计算机组成原理

第二讲

张 展

哈尔滨工业大学计算学部

容错与移动计算研究中心

1.2 计算机的基本组成

一、冯·诺依曼计算机的特点

1. 计算机由五大部件组成
2. 指令和数据以同等地位存于存储器，可按地址寻访
3. 指令和数据用二进制表示
4. 指令由操作码和地址码组成
5. 存储程序
6. 以运算器为中心

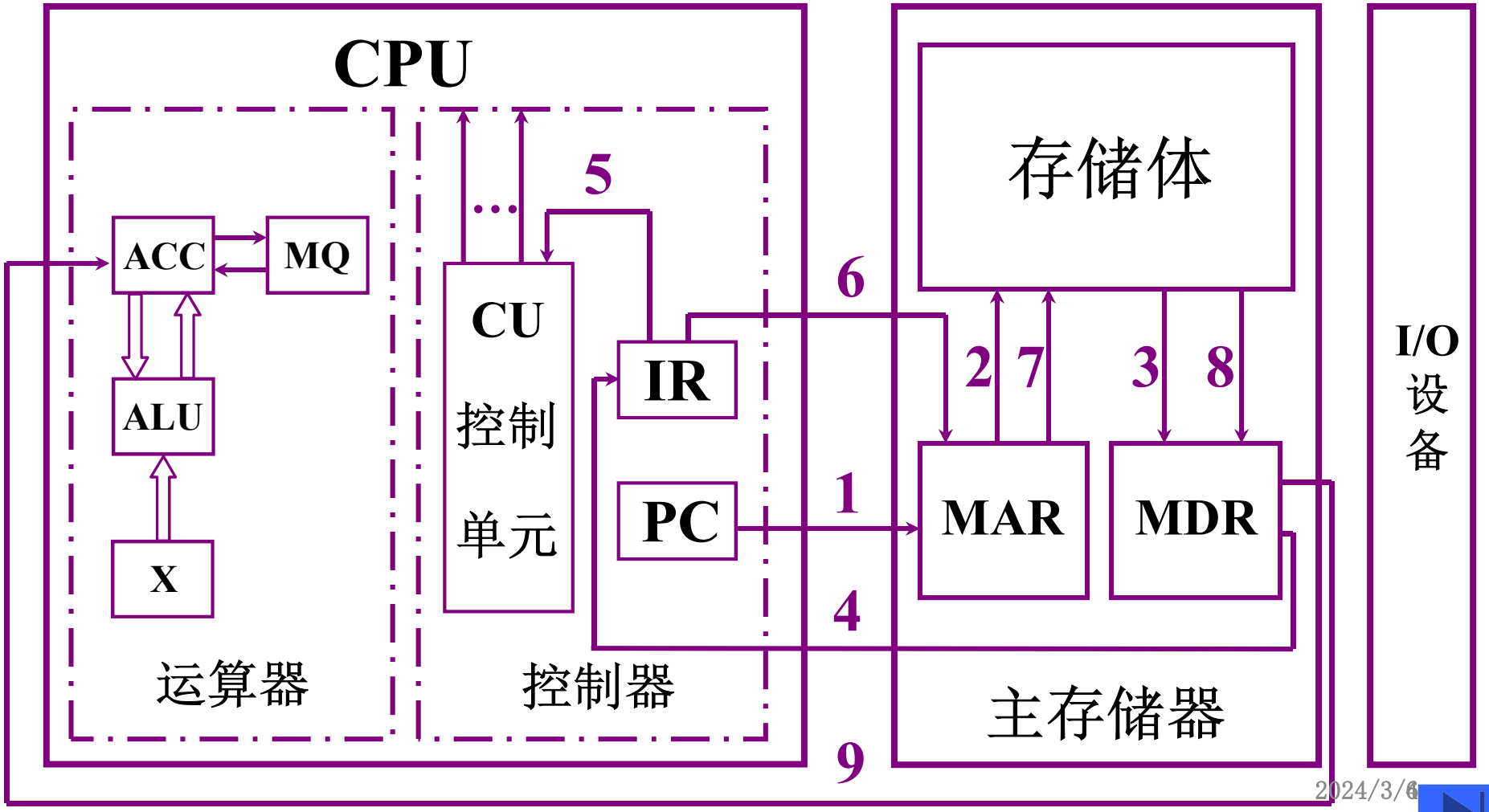
计算 $ax^2 + bx + c$ 程序清单

1.2

指令和数据存于主存单元的地址	指令		注释
	操作码	地址码	
0	000001	0000001000	取数x至ACC
1	000100	0000001001	乘a得ax,存于ACC中
2	000011	0000001010	加b得$ax+b$,存于ACC中
3	000100	0000001000	乘x得（$ax+b$)x,存于ACC中
4	000011	0000001011	加c得$ax^2 + bx + c$,存于ACC
5	000010	0000001100	将$ax^2 + bx + c$,存于主存单元
6	000101	0000001100	打印
7	000110		停机
8	x		原始数据x
9	a		原始数据a
10	b		原始数据b
11	c		原始数据c
12			存放结果

