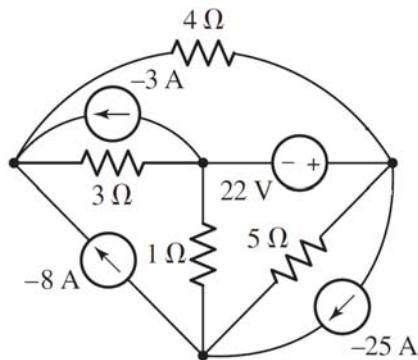


Sinais e Sistemas Electrónicos



Capítulo 2: Técnicas de Análise de Circuitos

(parte 2)



Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro



Sinais e Sistemas Electrónicos – 2021/2022

Sumário

- Teorema de Thévenin;
- Exemplos de cálculo;
- Teorema de Norton;
- Equivalência entre Thévenin e Norton;
- Equivalente de Thévenin: Método Universal;
- Exemplos de cálculo.

Teoremas de Thévenin e Norton



Léon Charles Thévenin
(1857 - 1926)

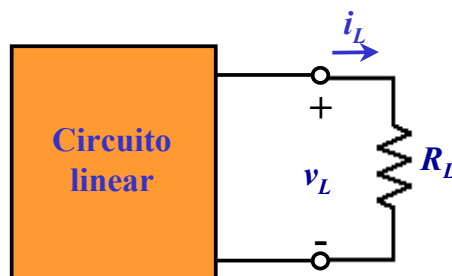


Edward Lawry Norton
(1898 - 1983)

2.2-3

Teoremas de Thévenin e Norton

- Duas técnicas que permitem simplificar a análise de circuitos lineares.

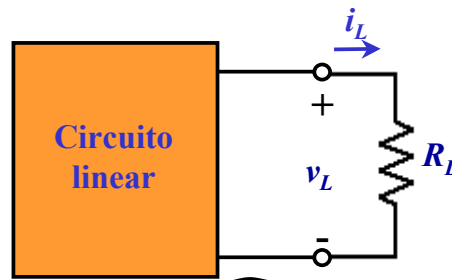


- Teoremas úteis nos casos em que estamos interessados em saber o que se passa *apenas numa parte do circuito*, por ex:

- Qual é a potência dissipada em R_L ?
- Qual é o valor de v_L para diferentes valores de R_L ?

2.2-4

Teorema de Thévenin



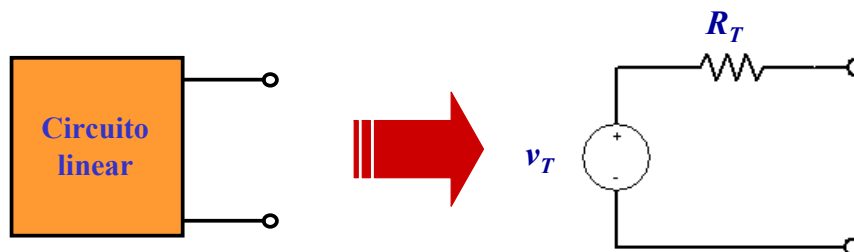
● Segundo o **teorema de Thévenin**, podemos substituir todo o **circuito linear** por um **circuito equivalente** mais simples;

● A análise do que se passa em R_L prossegue depois usando este circuito equivalente.

2.2-5

Teorema de Thévenin

● Segundo o **Teorema de Thévenin**, o circuito equivalente é constituído por uma **fonte de tensão** com uma **resistência em série**.



