

EXPERIMENTOS PARA ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA

João Carlos Basilio¹, Marcos Vicente Moreira²

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola de Engenharia – Depto. de Eletrotécnica
Cidade Universitária -Ilha do Fundão
21.945-970 - Rio de Janeiro - RJ

¹ E-mail: basilio@vishnu.coep.ufrj.br

² E-mail: marcosmoreira@zipmail.com

Resumo. Motores de corrente contínua (CC) têm significativa importância no desenvolvimento de servomecanismos e, por essa razão o seu estudo, tanto no que se refere ao desenvolvimento de modelos como a identificação dos seus parâmetros, merece considerável atenção nas disciplinas de Sistemas de Controle ministradas em diversos cursos de engenharia. De uma forma geral, ao se adotar como entrada a tensão de armadura (supondo a corrente de campo constante) e como saída a velocidade angular do motor, o modelo linear obtido é o de um sistema de primeira ordem. Isto é suficiente em análise e projeto de controladores quando se considera apenas realimentação de saída, como é o caso de laboratórios para um primeiro curso em sistemas de controle. A vantagem de se adotar este modelo é que a identificação dos parâmetros da função de transferência pode ser feita de forma direta, utilizando-se, por exemplo, técnicas de resposta em frequência, resposta ao degrau etc.. Contudo, ao se considerar o modelo por variáveis de estado e o projeto de controladores utilizando realimentação de estados, torna-se necessário modelar o motor como um sistema de segunda ordem. Isto requer que tanto os parâmetros elétricos (resistência e indutância de armadura) como os mecânicos (momento de inércia e coeficiente de atrito viscoso) e eletromecânicos (constantes de força contra-eletromotriz e de torque) devem ser identificados. Em geral, a determinação desses parâmetros é feita utilizando-se ensaios que requerem conceitos específicos de mecânica e de máquinas elétricas, o que torna inviável a sua identificação em laboratórios de controle. É dentro desta filosofia que neste artigo serão propostos experimentos que requerem somente conceitos apresentados nas disciplinas de Sistemas de Controle.

Palavras-chave: Ensino de sistemas de controle, Laboratório de sistemas de controle, Identificação de sistemas, Mínimos quadrados

1. INTRODUÇÃO

Motores de corrente contínua (CC) têm significativa importância no desenvolvimento de servomecanismos [1] e, por essa razão o seu estudo, tanto no que se refere ao desenvolvimento de modelos como a identificação dos seus parâmetros, merece considerável atenção nas disciplinas de Sistemas de Controle ministradas em diversos cursos de engenharia. De uma forma geral, ao se arbitrar como excitação a tensão de armadura (supondo a corrente de campo constante) e como resposta a velocidade angular do motor, o modelo linear adotado é o de um sistema de primeira ordem [2]. Isto é suficiente em análise e projeto de controladores quando se considera apenas realimentação de saída, como é o caso dos cursos e laboratórios de um primeiro curso em sistemas de controle [3]. A vantagem de se adotar este modelo é que a identificação dos parâmetros da função de transferência pode ser feita de forma direta, utilizando-se, por exemplo, técnicas de resposta em frequência, resposta ao degrau etc. Contudo, ao se considerar o modelo por variáveis de estado e o projeto de controladores utilizando realimentação de estados torna-se necessário modelar o motor como um sistema de segunda ordem. Isto requer que tanto os parâmetros elétricos (resistência e indutância de armadura) como os mecânicos (momento de inércia e coeficiente de atrito viscoso) e eletromecânicos (constantes de força contra-eletromotriz e de torque) devem ser identificados. Em geral, a determinação desses parâmetros é feita utilizando-se ensaios que requerem conceitos específicos de mecânica e de máquinas elétricas, o que torna inviável a sua identificação em laboratórios de controle. É dentro desta filosofia que neste artigo serão propostos experimentos que levam à determinação desses parâmetros e que requerem somente conceitos apresentados nas disciplinas de sistemas de controle.