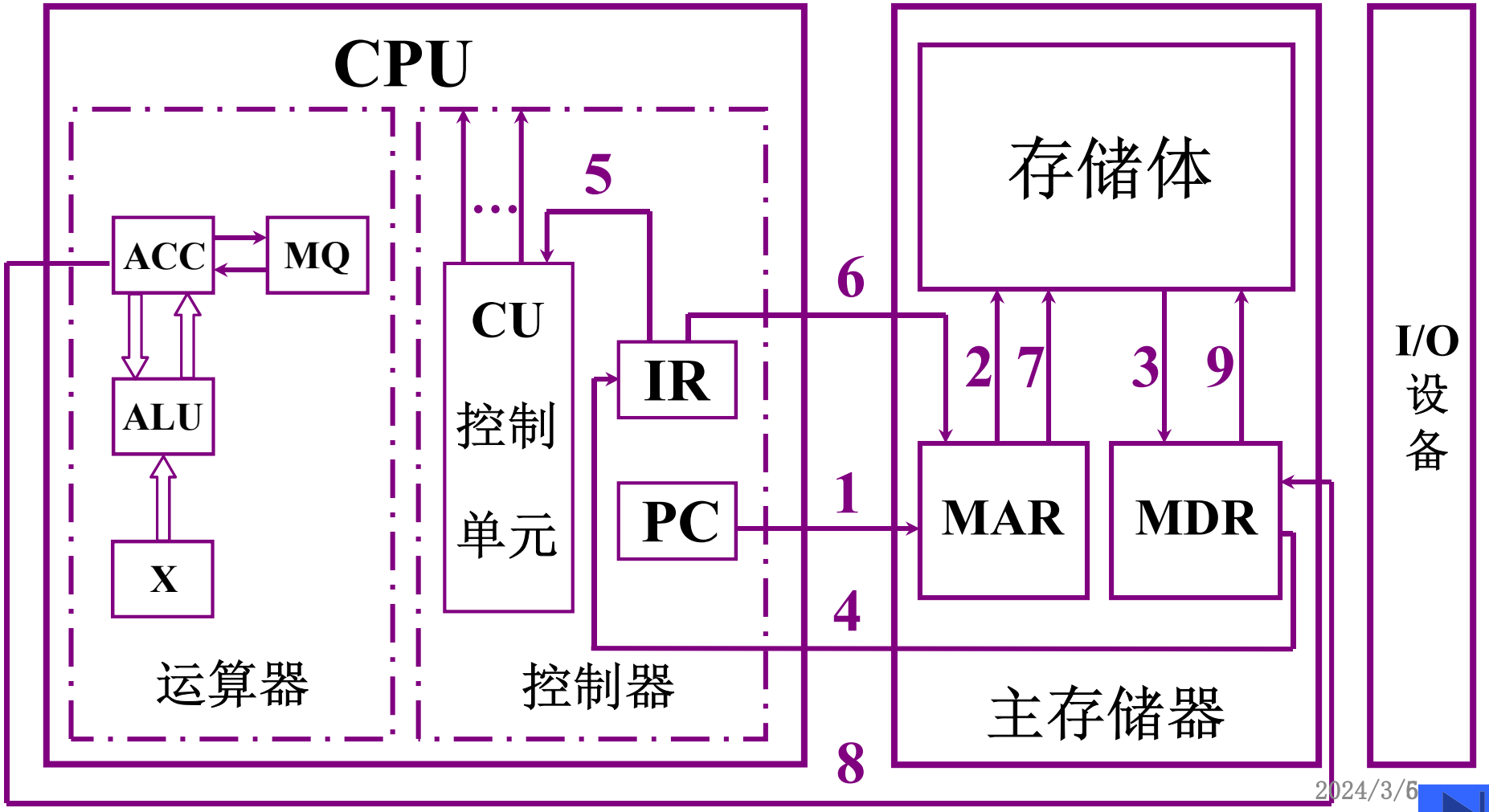
(4) 主机完成一条指令的过程

以取数指令为例



(4) 主机完成一条指令的过程

以存数指令为例

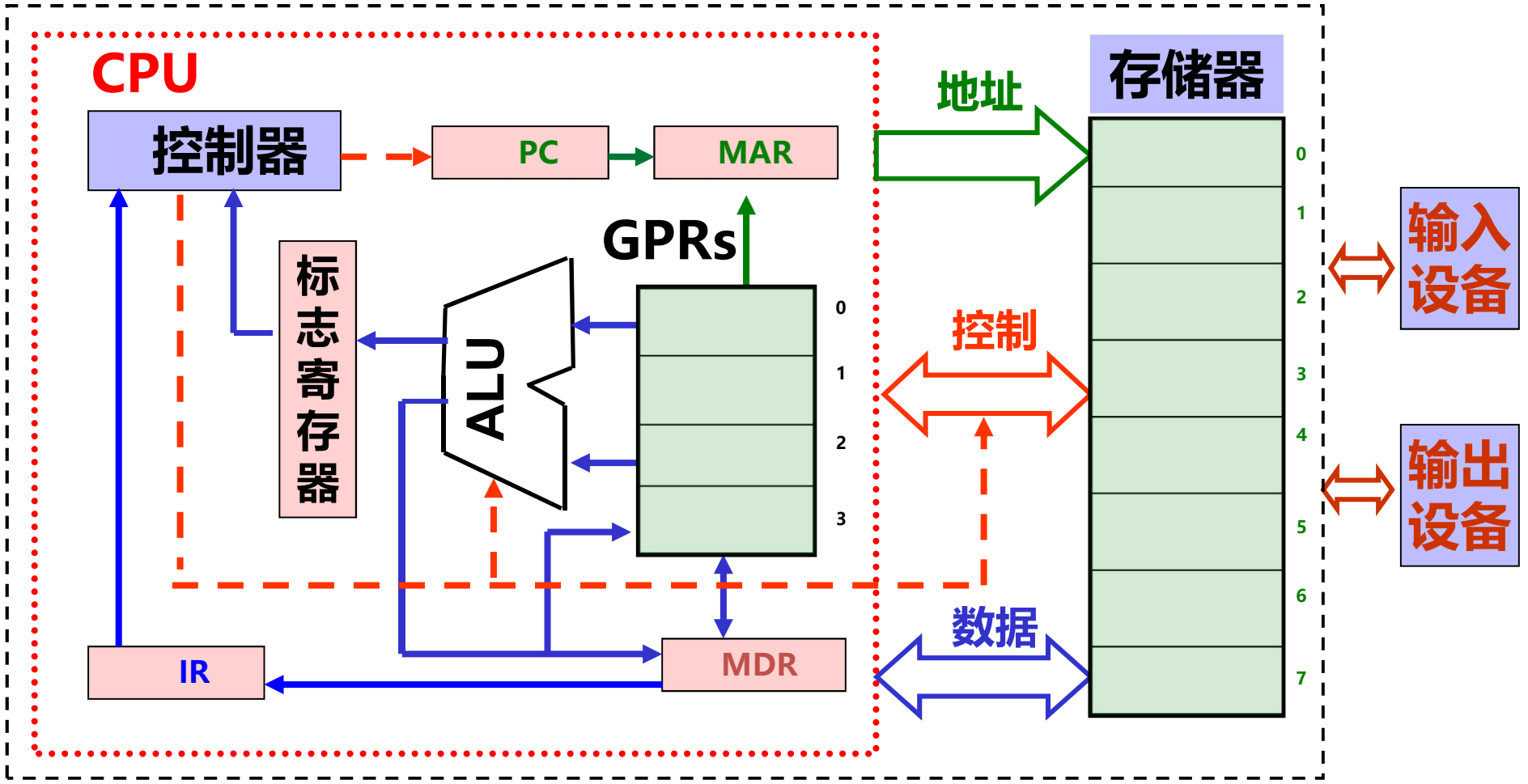


(5) $ax^2 + bx + c$ 程序的运行过程

- 将程序通过输入设备送至计算机
- 程序首地址 ⟶ PC
- 启动程序运行
- 取指令 PC → MAR → M → MDR → IR ，(PC)+1 → PC
- 分析指令 OP(IR) → CU
- 执行指令 Ad(IR) → MAR → M → MDR → ACC

  ⋮
- 打印结果
- 停机

对照参考：


CPU
控制器
PC
MAR
GPRs
标志寄存器
ALU
IR
MDR
地址
控制
数据
存储器
输入设备
输出设备
0
1
2
3
4
5
6
7