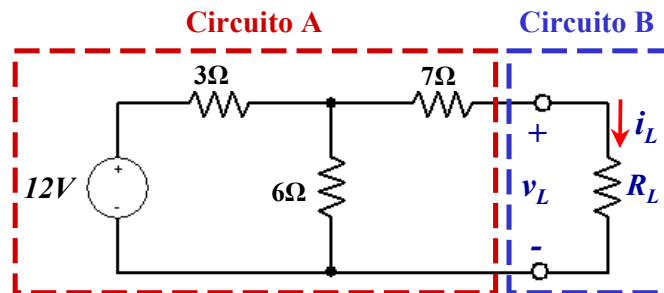
2.2-6

Teorema de Thévenin

- A aplicação dos teoremas de Thévenin (e Norton), pressupõe que conseguimos dividir o circuito em duas partes:

- **Circuito A:** o circuito que pretendemos simplificar – o tal circuito linear;
- **Circuito B:** o circuito que queremos manter – pode ser uma resistência, mas também pode ser um circuito com mais elementos.

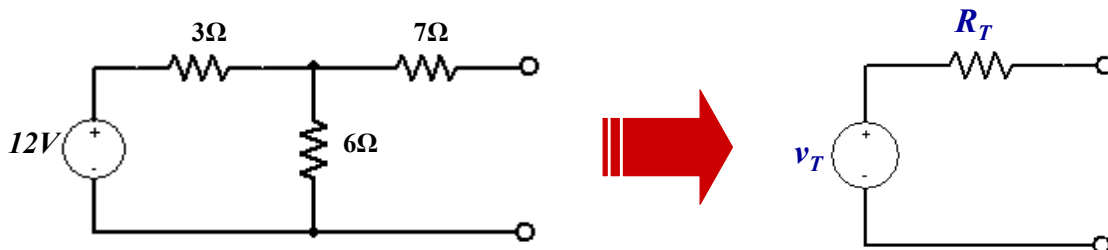
- Se estivermos apenas interessados em saber o que se passa em R_L , então...



2.2-7

Equivalente de Thévenin do Circuito A

- Determinar o equivalente de Thévenin do **circuito A** resume-se a ... determinar os valores de v_T e R_T do equivalente.

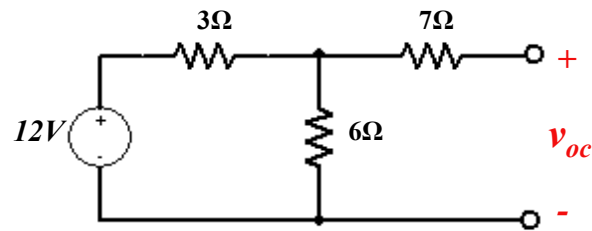


Como se procede então?

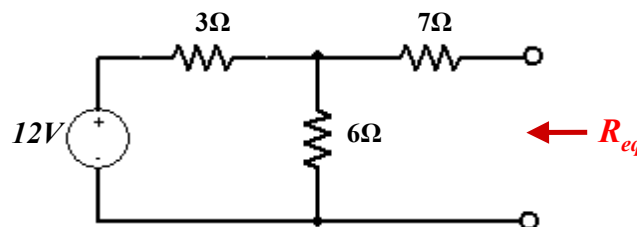
2.2-8

Equivalente de Thévenin do Circuito A

- Determinamos a tensão que aparece aos terminais do **circuito A em circuito aberto**, ou seja, depois de B ser desligado.



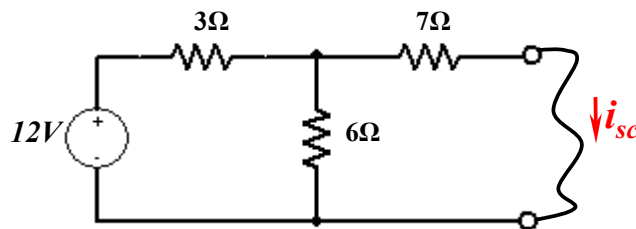
- Determinamos a **resistência equivalente** entre os terminais do **circuito A** quando este é **desativado** - todas as fontes independentes de tensão são curto-circuitadas e todas as fontes independentes de corrente são abertas (as fontes dependentes mantêm-se).



