

Università degli Studi di Salerno

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione ed

Elettrica e Matematica Applicata



Motorcycle Pitch Control

Report di Complementi di Controlli Automatici

Francesco Avallone - 0622701488

Martina Lamberti - 0622701476

{f.avallone20, m.lamberti61}@studenti.unisa.it

Anno Accademico 2021 - 2022

Indice

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Suddivisione del lavoro svolto | 1 |
| 2 | Formulazione del problema di controllo ad alto livello | 2 |
| 3 | Modello matematico e scelte progettuali | 2 |
| 3.1 | Tecnica di controllo impiegata | 3 |
| 3.2 | Verifica della raggiungibilità e dell'osservabilità | 4 |
| 3.3 | Scelte progettuali | 4 |
| 4 | Relazione tra il codice e la metodologia | 4 |
| 5 | Risultati ottenuti e discussione delle performance | 5 |
| 5.1 | Pole Placement con osservatore | 5 |
| 5.1.1 | Aggiunta dell'azione integrale | 5 |
| 5.2 | LQR con azione integrale | 5 |
| 5.3 | Osservatore di Luenberger e Filtro di Kalman | 5 |
| 6 | Immagini | 6 |
| 6.1 | Pole Placement con osservatore | 7 |
| 6.2 | Piano delle fasi | 7 |
| 6.3 | Pole Placement con azione integrale | 8 |
| 6.4 | LQR con azione integrale | 9 |
| 6.5 | Osservatore di Luenberger e filtro di Kalman a confronto | 10 |

1 Suddivisione del lavoro svolto

Con la premessa che i due candidati hanno contribuito in modo equo a tutte le fasi di sviluppo del progetto, si riporta la seguente suddivisione:

Francesco Avallone:

- *Feedback Linearization;*
- *Pole Placement e Diagramma delle fasi a ciclo chiuso;*
- *LQR con il filtro di Kalman.*

Martina Lamberti:

- *Analisi del problema non lineare;*
- *Pole Placement con azione integrale;*
- *LQR con azione integrale.*

2 Formulazione del problema di controllo ad alto livello

In questo elaborato, la tecnica di controllo sviluppata è tesa a stabilizzare l'angolo di pitch instabile di una moto, quando la ruota anteriore è sollevata dal suolo.

Vi sono diverse applicazioni nella quotidianità che beneficiano del controllo dell'angolo di pitch:

- *IMPIANTO EOLICO*: il pitch control regola le prestazioni dell'impianto tramite la posizione delle pale rispetto al vento. Il rendimento dell'impianto viene così ottimizzato in base alla forza del vento;
- *CONTROLLO DEL BECCHEGGIO DI UN AEREO*: lo scopo è quello di regolare l'angolo tra l'asse trasversale del velivolo e l'orizzonte in corrispondenza ad una variazione dell'inclinazione degli equilibratori, delle specifiche parti mobili situate nella coda di un aeromobile.

Anche l'applicazione di interesse prevede il controllo dell'angolo di pitch di cui, nel caso in specie, si avvale un motociclista/stuntman.

Il motociclista che guida su strada deve tener conto di tanti fattori che influenzano il suo moto e di conseguenza l'angolo di pitch: e.g. le vibrazioni del suolo, la strada dissestata e, ultimo ma non meno importante, il suo umore.

3 Modello matematico e scelte progettuali

Dalla letteratura [3], il modello matematico dell'applicazione di interesse è il seguente sistema del secondo ordine:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{F}{m} + \ddot{\phi} l \sin(\phi) \\ \ddot{\phi} [ml^2 + J - ml^2 \sin^2(\phi)] = Fl \sin(\phi) - mgl \cos(\phi) \end{cases} \quad (1)$$

Dal sistema di equazioni 1, l'analisi prosegue considerando solamente la seconda equazione differenziale relativa all'angolo di pitch.

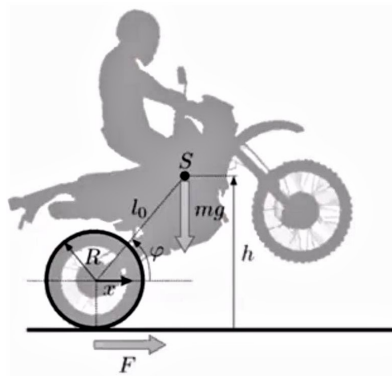


Figura 1: Rappresentazione grafica del modello di interesse.