1.3 计算机系统的主要技术指标

性能评价

1.3 计算机硬件的主要技术指标

◆ 计算机系统结构设计的几点思考

- 整机概念
  - ➢木桶原理
  - ➢ **Amdahl**定律
  - ➢挖掘系统并行性
- 平衡与折中
  - ➢最优？
  - ➢性能、可靠性、功耗、成本
  - ➢专用还是通用
  - ➢超算、高端容错计算机、穿戴计算机

参考：计算机系统设计的思想

- 面向摩尔定律的设计
- 使用抽象简化设计
- 加速大概率事件
- 通过并行提高性能
- 通过流水线提高性能
- 通过预测提高性能
- 存储器层次
- 通过冗余提高可靠性

性能的提高是永恒的追求

Amdahl定律

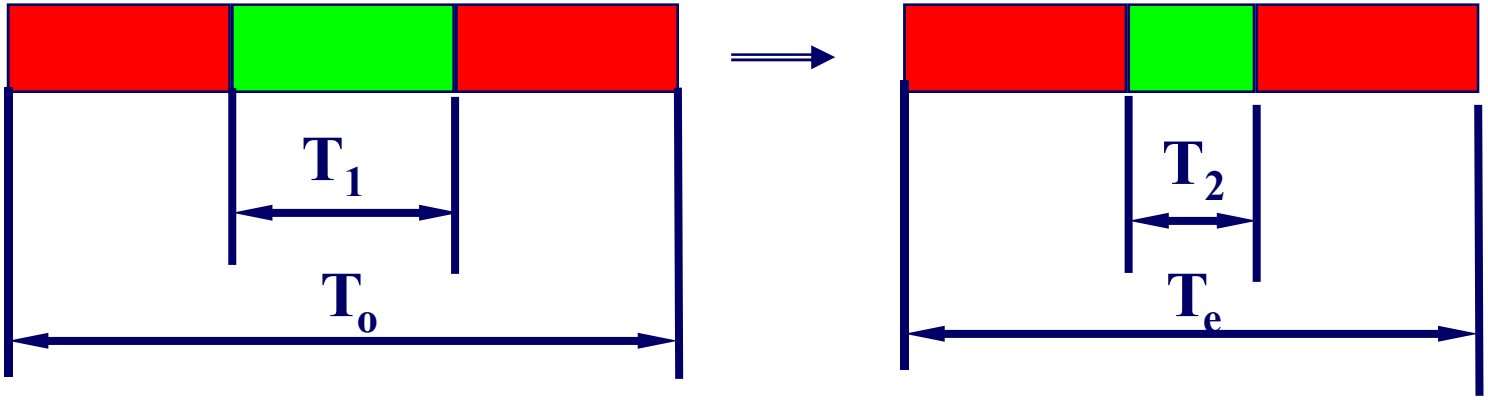
- 系统性能加速比，受限于该部件在系统中所占的重要性
- 假设我们对机器（部件）进行某种改进，那么机器系统（部件）的加速比就是

