

Universidade de São Paulo (USP)  
Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM)  
MPM 5609 – Projetos em Ensino de Matemática  
Professora Ana Paula Jahn

## **Pré-Projeto de Pesquisa**

Felipe Barreira, nºUSP 7157752

São Paulo  
04/12/2016

## 1) Motivação<sup>1</sup>

Durante minha graduação no curso de Licenciatura do IME-USP, como requisito da grade curricular, cursei a disciplina de Geometria e Desenho Geométrico I, naquela instância, lecionada pelo prof. Sérgio Alves. O programa consistiu em estudar os postulados da Geometria Euclidiana Plana partindo de uma abordagem mais crítica e reflexiva, assim como incentivar o raciocínio dedutivo na resolução de problemas geométricos através do estudo de construções geométricas com régua e compasso, devidamente justificadas.

Com isso, a disciplina me chamou a atenção para dois pontos: O Desenho Geométrico pressupõe grande potencial para promover o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo; o segundo ponto foi que, em retrospecto, notei uma carência de Desenho Geométrico em minha formação na Educação Básica, em parte devido ao fato de não ser componente obrigatório do currículo de Matemática.

Tendo como meta investigar e refletir sobre esses dois pontos, julgo cabível o uso de recursos digitais, em particular, trabalhar com Geometria Dinâmica partindo da noção de que tecnologias digitais tem espaço em sala de aula e na Educação de Matemática. À vista disso, tais tecnologias digitais devem ser trabalhadas de acordo com suas potencialidades e respeitando suas limitações, e não apenas para complementar ou substituir inteiramente métodos tradicionais, mas sim com o objetivo de cada vez mais propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos.

Dentre os recursos digitais, a ideia de se trabalhar com jogos nasceu quando presenciei usuários de um fórum virtual americano discutindo sobre um jogo baseado em construções geométricas, denominado *Euclid: The Game*. Notei que apesar do perfil de muitos desses usuários ser de pessoas que já passaram pela fase de escolarização básica, e mesmo não tendo contato aprofundado com certos conceitos matemáticos, havia interesse em resolver os níveis do jogo. Este interesse em grande parte, pode ser atribuído pelo aspecto desafiador do jogo, no qual os usuários tinham como objetivo opcional realizar as construções com o menor número de passos possíveis, além de seu design simples e prático.

---

<sup>1</sup> Devido ao fato deste capítulo ser baseado em experiências pessoais, excepcionalmente neste caso, o texto será escrito na primeira pessoa do singular.

O jogo traz em cada um de seus níveis uma construção geométrica como objetivo, uma dica e uma imagem de referência. As construções são realizadas dentro de um *applet* do Geogebra e inicialmente dispõe apenas de ferramentas básicas. O *website* também possui um sistema de pontuação destacando os usuários que completaram o jogo com o menor número de passos.

Apesar do jogo instigar a curiosidade para a Matemática, particularmente Desenho Geométrico, acreditamos que o jogo possui algumas limitações técnicas e não apresenta um grande aspecto didático. Neste sentido, julgamos importante em repensar sobre a organização de um jogo que trate de tais limitações e instigue o uso de justificativas mais elaboradas.

Primeiramente, o jogo só está disponível na língua inglesa, e mesmo sendo parte do currículo da Educação Básica, podemos supor que uma parcela considerável dos alunos ainda possuem pouco domínio desta língua. Outro ponto é a questão do feedback do jogo. Se o jogador construir corretamente, pontos são atribuídos e ele prossegue para o próximo nível. Porém, se o jogador enfrentar muita dificuldade, a dica disponibilizada pode não ser suficiente, gerando um desestímulo.

O problema mais importante que pretendemos tratar é a ausência de argumentação do raciocínio utilizado para as construções. Para passar de nível o usuário só precisa realizar a construção corretamente, não sendo motivado a se preocupar em validar ou justificar seus passos.

