



Esempio/prova d'esame 2018, domande

Istituzioni di matematiche (Politecnico di Torino)



Scansiona per aprire su Studocu

ESERCIZIO 1 (3 punti)

Siano date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Determinare il rango di A ; b) dire se esiste l'inversa della matrice AB (motivare).

ESERCIZIO 2 (3 punti) Dati i vettori $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - z\vec{k}$ e $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$:

- a) determinare se esistono valori $z \in \mathbb{R}$ tali che \vec{a} e \vec{b} siano ortogonali;
b) determinare il modulo del vettore $\vec{a} + \vec{b}$.

ESERCIZIO 3 (3 punti) Dato il piano $\pi : x - 4y + 2z = 0$, determinare se esso è parallelo alla retta r passante per l'origine $(0, 0, 0)$ e parallela al vettore $\vec{u} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$;
se non lo è, trovare il loro punto di intersezione.

ESERCIZIO 4 (7 punti)

Dato il seguente sistema:
$$\begin{cases} x + 2y - z = k \\ 2x - y + 2z = k \\ -3x + 4y - 5z = -k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}),$$

- a) determinare, al variare di k , quante soluzioni ha il sistema, dandone un'interpretazione geometrica nello spazio \mathbb{R}^3 ;
b) determinare se la terna di valori $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ è soluzione del sistema per qualche valore di k , motivando la risposta.

ESERCIZIO 5 (3 punti) Trovare la retta tangente in $x = 0$ alla curva di equazione:

$$y = \frac{x}{e^x + 2}.$$

ESERCIZIO 6 (3 punti) Calcolare l'area della regione di piano $1 \leq x \leq 4$ delimitata dalle due seguenti curve: $f(x) = -\sqrt{x}$, $g(x) = x^2 + \frac{2}{9}$.

ESERCIZIO 7 (3 punti) In un quartiere viene censito il numero di finestre per ogni appartamento, rappresentato dalle modalità s_i e frequenze assolute f_i raccolte nella tabella sottostante. Dopo aver riportato i dati in un ortogramma, calcolare moda e media del numero di finestre per appartamento nel quartiere:

s_i	2	3	4	5	8
f_i	5	30	10	20	5

ESERCIZIO 8 (7 punti) Data la funzione

$$f(x) = x^2 + 4 \ln \left(\frac{2}{x+1} \right) = x^2 + 4 \ln 2 - 4 \ln (x+1):$$

- a) determinarne il dominio $D(f)$;
- b) calcolare i limiti della funzione ai punti di frontiera di $D(f)$;
- c) calcolarne la derivata prima della funzione e studiarne il segno;
- d) determinare eventuali punti di minimo e massimo relativo nel dominio della funzione (riportando ascissa ed ordinata di ciascuno);
- e) disegnare il grafico qualitativo della funzione.