Dalla figura 1 è possibile constatare che l'ingresso di controllo del sistema è la forza F dovuta all'accelerazione del veicolo. L'output del sistema è ϕ , l'angolo di pitch allo stato corrente del veicolo. Inoltre, denotiamo con ϕ_0 l'angolo di pitch quando la ruota è in contatto con il suolo. Pertanto, il controllore sviluppato entra in gioco solamente in determinate condizioni, in particolare quando $\phi > \phi_0$, come avviene anche per il dispositivo di controllo dell'abs, il quale si attiva solo in caso di necessità.

I parametri presenti nel modello matematico sono stati estratti dal paper [1].

| Simbolo | Quantità | Valore |
|---------|---|--------------------------|
| m | Massa del veicolo + rider | 230 kg |
| l | Distanza tra la ruota anteriore e il baricentro S | 1 m |
| J | Momento di inerzia | 2100 kg · m ² |
| g | Accelerazione di gravità | 9,81 m/s ² |

3.1 Tecnica di controllo impiegata

Data la presenza di un sistema non lineare, uno degli approcci comunemente utilizzati è quello della *Feedback Linearization*. L'utilizzo di tale tecnica comporta una trasformazione di un sistema non lineare in uno equivalente lineare attraverso la cancellazione delle non linearità mediante un cambio di variabili e un opportuno ingresso di controllo.

Scelte le variabili di stato $x_1 = \phi$ e $x_2 = \dot{\phi}$, il modello non lineare è il seguente:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{mgl \cos(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l \sin(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} u \\ y = h(x) = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

L'obiettivo della Feedback Linearization è produrre un sistema linearizzato globalmente. Per poter garantire delle specifiche sull'uscita y , è stato ritenuto opportuno adoperare la tecnica I/O Feedback Linearization. Prima di tutto, bisogna capire come l'ingresso u entra nel sistema linearizzato. A tale scopo, è necessario calcolare il grado relativo (in simboli, r).

$$L_g(h(x)) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l \sin(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

Con la prima derivata di Lie, si evince che il grado relativo è maggiore di 1.

Come suggerito dai passi progettuali, è necessario differenziare nuovamente l'uscita calcolando $L_g(L_f(h(x)))$

$$L_f(h(x)) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{mgl \cos(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} = x_2 \quad (4)$$

$$L_g(L_f(h(x))) = \frac{\partial L_f(h(x))}{\partial x} g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l \sin(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} = \frac{l \sin(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \neq 0 \quad (5)$$

Essendo l'ordine del sistema uguale al grado relativo ($r = 2$), non sono presenti dinamiche non osservabili.

Si ricorda che, per ipotesi, x_1 sarà sempre diverso da 0.

Una volta definito il grado relativo del sistema, l'ultimo passo progettuale consiste nella definizione dell'ingresso di controllo "linearizzante" u :

$$L_f^2(h(x)) = \frac{\partial L_f(h(x))}{\partial x} f(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{mgl \cos(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \end{bmatrix} = -\frac{mgl \cos(x_1)}{ml^2 + J - ml^2 \sin^2(x_1)} \quad (6)$$

$$u = -\frac{L_f^2(h(x))}{L_g(L_f(h(x)))} + \frac{1}{L_g(L_f(h(x)))}v = \frac{mgl\cos(x_1)}{l\sin(x_1)} + \frac{ml^2 + J - ml^2\sin^2(x_1)}{l\sin(x_1)}v \quad (7)$$

Pertanto, sostituendo la u calcolata nel sistema nella forma di spazio di stato, l'ingresso equivalente sarà pari a $\ddot{y} = v$. Da ciò ne consegue che il processo risultante dalla feedback linearization può essere visto come un doppio integratore. In particolare, il sistema nella forma dello spazio di stato è il seguente:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = Cx = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases} \quad (8)$$

3.2 Verifica della raggiungibilità e dell'osservabilità

Allo scopo di poter attuare una legge di controllo, è opportuno verificare la proprietà di raggiungibilità.

$$\det(W_r) = \begin{vmatrix} B & AB \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow \text{Il sistema è RAGGIUNGIBILE.}$$

Inoltre, data la non diretta osservabilità dello stato x_2 sull'uscita del sistema, è necessario l'utilizzo di un osservatore ai fini della retroazione di stato.

A tale scopo, è fondamentale verificare la proprietà di osservabilità.

$$\det(W_o) = \begin{vmatrix} C \\ CA \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Il sistema è OSSERVABILE.}$$

3.3 Scelte progettuali

Il primo passo progettuale riguarda la definizione di un blocco Simulink *Linearized System*, posto in figura 2, che prende in input l'ingresso di controllo v e mediante l'Interpred MATLAB Fcn *NL_control_input.m* si ottiene l'ingresso di controllo non lineare u necessario per il controllo del sistema non lineare in specie.