Os ambientes digitais possuem uma característica exploratória a qual permite o usuário testar suas conjecturas e inferir hipóteses, assim, a justificativa é tão importante quanto a própria construção. Diferente de apenas seguir uma fórmula, é ao justificar que se discute os conceitos matemáticos envolvidos que validam a construção e se desenvolve o raciocínio lógico necessário para fundamentar o aprendizado.

## **2) Pergunta Diretriz e Objetivos de Pesquisa**

A presente pesquisa tem como foco o *design* de um jogo digital envolvendo construções geométricas, cujo propósito é enfatizar as justificativas de tais construções e a capacidade dedutiva de alunos do Ensino Fundamental II. A partir da

utilização de recursos digitais para o ensino e aprendizado de Desenho Geométrico, estudaremos de que modo desenvolver um ambiente digital conceitualmente rico para a aprendizagem de Desenho Geométrico. Também investigaremos quais variáveis operam como incentivo e/ou obstáculo para a produção de justificativas e/ou provas de construções geométricas.

Embora resgatar a obrigatoriedade de Desenho Geométrico no Ensino Básico para todas as escolas do país esteja fora do escopo e alcance dessa pesquisa, acreditamos que a mesma pode oferecer meios para aprimorarmos nossa prática de ensino e promover o raciocínio lógico no aprendizado de Matemática.

Por meio de análises das atividades que serão realizadas em um *design* iterativo, desenvolveremos um jogo digital com a finalidade de auxiliar o aprendizado de Desenho Geométrico, e por extensão, de Geometria, ressaltando a importância de justificativas, além de fornecer um guia de sugestões e diretrizes para o professor em como utilizar tal recurso.

Sendo assim, esta pesquisa parte da seguinte pergunta diretriz:

**Quais elementos matemáticos e informáticos devem ser incorporados a um recurso digital, e em que medida, para que possam promover a produção de justificativas e/ou provas de alunos do Ensino Fundamental II em seu aprendizado de Desenho Geométrico?**

De acordo com nossos questionamentos, temos como objetivo geral desta pesquisa desenvolver um jogo digital envolvendo construções geométricas, cuja finalidade é incentivar a elaboração de justificativas e/ou provas em alunos do Ensino Fundamental. Seu potencial será avaliado ao longo da pesquisa por meio de ciclos de concepção e teste de atividades. Logo, para alcançarmos nosso objetivo principal, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- a) Compreender o estado atual do ensino de Desenho Geométrico na Educação Básica, como é previsto e como é abordado nas salas de aula, por meio de análise de livros didáticos, documentos oficiais e pesquisas prévias no tema.

- b) Investigar quais elementos matemáticos e informáticos, e sob quais formas, devem ser incorporados a um recurso digital para que enfatizem processos de argumentação e prova em construções geométricas planas

### **3) Justificativa**

O Desenho Geométrico é importante pois possibilita uma maior compreensão dos alunos aos conceitos da Geometria, assim como incentiva o uso de conjecturas para explicar ou justificar as construções geométricas. Também tem a característica de incentivar o raciocínio lógico-dedutivo dos alunos por meio de justificativas bem fundamentadas.

Costa e Rosa (2014, p.9) em um artigo, discutem sobre o desenvolvimento histórico do Desenho Geométrico no Brasil, defendendo a importância em recuperar seu ensino nas escolas:

[...] pois contribui para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos por estimular o desenvolvimento da criatividade, da organização, além de estimular a utilização de estratégias inovadoras para a resolução de problemas.

As potencialidades do ensino de Desenho Geométrico vão além uma abordagem bastante praticada, na qual a construção é apresentada com todos os seus passos, como uma fórmula a ser seguida com régua e compasso. Portanto, é necessário adotar abordagens de ensino que valorizem a discussão e justificativa de construções geométricas. Com isso, diversos autores evidenciam que trabalhar Desenho Geométrico em ambientes digitais podem favorecer o surgimento de diferentes meios para constatar propriedades e testar conjecturas.