Este artigo está estruturado da seguinte forma. Na seção 2 serão obtidas as equações dinâmicas para um modelo de segunda ordem de motores CC. Será mostrado ainda que essas equações diferenciais de segunda ordem podem ser desacopladas, levando a dois sistemas de primeira ordem. A vantagem desta separação é que, técnicas simples de identificação de sistemas discretos (mínimos quadrados, por exemplo) podem ser utilizadas para a identificação dos parâmetros das equações envolvidas. Por completude, na seção 3 será, inicialmente, estabelecida uma relação entre os parâmetros incógnitos de um sistema contínuo de primeira ordem e o correspondente sistema discreto e, em seguida, será feita uma breve revisão do método dos mínimos quadrados para identificação dos parâmetros da função de transferência a tempo discreto de um sistema de primeira ordem. Esta é a chave para o desenvolvimentos dos experimentos elétricos para identificação dos parâmetros do motor CC a serem propostos na seção 4. A eficácia dos experimentos será demonstrada na seção 5, onde a metodologia proposta neste artigo será utilizada para identificar os parâmetros de um motor CC. Ainda nesta seção será feita a validação, comparando-se as respostas do sistema real e do modelo obtido a uma mesma excitação. Finalmente, as conclusões são apresentadas na seção 6.

2. MODELO DE UMA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

Nesta seção será obtido um modelo matemático do motor CC controlado pela armadura. Para tanto, considere o circuito equivalente da Fig. 1, onde R_a e L_a denotam a resistência e indutância do circuito de armadura, J e f são o momento de inércia da carga e o coeficiente de atrito viscoso, $v_a(t)$ e $i_a(t)$ representam a tensão e a corrente de armadura, $e(t)$ é a força contra-eletromotriz e $\omega(t)$ denota a velocidade angular do motor.

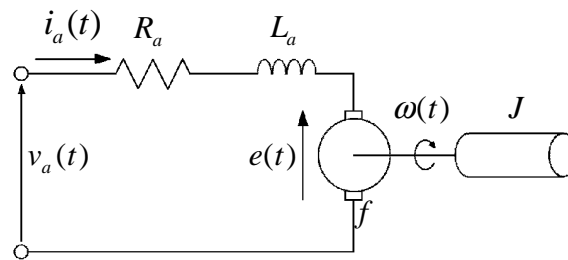


Figura 1. Circuito equivalente de um motor CC controlado pela armadura

Aplicando-se a lei das tensões de Kirchhoff ao circuito da armadura, obtém-se:

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e(t). \quad (1)$$

Em seguida, usando-se a lei de Newton para o movimento rotacional, pode-se escrever:

$$t_m(t) - t_d(t) - f\omega(t) = J \frac{d}{dt} \omega(t), \quad (2)$$

onde $t_m(t)$ denota o torque produzido pelo motor e $t_d(t)$ representa um torque externo de perturbação, que, por simplicidade, será considerado inexistente. O relacionamento entre as partes elétrica e mecânica do sistema é feito a partir das seguintes equações:

$$e(t) = K_g \omega(t) \quad (3)$$

$$t_m(t) = K_m i_a(t) \quad (4)$$

onde K_g e K_m denotam, respectivamente, as constantes de força contra-eletromotriz e de torque. Substituindo-se a Eq. (4) na Eq. (2) e a Eq. (3) na Eq. (1) obtém-se:

$$v_a(t) - K_g \omega(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (5)$$

$$K_m i_a(t) = f \omega(t) + J \frac{d}{dt} \omega(t). \quad (6)$$

Em seguida, definindo como estados a corrente de armadura $i_a(t)$ e a velocidade angular $\omega(t)$, e tendo como excitação a tensão de armadura $v_a(t)$, obtém-se as seguintes equações de estado:

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_a(t) \\ \frac{d}{dt} \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_g}{L_a} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} v_a(t). \quad (7)$$

Assim sendo, para a completa descrição do modelo do sistema em espaço de estados, é necessário identificar os parâmetros R_a , L_a , J , f , K_g e K_m . A identificação dos parâmetros R_a e L_a é, em geral, bastante imprecisa, quando utilizados métodos tradicionais de identificação. Um outro aspecto a ser observado é o fato do coeficiente de atrito viscoso variar em função da velocidade angular do motor. Como, no modelo acima, f é feito constante, torna-se necessário encontrar um valor médio representativo para a faixa de operação (linear) do motor. Torna-se necessário, portanto, buscar novas maneiras de se realizar a identificação R_a e L_a e a construção de um experimento para determinar f que leve em conta os diversos pontos de operação do motor. Observe que se for arbitrada como resposta do sistema a velocidade $\omega(t)$, será necessário utilizar um sensor (tacômetro ou *encoder*, por exemplo), cuja tensão nos seus terminais é proporcional a $\omega(t)$, isto é:

$$v_t(t) = K_t \omega(t) \quad (8)$$

Substituindo-se a Eq. (8) na Eq. (7), resulta:

$$L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + R_a i_a(t) = v_a(t) - \frac{K_g}{K_t} v_t(t) \quad (9a)$$

$$J \frac{d}{dt} v_t(t) + f v_t(t) = K_m K_t i_a(t). \quad (9b)$$

e definindo

$$\begin{cases} u_e(t) = v_a(t) - (K_g / K_t) v_t(t) \\ u_m(t) = K_m K_t i_a(t) \end{cases}, \quad (10)$$

obtém-se:

$$\begin{cases} L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + R_a i_a(t) = u_e(t) \\ J \frac{d}{dt} v_t(t) + f v_t(t) = u_m(t) \end{cases} \quad (11)$$

que representam dois sistemas de primeira ordem desacoplados. Isto permite definir dois sistemas, um elétrico (E) e outro mecânico (M), cujas realizações em espaço de estados são dadas por:

$$(E) \begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u_e(t) \\ y_e(t) = C_e x_e(t) \end{cases} \quad (12)$$

onde $x_e(t) = i_a(t)$, $A_e = -R_a/L_a$, $B_e = 1/L_a$ e $C_e = 1$ e

$$(M) \begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) = C_m x_m(t) \end{cases} \quad (13)$$

onde $x_m(t) = v_t(t)$, $A_m = -f/J$, $B_m = 1$ e $C_m = 1$. Note que a entrada para o sistema (E), $u_e(t)$ depende de uma grandeza externa sobre a qual temos controle, $v_a(t)$, e da tensão nos terminais do tacômetro, $v_t(t)$, que é função dos parâmetros do motor. De forma semelhante, a entrada do sistema (M), $u_m(t)$, depende da corrente de armadura $i_a(t)$. Isto faz com que a identificação dos parâmetros R_a , L_a , J e f não possa ser feita utilizando-se experimentos de resposta ao degrau ou de resposta em frequência [3]. Este aparente obstáculo pode ser removido utilizando-se métodos de identificação de parâmetros de sistemas discretos no tempo (mínimos quadrados, por exemplo). Torna-se necessário, portanto, obter um modelo discreto equivalente para os sistemas (E) e (M).

3. OBTENÇÃO DO MODELO DISCRETO EQUIVALENTE A UM MODELO DE PRIMEIRA ORDEM A TEMPO CONTÍNUO

3.1. Fundamentos

Um sistema de primeira ordem contínuo pode ser descrito pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (14)$$

cujas representação em espaço de estados pode ser dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, \quad (15)$$

onde $A = -1/\tau$, $B = K/\tau$ e $C = 1$. Sabe-se que as equações de estado para o sistema discreto equivalente são dadas por [4]:

$$\begin{cases} x(t_{k+1}) = \Phi x(t_k) + \Gamma u(t_k) \\ y(t_k) = Cx(t_k) \end{cases}, \quad (16)$$

onde t_k e t_{k+1} denotam os instantes de amostragem e sendo $h = t_{k+1} - t_k$ é o intervalo de amostragem, tem-se que:

$$\Phi = e^{Ah} = e^{-h/\tau} \text{ e } \Gamma = \int_0^h e^{Ax} B dx = \frac{K}{\tau} \int_0^h e^{-x/\tau} dx = K(1 - \Phi). \quad (17)$$

Desta forma, utilizando-se as Eq. (16) e (17) é fácil verificar que as equações dinâmicas descritas pela Eq. (17) podem ser convertidas na seguinte equação a diferenças finitas:

$$y(t_k) = \Phi y(t_{k-1}) + \Gamma u(t_{k-1}). \quad (18)$$

Portanto, calculando-se Φ e Γ então o ganho K e a constante de tempo τ do modelo a tempo contínuo do sistema podem ser calculados utilizando-se as relações dadas em (17).

3.2. Identificação dos parâmetros Φ e Γ

Supondo que tenha sido feita a aquisição dos sinais de saída $y(t_k)$ e de entrada $u(t_k)$, para $k = 0, 1, \dots, q$, pode-se, a partir da Eq. (19), escrever:

$$\begin{cases} y(t_1) = \Phi y(t_0) + \Gamma u(t_0) \\ y(t_2) = \Phi y(t_1) + \Gamma u(t_1) \\ \vdots \\ y(t_q) = \Phi y(t_{q-1}) + \Gamma u(t_{q-1}) \end{cases} \quad (19)$$

que podem ser agrupadas na seguinte forma matricial:

$$\underline{b} = A \underline{x} \quad (20a)$$

onde

$$\underline{b} = [y(t_1) \quad y(t_2) \quad \dots \quad y(t_q)]^t, \quad A = \begin{bmatrix} y(t_0) & u(t_0) \\ y(t_1) & u(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ y(t_{q-1}) & u(t_{q-1}) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{x}^t = [\Phi \quad \Gamma]. \quad (20b)$$

Deve ser observado que na prática, o número de pontos obtidos é muito maior que dois, o que faz com que seja necessário utilizar o método dos mínimos quadrados para determinar \underline{x} . Utilizando-se ferramentas de álgebra linear [5], é possível mostrar que a solução que minimiza $\|\underline{b} - A \underline{x}\|_2$ ($\|\cdot\|_2$ denota norma euclideana) é dada por:

$$\underline{x} = (A^t A)^{-1} A^t \underline{b}. \quad (21)$$

Observação: Na identificação de sistemas discretos utilizando-se o método dos mínimos quadrados, a forma do sinal de entrada tem importância vital. Em geral, utilizam-se pulsos de largura variável (aleatórias) uma vez que isso fará com que o sinal contenha informações de diversas frequências.

4. EXPERIMENTOS PARA IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS

Nesta seção serão apresentados os experimentos que possibilitam a identificação dos parâmetros de motores CC, bem como, a determinação da sua região linear de operação, na qual o método proposto neste artigo pode ser implementado.

4.1. Determinação da região linear

Como é sabido [3], o motor CC apresenta uma não-linearidade do tipo zona morta, que é devida à fricção nos mancais de rolamento. Torna-se necessário, então, encontrar uma faixa de operação na qual este possa ser considerado linear. Para tanto, basta aplicar ao motor degraus de tensão de amplitude V_{a_i} , $i = 0, 1, 2, \dots, n$ e medir os respectivos valores de tensão de saída (tensão no tacômetro) V_{t_i} , $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Em seguida, formam-se os pares cartesianos (V_{a_i}, V_{t_i}) e ajustam-se os pontos obtidos por um polinômio de grau q (a ser arbitrado), isto é,

$$V_t = a_0 V_a^q + a_1 V_a^{q-1} + \dots + a_{q-1} V_a + a_q. \quad (22)$$

Com os dados obtidos, monta-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} V_{t_1} \\ V_{t_2} \\ \vdots \\ V_{t_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{a_1}^q & V_{a_1}^{q-1} & \cdots & V_{a_1} \\ V_{a_2}^q & V_{a_2}^{q-1} & \cdots & V_{a_2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ V_{a_n}^q & V_{a_n}^{q-1} & \cdots & V_{a_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdots \\ a_{q-1} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

que é da forma $\underline{b} = A\underline{x}$, com a matriz A possuindo muito mais linhas que colunas. A solução obtida utilizando-se o método dos mínimos quadrados é $\underline{x} = (A^t A)^{-1} A^t \underline{b}$. Uma vez determinado o polinômio $V_t = p(V_a)$, tem-se que a região linear corresponderá ao intervalo no qual o gráfico da derivada de V_t em relação a V_a é aproximadamente paralela ao eixo das abscissas.

4.2. Determinação de K_g e K_m

É fácil mostrar que, quando expressas em unidades do sistema internacional, as constantes do motor, K_m , e da força contra-eletromotriz, K_g , possuem o mesmo valor. Logo, para se determinar K_g , basta calcular uma delas. Note, a partir da Eq. (3) que, em regime permanente, $E = (K_g/K_t) \mathcal{V}_t$. Desta forma, supondo que o ganho do tacômetro K_t seja conhecido (caso K_t seja desconhecido, sua determinação pode ser feita conforme sugerido em [5]), então a determinação de K_g , pode ser feita da seguinte forma: com os terminais do motor em aberto, aplicar um torque externo ao motor, *i.e.*, faça-o funcionar como gerador e meça as respectivas tensões nos terminais do tacômetro V_{t_i} e do motor V_{a_i} . Como os terminais do motor estão em aberto, não há circulação de corrente na armadura e, portanto, a tensão medida nos terminais é praticamente igual à força contra-eletromotriz E_i . A determinação de K_g é feita ajustando-se os pontos (V_{t_i}, E_i) por uma reta que passa pela origem. O coeficiente desta reta é K_g/K_t e é obtido formando-se os vetores $\underline{e}^t = [E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n]$ e $\underline{\omega}^t = [W_1 \ W_2 \ \dots \ W_n]$ e calculando-se

$$K_g = \underline{\omega}^t \underline{e} / \|\underline{\omega}\|_2^2. \quad (24)$$

4.3. Determinação de R_a e L_a

Baseado na teoria apresentada na seção 2, para se obter os parâmetros elétricos do modelo é preciso que se defina o sinal de entrada $u_e(t)$. Conforme observado na seção 3.2, em geral, são escolhidos como sinais de entrada pulsos de largura aleatória, uma vez que contêm informações sobre diversas frequências. Como $v_a(t)$ é um sinal de tensão, uma forma de onda com as características acima pode ser facilmente gerada em laboratório. Note, ainda, que como a entrada $u_e(t)$ depende ainda da tensão nos terminais do tacômetro, a aquisição do sinal $v_t(t)$ deve ser também realizada. Observe que, para o sistema (E), tem-se:

$$y_e(t_k) = \Phi_e y_e(t_{k-1}) + \Gamma_e u_e(t_{k-1}) \quad (25)$$

onde se pode facilmente verificar, com a ajuda da Eq. (17), que $\Phi_e = e^{-\frac{R_a}{L_a} h}$ e $\Gamma_e = 1/R_a(1 - \Phi_e)$. Lembrando que $y_e(t_k) = i_a(t_k)$, então a determinação de R_a e L_a pode ser feita, de acordo com a seção 3.2, da seguinte maneira: forma-se o sistema de equações

$$\begin{bmatrix} i_a(t_1) \\ i_a(t_2) \\ i_a(t_3) \\ \vdots \\ i_a(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a(t_0) & u_e(t_0) \\ i_a(t_1) & u_e(t_1) \\ i_a(t_2) & u_e(t_2) \\ \vdots & \vdots \\ i_a(t_{n-1}) & u_e(t_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_e \\ \Gamma_e \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde $u_e(t_k) = v_a(t_k) - \frac{K_g}{K_t} v_t(t_k)$. Como o sistema acima está na forma $\underline{b} = A\underline{x}$ (A possui muito mais linhas que colunas), o método dos mínimos quadrados deve ser empregado para determinar \underline{x} , i.e., $\underline{x} = (A^t A)^{-1} A^t \underline{b}$. Após algumas manipulações algébricas, pode-se facilmente encontrar R_a e L_a que são dados por:

$$R_a = \frac{1 - \Phi_e}{\Gamma_e} \text{ e } L_a = -\frac{R_a h}{\ln(\Phi_e)}. \quad (27)$$

4.4. Determinação de J e f

Para a determinação dos parâmetros mecânicos seguem-se os mesmos passos da identificação dos parâmetros elétricos, podendo, inclusive, serem aproveitados daquele experimento o sinal de tensão nos terminais do motor, $v_a(t)$, e o sinal de corrente da armadura, $i_a(t)$. Portanto, feita a aquisição destes sinais, calcule $u_m(t) = K_m K_t i_a(t)$ e notando que para o sistema (M)

$$y_m(t_k) = \Phi_m y_m(t_{k-1}) + \Gamma_m u_m(t_{k-1}) \quad (29)$$

onde, de acordo com a Eq. (17), $\Phi_m = e^{-\frac{f}{J}h}$ e $\Gamma_m = \frac{1}{f}(1 - \Phi_m)$ e sendo $y_m(t_k) = v_t(t_k)$, então J e f são determinados da seguinte maneira: forma-se o sistema de equações

$$\begin{bmatrix} v_t(t_1) \\ v_t(t_2) \\ v_t(t_3) \\ \vdots \\ v_t(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_t(t_0) & u_m(t_0) \\ v_t(t_1) & u_m(t_1) \\ v_t(t_2) & u_m(t_2) \\ \vdots & \vdots \\ v_t(t_{n-1}) & u_m(t_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Gamma_m \end{bmatrix}$$

que, como no caso anterior é da forma $\underline{b} = A\underline{x}$, cuja solução é $\underline{x} = (A^t A)^{-1} A^t \underline{b}$. Simples manipulações algébricas levam a:

$$f = \frac{K_t K_m (1 - \Phi_m)}{\Gamma_m} \text{ e } J = -\frac{fh}{\ln(1 - \Phi_m)}. \quad (30)$$

5. EXEMPLO

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a realização dos experimentos propostos para identificar os parâmetros de um motor de corrente contínua, utilizado no curso de Laboratório de Sistemas de Controle da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Em seguida, será feita a validação do modelo cujos parâmetros foram obtidos a partir dos experimentos.

5.1. Experimentos

Nas Fig. 2 e 3 estão representados os gráficos de acordo com a seção 4.1, de onde se pode constatar visualmente que a região linear varia de 6 a 22 V. Portanto, é nesta faixa que os demais experimentos devem ser realizados.

Determinada a região linear de operação, o passo seguinte é a determinação dos ganhos K_g e K_m . Para tanto, deve-se de antemão conhecer o ganho do tacômetro (K_t). No caso do motor CC em estudo, tem-se $K_t = 0,0668 \text{ V/rad/s}$. Desta forma, procedendo de acordo com a seção 4.2, obtém-se o gráfico da Fig. 4, onde estão representados os pontos (W_i, E_i) , e a reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados, levando a $K_m = K_g = 0,0453 \text{ V/rad/s}$.

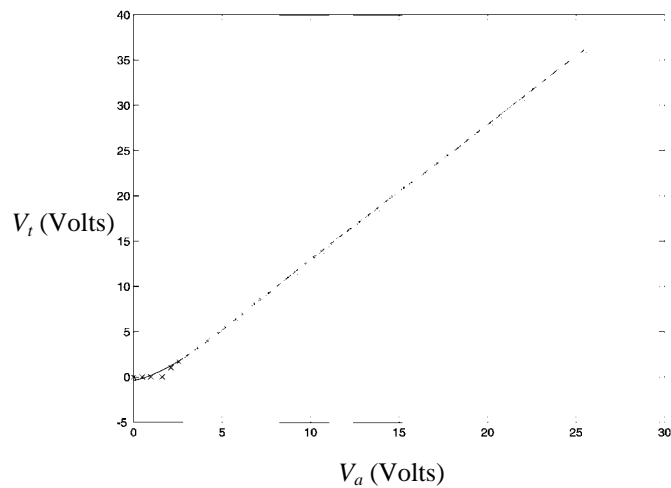


Figura 2. $\frac{d}{dV_a} p(V_a)$ para um poli para um 1.

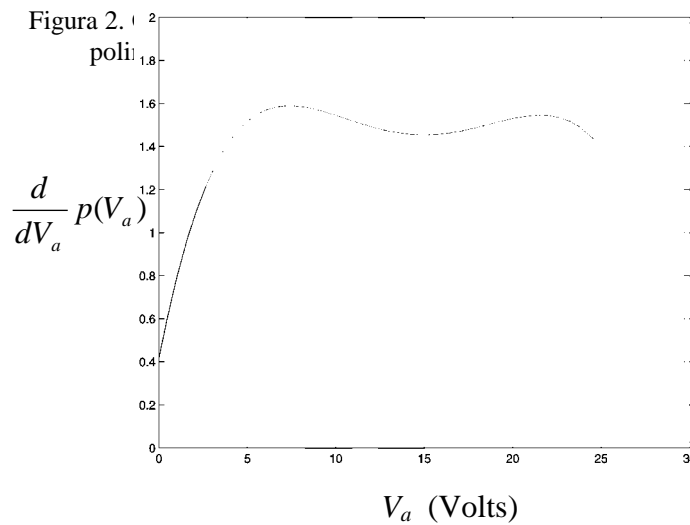


Figura 3. Gráfico com os valores da derivada de $p(V_a)$ para os mesmos pontos da Fig. 2

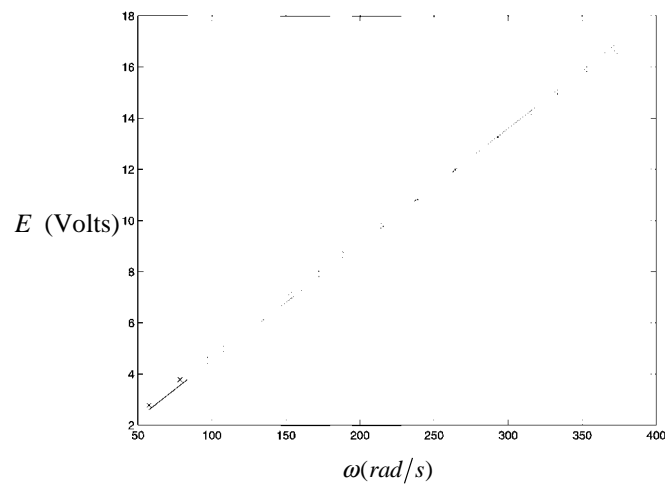


Figura 4. Gráfico dos pontos (W_t, E_i) e a reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados. Finalmente, para a determinação de R_a , L_a , J e f , é necessário apenas um único experimento cujo sinal de entrada, $v_a(t)$, está mostrado na Fig. 5. Os sinais de corrente de armadura $i_a(t)$ e a tensão nos terminais do tacômetro $v_t(t)$, resultantes da aplicação do sinal de tensão, estão representados nas Fig. 6 e 7, respectivamente. Procedendo de acordo com as seções 4.3 e 4.4, obtém-se os seguintes valores para os parâmetros elétricos: $R_a = 2,30\Omega$ e $L_a = 3,4mH$. Os valores dos parâmetros mecânicos são: $J = 3,72 \times 10^{-5} kgm^2$ e $f = 5,23 \times 10^{-5} kgm/rad/s$.

