Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по второму заданию в рамках курса

«Суперкомпьютерное моделирование и технологии»

Вариант 2

Выполнил: Эспиноса Себастиан, 608 группа

Математическая постановка задачи

Функция f(x, y, z)— непрерывна в ограниченной замкнутой области G⊂R3

Требуется вычислить определенный интеграл:

$$I = \iiint\limits_G \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$$

где область G ограничена поверхностями $x+y+z=1,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0$

Численный метод решения задачи

Метод Монте-Карло для численного интегрирования представлен в [1].

Пусть область G ограниченна параллелепипедом: $\Pi : \begin{cases} a_1 \leqslant x \leqslant b_1 \\ a_2 \leqslant y \leqslant b_2 \\ a_3 \leqslant z \leqslant b_3 \end{cases}$

Рассмотрим функцию: $F(x,y,z) = \begin{cases} f(x,y,z), & (x,y,z) \in G \\ 0, & (x,y,z) \notin G \end{cases}$

Преобразуем искомый интеграл:

$$I = \iiint\limits_G f(x,y,z)\ dxdydz = \iiint\limits_\Pi F(x,y,z)\ dxdydz$$

Пусть $p_1(x_1,y_1,z_1), p_2(x_2,y_2,z_2), \ldots$ — случайные точки, равномерно распределённые в П. Возьмём n таких случайных точек. В качестве приближённого значения интеграла предлагается использовать выражение:

$$I \approx |\Pi| \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} F(p_i) \qquad (1)$$

где $|\Pi|$ — объём параллелепипеда П. $|\Pi| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3)$

Аналитическое решение

$$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\int_0^{1-x-y} dz(1+x+y+z)^{-3} = \int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\left(-\tfrac{1}{2}(1+x+y+z)^{-2}\right)\Big|_0^{1-x-y} =$$

$$= \int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\left(-\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{2}(1+x+y)^{-2}\right) = \int_0^1 dx\int_0^{1-x}\left(-\tfrac{1}{8}dy\right)+\tfrac{1}{2}\int_0^1 dx\left(-(1+x+y)^{-1}\right)\Big|_0^{1-x} =$$

$$= -\tfrac{1}{8}\int_0^1 (1-x)dx+\tfrac{1}{2}\int_0^1 dx\left(-\tfrac{1}{2}+(1+x)^{-1}\right) = -\tfrac{1}{16}-\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}\ln(1+x)\Big|_0^1 =$$

$$= -\tfrac{1}{16}-\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}\ln(2) \approx 0.0340735$$

Таблица 1.Таблица с результатами расчетов для системы Polus

Точность е	MPI	Время	Ускорени е	Ошибка
3.0*10^-5	**1**	2.33	1	2.09495e-06
	4	1.21	1.92	9.08726e-07
	16	0.34	6.85	1.24304e-05
	32	0.16	14.56	2.45502e-06
5.0*10^-6	**1**	146.54	1	4.56888e 2.33-06
	4	3.36	43.61	3.48744e-06
	16	0.61	240.22	2.33806e-07
	32	0.44	333.04	3.7752e-07

1.5*10^-6	**1**	233.64	1	2.79923e-07
	4	40.21	5.81	7.17219e-07
	16	0.64	365.06	2.33806e-07
	32	0.43	543.34	3.7752e-07

Зависимость ускорения от числа процессов в Polus