Drisostes (2005) discute sobre a influência de *software* voltados para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ele atenta ao fato de que o importante não é responder como usar um computador em sala de aula, mas em como saber escolher e utilizar *software* para criar atividades voltadas para o ensino e aprendizado de Matemática (DRISOSTES, 2005). Entendemos que a importância de se discutir possíveis meios de como integrar tecnologias digitais no ensino e aprendizado de Matemática, transcende qualquer dúvida sobre a pertinência de implementar recursos digitais no dia-a-dia do ambiente escolar.

Os professores precisam estar preparados e dispostos com a proposta para desenvolver qualquer tipo de atividade em ambientes digitais. Pelli (2014), investigou as contribuições de *software*, como o Geogebra, para o ensino de Geometria Plana na Educação a Distância em um curso de Licenciatura em Pedagogia. Segundo sua pesquisa, boa parte dos graduandos apresentavam algum tipo de adversidade com a Geometria e 61,5% dos participantes afirmaram que nunca foram motivados a justificarem suas construções (PELLI, 2014).

Em relação as contribuições das atividades trabalhadas em ambiente digital, ela argumenta “que potencializou a aprendizagem de determinados conteúdos geométricos por meio de diferentes registros de representação obtidos por sua interface básica” (PELLI, 2014, p.189). Isto evidencia o fato de que eventuais inseguranças de (futuros) professores em relação ao uso de *software* educativos podem ser remediadas com familiarização e instrução de tais recursos.

Hajnal (2007) analisou como o uso de *software* poderia ajudar os alunos em suas argumentações e provas no ensino de Geometria Analítica Plana. Para sua pesquisa, ela elaborou uma sequência didática, na qual os alunos trabalharam tanto com material concreto como com recursos digitais. Ela afirma que “os desenhos em movimento ajudaram os alunos a construir suas próprias conjecturas, sendo assim, o ambiente favoreceu a construção de argumentações e provas” (HAJNAL, 2007, p. 200).

Documentos oficiais como PCN (BRASIL, 1998) e a proposta curricular do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2016) denotam a importância em se discutir demonstrações, assim como também defendem o recurso às Tecnologias da Informação. O trabalho de demonstração aparece como competência a ser desenvolvida e é uma característica essencial no fazer matemático.

Christou et al. (2004) discutem sobre as relações entre exploração empírica de problemas e demonstrações geométricas dedutivas, defendendo uma fase inicial de exploração dos problemas propostos:

A fase [de exploração] que precede a da justificativa ajudou os estudantes a construir evidências empíricas sobre a legitimidade de suas conjecturas. [...] No presente estudo, nós constatamos que a Geometria Dinâmica e questões adequadas induziram ou motivaram os estudantes a buscarem justificativas para suas conjecturas (CHRISTOU et al., 2004, p. 7).

Neste sentido, priorizar a argumentação de construções geométricas se alinha quase que naturalmente com o uso de recursos digitais, particularmente, da Geometria Dinâmica, pois seu dinamismo auxilia na exploração e constatação de propriedades, levantamento de hipóteses e teste de conjecturas.

Ao responder os questionamentos que servem como base para esta pesquisa, pretendemos apresentar como produto uma sequência didática no formato de um jogo digital, podendo ser utilizado dentro ou fora de sala de aula para o ensino e aprendizagem de Desenho Geométrico, acompanhado de orientações para o professor segundo as reflexões e considerações realizadas durante a pesquisa. Sua validação ocorrerá por meio de experimentações e testes ao longo de seu desenvolvimento, assim como as análises de atividades realizadas durante a pesquisa.

Diferente de pesquisas que estudam as contribuições de recursos digitais e propõem sequências didáticas com construções geométricas dinâmicas, um jogo pode servir como facilitador e mediador da aprendizagem, além de desenvolver habilidades cognitivas e proporcionar o aprendizado através da descoberta (SAVI; ULBRICHT, 2008). Um jogo adequadamente confeccionado para o aprendizado possibilita um ambiente no qual o aluno pode construir seu próprio conhecimento, sistematicamente e livremente para explorar, testar, errar e aprender.