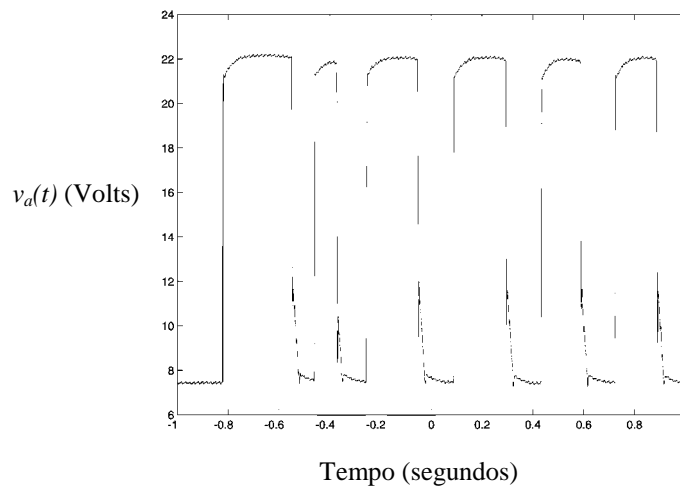


Figura 5. Sinal de tensão aplicado na armadura do motor CC

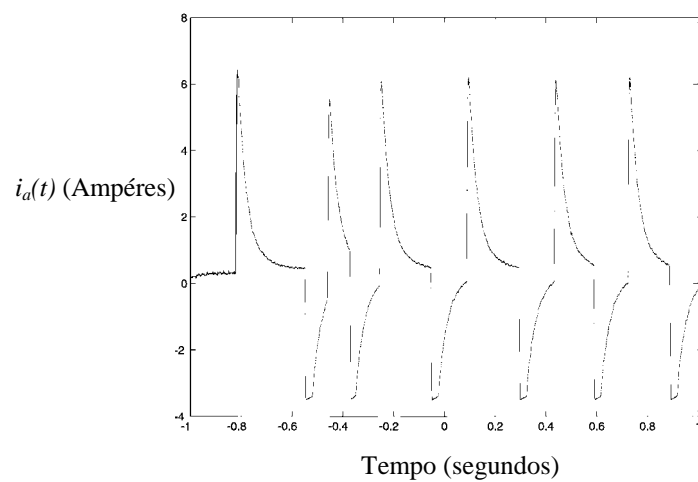


Figura 6. Sinal de corrente de armadura

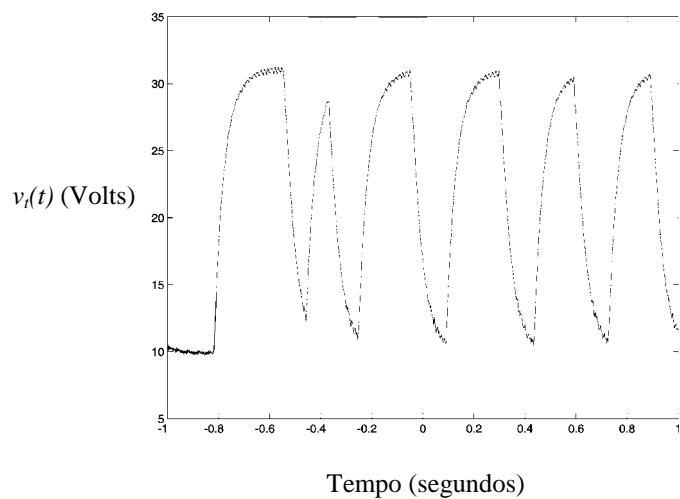


Figura 7. Sinal de tensão nos terminais do tacômetro

5.2. Validação do modelo

A eficiência dos experimentos introduzidos neste trabalho será comprovada a partir da simulação do modelo de segunda ordem descrito pela Eq. (7), alimentando-o com o mesmo sinal de tensão $v_a(t)$ utilizado nos experimentos e coletando-se os sinais de saída, $v_t(t)$, e de corrente, $i_a(t)$. Nas Fig. 8 e 9 estão representadas as curvas real (linha contínua) e simulada (linha tracejada) para a tensão do tacômetro e para a corrente de armadura, respectivamente.

Observe que as curvas de corrente e da tensão no tacômetro obtidas a partir da simulação estão muito próximas da real, o que mostra que não só o modelo proposto é válido e representa bem o comportamento da máquina CC, como os experimentos aqui sugeridos são, de fato, eficazes.

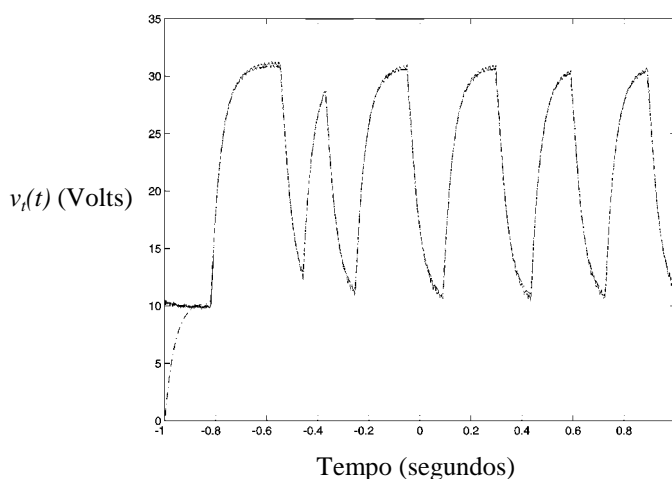


Figura 7. Comparação entre as curvas real e simulada da tensão nos terminais do tacômetro

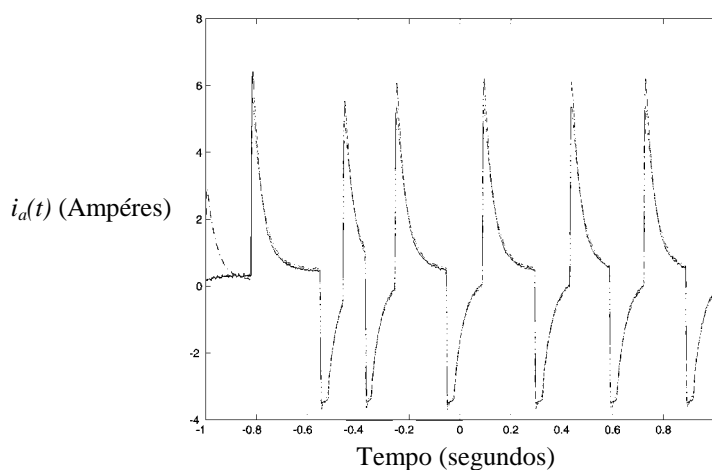


Figura 8. Comparação entre as curvas real e simulada da corrente de armadura

6. CONCLUSÃO

Neste artigo, experimentos que utilizam somente conceitos apresentados nas disciplinas de Sistemas de Controle foram propostos para a identificação de todos os parâmetros de motores de corrente contínua. A eficácia dos experimentos foi comprovada pela sua aplicação na identificação dos parâmetros de um motor CC utilizado nos cursos de Laboratório de Sistemas de Controle da UFRJ.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ).

7. REFERÊNCIAS

- [1] W. Leonhard, Control of Electrical Drives, 2nd Edition, Springer-Verlag : Berlin, 1996.
- [2] R. C. Dorf, Modern Control Systems, Addison-Wesley, Reading : MA, 1986.
- [3] J. C. Basilio, "A laboratory for a first course in Control Systems," International Journal of Electrical Engineering Education, a ser publicado no vol. 39, no. 1, 2002.
- [4] K. J. Astrom e B. Wittenmark, Computer-controlled systems: theory and design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1984.
- [5] J. C. Basilio, Laboratório de Sistemas de Controle I, Escola de Engenharia, UFRJ, Rio de Janeiro, 1999.