

Nome: Felipe Brito de Assis Pessoa  
Matrícula: 2025690830

### INSTRUÇÕES

- (a) As respostas devem estar na prova no espaço designado para tal.
- (b) A interpretação das questões faz parte da prova. Explique as suposições que fizer.
- (c) Não é permitido o uso de material de consulta.

**Questão 3 (6 pts)** Liste três diferenças principais entre um Autoencoder (AE) tradicional e um Variational Autoencoder (VAE), abordando:

- A função objetivo (loss)
- A estrutura do espaço latente
- Aplicações típicas

Inclua também uma vantagem do uso de VAEs em relação a AEs.

Resposta: Um AE apenas minimiza a perda de reconstrução entre a entrada original e a saída reconstruída, ex:  $\mathcal{L}_{AE} = \|x - g(f(x))\|^2$ . No entanto, um VAE maximiza o ELBO, que combina o termo de reconstrução e um termo de regularização (divergência KL) entre a distribuição latente aprendida e uma a priori, ex:  $\mathcal{L}_{VAE} = \mathbb{E}_{q_\phi(z|x)} [\log p_\theta(x|z)] - \text{KL}(q_\phi(z|x) \| p(z))$ .

- AE tem espaço latente determinístico, enquanto VAE tem espaço latente probabilístico
- AEs são usados para compressão de dados, remoção de ruído e reconstrução. Os VAEs são mais aplicados para geração de dados, ex: imagens, voz e moléculas.

Os VAEs permitem gerar novas amostras realistas a partir de uma distribuição latente contínua e suave, enquanto os AEs só são capazes de reconstruir a entrada, não sendo capazes de gerar novas amostras realistas.

**Questão 6 (6 pontos)** A função de perda (loss) de um VAE é dada por:

$$\mathcal{L} = -\mathbb{E}_{q_\phi(z|x)} [\log p_\theta(x|z)] - \text{KL}(q_\phi(z|x) \| p(z))$$

Por que não é possível fazer backpropagation diretamente sobre amostras de  $q_\phi(z|x)$ , e como esse problema é contornado?

Resposta: Ao calcular o gradiente desse funcional em relação a  $\phi$ , há o problema que a distribuição  $q_\phi(z|x)$  depende de  $\phi$  e a variável  $z$  é amostrada de um processo estocástico. É justamente neste ponto que a derivada não é bem definida, impedindo o back propagation.

Para contornar esse problema, usa-se uma estratégia de reparametrização de  $z$  por uma transformação diferenciável e invertível de uma outra variável aleatória  $\epsilon$ :  $z = g(\phi, x, \epsilon)$  tal que a distribuição de  $\epsilon$  seja independente de  $x$  e  $\phi$ . Se  $q_\phi(z|x) = \mathcal{N}(z; \mu(x; \phi), \sigma^2(x; \phi))$ , uma reparametrização possível é  $p(\epsilon) = \mathcal{N}(\epsilon; 0, I)$ ;  $z = \mu(x; \phi) + \sigma(x; \phi) \odot \epsilon$ . Como a amostragem é desacoplada do parâmetro  $\phi$  (aleatoriedade vem de  $\epsilon$ ), a esperança se torna em relação a  $p(\epsilon)$  e se torna possível calcular gradientes com relação a  $\phi$ , já que  $z$  é diferenciável em  $\phi$ . Por fim, o gradiente é estimado via integração de Monte Carlo.