2.2-9

Equivalente de Thévenin do Circuito A

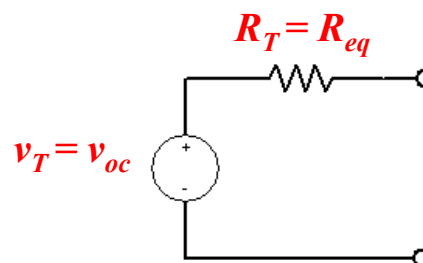
- Se for mais fácil, podemos determinar a corrente entre os terminais do **circuito A** quando estes são curto-circuitados – **a corrente de curto-circuito**:



Esta corrente relaciona-se com os valores anteriores por:

$$i_{sc} = \frac{v_{oc}}{R_{eq}}$$

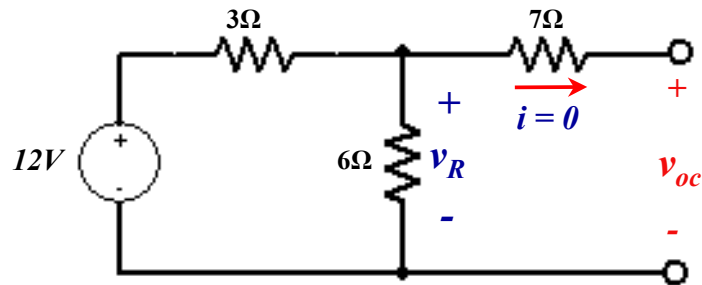
Finalmente, o **equivalente de Thévenin** do circuito A é dado por



2.2-10

Aplicação do teorema de Thévenin

1- Determinação de v_{oc} , a tensão **em circuito aberto** do circuito A:

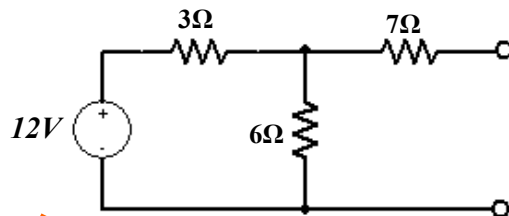


$$v_{oc} = v_R = \frac{6}{6+3} 12 = 8V$$

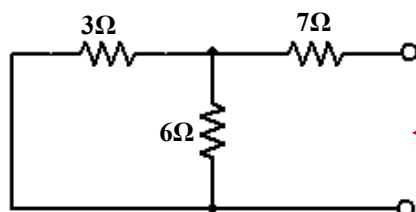
2.2-11

Aplicação do teorema de Thévenin

2- Determinação de R_{eq} , a **resistência equivalente** ou de saída:



Desactivação das fontes...

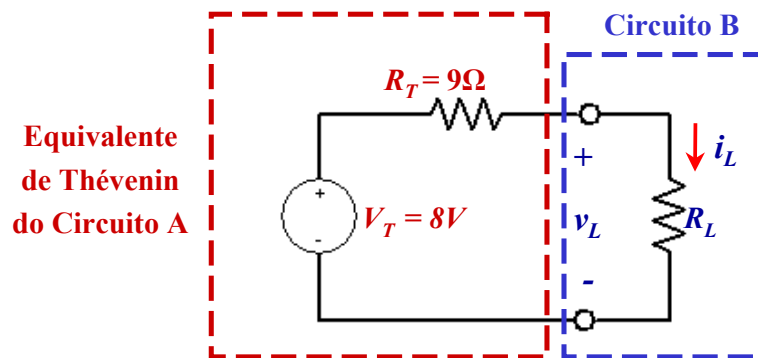
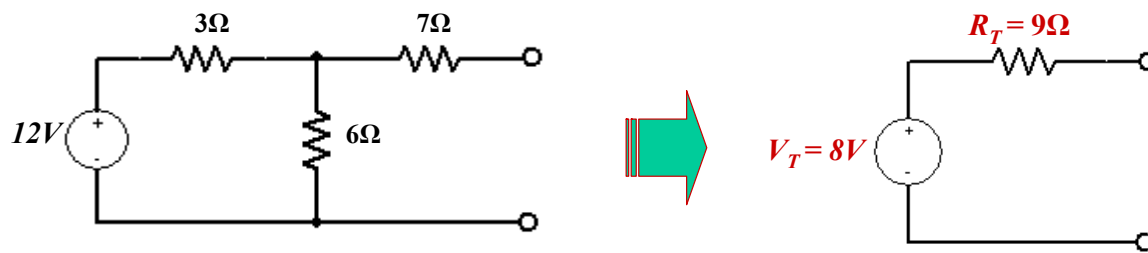


$$R_{eq} = 3 // 6 + 7 = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 7 = 9\Omega$$

