装订线

班级：

姓名：

学号：

2018 —2019学年第 1 学期

数学类等专业《线性代数(上)》期末试卷

诚信考试承诺

本人承诺：遵守考场规则，诚信考试。

1. 不在考场带入或使用手机； ▭
2. 不夹带与课程考试相关文字图表材料； ▭
3. 不做出其他违反考场规则的行为。 ▭

请在上述内容后面的方框中打“√”。

试卷来源： A　　送卷人：程伟　　打印：　　校对：程伟

题目	一	二	三	四	总成绩
得分					

一、填空题(每空 3 分，共 3×6=18 分).

1. n 级排列 $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)1\ 2\ 3\ldots(n-6)(n-5)$的逆序数是____________.

2. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & -1 & x\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}$，$D$ 中 x 的系数为__________.

3. 设多项式 $f(x)=x^5+3x^4+3x^3+9x^2+2x+6$，则 $f(x)$ 的有理根为________.

4. 设$D=\begin{vmatrix}k & 5 & 3\\ 3 & 1 & 3\\ 3 & -1 & k\end{vmatrix}$，且$3A_{12}+kA_{22}+3A_{32}=0$, 则 k=_________.

5. 若齐次线性方程组$\begin{cases}2x_1+3x_2=0\\ x_1-kx_2=0\end{cases}$有非零解，则 k 的值为__________.

6. 设 $f(x)=x^3+4x^2+5x+2$ 能被 $g(x)=x^2+mx+1$ 整除，则 m=__________.

二、选择题（每题 3 分，共 3×6=18 分）

1. 以下数集不是数域的是（　　　）

(A) $\{a+bi\,|\,a,b\text{是有理数}\}$　　(B) $\{a+bi\,|\,a,b\text{是整数}\}$

(C) $\{a+b\sqrt{2}\,|\,a,b\text{是有理数}\}$　　(D) $\{\text{全体有理数}\}$

2. 设 A 是 n 阶方阵，且 $r(A)=n-2$， 则 $r(A^*)=$（　　）

（A） 2 ；　（B） -2；　（C） 3 ；　（D） 0 .

3. 设向量组（Ⅰ）与向量组（Ⅱ）为等价的线性无关向量组，向量组（Ⅰ）所含向量个数为 a，向量组（Ⅱ）所含向量个数为 b，则（　　）

（A） $a=b$；　（B） $a\neq b$；　（C） $a>b$；　（D） $a<b$.

4. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$m<n$，则齐次方程组 $Ax=0$（　　）

（A）有惟一零解；　（B）有非零解；　（C）无解；　（D）无法判断.

5. 下列结论正确的是（　　）

（A）若矩阵 A,B,C 满足 $AC=BC$，则 $A=B$；

（B）若矩阵 A,B 满足 $AB=O$，则 $A=O$ 或 $B=O$；

（C）若方阵 A 的行列式 $|A|=0$，则 $A=O$；

（D）若矩阵 A、B 可交换，则$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$.

6. 设 $D=\begin{vmatrix}a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{vmatrix}=\sigma$，则 $\begin{vmatrix}3c & b & a\\ 3f & e & d\\ 3i & h & g\end{vmatrix}=$（　　）

（A） -3σ；　（B） -2σ；　（C） 2σ；　（D） 3σ.

三、计算题（每题 8 分，共 48 分）.

1. 设 $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$，$g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$，求 $(f(x),g(x))$，并求 $u(x),v(x)$ 使 $(f(x),g(x))=u(x)f(x)+v(x)g(x)$.

2. 已知行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & -7 & 3 & 10 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \end{vmatrix}$，求 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}$.

3. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 & 1-n \end{vmatrix}$.

4. 设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$，求 $|A|$，$|10A^{-1}-A^*|$.

5. 设向量组 $a_1=\begin{pmatrix}1\\3\\2\\0\end{pmatrix}$, $a_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\4\\1\end{pmatrix}$, $a_3=\begin{pmatrix}2\\-1\\0\\1\end{pmatrix}$, $a_4=\begin{pmatrix}5\\1\\6\\2\end{pmatrix}$，求该向量组的秩和一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示.

6. 已知线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2-x_3+3x_4=2\\x_1+x_2-2x_3+4x_4=1\\2x_1+2x_2-3x_3+7x_4=a\end{cases}$

（1）a 为何值时方程组有解？（2）当方程组有解时，求出它的通解（用解的结构表示）.

四、证明题（共 16 分）

1.（6 分）证明：$(f(x)+2g(x), f(x)-2g(x))=(f(x), g(x))$.

2.（5 分）设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，证明向量组 $\beta_1=\alpha_1,\beta_2=\alpha_1+\alpha_2,\beta_3=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ 也为 $Ax=0$ 的基础解系.

3.（5 分）设 A 为 n 阶矩阵，并且满足 $AA^T=E$，$|A|=-1$，证明 $|E+A|=0$.