

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по второму заданию в рамках курса  
**«Суперкомпьютерное моделирование и технологии»**

## **Вариант 2**

Выполнил: Эспиноса Себастиан, 608 группа

## Математическая постановка задачи

Функция  $f(x, y, z)$  — непрерывна в ограниченной замкнутой области  $G \subset \mathbb{R}^3$

Требуется вычислить определенный интеграл:

$$I = \iiint_G \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$$

где область  $G$  ограничена поверхностями  $x+y+z=1$ ,  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=0$

## Численный метод решения задачи

Метод Монте-Карло для численного интегрирования представлен в [1].

Пусть область  $G$  ограничена параллелепипедом:  $\Pi : \begin{cases} a_1 \leq x \leq b_1 \\ a_2 \leq y \leq b_2 \\ a_3 \leq z \leq b_3 \end{cases}$

Рассмотрим функцию:  $F(x, y, z) = \begin{cases} f(x, y, z), & (x, y, z) \in G \\ 0, & (x, y, z) \notin G \end{cases}$

Преобразуем искомый интеграл:

$$I = \iiint_G f(x, y, z) dxdydz = \iiint_{\Pi} F(x, y, z) dxdydz$$

Пусть  $p_1(x_1, y_1, z_1), p_2(x_2, y_2, z_2), \dots$  — случайные точки, равномерно распределённые в  $\Pi$ . Возьмём  $n$  таких случайных точек. В качестве приближённого значения интеграла предлагается использовать выражение:

$$I \approx |\Pi| \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(p_i) \quad (1)$$

где  $|\Pi|$  — объём параллелепипеда  $\Pi$ .  $|\Pi| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3)$

## Аналитическое решение

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} dz (1+x+y+z)^{-3} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left( -\frac{1}{2} (1+x+y+z)^{-2} \right) \Big|_0^{1-x-y} = \\ &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left( -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} (1+x+y)^{-2} \right) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \left( -\frac{1}{8} dy \right) + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \left( -(1+x+y)^{-1} \right) \Big|_0^{1-x} = \\ &= -\frac{1}{8} \int_0^1 (1-x) dx + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \left( -\frac{1}{2} + (1+x)^{-1} \right) = -\frac{1}{16} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln(1+x) \Big|_0^1 = \\ &= -\frac{1}{16} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln(2) \approx 0.0340735 \end{aligned}$$

**Таблица 1.Таблица с результатами расчетов для  
системы Polus**

**seed: my\_rank+20**

<b>Точность е</b>	<b>MPI</b>	<b>Время</b>	<b>Ускорени е</b>	<b>Ошибка</b>
<b>3.0*10<sup>-5</sup></b>	<b>1</b>	2.22	1	2.09495e -06
	<b>4</b>	1.13	1.66	9.08726e -07
	<b>16</b>	0.76	2.92	1.24304e -05
<b>5.0*10<sup>-6</sup></b>	<b>1</b>	5.67	1	3.77682e 2.33-06
	<b>4</b>	1.16	4.887	3.70751e -06
	<b>16</b>	0.87	6.517	2.33806e -07
<b>1.5*10<sup>-6</sup></b>	<b>1</b>	22.64	1	2.79923e -07

	<b>4</b>	7.5	3.018	1.09262e-06
	<b>16</b>	3.28	6.90	8.46071e-07

**seed: my\_rank+30**

<b>Точность е</b>	<b>MPI</b>	<b>Время</b>	<b>Ускорени е</b>	<b>Ошибка</b>
<b>3.0*10<sup>-5</sup></b>	<b>1</b>	2.22	1	1.55829e-05
	<b>4</b>	1.21	1.83	2.19975e-05
	<b>16</b>	0.68	3.26	9.91702e-06
<b>5.0*10<sup>-6</sup></b>	<b>1</b>	22.19	1	4.24969e-06
	<b>4</b>	11.77	1.88	3.02207e-06
	<b>16</b>	6.02	3.68	4.04578e-06

<b>1.5*10<sup>-6</sup></b>	<b>1</b>	111.59	1	2.73010e-07
	<b>4</b>	45.02	2.47	2.52631e-07
	<b>16</b>	13.06	8.54	5.37412e-07

**seed: my\_rank+40**

<b>Точность е</b>	<b>MPI</b>	<b>Время</b>	<b>Ускорени е</b>	<b>Ошибка</b>
<b>3.0*10<sup>-5</sup></b>	<b>1</b>	2.21	1	1.87773e-05
	<b>4</b>	1.17	1.88	2.6123e-05
	<b>16</b>	0.71	3.11	1.84462e-05
<b>5.0*10<sup>-6</sup></b>	<b>1</b>	23.69	1	3.55872e-06
	<b>4</b>	6.68	3.54	4.06014e-06
	<b>16</b>	3.37	7.02	3.21726e-06

<b><math>1.5 \cdot 10^{-6}</math></b>	<b>1</b>	32.2	1	7.63952e-07
	<b>4</b>	8.62	3.73	1.04022e-07
	<b>16</b>	2.86	11.25	6.63197e-07

### Средние ускорение в системе Polus

