

## 21– ELEKTROSTATYKA. KONDENSATORY

### Pojemność elektryczna

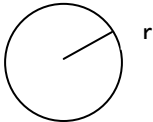


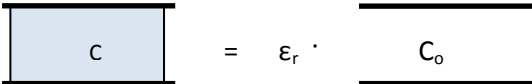
$$C = \frac{Q}{V} \text{ - dla przewodników} \quad C = \frac{Q}{U} \text{ - dla kondensatorów}$$

C – pojemność elektryczna

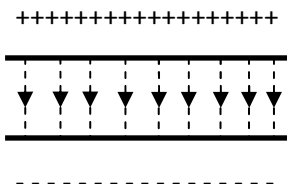
Q – ładunek

V – potencjał , U – napięcie

$$\text{jednostka – farad – } 1F = \frac{1C}{1V}$$

	<p>Pojemność elektryczna kuli</p>	$C = 4\pi\epsilon_0 r$
	<p>Pojemność kondensatora płaskiego</p>	$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d}$
<p><math>\epsilon_r</math> – względna przenikalność dielektryczna dielektryka  <math>\epsilon_0</math> – bezwzględna przenikalność dielektryczna próżni</p>	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$	
<p>S – powierzchnia jednej z okładek  d – odległość między okładkami  jeśli kondensator jest próżniowy, to <math>\epsilon_r=1</math> i</p>	$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$	
	<p>czyli</p>	

### Natężenie pola elektrycznego jednorodnego

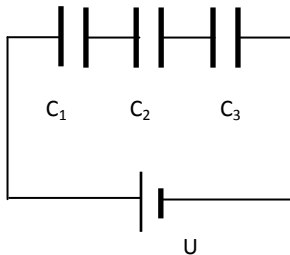


$$E = \frac{U}{d}$$

U – napięcie między okładkami kondensatora  
d- odległość między płytkami

## Łączenie kondensatorów, pojemność zastępcza

### połączenie szeregowe



ładunek –  $Q = \text{const}$

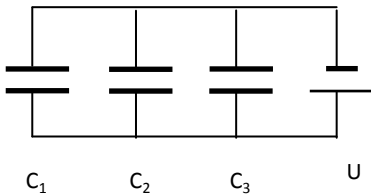
napięcie –  $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

odwrotność pojemności:

$$\frac{1}{C_{\text{zastępcza}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Pojemność zastępcza za  $n$  identycznych kondensatorów o pojemnościach  $C$  każdego  $C_{\text{zastępcza}} = \frac{C}{n}$

### połączenie równoległe



ładunek –  $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$

napięcie –  $U = \text{const}$

pojemność zastępcza  $C_{\text{zastępcza}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

Pojemność zastępcza za  $n$  identycznych kondensatorów o pojemnościach  $C$  każdego  $C_{\text{zastępcza}} = nC$

### Energia naładowanego kondensatora

$$E_p = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Praca

$$W = \Delta E_p$$

### Kondensator odłączony od źródła prądu i dołączony do źródła prądu

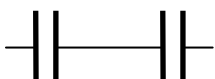
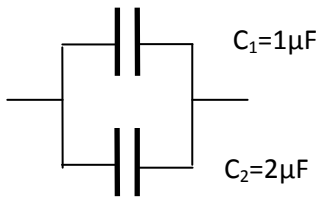
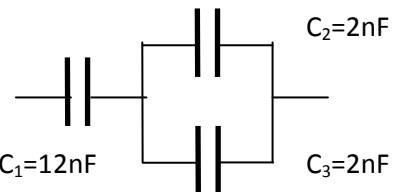
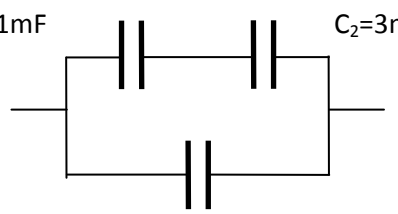
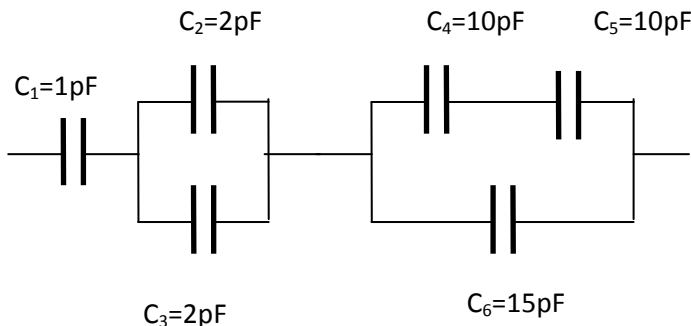
Problem jest taki: Kondensator naładowano i następnie zmieniono jego pojemność w jakiś tam sposób. Dla przykładu powiedzmy, że rozsunęto płytki do odległości dwukrotnie większej i usunięto dielektryk o stałej dielektrycznej  $\epsilon_r = 2$ . Jak zmienia się: pojemność elektryczna, ładunek, napięcie, energia i natężenie pola elektrycznego, jeśli operacji dokonywano gdy kondensator był