#### **4) Referencial Teórico**

De acordo com a questão norteadora exposta, a pesquisa se encontra em uma dimensão didático-cognitiva. Ao mesmo tempo que como educadores-pesquisadores temos por meta aperfeiçoar o Ensino de Matemática buscando novas práticas, também estamos interessados no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Deste modo, nos basearemos nas ideias de Lev Vygotsky e sua Teoria do Desenvolvimento Social. Vygotsky defendia que o aprendizado é fundamental para o desenvolvimento social da criança e que, para compreender seu desenvolvimento deve-se levar em consideração o meio que a mesma está inserida.

O primeiro conceito fundamental de sua teoria é a Zona de Desenvolvimento Proximal, que pode ser entendido como “a diferença entre o que uma criança realiza

sozinha e o que ela consegue realizar sob a orientação e encorajamento de alguém mais experiente” (MCLEOD, 2014, p.3, tradução nossa). Este alcance para o conhecimento apropriado ocorre a partir de intervenção de um agente externo, que para Vygotsky, “nosso contato [com o mundo] é indireto ou mediado por signos e instrumentos, pelo outro” (BRAGA, 2010, p.23).

Esta é a base da Teoria da Mediação proposta por Vygotsky, na qual o aprendizado ocorre pela mediação de ferramentas técnicas e cognitivas por meio de um agente externo mais experiente:

Apesar da implicação de que esse outro mais experiente é um adulto ou professor, este nem sempre é o caso. Por exemplo, [...] tutores eletrônicos tem sido usados em ambientes educacionais para facilitar e orientar alunos através do processo de aprendizagem. (MCLEOD, 2014, p.3, tradução nossa).

Semelhante à Vygotsky com a linguagem, o computador pode ser visto como um mediador do aprendizado segundo Oleg K. Tikhomirov (1981). De acordo com Gracias (2003), Tikhomirov (1981) defendia que o computador não tem papel de apenas substituir ou suplementar o pensamento humano no processamento de informação, mas sim de mediar. Esta é a essência de sua teoria da reorganização do pensamento humano que:

Segundo ele, não se trata de considerar como o computador pode substituir processos mentais, ou permitir um aumento puramente quantitativo nos processos psicológicos já existentes. O foco deve ser enxergar o computador como um novo tipo de tecnologia que pode mediar a atividade humana. (GRACIAS, 2003, p.65).

Levando em consideração que Tikhomirov estava situado nos anos 80, período o qual a tecnologia informatizada ainda estava se descobrindo, podemos entender que, atualmente, não apenas o computador pode servir de mediador, mas também qualquer máquina operacional interligada com o meio digital, por exemplo, tablets. Neste contexto, Tikhomirov (1981) acreditava que o pensamento humano é operado dentro de um sistema ser-humano-computador.

Segundo Pierre Lévy (1993), mudanças nas tecnologias intelectuais condicionam possibilidades de mudança no pensamento humano de uma determinada cultura. Esta é a base da ecologia cognitiva, que para Lévy (1993), é composta por um coletivo pensante, onde um “[...] sistema ser-humano-computador é ampliado para um sistema pensante homem-coisas, sistema este que inclui as



tecnologias intelectuais que condicionam, embora não determinem o pensamento” (GRACIAS, 2003, p.71).

Em suma, a reorganização do pensamento, condicionada pelas mudanças nas tecnologias, abre um leque de possibilidades para a sociedade. Um coletivo pensante de homens-coisas inseridos nessa sociedade envolvida pela tecnologia digital, se desenvolve mediante agentes externos de diversas formas. Deste modo, acreditamos que os ambientes digitais funcionam como *micromundos* do mundo físico, com suas propriedades, regras e ferramentas para o aprendizado, nos quais o computador pode vir a ser um agente mediador do conhecimento. Seymour Papert (1986) define *micromundos* como:

[...] um ambiente de aprendizagem interativa baseado no computador onde os pré-requisitos estão embutidos no sistema e onde os aprendizes podem tornar-se ativos, arquitetos construtores de sua própria aprendizagem. (PAPERT, 1986, p.151 apud SANTOS, 2012, p.33).

