



Istituzioni matematiche 2019

Istituzioni di matematiche (Politecnico di Torino)



Scansiona per aprire su Studocu

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE - 28/06/2019

COGNOME E NOME
MATRICOLA.....

ESERCIZIO 1 (3 punti) Siano date la matrici $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

- i) Calcola $\det(A)$ e stabilisci se A è invertibile.
- ii) Calcola AB

ESERCIZIO 2 (3 punti) Siano date le di equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4t \\ z = 17 + 20t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -10t \end{cases}$$

- (i) Verifica se r ed s sono parallele.
- (ii) Scrivi l'equazione del piano π passante per $A(2, 3, -1)$ e perpendicolare a r .
- (ii) Calcola la distanza di π da s .

ESERCIZIO 3 (3 punti) Siano dati i due vettori $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

(i) Stabilisci se l'angolo formato dai due vettori è acuto, ottuso o retto.

(ii) Calcola $\vec{v} \cdot \vec{w}$ e $|\vec{w}|$.

ESERCIZIO 4 (7 punti) Sia dato il sistema lineare:

$$r : \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + 2y - 3z = k \end{cases}$$

- (1) Dopo aver scritto il sistema in forma matriciale $A\underline{x} = B$, discuti l'esistenza e il numero delle sue soluzioni utilizzando il Teorema di Rouchè- Capelli.
- (2) Posto $k = 2$, risolvi il sistema interpretando geometricamente le sue equazioni e le soluzioni.
- (3) Scrivi l'equazione della sfera di centro $C(1, 0, 0)$ e passante per $P(3, 1, -1)$.

ESERCIZIO 5 (3 punti) Dopo aver disegnato i grafici delle funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = 3x$, verifica che essi si intersecano nei punti di ascissa $x = 0$ e $x = 3$.
Calcola poi l'area compresa tra essi.

ESERCIZIO 6 (3 punti) Data la funzione $f(x) = 4x + \ln x$ calcola l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1. In quel punto la funzione è crescente?

ESERCIZIO 7 (3 punti) Disegna il grafico di una funzione $f(x)$ che soddisfi le seguenti richieste:

- (1) $\text{Dom}(f(x)) = [0, +\infty)$;
- (2) $f(x)$ ha un massimo in $x = 3$;
- (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$.

ESERCIZIO 8 (7 punti) Sia data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

- (1) Determina il dominio e il segno.
- (2) Calcola i limiti alla frontiera del dominio, segnalando eventuali asintoti.
- (3) Calcolare la derivata, verificando che viene $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$; indica gli intervalli di crescita e decrescenza e i massimi e minimi relativi.
- (4) Traccia un grafico qualitativo di $f(x)$ e deduci i grafici di $|f(x)|$ e di $f(x-2)$.