$$\text{系统加速比} = \frac{\text{系统性能}_{\text{改进后}}}{\text{系统性能}_{\text{改进前}}} = \frac{\text{总执行时间}_{\text{改进前}}}{\text{总执行时间}_{\text{改进后}}}$$

- 核心概念：时间
- 系统加速比告诉我们改进后的机器比改进前快多少

Amdahl定律

- 系统加速比依赖于两个因素
  - “可改进比例”：可改进部分在原系统计算时间中所占的比例 ，它总是小于等于1的
    - T_1/T_0
  - “部件加速比”可改进部分改进以后的性能提高，一般情况下它是大于1的
    - T_1/T_2



Amdahl的系统执行时间

- 部件改进后，系统的总执行时间等于不可改进部分的执行时间加上可改进部分改进后的执行时间，即：

- 总执行时间$_{改进后}$

$$= (1-可改进比例) \times 总执行时间_{改进前} + \frac{可改进比例 \times 总执行时间_{改进前}}{部件加速比}$$

$$= 总执行时间_{改进前} \times \left[(1-可改进比例) + \frac{可改进比例}{部件加速比} \right]$$

Amdahl定律的观点

- 性能增加的递减规则
  - 仅仅对计算机中的一部分做性能改进，则改进越多，系统获得的效果越小
- **Amdahl定律的一个重要推论**
  - 针对整个任务的一部分进行优化，则最大加速比不大于 $\frac{1}{1-\text{可改进比例}}$
- **Amdahl定律衡量一个“好”的计算机系统**
  - 具有高性能价格比的计算机系统是一个带宽平衡的系统，而不是看它使用的某些部件的性能

1.3 计算机硬件的主要技术指标

1. 机器字长　CPU 一次能处理数据的位数
与 CPU 中的 寄存器位数 有关

2. 运算速度
- 主频
- 吉普森法　$T_M = \sum_{i=1}^{n} f_i t_i$
- **MIPS**　每秒执行百万条指令
- **FLOPS**　每秒浮点运算次数
- **CPI**　执行一条指令所需时钟周期数

CPU执行时间的计算

1.3

重要指标：**CPI：Cycles Per Instruction**

CPU时间＝IC×CPI× 时钟周期时间

假定CPI_i和C_i分别为第i类指令的CPI和指令条数，则程序的总时钟数为：

总时钟数 $= \sum_{i=1}^{n} CPI_i \times C_i$　　所以，　**CPU时间=** 时钟周期 $\times \sum_{i=1}^{n} CPI_i \times C_i$

CPI **用来衡量以下各方面的综合结果**

Instruction Set Architecture（ISA）

Implementation of that architecture（Organization & Technology）

Program（Compiler、Algorithm）

问题：计算机性能与ISA、计算机组织（Organization）、计算机实现技术（Technology）三者的关系是什么？

CPU执行时间的计算

1.3

重要指标：CPI：Cycles Per Instruction

CPU时间＝IC×CPI× 时钟周期时间

	Instr.count (指令条数)	**CPI （每条指令平均时钟数）**	**Clock rate （时钟频率）**
Programming (程序）	√	√	
Compiler （编译器）	√	√	
Instr. Set Arch （指令系统）	√	√	
Organization （组成）		√	√
Technology （实现）			√

CPU性能公式举例 1.3

某程序的目标代码由4类指令组成，它们在程序中所占比例和各自CPI如下表：

表 1.4 各类指令所占的比例及 CPI

指令类型	CPI	所占比例
算术逻辑运算指令	1	60%
访存指令	2	18%
转移指令	4	12%
其他指令	8	10%

- 求该程序的CPI
- 若该CPU的主频为400MHz，求该机的MIPS

$$CPI = \sum_{i=1}^{n} (CPI_i \times P_i) = 1 \times 0.6 + 2 \times 0.18 + 4 \times 0.12 + 8 \times 0.1 = 2.24$$

$$MIPS = \frac{f}{CPI} = \frac{400}{2.24} = 178.6$$

CPU性能公式举例 1.3

- 若计算机A和B是基于相同指令集设计的两种不同的计算机，A的时钟周期为2ns，某程序在A上运行时的CPI为3。B的时钟周期为4ns，同一程序在B上运行时的CPI为2。就这个程序而言，计算机A和B哪个更快？

$$T_{CPU_A} = CPI_A \times IC \times T_A \quad T_{CPU_B} = CPI_B \times IC \times T_B$$

$$\frac{T_{CPU_A}}{T_{CPU_B}} = \frac{CPI_A \times IC \times T_A}{CPI_B \times IC \times T_B} = \frac{3 \times IC \times 2}{2 \times IC \times 4} = 0.75$$