Papert (1986) elaborou o conceito de *micromundos* como um meio de descrever a linguagem de programação educativa LOGO, caracterizado pela “geometria da Tartaruga”. A partir de uma interface, é possível controlar um tartaruga por meio de comandos simples e, através dela, traçar desenhos e figuras geométrica.

*Software* como Geogebra e Cabri Géomètre possibilitam a criação de micromundos da Geometria nos quais os alunos podem expandir suas ferramentas e desenvolver seu próprio conhecimento, assim como “o micromundo permite ao *designer* a criação de atividades que estimulem ao aprendiz a exploração de diversos conceitos através da manipulação dos objetos criados” (DRISOSTES, 2005, p. 20). Neste sentido, jogos digitais também podem ser ambientes interativos de aprendizagem conceitualmente rico, possibilitando aos alunos que tenham participação ativa na construção de sua própria aprendizagem.

Para a realização e análise das atividades, nas quais o intuito é de investigar como os alunos justificam suas construções, basearemos nos conceitos de Nicolas Balacheff sobre tipos de prova e níveis de validação, conforme a abordagem de Gravina (2001). Para Balacheff (1987) há dois tipos de prova, as pragmáticas e as conceituais:

As primeiras são explicações advindas de ações diretas sobre certas representações dos objetos matemáticos.  
As segundas já não dependem apenas da ação efetiva sobre a representação, mas têm nas ações interiorizadas e no discurso lógico-

dedutivo o controle dos objetos e de suas relações. (GRAVINA, 2001, p.66).

Dentre os tipos de prova, Balacheff (1987) identifica quatro níveis de argumentação, sendo as três primeiras pragmáticas e a última conceitual, descritas em Jahn e Healy (2008):

- 1) Empirismo Ingênuo: A conclusão em relação à certeza de uma proposição é extraída da observação de um pequeno número de casos.
- 2) Experimento Crucial: O aluno apresenta um exemplo escolhido especificamente para testar a validade da afirmação. O raciocínio associado a esta categoria é “se posso mostrar que é verdade neste caso, posso generalizar para todos os outros”.
- 3) Exemplo Genérico: são realizadas operações e transformações a partir de um exemplo, mas esse exemplo é tratado como representativo ou característico de sua classe. Portanto, nestes argumentos, a validade da proposição é extraída das propriedades matemáticas do objeto em questão e não apenas das evidências empíricas.
- 4) Experimento de Pensamento: As operações e relações utilizadas não envolvem exemplos particulares e são expressas de forma a explicitar sua generalidade. (JAHN; HEALY, 2008, p.3)

## **5) Metodologia**

Para atender os objetivos desta pesquisa, utilizaremos diversos aspectos metodológicos que melhor se adequam a cada etapa do projeto de pesquisa. Caracterizamos esta pesquisa como qualitativa, pois não há interesse em representatividade numérica e estudo de grandes populações, mas sim em estudar as qualidades dos sujeitos como um todo e “[...] em verificar como determinado fenômeno se manifesta nas atividades, procedimentos e interações diárias” (GODOY, 1995, p.6). Portanto, a pesquisa qualitativa procura descrever os fenômenos que envolvem um determinado grupo social ou indivíduos, estudando as particularidades do meio em que estão imersos e as variáveis presentes do cotidiano.

Em específico, o foco do estudo é o processo de aprendizagem e raciocínio envolvido nas argumentações de construções geométricas em ambientes digitais. A pesquisa qualitativa também “ênfatiza o sujeito como meio de compreender e interpretar as experiências” (GERHARTD, 2009, p.34), neste sentido, realizaremos uma pesquisa aplicada com um pequeno grupo de alunos do Ensino Fundamental II de uma escola da rede pública de São Paulo.