Ovviamente, in accordo al principio di separazione, in una prima parte della progettazione si supporrà di avere l'intero stato del sistema disponibile. Successivamente, verrà impiegato un osservatore, data l'indisponibilità dello stato x_2 in uscita dal sistema reale.

4 Relazione tra il codice e la metodologia

Per ulteriori dettagli, si rimanda alla repository Github [2] cliccando al seguente link:

GitHub repository

5 Risultati ottenuti e discussione delle performance

5.1 Pole Placement con osservatore

Una prima proposta di controllo adopera la tecnica del Pole Placement, con la legge di controllo $u = -Kx + k_r r$ e l'impiego di un osservatore $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$. (Schema Simulink in figura 3).

Allo scopo di avere un tempo di assestamento desiderato intorno a 1 s, i poli del polinomio caratteristico sono stati posti in -5 e -10. Considerando un reference di $\phi = 45^\circ$ e condizioni iniziali $x_0 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$, il sistema si comporta come in figura 4.

A partire da questa prima proposta di soluzione, si può ricavare il piano delle fasi in figura 5 che presenta un punto di equilibrio in (45,0).

5.1.1 Aggiunta dell'azione integrale

È possibile migliorare la soluzione precedentemente proposta mediante l'aggiunta di un'azione integrale (Schema Simulink in figura 6), in modo da reiettare i disturbi costanti come è evidente in figura 7.

5.2 LQR con azione integrale

Un'ulteriore proposta di controllo prevede l'utilizzo di un Linear Quadratic Regulator, in cui l'unica scelta progettuale è la definizione delle matrici Q_x e Q_u presenti nella funzione di costo da minimizzare:

$$\tilde{J} = \int_0^\infty (x^T Q_x x + u^T Q_u u) dt$$

Tali matrici sono state settate per cercare di ottenere la stessa dinamica vista nella soluzione con Pole Placement. A tale scopo, è stato effettuato un tuning della matrice Q_x , ponendo l'enfasi sullo stato fittizio z relativo all'azione integrale, così da avere una dinamica prossima a quella del Pole Placement. È possibile notare nelle figure 8 e 9 la dinamica del sistema al variare della matrice dei pesi Q_x .

5.3 Osservatore di Luenberger e Filtro di Kalman

Nelle proposte di controllo precedenti è stato necessario l'impiego di un osservatore data la non diretta osservabilità dello stato x_2 . A tal proposito, è stato effettuato un confronto tra l'osservatore di Luenberger e il filtro di Kalman, le cui differenze sono visibili in figura 10. Da quest'ultima, si può constatare l'efficacia del filtro di Kalman in particolare in quelle situazioni in cui la catena di retroazione riporta misurazioni affette da rumore. È doveroso sottolineare che la pratica implementazione di un filtro di Kalman è molto spesso difficile data la difficoltà nel definire una buona stima delle matrici Q_k (varianza del rumore di processo) e R_k (varianza del rumore misurata). Per ulteriori dettagli, si rimanda all'helper di Matlab. È doveroso sottolineare che per avere una buona stima di queste matrici bisognerebbe effettuare estensive ricerche a partire dai dati.

6 Immagini

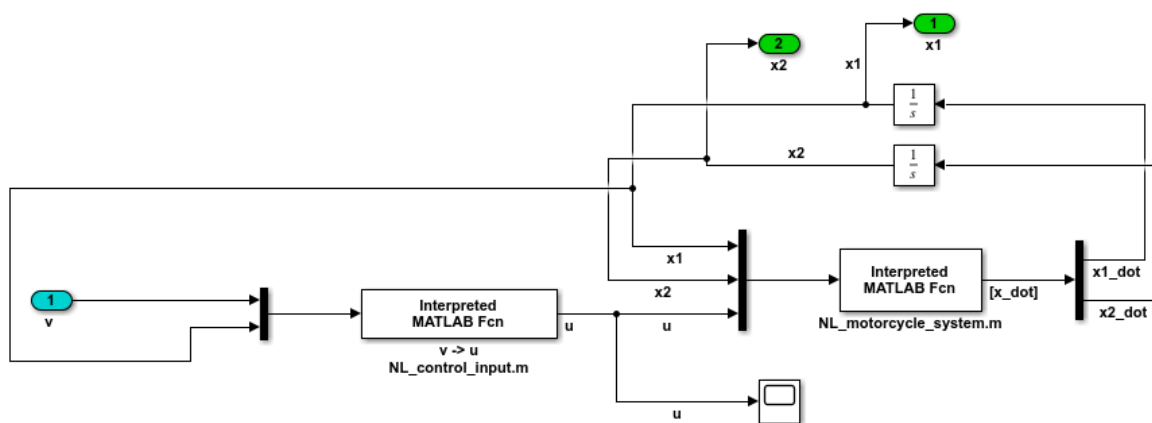


Figura 2: Schema Simulink che raffigura il sistema linearizzato risultante dalla feedback linearization.

