



## esercitazioni istituzioni

Istituzioni di matematiche (Politecnico di Torino)



Scansiona per aprire su Studocu

+

## ISTITUZIONI DI MATEMATICHE - 09/02/2021

### PARTE 1

**ESERCIZIO 1** (3 punti) Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 10 & -8 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

i) Verifica se  $A$  è l'inversa di  $B$ .

ii) Calcola  $r(C)$ .

**ESERCIZIO 2** (3 punti) Siano date le rette  $r$  ed  $s$  di equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 3 - k \\ y = 0 \\ z = -2 + k \end{cases}$$

(i) Verifica se  $r$  è perpendicolare ad  $s$ .

(ii) Dopo aver verificato che il punto  $P(2, 0, -1)$  appartiene a  $r$  e  $s$ , scrivi l'equazione del piano  $\pi$  perpendicolare ad  $r$  passante per l'origine e calcola la distanza tra  $\pi$  ed  $s$ .

(Suggerimento: fai un disegno che rappresenti le posizioni reciproche di rette e piano)

**ESERCIZIO 3** (3 punti) Siano dati i vettori :

$$\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{w} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{t} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$$

(i) Verifica se i tre vettori sono complanari.

(ii) Stabilisci se l'angolo formato da  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  è acuto, ottuso o retto.

**ESERCIZIO 4** (7 punti) Siano dati i piani di equazione:

$$\pi_1 : x - z = 1; \quad \pi_2 : 2x + y = k; \quad \pi_3 : 2x + 2y + 2z = 0.$$

(1) Utilizza il Teorema di Rouchè-Capelli per dire se esistono le soluzioni del sistema formato dalle equazioni dei tre piani e quanti sono i parametri liberi, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

(2) Posto  $k = 1$ , risolvi il sistema interpretando geometricamente le soluzioni.

(3) Determina l'equazione della sfera di centro  $C(0, 1, 2)$  e passante per  $P(1, 1, 1)$ . Calcola poi l'equazione del piano tangente alla sfera in  $P$ .

# ISTITUZIONI DI MATEMATICHE - 27/01/2021

## PARTE 2

**ESERCIZIO 5** (3 punti) Dopo aver disegnato il grafico di  $f(x) = x^2 + 4x$ , determina l'area compresa tra esso e l'asse delle ascisse, per  $-1 \leq x \leq 1$ .

**ESERCIZIO 6** (3 punti) Calcola l'equazione della retta tangente alla funzione

$$f(x) = e^{x^2-1} - 6\sqrt{x},$$

nel punto del grafico di ascissa  $x = 1$ . Stabilisci inoltre se in tale punto la funzione sia crescente o decrescente.

**ESERCIZIO 7** (3 punti) Disegna il grafico di una funzione  $f(x)$  che soddisfi alle seguenti richieste:

- (1)  $Dom(f(x)) = [-2, +\infty)$ ;
- (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$ ;
- (3)  $f(-2) = -5$
- (4)  $f(x)$  ha un massimo in  $x = 0$ .

**ESERCIZIO 8** (7 punti) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) & -1 < x < 0 \\ e^x - 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x} & x > 2 \end{cases}$$

- (1) Traccia un grafico qualitativo di  $f(x)$ , usando le trasformate delle funzioni elementari, stabilendo se esistono asintoti verticali, orizzontali e/o obliqui.
- (2) Determina se  $f(x)$  sia continua in  $x = 0$  e  $x = 2$ . In caso negativo descrivi la discontinuità.
- (3) Determina se in  $x = 0$  la funzione sia derivabile.
- (4) Traccia il grafico qualitativo di  $|f(x-1)|$