2.2-12

Aplicação do teorema de Thévenin

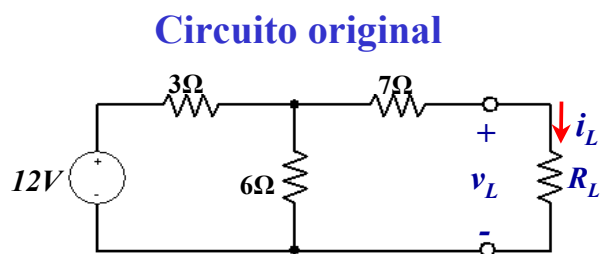
- O **equivalente de Thévenin** do circuito A é portanto:



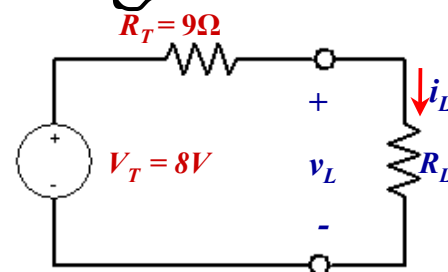
- Com este circuito é muito mais fácil determinar o que sucede ao circuito B, por exemplo, para vários valores de R_L .

2.2-13

Aplicação do teorema de Thévenin



Circuito c/ equivalente de Thévenin



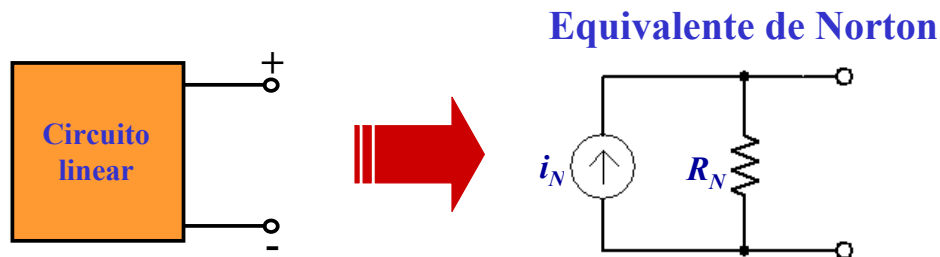
- Com o **equivalente de Thévenin** é possível obter informações úteis que não estão disponíveis de imediato no circuito original:

- O **valor máximo de v_L** (tensão de circuito aberto) é **$8V$** ;
- O **valor máximo de i_L** (corrente de curto-circuito) é **$(8/9)A$** ;
- O circuito A fornece a **potência máxima** quando **$R_L = 9\Omega$** .

2.2-14

Teorema de Norton

- Com a aplicação deste teorema obtemos também um circuito mais simples, só que neste caso o equivalente é constituído por uma **fonte de corrente** com uma **resistência em paralelo**.



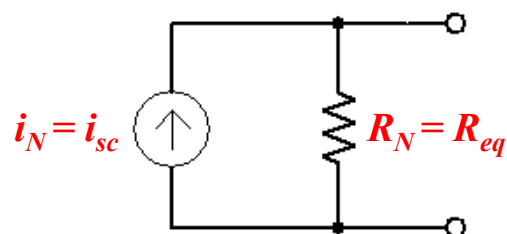
Como se procede para obter i_N e R_N ?