Acreditamos que, para entender melhor um fenômeno é necessário fazer uma triangulação, que “consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção de dados” (ARAUJO; BORBA, 2004, p.35), de modo que eleve a validação da análise e, por consequência, a convicção das conclusões realizadas. Portanto, inicialmente teremos um levantamento bibliográfico de pesquisas e estudos no tema em questão, objetivando identificar o que já foi produzido e é reconhecido.

Almejamos analisar alguns livros didáticos de coleções aprovadas pelo PNLD (BRASIL, 2014) para averiguar de que maneira é abordado o ensino de Desenho Geométrico no Ensino Fundamental, partindo do pressuposto de que a prática docente se reflete na escolha do material didático utilizado. Também estudaremos o que é previsto para esse ensino com base em documentos oficiais como LDB (BRASIL, 1996), PCN (BRASIL, 1998) e Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2016).

Com o propósito de compreender quais processos e obstáculos envolvidos na aprendizagem de Desenho Geométrico em ambientes digitais, providos das leituras realizadas e referencial teórico adotado, utilizaremos aspectos da metodologia de pesquisa *Design-Based Research*, baseada na abordagem de *Design Experiment* de Cobb et al. (2003).

Pode-se entender que o objetivo principal desta metodologia é compreender de que modo a aprendizagem de conceitos matemáticos ocorre em determinadas condições e recursos. Também que, sua “ênfase está na análise do pesquisador à respeito do pensamento matemático dos estudantes e das modificações desses pensamentos” (KARRER, 2006, p.197). Nesse sentido:

A intenção da pesquisa baseada em *design* na educação é de inquirir mais amplamente na natureza da aprendizagem em um sistema complexo e refinar teorias generativas da aprendizagem (DRISOSTES, 2005, p.43).

Para isso, o professor-pesquisador parte de hipóteses iniciais que podem ser validadas ou refutadas por meio de atividades e, a partir de suas análises, reformula ou gera novas hipóteses. O professor-pesquisador também tem a função de “criar meios de interação que possam encorajar os estudantes a modificar seus pensamentos atuais” (KARRER, 2006, p.224).

É uma metodologia que busca desenvolver novas formas de ensino, preocupada em como se dá a aprendizagem do aluno e quais variáveis contribuem para seu desenvolvimento. Sendo assim, nosso objetivo teórico é entender quais processos de argumentação e prova podem emergir em uma abordagem de ensino de Desenho Geométrico integrando um recurso digital (do tipo jogo).

A criação do jogo digital ocorrerá em uma fase de *design*, composta por ciclos de concepção e teste de atividades. A partir da análise preliminar provida da triangulação de fontes, estabeleceremos as hipóteses iniciais que funcionarão como base para o primeiro ciclo de atividades. A cada ciclo, conjecturas sobre o ensino e aprendizagem serão propostas, testadas e reformuladas.

As atividades envolvendo construções geométricas dinâmicas serão elaboradas de acordo com o referencial teórico adotado, discutindo o que se pretende avaliar e as possíveis ações dos alunos. Sendo assim, o jogo será desenvolvido e validado ao longo de toda a pesquisa por meio das análises obtidas pelos ciclos iterativos. Em cada nível do jogo, o usuário tem por objetivo uma construção geométrica com ferramentas pré-estabelecidas, ao passo que, conforme progride no jogo as construções anteriores podem servir de ferramentas para as mais complexas.

A finalidade do jogo é que o usuário desenvolva seu conhecimento a partir de construções geométricas e conceitos previamente estabelecidos, bem como este também incentiva a argumentação de seu raciocínio, conduzindo para uma justificativa formal. Ao final de cada nível, o usuário precisa escolher possíveis argumentos pré-definidos disponíveis e deverá relacioná-los com as passagens realizadas durante a construção.