odłączony od źródła prądu	dołączony do źródła prądu
pojemność $C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} \downarrow 4x$ (zmała cztery razy)	pojemność $C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} \downarrow 4x$ (zmała cztery razy)
ładunek $Q = \text{const}$	ładunek $Q = CU \downarrow 4x$ (bo $U = \text{const}$ )
napięcie $U = \frac{Q}{C} \uparrow 4x$ (bo $Q = \text{const}$ )	napięcie $U = \text{const}$
energia $E_p = \frac{Q^2}{2C} \uparrow 4x$ (bo $Q = \text{const}$ )	energia $E_p = \frac{CU^2}{2} \downarrow 4x$ (bo $U = \text{const}$ )
natężenie pola elektrycznego $E = \frac{U}{d} \uparrow 2x$ (bo $U \uparrow 4x$ a $d \downarrow 2x$ )	natężenie pola elektrycznego $E = \frac{U}{d} \downarrow 2x$ (bo $U = \text{const}$ a $d \uparrow 2x$ )

## ZADANIA

### Zadanie 1

Oblicz napięcie, ładunek i energię każdego kondensatora w obwodach (odpowiedzi na końcu)

<p>a.</p>  <p><math>C_1=2\mu\text{F}</math>    <math>C_2=6\mu\text{F}</math></p> <p>pod napięciem <math>U=10\text{ V}</math></p>	<p>b.</p>  <p><math>C_1=1\mu\text{F}</math> <math>C_2=2\mu\text{F}</math></p> <p>pod napięciem <math>U=100\text{ V}</math></p>
<p>c.</p>  <p><math>C_1=12\text{nF}</math>    <math>C_2=2\text{nF}</math> <math>C_3=2\text{nF}</math></p> <p>pod napięciem <math>U=10\text{ V}</math></p>	<p>d.</p>  <p><math>C_1=1\text{mF}</math>    <math>C_2=3\text{mF}</math> <math>C_3=0,25\text{mF}</math></p> <p>pod napięciem <math>U=10\text{ V}</math></p>
<p>e.</p>  <p><math>C_1=1\text{pF}</math>    <math>C_2=2\text{pF}</math>    <math>C_4=10\text{pF}</math>    <math>C_5=10\text{pF}</math> <math>C_3=2\text{pF}</math>    <math>C_6=15\text{pF}</math></p> <p>pod napięciem <math>U=10\text{ V}</math></p>	

### Zadanie 2

Między okładki kondensatora próżniowego o pojemności  $C_0$  wsunięto płytkę z dielektryka złożoną z dwóch części różniących się stałą dielektryczną. Połowę objętości kondensatora wypełnia dielektryk o stałej dielektrycznej  $\epsilon_1=3$ , a drugą połowę o stałej  $\epsilon_2=3\epsilon_1$ . Jak zmieni się pojemność kondensatora w stosunku do pojemności  $C_0$ ?

*Odp: Jeśli Wypełnienie składa się z dwóch kawałków podłużnych (o powierzchniach takich jak płytki, ale grubościach równych połowie odległości między płytkami), to wzrośnie 4,5 razy. Jeśli wypełnienie składa się z dwóch kawałków poprzecznych (o powierzchniach równych połowie powierzchni płytek, ale o grubościach równych odległości między płytkami) to wzrośnie 6 razy.*

### Zadanie 3

Kondensator próżniowy, naładowany do różnicy potencjałów  $U=800\text{ V}$  połączono równolegle z drugim takim samym kondensatorem nienaładowanym, wypełnionym dielektrykiem. Obliczyć stałą dielektryczną dielektryka, jeżeli po tym połączeniu różnica potencjałów między okładkami kondensatorów wynosi  $U_1=100\text{ V}$ .

*Odp: 7*

### Zadanie 4

Okładki próżniowego kondensatora płaskiego o powierzchni  $S=500\text{ cm}^2$  znajdują się w odległości  $d_1=1\text{ cm}$  od siebie i są naładowane do napięcia  $U_1=500\text{ V}$ . Jaką pracę trzeba wykonać, aby po odłączeniu go od źródła napięcia okładki oddaliły się na odległość  $d_2=4\text{ cm}$ ? Przyjąć stałą dielektryczną próżni  $\epsilon_0=9\cdot 10^{-12}\text{ C/Vm}$ .