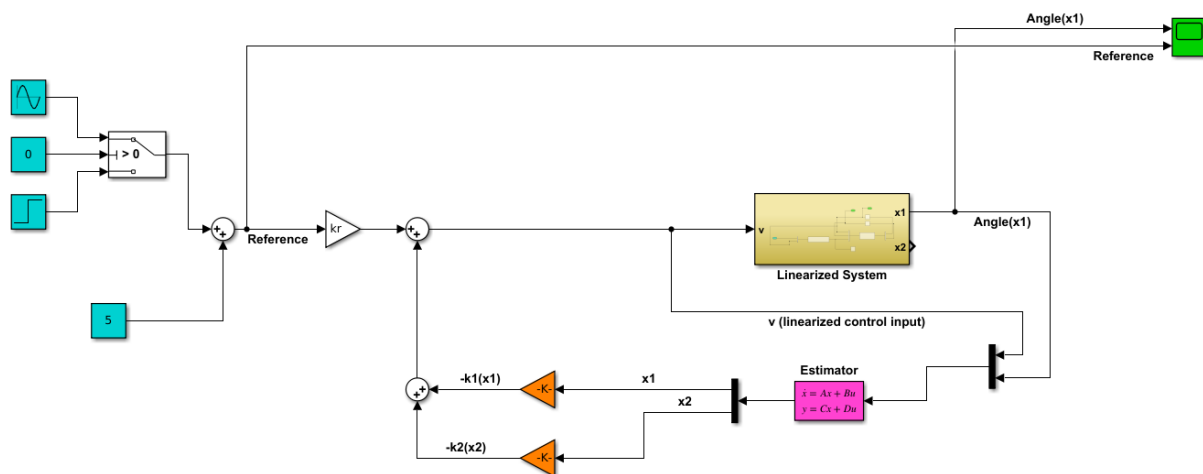


Figura 3: Schema Simulink per la soluzione di controllo con Pole Placement priva di azione integrale.

