) = True

(f) ((False ∨ True)∧(True ∨ False))↔(False ∨ (True ∧ True) ∨ False), por (d) y (b) respectivamente, cada uno de estos vale True, entonces tenemos True↔True = True

(g) (¬ False ∧ ¬ True) = (True ∧ False) = False

1.5. Ejercicio 5

★ Rdo.: Ua fórmula es **tautología** si siempre toma el valor True, es **contradicción** si siempre toma el valor False, es **contingencia** si no es ni tautología ni contradicción.

1.5.A. Inciso A

p	(p ∨ ¬p)
V	V
V	V
F	V
F	V

Es una tautología

1.5.B. Inciso B

p	(p ∧ ¬p)
V	F
F	F

Es una contradicción

1.5.C. Inciso C

p	q	(¬p ∨ q)	(p → q)	((¬p ∨ q) ↔(p → q))
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Es una tautología. Observar que esto demuestra (p → q) = (¬p ∨ q) (La Implicación Material)

1.5.D. Inciso D

p	q	(p ∨ q)	((p ∨ q) → p)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

Es una contingencia.

1.5.E. Inciso E

Sean $\alpha = \neg(\mathrm{p} \wedge \mathrm{q})$; $\beta = (\neg\mathrm{p} \vee \neg\mathrm{q})$

p	q	α	β	$(\alpha \leftrightarrow \beta)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Es una tautología. Observar que esto demuestra $\neg(\mathrm{p} \wedge \mathrm{q}) = (\neg\mathrm{p} \vee \neg\mathrm{q})$ (La Ley de De Morgan para la conjunción)

1.5.F. Inciso F

p	q	¬p	¬q	(¬p ∧ q)	(¬p ∧ ¬ q)	((¬p ∧ q)↔(¬p ∧ ¬ q))
V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F

Es una contingencia.

1.5.G. Inciso G

p	(p → p)
V	V
F	V

Es una tautología.

1.5.H. Inciso H

p	q	(p∧q)	((p∧q)→p)
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Es una tautología.

1.5.I. Inciso I

p	q	r	(q∨r)	(p ∧ (q∨r))	(p∧q)	(p∧r)	((p∧q)∨(p∧r))	((p ∧ (q∨r))↔((p∧q)∨(p∧r)))
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

Es una tautología. Observar que esto demuestra que $\mathrm{p}\wedge(\mathrm{q}\vee\mathrm{r}) = (\mathrm{p}\wedge\mathrm{q})\vee(\mathrm{p}\wedge\mathrm{r})$ (La propiedad distributiva para la conjunción)

1.5.J. Inciso J

Sean $\alpha = (q \rightarrow r)$; $\beta = (p \rightarrow q)$; $\sigma = (p \rightarrow r)$

p	q	r	α	$(p \to \alpha)$	β	σ	$(\beta \to \sigma)$	$((p \to \alpha) \to (\beta \to \sigma))$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V

Es una tautología.

1.6. Ejercicio 6

(a) *False* es más fuerte que *True*.

(b) $(p \wedge q)$ es más fuerte que $(p \vee q)$.

(c) *True* es más fuerte que *True*.

(d) $(p \wedge q)$ es más fuerte que p.

(e) *False* es más fuerte que *False*.

(f) p es más fuerte que $(p \vee q)$.

(g) No hay relación de fuerza.

(h) No hay relación de fuerza.

1.7. Ejercicio 7

False es la más fuerte, *True* la más débil

1.8. Ejercicio 8

(a)

p	(False ∧ p)
V	F
F	F

(False ∧ p)≡False (Dominación de la conjunción)

(b)

p	(True ∨ p)
V	V
F	V

(True ∨ p)≡False (Dominación de la disyunción)

(c)

p	(True ∧ p)
V	V
F	F

(True ∧ p)≡p (Neutro de la conjunción)

(d)

p	(False ∨ p)
V	V
F	V

(True ∨ p)≡p (Neutro de la disyunción)

(e)

p	(p ∧ p)
V	V
F	F

(p ∧ p)≡p (Idempotencia de la conjunción)

(f)

p	(p ∨ p)
V	V
F	F

(p ∨ p)≡p (Idempotencia de la disyunción)

(g)

p	¬p	(p ∨ ¬p)
V	F	V
F	V	V

(p ∨ ¬p)≡True (Inversa de la disyunción)

(h)

p	¬p	(p ∧ ¬p)
V	F	F
F	V	F

(p ∧ ¬p)≡False (Inversa de la conjunción)

(i)

p	¬p	¬¬p
V	F	V
F	V	F

¬¬p≡p (Doble negación)

(j)

p	q	(p∨q)	(p∧(p∨q))
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

(p∧(p∨q))≡p (Absorción de la conjunción)

(k)

p	q	(p∧q)	(p∨(p∧q))
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

(p∨(p∧q))≡p (Absorción de la disyunción)

(l) Probado en 5.E ¬(p∧q)≡(¬p∧¬q) (Ley de De Morgan para la conjunción)

(m)

p	q	(p∨q)	¬(p∨q)	¬p	¬q	(¬p∧¬q)
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

¬(p∨q)≡(¬p∧¬q) (Ley de De Morgan para la disyunción)

(n) (p∧q)≡(q∧p) (Conmutatividad para la conjunción)

(ñ) (p∨q)≡(q∨p) (Conmutatividad para la disyunción)

(o)

p	q	r	(q ∧ r)	(p∧(q ∧ r))	(p∧q)	((p∧q)∧r)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

(p∧(q ∧ r))≡((p∧q)∧r) (Asociatividad de la conjunción)

(p)

p	q	r	(q ∨ r)	(p∨(q ∨ r))	(p∨q)	((p∨q)∨r)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V
F	F	F	F	F	F	F

(p∨(q ∨ r))≡((p∨q)∨r) (Asociatividad de la disyunción)

(q) Probado en 5.I (Distributividad de la conjunción)

(r)

p	q	r	(q ∧ r)	(p∨(q ∧ r))	(p∨q)	(p∨r)	((p∨q)∧(p∨r))
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

(p∨(q ∧ r))≡((p∨q)∧(p∨r)) (Distibutividad de la disyunción)

(s)

p	q	(p→q)	¬p	¬q	(¬q→¬p)
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V

(p→q)≡(¬q→¬p) (Contraposición lógica)

(t) Probado en 5.C (Implicación Material)

(u)

p	q	(p↔q)	(p→q)	(q→p)	((p→q)∧(q→p))
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

(p↔q)≡((p→q)∧(q→p)) (Equivalencia material)

1.9. Ejercicio 9

1.9.A. Inciso A

((p∧p)∨p) ≡ (Idempotencia de la conjunción)
(p∨p) ≡ (Idempotencia de la disyunción)
p

1.9.B. Inciso B

¬(¬p∨¬q) ≡ (Ley de De Morgan para la disyunción)
(¬¬p∧¬¬q) ≡ (Doble negación)
(p ∧ q)

1.9.C. Inciso C

(((p ∧ (¬p∨q)) ∨ q) ∨ (p ∧ (p∨q))) ≡ (Distributiva para la conjunción)
((((p ∧¬p) ∨ (p∧q)) ∨ q) ∨ (p∧(p∨q))) ≡ (Inversa de la conjunción, Asociatividad de la conjunción, Absorción de la conjunción)
(((False ∨ (p∧q) ∨ q) ∨ p)) ≡ (Absorción de la disyunción)
((False ∨ q) ∨ p) ≡ (Neutro de la disyunción)
(q ∨ p)

1.9.D. Inciso D

(¬p → ¬(p→¬q)) ≡ (Implicación Material)
(¬p → ¬(¬p∨¬q)) ≡ (Ley de De Morgan para la conjunción)
(¬p → (¬¬p∧¬¬q)) ≡ (Doble negación)
(¬p → (p∧q)) ≡ (Implicación Material)
(¬¬p ∨ (p∧q)) ≡ (Doble Negación)
(p ∨ (p∧q)) ≡ (Absorción de la disyunción)
p

1.9.E. Inciso E

(((p→q) ∧ (p∧¬q))→q) ≡ (Implicación Material)
(((¬p∨q) ∧ (p∧¬q))→q) ≡ (Asociatividad de la conjunción, Distributividad de la conjunción)
((((p∧¬p) ∨ (p∧q)) ∧ ¬q)→q) ≡ (Inversa de la conjunción)
(((False ∨ (p∧q)) ∧ ¬q)→q) ≡ (Neutro de la disyunción)
(((p∧q) ∧ ¬q)→q) ≡ (Asociatividad de la conjunción)
((p ∧ (q∧¬q))→q) ≡ (Inversa de la conjunción)
((p ∧ False)→q) ≡ (Dominación de la conjunción)
(False→q) ≡ (Implicación Material)
(¬False ∨ q) ≡ (True ∨ q) ≡ (Dominación de la disyunción)
True

1.9.F. Inciso F

$\neg(\neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)) \rightarrow (\neg\neg p \vee \neg p) \equiv$ (Doble negación, Ley de De Morgan para la conjunción)
$\neg((\neg p \vee \neg q) \vee p \vee q) \rightarrow (p \vee \neg p) \equiv$ (Inversa de la disyunción, Asociatividad de la disyunción)
$\neg((\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)) \rightarrow True \equiv$ (Inversa de la disyunción)
$\neg(True \vee True) \rightarrow True \equiv$
$False \rightarrow True \equiv$
True

1.10. Ejercicio 10

1.10.A. Inciso A

$((p \wedge p) \wedge p) \rightarrow p \equiv$ (Idempotencia de la conjunción,Asociatividad de la conjunción)
$p \rightarrow p \equiv$ (Implicación material)
$(\neg\ p \vee p) \equiv$ (Inversa disyunción)
True