*Odp:  $1,69\cdot 10^{-5}\text{ J}$*

### Zadanie 5

Kondensator powietrzny płaski naładowano, a następnie po odłączeniu od źródła prądu zwiększono dwukrotnie odległość między jego okładkami. Jak zmienia się: energia kondensatora, jego napięcie i natężenie pola elektrycznego między jego okładkami

*Odp: Energia dwukrotnie wzrośnie, napięcie dwa razy wzrośnie, a natężenie pola elektrycznego nie zmieni się.*

### Zadanie 6

Kondensator powietrzny o zmiennej pojemności od  $C_1=20\text{ pF}$  do  $C_2=200\text{ pF}$  naładowano do napięcia  $U=230\text{ V}$  przy pojemności  $C_2$ . Oblicz wartość wykonanej pracy przy zmianie pojemności od  $C_2$  do  $C_1$  po uprzednim odłączeniu go od źródła napięcia.

*Odp:  $4,761\cdot 10^{-5}\text{ J}$*

### Zadanie 7

Kondensator bez dielektryka naładowano ładunkiem  $Q=400\text{ nC}$  i odłączono od źródła napięcia. Po wprowadzeniu dielektryka o stałej dielektrycznej  $\epsilon_r=4$  napięcie zmalało do  $U=100\text{ V}$ . Obliczyć pojemność kondensatora, jego energię przed i po wprowadzeniu dielektryka.

*Odp:  $C_0=1\text{ nF}$ ,  $C=4\text{ nF}$ ,  $E_{p0}=8\cdot 10^{-5}\text{ J}$ ,  $E_p=2\cdot 10^{-5}\text{ J}$*

### Zadanie 8

Kondensator napełniony olejem o stałej dielektrycznej  $\epsilon_r=4,8$  naładowano do różnicy potencjałów  $U=1000$  V. Kondensator był nieszczelny i po pewnym czasie olej z niego całkowicie wyciekł. Obliczyć zmianę napięcia  $\Delta U$  między jego okładkami, jaka wystąpiła wskutek wypłynięcia oleju.

*Odp:  $\Delta U=3800$  V. Nastąpił wzrost napięcia od 1000 V do 4800 V.*

### Zadanie 9

Płaski kondensator powietrzny, którego płytki o powierzchni  $S=100$  cm<sup>2</sup> oddalone są od siebie na odległość  $d_1=1$  mm, naładowano do różnicy potencjałów  $U=100$  V. Następnie płytki rozsunięto na odległość  $d_2=25$  mm. Znaleźć energię kondensatora przed i po rozsunięciu płytek jeżeli:

1. kondensator cały czas pozostaje przyłączony do źródła napięcia.
2. źródło napięcia odłącza się przed rozsunieniem płytek.

Przyjąć stałą dielektryczną próżni  $\epsilon_0=9\cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>.

*Odp:*

*Energia kondensatora przed rozsunieniem płytek wynosi  $4,5\cdot 10^{-7}$  J. Po rozsunieniu płytek w 1 przypadku ( $U=const$ ) energia ta jest 25 razy mniejsza (bo tyle razy wzrosła odległość płytek) i wynosi  $1,8\cdot 10^{-8}$  J. Po rozsunieniu płytek w drugim wypadku ( $Q=const$ ) energia ta jest tym razem 25 razy większa i wynosi  $1,125\cdot 10^{-5}$  J.*

### Zadanie 10

Płaski kondensator, w którym odległość między okładkami wynosi  $d=4$  mm zanurzono do połowy w nafcie, pionowo płytkami. O ile należy rozsunąć płytki kondensatora, aby jego pojemność pozostała niezmienną? Stała dielektryczna nafty  $\epsilon_r=2$ .

*Odp: o 2 mm*

### Zadanie 11

Płaski kondensator powietrzny o powierzchni okładek  $S=2\cdot 10^{-3}$  m<sup>2</sup> i odległości między okładkami  $d=2$  mm jest przyłączony do źródła prądu stałego o napięciu  $U=120$  V. O ile zmieni się ładunek kondensatora po wprowadzeniu między okładki szklanej płyty całkowicie wypełniającej jego wnętrze? Względna przenikalność dielektryczna szkła  $\epsilon_r=7$ .

*Odp: o  $6,408\cdot 10^{-9}$  C*

#### Zadanie 12

Kondensator płaski, którego obszar między płytkami jest całkowicie wypełniony dielektrykiem ma pojemność  $C=4\text{ }\mu\text{F}$ . Po naładowaniu go do napięcia  $U=100\text{ V}$  i odłączeniu od źródła zasilania usunięto dielektryk. Wymagało to wykonania pracy  $W=0,1\text{ J}$ . Obliczyć względną przenikalność dielektryka.