6.1 Pole Placement con osservatore

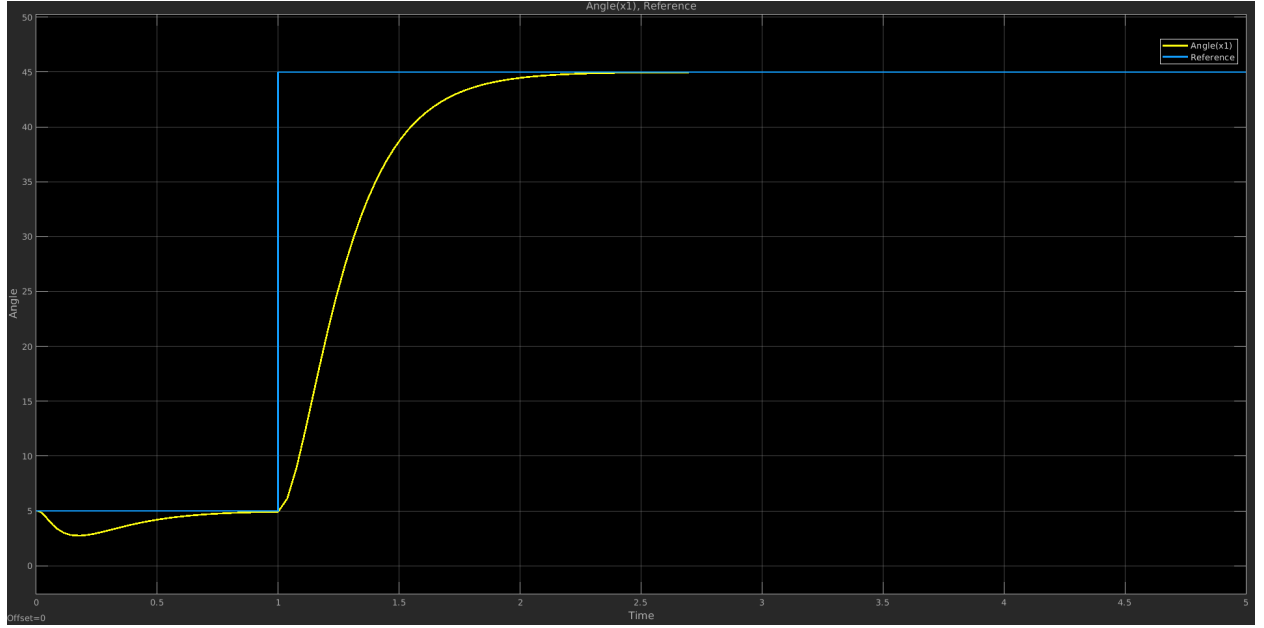


Figura 4: Il sistema parte con un angolo di pitch $\phi_0 = 5^\circ$. Si può notare una leggera sottoelongazione dovuta al fatto che il sistema è soggetto alla forza di gravità. Come desiderato, dopo circa 1 s il sistema raggiunge il regime, quindi il reference di $\phi = 45^\circ$.

6.2 Piano delle fasi

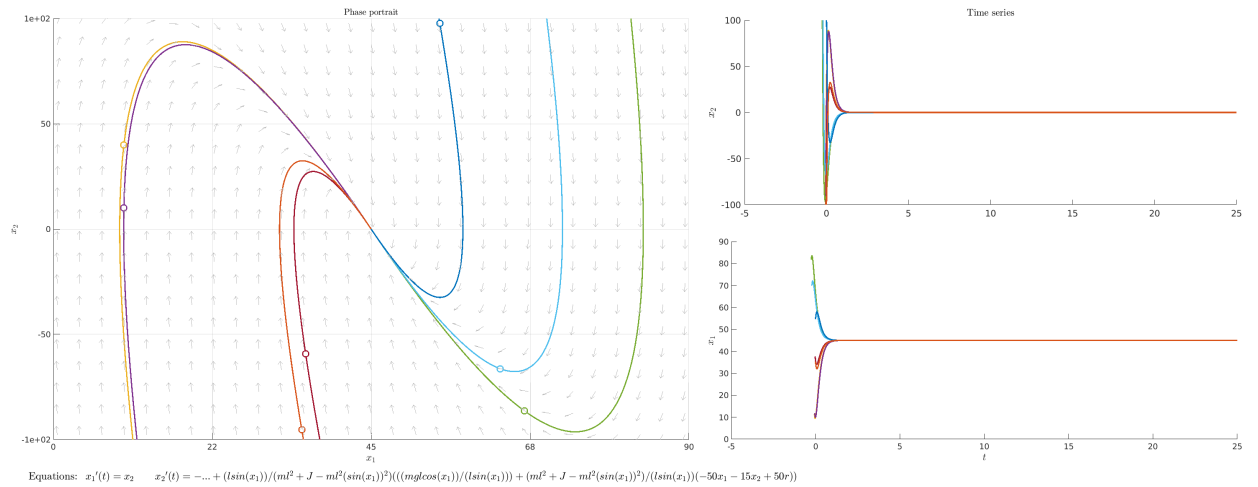


Figura 5: Piano delle fasi in cui è possibile notare che tutte le traiettorie convergono al punto di equilibrio (45,0).