2.2-15

Teorema de Norton

- i_N é igual à corrente que flui entre os terminais do **circuito A** quando estes são curto-circuitados, ou seja, é a corrente de curto-circuito, i_{sc} ;
- R_N é igual à resistência equivalente, R_{eq} , entre os terminais do **circuito A** quando este é **desativado** - todas as fontes independentes de tensão são curto-circuitadas e todas as fontes independentes de corrente são abertas (as fontes dependentes mantêm-se).

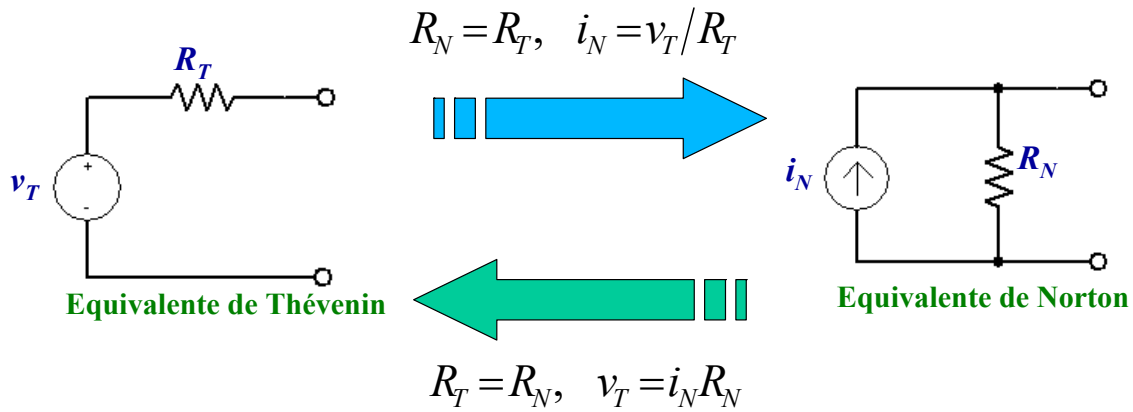
Equivalente
de Norton



2.2-16

Equivalência entre Thévenin e Norton

- Os equivalentes de Thévenin e Norton são equivalentes entre si;

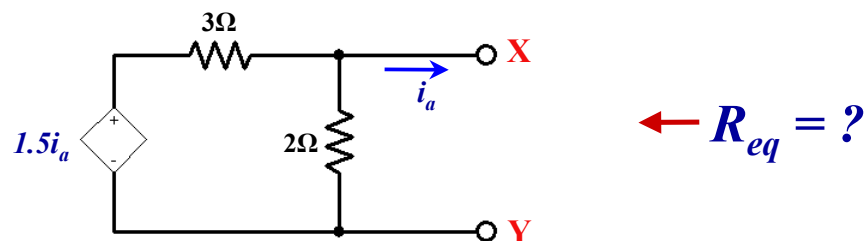


2.2-17

Equivalentes de Thévenin e Norton – dificuldades

- Em circuitos com fontes dependentes, por vezes é impossível obter os valores de R_T ou R_N .

Exemplo: determinar o equivalente de Thévenin do circuito entre X e Y.



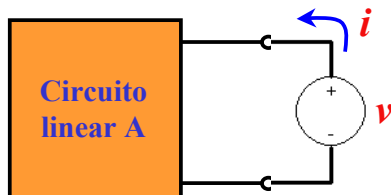
- Obter R_{eq} por simples combinação de resistências **não é possível** porque a fonte dependente não pode ser desactivada.

2.2-18

Equivalente de Thévenin - Método universal

- É um método que pode ser aplicado a todos os circuitos.

Como funciona?



- Dado o **circuito A**...

- ... aplicamos nos terminais uma fonte de tensão de valor v , com corrente i .