4. 存储容量　存放二进制信息的总位数

主存容量

存储单元个数 × 存储字长

如　MAR　MDR　容量

10　8　1 K × 8位

16　32　64 K × 32位

$1K = 2^{10}$

字节数

如　2^{13} b= 1 KB

$1B = 2^3 b$

2^{21}b= 256 KB

辅存容量　字节数　80 GB

$1GB = 2^{30}B$

第 6 章　计算机的运算方法

6.1 无符号数和有符号数

6.2 数的定点表示和浮点表示

6.3 定点运算

6.4 浮点四则运算

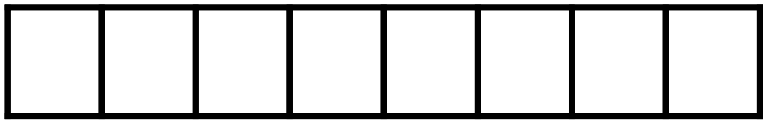
6.5 算术逻辑单元

6.1 无符号数和有符号数

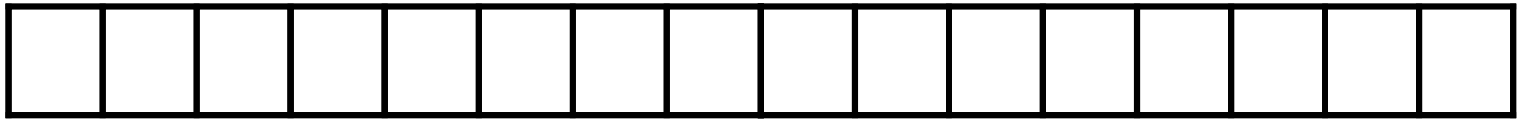
一、无符号数

寄存器的位数

反映无符号数的表示范围



8 位　　0 ~ 255

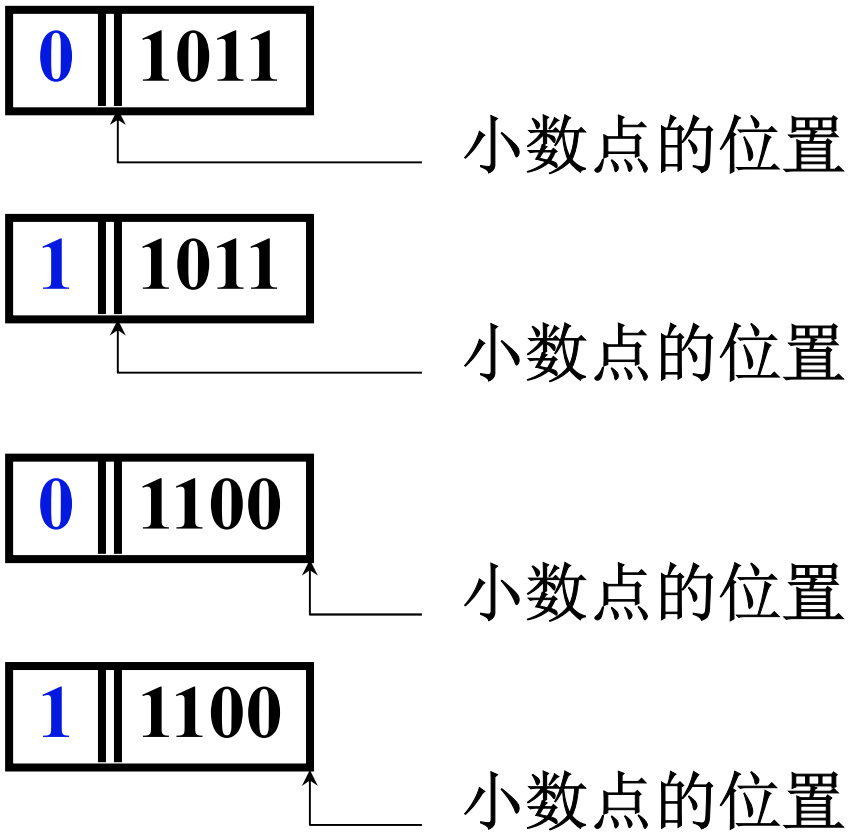


16 位　　0 ~ 65535

二、有符号数

1. 机器数与真值

真值	机器数
带符号的数	符号数字化的数
+ 0.1011	0 | 1011
– 0.1011	1 | 1011
+ 1100	0 | 1100
– 1100	1 | 1100