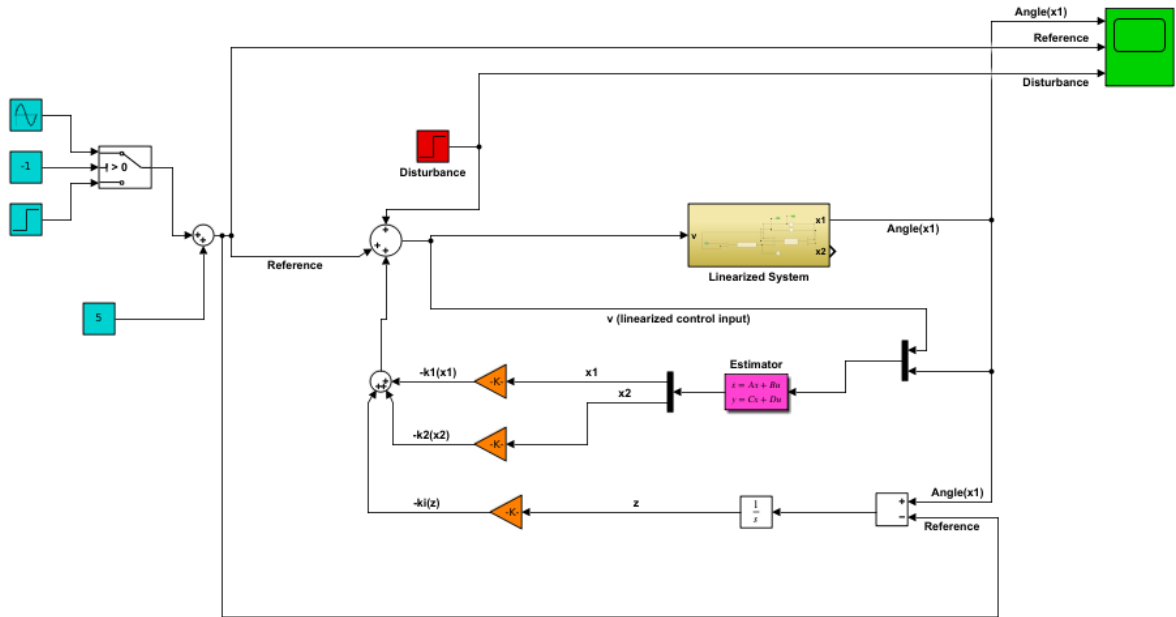


Figura 6: Schema Simulink generale adoperato per le soluzioni di controllo con Pole Placement e LQR.

6.3 Pole Placement con azione integrale

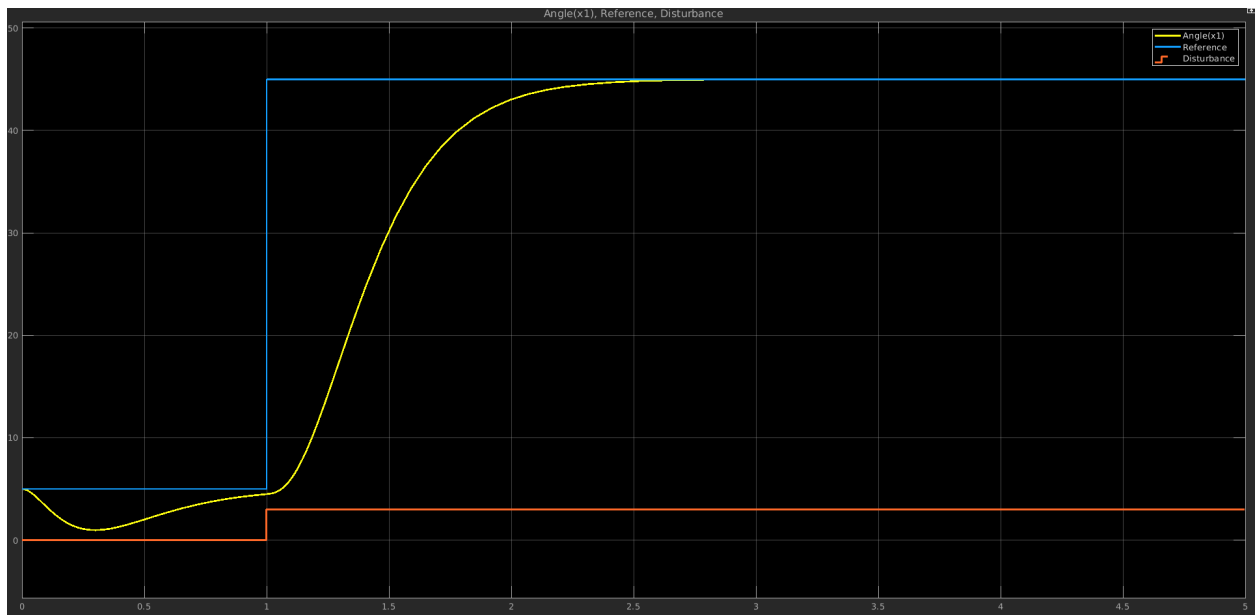


Figura 7: Il sistema è in grado di reiettare il disturbo a gradino $3 \cdot 1(t)$ e raggiungere il regime con la dinamica desiderata.

6.4 LQR con azione integrale

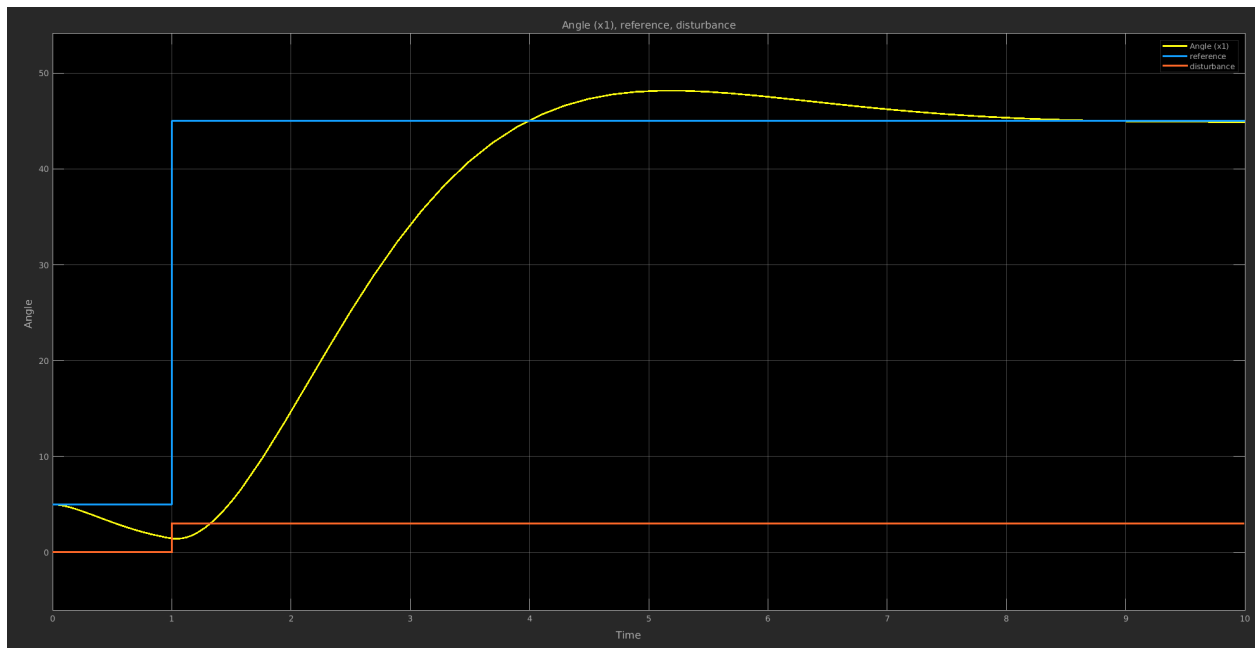


Figura 8: è mostrata la dinamica del sistema, con le matrici dei pesi $Q_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $Q_u = 1$ e l'applicazione di un disturbo a gradino $3 \cdot 1(t)$. Il tempo di assestamento è di circa 7 s.