*Odp: 6*

#### Zadanie 13

Połączono cienkim drucikiem dwie kule metalowe, jedną o promieniu  $r_1=2\text{ cm}$  naładowaną ładunkiem  $Q_1= - 2\text{ nC}$  i drugą, o promieniu  $r_2=1\text{ cm}$ , naładowaną ładunkiem  $Q_2= + 6\text{ nC}$ . Jaki potencjał będą miały te kule po połączeniu?

*Odp: ok. 1193 V*

#### Zadanie 14

Płaski kondensator powietrzny o powierzchni okładek  $S$  i odległości między nimi  $d$  naładowano do napięcia  $U$  i odłączono od źródła. Następnie odległość między płytkami zwiększono  $n$ -krotnie, po czym przestrzeń między nimi wypełniono całkowicie dielektrykiem o względnej przenikalności dielektrycznej  $\epsilon_r$ . Obliczyć zmianę energii kondensatora. Przenikalność dielektryczna próżni wynosi  $\epsilon_0$ . Jaka wartość stałej dielektrycznej  $\epsilon_r$  gwarantuje, że będzie to wzrost energii?

*Odp:  $\Delta E_p = \frac{(n-\epsilon_r)\epsilon_0 S U^2}{2\epsilon_r d}$*

*Aby nastąpił wzrost energii  $\epsilon_r < n$ , czyli stosunek odległości po rozsunięciu okładek  $n$ , musi być większy od stałej dielektrycznej  $\epsilon_r$ .*

#### Zadanie 15

Kondensator o jakiej pojemności i nienaładowany należy dołączyć i jak do naładowanego kondensatora o pojemności  $C=1\text{ nF}$ , aby energia układu dwukrotnie wzrosła?

*Odp. Należy dołączyć drugą taką samą pojemność  $C=1\text{ nF}$ , szeregowo.*

#### Zadanie 16

Mamy do dyspozycji cztery jednakowe kondensatory. Jak należy je połączyć, by pojemność baterii pozostała niezmienną. Narysuj schemat połączenia. *Odpowiedź na następnej stronie*

Zadanie 17

**Zadanie 10. Ładunki elektryczne (4 pkt)** - <http://www.voltwo.webd.pl/matura/fizyka/2007-PROBNI-OPERON-rozszerzony.pdf>

Odpowiedzi do zadania 1

a.

kondensator	pojemność [ $\mu F$ ]	napięcie [V]	ładunek [ $\mu C$ ]	energia [ $\mu J$ ]
$C_1$	2	7,5	15	56,25
$C_2$	6	2,5	15	18,75

b.

kondensator	pojemność [ $\mu F$ ]	napięcie [V]	ładunek [ $\mu C$ ]	energia [ $\mu J$ ]
$C_1$	1	100	100	5000
$C_2$	2	100	200	10000

c.

kondensator	pojemność [nF]	napięcie [V]	ładunek [nC]	energia [nJ]
$C_1$	12	2,5	30	37,50
$C_2$	2	7,5	15	56,25
$C_3$	2	7,5	15	56,25

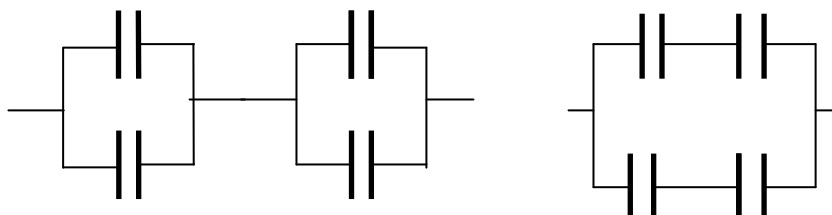
d.

kondensator	pojemność [mF]	napięcie [V]	ładunek [mC]	energia [mJ]
$C_1$	1	7,5	7,5	28,125
$C_2$	3	2,5	7,5	9,375
$C_3$	0,25	10	2,5	12,500

e.

kondensator	pojemność [pF]	napięcie [V]	ładunek [pC]	energia [pJ]
$C_1$	1	7,69	7,69	29,568
$C_2$	2	1,92	3,85	3,696
$C_3$	2	1,92	3,85	3,696
$C_4$	10	0,19	1,95	0,185
$C_5$	10	0,19	1,95	0,185
$C_6$	15	0,39	5,85	1,140

Odpowiedź do zadania 16



Są dwa rozwiązania przedstawione powyżej.