O jogo será disponibilizado em um website para acesso público e também terá um guia de referência para o professor com sugestões de como trabalhar atividades em sala de aula utilizando o jogo. Enquanto a confecção deste jogo visa o aprendizado de atuais e futuros alunos do Ensino Fundamental, os autores não só acreditam, mas também incentivam que o mesmo pode ser jogado por qualquer um, dentro ou fora de

sala de aula, na expectativa de que possa gerar interesse até mesmo naqueles mais afastados da matemática.

## 6) Cronograma

De acordo com nossos objetivos e fases metodológicas explicitadas nos capítulos anteriores, as seguintes ações essenciais serão realizadas ao longo do projeto:

- a) Levantamento Bibliográfico;
- b) Criação do código base do jogo e website;
- c) Análise de livros didáticos e documentos oficiais;
- d) Fase de Design (ciclos de elaboração e teste de atividades);
- e) Exame de Qualificação;
- f) Análise dos dados coletados;
- g) Confeção do material didático (Jogo e website com atividades);
- h) Defesa da Dissertação.

Ano	2016		2017						2018				
Ação	10/11	11/12	1/2	3/4	5/6	7/8	9/10	11/12	1/2	3/4	5/6	7/8	9-12
A	X	X											
B		X	X										
C				X	X								
D					X	X	X						
E								X					
F								X	X	X			
G											X	X	
H*													X

\*Defesa prevista, para no máximo, 2º semestre de 2018.

## 7) Referências Bibliográficas

1. ARAUJO, L. A.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: \_\_\_\_\_.(Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica. vol. 9, 2004. cap. 1, p. 25-45.
2. BRAGA, E. S. Lev Vigotsky-Principais Teses: A constituição social do desenvolvimento. In: **Educação**. São Paulo, 2010. v.2, p.20-29,
3. BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: SEF, 1998.
4. CHRISTOU, C. et al. Proofs through exploration in Dynamic Geometry Environments. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 28., 2004, Bergen. **Anais...** Karlsruhe: PME, 2004. v.2, p.215-222.
5. DRISOSTES, C. A. T. **Design iterativo de um micromundo com professores de matemática do ensino fundamental**. 2005. 263f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
6. GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Universidade Aberta do Brasil. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. 120f.
7. GODOY, A. S. Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas Possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.
8. GRACIAS, T. A. S. **A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática**. 2003. 175f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2003.
9. GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. 277f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande Do Sul. Porto Alegre, 2001.

10. HAJNAL, F. **O estudo do paralelismo no ensino da geometria analítica plana: do empírico ao dedutivo**. 2007. 236 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
11. JAHN, A. P.; HEALY, L. Argumentação e prova na sala de aula de matemática: Design colaborativo de cenários de aprendizagem. In: Reunião Anual da ANPEd, 31., 2008, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPEd, 2008.
12. KARRER, M. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica**. 2006. 414f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2006.
13. MCLEOD, S. A. **Lev Vygotsky**. 2014. Disponível em [www.simplypsychology.org/vygotsky.html](http://www.simplypsychology.org/vygotsky.html). Acesso em: 14 nov. 2016.
14. PAPERT, S. Logo: Computadores e educação. Tradução de: VALENTE, J. A.; BITEMAN, B.; RIPPER, A. v.2. São Paulo: Editora Brasiliense. 1988. 225f.
15. PELLI, D. **As contribuições do software geogebra como um mediador do processo de aprendizagem da geometria plana na educação a distância (EAD) em um curso de licenciatura em pedagogia**. 2014. 249f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2014.
16. ROSA, M.; COSTA, E. A. S. Fragmentos históricos do desenho geométrico no currículo matemático brasileiro. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2015, São João del Rei. **Anais...** São João del Rei: UFSJ, 2015. v. 1, p. 1-11.
17. SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria Estadual da Educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: SEE/SP, 2011.
18. SAVI, R.; ULBRICHT, V. R. Jogos Digitais Educacionais: Benefícios e Desafios. In: **RENTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**. Porto Alegre, 2008. v. 6, p. 1-10.