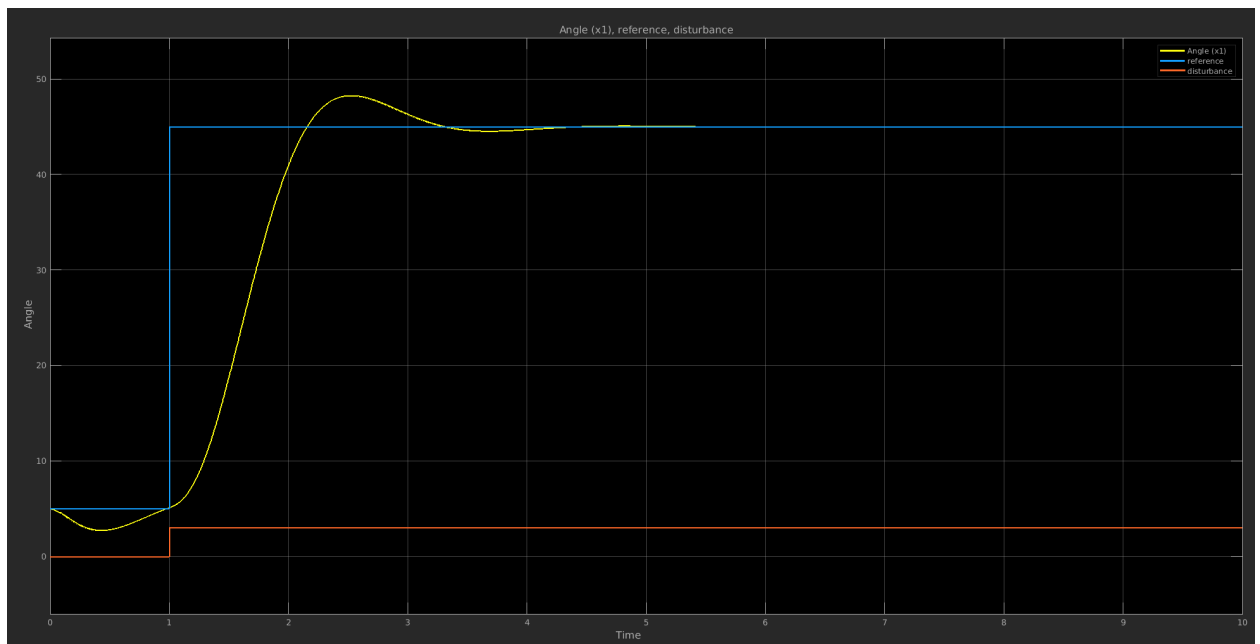


Figura 9: è mostrata la dinamica del sistema, con le matrici dei pesi $Q_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$ e $Q_u = 1$ e l'applicazione di un disturbo a gradino $3 \cdot 1(t)$. Il tempo di assestamento è di circa 2 s.

6.5 Osservatore di Luenberger e filtro di Kalman a confronto

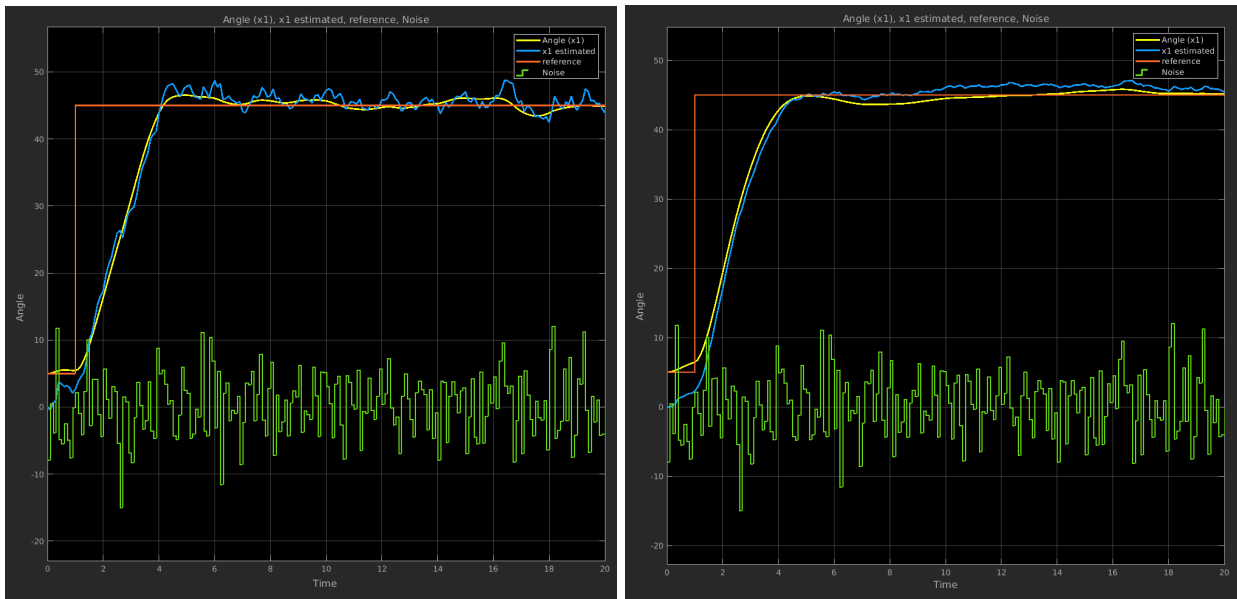


Figura 10: Stima dello stato x_1 mediante l'utilizzo dell'osservatore di Luenberger a sinistra. A destra, la medesima stima con il filtro di Kalman. Come è possibile osservare, le proprietà filtranti dell'osservatore di Kalman, in presenza di un rumore bianco, rendono più fedele la stima dell'angolo di pitch.

Riferimenti bibliografici

- [1] Dr.Dankan V Gowda. *Optimization of Motorcycle Pitch with Non Linear Control*. URL: https://www.researchgate.net/publication/306507447_Optimization_of_Motorcycle_Pitch_with_Non_Linear_Control.
- [2] Francesco Avallone - Martina Lamberti. *GitHub Repository*. URL: <https://github.com/favallone20/CDA-Project>.
- [3] E325-01 Institute of Mechanics, Mechatronics (Wien): Control e Process Automation. *Feedback Control: Example 5.5 Motorcycle pitch control*. URL: https://www.youtube.com/watch?v=PSsH1cpNxE&list=PLgE_0akygksmF0E_6Hdn3_Hco9XphF3TS&index=4.