- Depois analisamos o circuito de forma a obter uma expressão de v em função de i , com a forma

$$v = ai + b$$

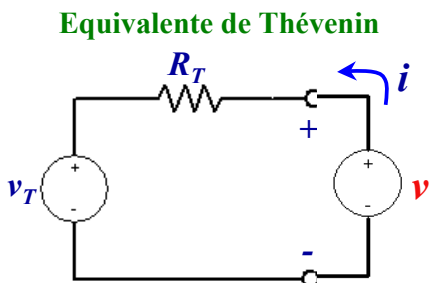
- Dos coeficientes a e b tiramos

$$R_T = a \quad \text{e} \quad v_T = b$$

2.2-19

Método universal - demonstração

- É fácil mostrar que o Método Universal funciona recorrendo ao próprio Equivalente de Thévenin.



- Aplicamos então aos terminais uma fonte de tensão de valor v , com corrente i .

- Aplicando KVL: $-v_T - R_T i + v = 0$

$$v = R_T i + v_T$$

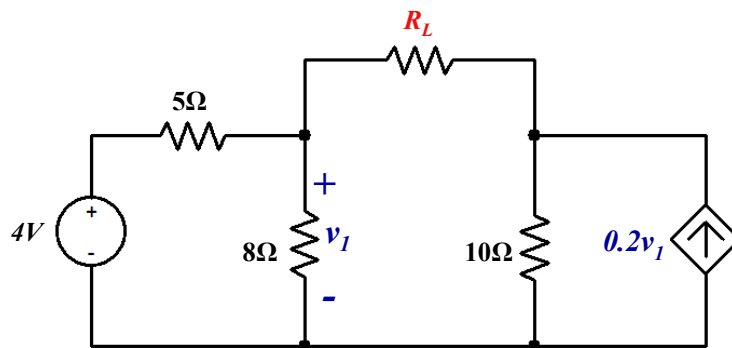
- Obtemos então uma relação de v em função de i , com a forma

$$v = ai + b$$

- Donde se conclui que $a = R_T$ e $b = v_T$.

2.2-20

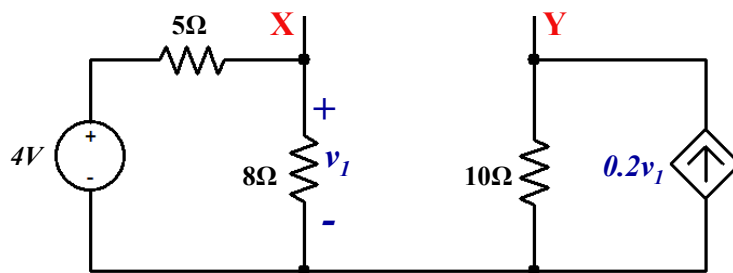
Exemplo: determinar o equivalente de Thévenin visto pela resistência R_L .



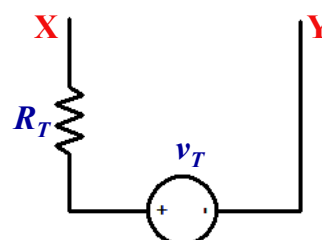
2.2-21

Exemplo

● Retiramos R_L e determinamos o Equivalente de Thévenin entre os terminais **X** e **Y**.



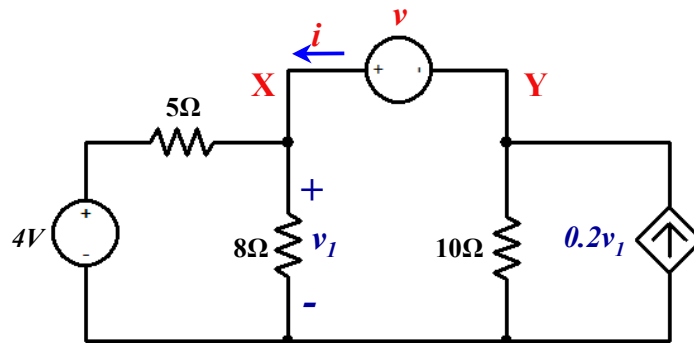
Equivalente de Thévenin



2.2-22

Exemplo

- Como o circuito tem uma fonte dependente, teremos de usar o **Método Universal**;