2. 原码表示法

(1) 定义

整数

$$[x]_{原}=\begin{cases}0,\ x & 2^n>x\geq 0\\ 2^n-x & 0\geq x>-2^n\end{cases}$$

x 为真值　　n 为整数的位数

如　$x=+1110$　　$[x]_{原}=0,1110$

$x=-1110$　　$[x]_{原}=2^4+1110=1,1110$

用 逗号 将符号位和数值部分隔开

带符号的绝对值表示

小数

$$[x]_{原}=\begin{cases} x & 1>x\geq 0 \\ 1-x & 0\geq x>-1 \end{cases}$$

x 为真值

如 $x=+0.1101$ $[x]_{原}=0.1101$

用 小数点 将符号位和数值部分隔开

$x=-0.1101$ $[x]_{原}=1-(-0.1101)=1.1101$

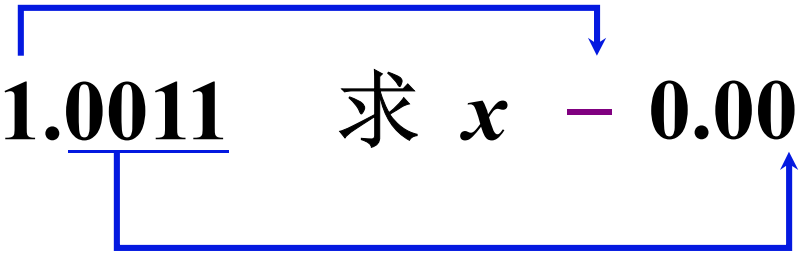
$x=+0.1000000$ $[x]_{原}=0.1000000$

用 小数点 将符号位和数值部分隔开

$x=-0.1000000$ $[x]_{原}=1-(-0.1000000)=1.1000000$

(2) 举例

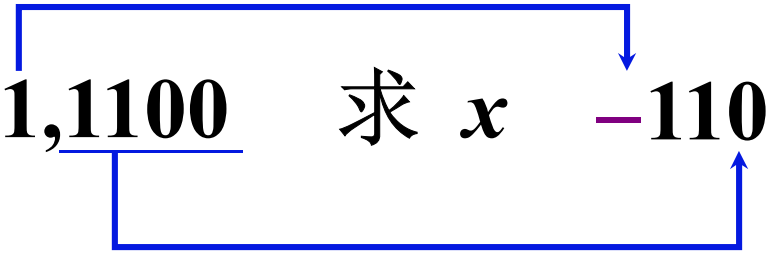
例 6.1　已知 $[x]_{原} = 1.0011$　　求 x – 0.0011



解：由定义得

$$x = 1 - [x]_{原} = 1 - 1.0011 = -0.0011$$

例 6.2　已知 $[x]_{原} = 1,1100$　　求 x –1100



解：由定义得

$$x = 2^4 - [x]_{原} = 10000 - 1,1100 = -1100$$

例 6.3　已知 $[x]_{原} = 0.1101$　求 x

解：根据 定义 ∵ $[x]_{原} = 0.1101$

∴　$x = +0.1101$

例 6.4　求 $x = 0$ 的原码

解：设 $x = +0.0000$　$[+0.0000]_{原} = 0.0000$

$x = -0.0000$　$[-0.0000]_{原} = 1.0000$

同理，对于整数　$[+0]_{原} = 0,0000$

$[-0]_{原} = 1,0000$

∴　$[+0]_{原} \neq [-0]_{原}$

原码的特点：简单、直观

但是用原码作加法时，会出现如下问题：

要求	数1	数2	实际操作	结果符号
加法	正	正	加	正
加法	正	负	减	可正可负
加法	负	正	减	可正可负
加法	负	负	加	负

能否 只作加法？

找到一个与负数等价的正数 来代替这个负数

就可使 减 ——→ 加

3. 补码表示法

(1) 补的概念

- 时钟　　逆时针　　顺时针

$$\begin{array}{r} 6 \\ -\ 3 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ +\ 9 \\ \hline 15 \\ -\ 12 \\ \hline 3 \end{array}$$

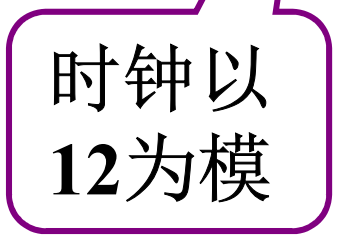
可见 -3 可用 $+9$ 代替　减法 ⟶ 加法

称 $+9$ 是 -3 以 12 为模的 补数

记作 $-3 \equiv +9 \pmod{12}$

同理 $-4 \equiv +8 \pmod{12}$

$-5 \equiv +7 \pmod{12}$



结论

- 一个负数加上“模”即得该负数的补数
- 一个正数和一个负数互为补数时
  它们绝对值之和即为模数
  - 计数器（模 16） 1011 ⟶ 0000 ？

$$\begin{array}{r} 1011 \\ -\ 1011 \\ \hline 0000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ +\ 0101 \\ \hline 10000 \end{array}$$

自然去掉

可见 -1011 可用 $+0101$ 代替

记作 $-1011 \equiv +0101 \pmod{2^4}$

同理 $-011 \equiv +101 \pmod{2^3}$

$-0.1001 \equiv +1.0111 \pmod{2}$

(2) 正数的补数即为其本身

两个互为补数的数 $-1011 \equiv +0101 \pmod{2^4}$

分别加上模 $+10000$ $+10000$

结果仍互为补数 $+0101 \equiv +10101$

$\therefore +0101 \equiv +0101 \pmod{2^4}$

丢掉

可见 $+0101 \rightarrow +0101$

$?$

-1011

$?\ 0,0101 \rightarrow +0101$

$?\ 1,0101 \rightarrow -1011$

$2^{4+1} - 1011 = 100000$

$\pmod{2^{4+1}}$

-1011

$1,0101$

用 逗号 将符号位和数值部分隔开

(3) 补码定义

整数

$$[x]_{补}=\begin{cases}0,\ x & 2^n>x\geq 0\\ 2^{n+1}+x & 0>x\geq -2^n\ (\mathrm{mod}\ 2^{n+1})\end{cases}$$

x 为真值　　n 为整数的位数

如　　$x=+1010$　　$x=-1011000$

$[x]_{补}=0,1010$

用 逗号 将符号位和数值部分隔开

$$[x]_{补}=2^{7+1}+(-1011000)$$
$$=100000000$$
$$-\ \ 1011000$$
$$1,0101000$$

小数

$$[x]_{补}=\begin{cases} x & 1>x\geq 0 \\ 2+x & 0>x\geq -1 \quad (\mathrm{mod}\ 2) \end{cases}$$

x 为真值

如　　$x=+0.1110$　　$x=-0.1100000$

$[x]_{补}=0.1110$

$[x]_{补}=2+(-0.1100000)$

$=10.0000000$

$-\quad 0.1100000$

1.0100000

用 小数点 将符号位和数值部分隔开

(4) 求补码的快捷方式

设 $x = -1010$ 时

则 $[x]_{补} = 2^{4+1} - 1010$

$= 100000$

$\quad -1010$

$= 1,0110$

$= 11111 + 1 - 1010$

$= 11111 + 1$

$\quad -1010$

$10101 + 1$

$= 1,0110$

又 $[x]_{原} =$ **1,1010**

当真值为 负 时，补码 可用 原码除符号位外每位取反，末位加 1 求得

(5) 举例

例 6.5　已知 $[x]_{补} = 0.0001$

求 x

解：由定义得　$x = +0.0001$

例 6.6　已知 $[x]_{补} = 1.0001$

求 x

解：由定义得

$$x = [x]_{补} - 2$$
$$= 1.0001 - 10.0000$$
$$= -0.1111$$

$[x]_{补} \xrightarrow{?} [x]_{原}$

$[x]_{原} = 1.1111$

$\therefore x = -0.1111$

例 6.7　已知 $[x]_{补} = 1,1110$

求 x

解：　由定义得

$$x = [x]_{补} - 2^{4+1}$$

$$= 1,1110 - 100000$$

$$= -0010$$

$$[x]_{补} \xrightarrow{?} [x]_{原}$$

$$[x]_{原} = 1,0010$$

$$\therefore x = -0010$$

当真值为 负 时，原码 可用 补码除符号位外每位取反，末位加 1 求得

练习　求下列真值的补码　6.1

真值		$[x]_{补}$	$[x]_{原}$
$x=+70$	$=\ 1000110$	0, 1000110	0,1000110
$x=-70$	$=-1000110$	1, 0111010	1,1000110
$x=0.1110$		0.1110	0.1110
$x=-0.1110$		1.0010	1.1110
$x=0.0000$	$[+0]_{补}=[-0]_{补}$	0.0000	0.0000
$x=-0.0000$		0.0000	1.0000
$x=-1.0000$		1.0000	不能表示

由小数补码定义　$[x]_{补}=\begin{cases} x & 1>x\geq 0 \\ 2+x & 0>x\geq -1 \end{cases}$（mod 2）

$[-1]_{补}=2+x=10.0000-1.0000=1.0000$

4. 反码表示法

(1) 定义

整数

$$[x]_{反}=\begin{cases}0,\ x & 2^n > x \geq 0\\ (2^{n+1}-1)+x & 0 \geq x > -2^n \ (\mathrm{mod}\ 2^{n+1}-1)\end{cases}$$

x 为真值　　n 为整数的位数

如　$x=+1101$　　$x=-1101$

$[x]_{反}=0,1101$　　$[x]_{反}=(2^{4+1}-1)-1101$

$=11111-1101$

$=1,0010$

用 逗号 将符号位和数值部分隔开

小数

$$[x]_{反}=\begin{cases} x & 1>x\geq 0 \\ (2-2^{-n})+x & 0\geq x>-1 \ (\mathrm{mod}\ 2-2^{-n}) \end{cases}$$

x 为真值　　n 为小数的位数

如

$x=+0.1101$　　$x=-0.1010$

$[x]_{反}=0.1101$

$[x]_{反}=(2-2^{-4})-0.1010$

$=1.1111-0.1010$

$=1.0101$

用 小数点 将符号位和数值部分隔开

(2) 举例

例6.8　已知 $[x]_{反} = 0,1110$　求 x

解：　由定义得　$x = +1110$

例6.9　已知 $[x]_{反} = 1,1110$　求 x

解：　由定义得　$x = [x]_{反} - (2^{4+1} - 1)$

$= 1,1110 - 11111$

$= -0001$

例 6.10　求 0 的反码

解：　设 $x = +0.0000$　$[+0.0000]_{反} = 0.0000$

$x = -0.0000$　$[-0.0000]_{反} = 1.1111$

同理，对于整数　$[+0]_{反} = 0,0000$　$[-0]_{反} = 1,1111$

$\therefore \quad [+0]_{反} \neq [-0]_{反}$

三种机器数的小结

- 最高位为符号位，书写上用“,”（整数）或“.”（小数）将数值部分和符号位隔开
- 对于正数，原码 = 补码 = 反码
- 对于负数，符号位为 1，其 数值部分
  原码除符号位外每位取反末位加 1 → 补码
  原码除符号位外每位取反 → 反码

例6.11　设机器数字长为 8 位（其中 1 位为符号位）对于整数，当其分别代表无符号数、原码、补码和反码时，对应的真值范围各为多少？

二进制代码	无符号数 对应的真值	原码对应 的真值	补码对应 的真值	反码对应 的真值
00000000	0	+0	±0	+0
00000001	1	+1	+1	+1
00000010	2	+2	+2	+2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
01111111	127	+127	+127	+127
10000000	128	-0	-128	-127
10000001	129	-1	-127	-126
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11111101	253	-125	-3	-2
11111110	254	-126	-2	-1
11111111	255	-127	-1	-0

例6.12　已知 $[y]_{补}$　　求$[-y]_{补}$

解：设 $[y]_{补} = y_0 . y_1 y_2 \cdots y_n$

<I>　$[y]_{补} = 0 . y_1 y_2 \cdots y_n$

$[y]_{补}$连同符号位在内，　每位取反，　末位加 1

即得$[-y]_{补}$

$$[-y]_{补} = 1 . \overline{y_1}\ \overline{y_2} \cdots \overline{y_n} + 2^{-n}$$

<II>　$[y]_{补} = 1 . y_1 y_2 \cdots y_n$

$[y]_{补}$连同符号位在内，　每位取反，　末位加 1

即得$[-y]_{补}$

$$[-y]_{补} = 0 . \overline{y_1}\ \overline{y_2} \cdots \overline{y_n} + 2^{-n}$$

5. 移码表示法

补码表示很难直接判断其真值大小

如	十进制	二进制	补码	
	$x = +21$	+10101	0,10101	错
	$x = -21$	−10101	1,01011	大
	$x = +31$	+11111	0,11111	错
	$x = -31$	−11111	1,00001	大

$x + 2^5$

+10101 + 100000 = 110101　大　正确

−10101 + 100000 = 001011

+11111 + 100000 = 111111　大　正确

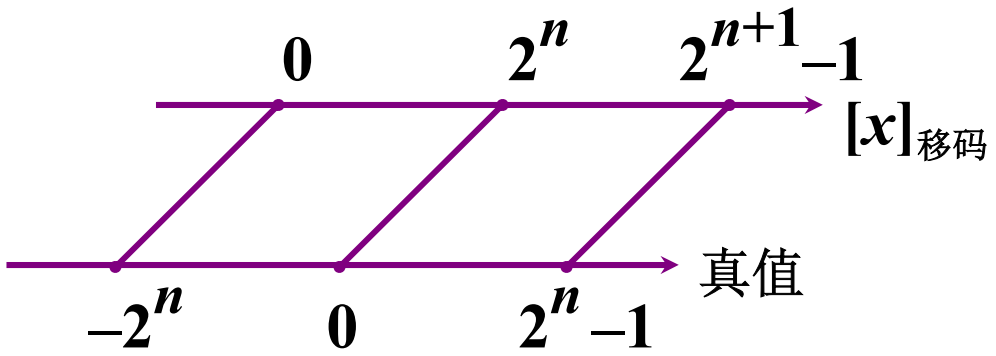
−11111 + 100000 = 000001

(1) 移码定义

$$[x]_{移} = 2^n + x \quad (2^n > x \geq -2^n)$$

x 为真值，n 为 整数的位数

移码在数轴上的表示



如　　$x = 10100$

$$[x]_{移} = 2^5 + 10100 = 1,10100$$

用 逗号 将符号位和数值部分隔开

$$x = -10100$$

$$[x]_{移} = 2^5 - 10100 = 0,01100$$

(2) 移码和补码的比较

设　　$x = +1100100$

$[x]_{移} = 2^7 + 1100100 = 1,1100100$

$[x]_{补} = 0,1100100$

设　　$x = -1100100$

$[x]_{移} = 2^7 - 1100100 = 0,0011100$

$[x]_{补} = 1,0011100$

补码与移码只差一个符号位

(3) 真值、补码和移码的对照表

真值 x (n=5)	$[x]_{补}$	$[x]_{移}$	$[x]_{移}$对应的十进制整数
-1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	0
- 1 1 1 1 1	1 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	1
- 1 1 1 1 0	1 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	2
⋮	⋮	⋮	⋮
- 0 0 0 0 1	1 1 1 1 1 1	0 1 1 1 1 1	31
± 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	32
+ 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 1	33
+ 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	1 0 0 0 1 0	34
⋮	⋮	⋮	⋮
+ 1 1 1 1 0	0 1 1 1 1 0	1 1 1 1 1 0	62
+ 1 1 1 1 1	0 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	63

(4) 移码的特点

- 当 $x=0$ 时 $[+0]_{移}=2^5+0=1,00000$

  $[-0]_{移}=2^5-0=1,00000$

  $\therefore [+0]_{移}=[-0]_{移}$

- 当 $n=5$ 时 最小的真值为 $-2^5=-100000$

  $[-100000]_{移}=2^5-100000=000000$

可见，最小真值的移码为全 0

用移码表示浮点数的阶码

能方便地判断浮点数的阶码大小