

Istituzioni matematiche 2019

Istituzioni di matematiche (Politecnico di Torino)



Scansiona per aprire su Studocu

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE - 28/06/2019

ESERCIZIO 1 (3 punti) Siano date la matrici
$$A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&4\\-1&0&3\end{pmatrix}$$
 e $B=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$

- i) Calcola $\det(A)$ e stabilisci se A è invertibile.
- ii) Calcola AB

ESERCIZIO 2 (3 punti) Siano date le di equazioni parametriche:

$$r: \left\{ \begin{array}{lll} x = & 2-2t \\ y = & 4t \\ z = & 17+20t \end{array} \right. \quad s: \left\{ \begin{array}{ll} x = & t \\ y = & 1-2t \\ z = & -10t \end{array} \right.$$

- (i) Verifica se r ed s sono parallele.
- (ii) Scrivi l'equazione del piano π passante per A(2,3,-1) e perpendicolare a r.
- (ii) Calcola la distanza di π da s.

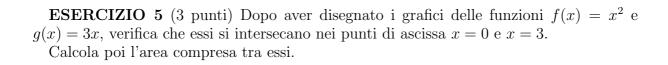
ESERCIZIO 3 (3 punti) Siano dati i due vettori $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ e $\overrightarrow{w} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$. (i) Stabilisci se l'angolo formato dai due vettori è acuto, ottuso o retto.

- (ii) Calcola $\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{w} \in |\overrightarrow{w}|$.

ESERCIZIO 4 (7 punti) Sia dato il sistema lineare:

$$r: \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + 2y - 3z = k \end{cases}$$

- (1) Dopo aver scritto il sistema in forma matriciale $A\underline{x} = B$, discuti l'esistenza e il numero delle sue soluzioni utilizzando il Teorema di Rouchè-Capelli.
- (2) Posto k = 2, risolvi il sistema interpretando geometricamente le sue equazioni e le soluzioni.
- (3) Scrivi l'equazione della sfera di centro C(1,0,0) e passante per P(3,1,-1).



ESERCIZIO 6 (3 punti) Data la funzione $f(x) = 4x + \ln x$ calcola l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1. In quel punto la funzione è crescente?

ESERCIZIO 7 (3 punti) Disegna il grafico di una funzione f(x) che soddisfi le seguenti richieste:

- (1) $Dom(f(x)) = [0, +\infty);$
- (2) f(x) ha un massimo in x = 3;
- (3) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2.$

ESERCIZIO 8 (7 punti) Sia data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

- (1) Determina il dominio e il segno.
- (2) Calcola i limiti alla frontiera del dominio, segnalando eventuali asintoti.
- (3) Calcolare la derivata, verificando che viene $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$; indica gli intervalli di crescenza e decrescenza e i massimi e minimi relativi.
- (4) Traccia un grafico qualitativo di f(x) e deduci i grafici di |f(x)| e di f(x-2).