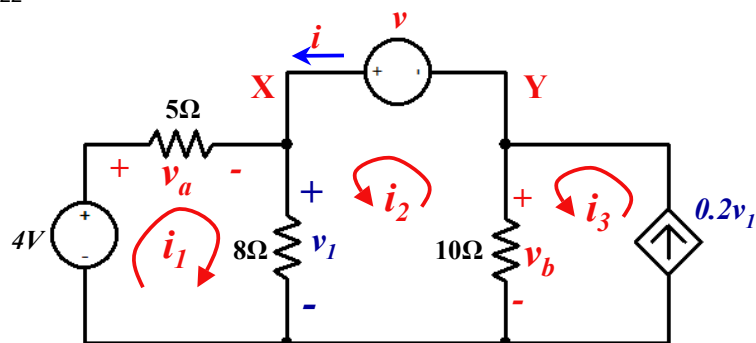
- Agora o objectivo é determinar uma relação matemática de v em função de i , com a forma

$$v = ai + b$$

2.2-23

Exemplo

- Vamos fazer uma **Análise de Malhas**;
- Marcamos correntes de malha...



- ... e tensões nas resistências;

- Aplicando KVL:
$$\begin{cases} -4 + v_a + v_1 = 0 \\ -v_1 + v + v_b = 0 \\ i_3 = 0.2v_1 \end{cases}$$

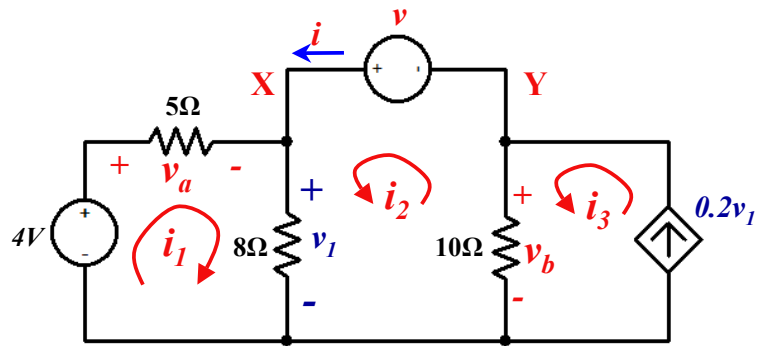
Sendo as tensões dadas por:

$$\begin{aligned} v_a &= 5i_1 \\ v_b &= 10(-i_2 + i_3) \\ v_1 &= 8(i_1 + i_2) \end{aligned}$$

2.2-24

Exemplo

- Substituindo as tensões e sabendo que $i_2 = i$:



$$\begin{cases} -4 + 5i_1 + 8(i_1 + i) = 0 \\ -8(i_1 + i) + v + 10(-i + i_3) = 0 \\ i_3 = 0.2[8(i_1 + i)] \end{cases}$$

- Eliminando as incógnitas i_1 e i_3 , ficamos com uma expressão apenas com v e i , como pretendido

$$v = 6.92i - 2.46$$

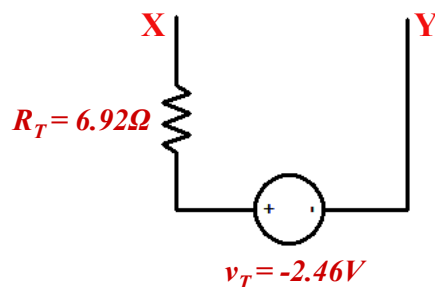
2.2-25

Exemplo

$$v = 6.92i - 2.46$$

$$v = ai + b$$

$$R_T = a \quad \text{e} \quad v_T = b$$

Equivalente de Thévenin

2.2-26

Equivalente de Norton – Método Universal

- Se estivermos interessados no Equivalente de Norton e o circuito incluir fontes dependentes...
- ... começamos por determinar o Equivalente de Thévenin recorrendo ao método universal... e depois obtemos o Equivalente de Norton por Transformação de fontes:

