

Tarefa #5

A tarefa final abordará todas as cinco etapas do problema de identificação de sistemas: projeto de testes, escolha da representação matemática, seleção de estrutura, estimação de parâmetros e validação do modelo.

Antes de iniciar esta tarefa, estude atentamente os Capítulos 12 e 13 do livro texto.

É permitida a formação de *duplas* para realização desta tarefa. Além dos arquivos `.m`, devidamente organizados, cada dupla deverá entregar um documento em formato `pdf` com descrição detalhada das soluções bem como análise crítica dos resultados.

Recomendamos o uso das funções de Matlab disponíveis aqui.

Exercício 1

Considere o sistema linear e invariante no tempo representado pela seguinte função de transferência

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

em que a_1, a_2, b_1 e b_2 são parâmetros definidos de forma a obter um sistema assintoticamente estável e subamortecido. **Pede-se:**

a) Projeto de teste:

Escolha valores para a_1, a_2, b_1 e b_2 que resultem em um sistema assintoticamente estável e subamortecido. Explique como tais valores foram definidos.¹ Simule a resposta $y(k)$ desse sistema a uma entrada $u(k)$ do tipo PRBS. Justifique a escolha dos parâmetros do PRBS. Obtenha também a saída ruidosa $y_m(k)$. Ou seja, para a mesma sequência de dados de entrada $u(k)$, obtenha as saídas $y(k)$ e $y_m(k)$. Considere o caso de ruído na equação (ruído de processo), tal que:

$$y_m(k) = -a_1 y_m(k-1) - a_2 y_m(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + e(k).$$

Observação: escolha o desvio padrão do ruído branco $e(k)$ de forma a obter uma relação sinal-ruído maior que 10dB.²

b) Estimação de parâmetros:

Formule o problema de estimação de parâmetros sob a perspectiva do algoritmo de mínimos quadrados. Ou seja, defina a matriz de regressores Ψ , o vetor de observações \mathbf{y} e o vetor de parâmetros θ .

c) Estime os parâmetros desse sistema usando os dados sem ruído, isto é, (i) use os dados $u(k)$ e $y(k)$ e, em seguida, (ii) $u(k)$ e $y_m(k)$. Interprete os resultados fazendo comparação entre os valores estimados para os parâmetros e os valores verdadeiros, bem como comparando os gráficos da resposta ao degrau dos modelos estimados e da resposta ao degrau do sistema verdadeiro $H(z)$. Para realizar a simulação da resposta ao degrau dos modelos estimados, considere ambos os casos de simulação um passo a frente e simulação livre. Analise os resultados.

¹Dica: É mais intuitivo definir uma função de transferência $H(s)$ de segunda ordem e usar um método de discretização (como o método de retentor de ordem zero - usar função `c2d` com parâmetro `'zoh'`) para obter $H(z)$.

²A relação sinal-ruído (SNR) de um sinal $y_m = y(k) + e(k)$ é dada por $\text{SNR} = 20 \log_{10} \frac{\sigma_y}{\sigma_e}$, em que σ_y e σ_e são os desvios padrão de $y(k)$ e $e(k)$, respectivamente.

e) Estrutura do modelo:

Nos itens b) e c), assumiu-se conhecida a estrutura do modelo, a qual é de segunda ordem para o sistema em estudo. Considere os seguintes casos: (i) que o modelo estimado seja escolhido de primeira ordem ($b_2 = a_2 = 0$) e (ii) que o modelo estimado tenha estrutura de terceira ordem (defina os parâmetros b_3 e a_3). Repita os itens b) e c) e interprete os resultados.

Exercício 2

Considere os dados de tempo $t = kT_s$, entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ amostrados de um sistema dinâmico simulado e disponíveis no arquivo `tmsd_tarefa5.txt`. Deseja-se identificar um modelo ARX (equação de diferenças linear) para esse sistema. **Pede-se:**

a) Preparação dos dados:

- (i) Divida os dados disponíveis em dois conjuntos: dados de identificação e dados de validação. Qual trecho do ensaio seria mais adequado para ser usado como dados de identificação? Por quê? Mostre gráficos para sinais de entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ em ambos os casos.
- (ii) Escolha um novo tempo de amostragem adequado $T = dT_s$, em que d é um fator de decimação, para identificação desse sistema. Ou seja, se necessário, decime os dados. Considere o método da “Seção 12.2.4 - Escolha do tempo de amostragem” baseado em funções de autocorrelação.³ Decime os dados de entrada e saída e utilize somente os dados decimados nos próximos itens. Mostre gráficos para sinais de entrada e saída após decimação para dados de identificação.
- (iii) Use a função de correlação cruzada (FCC) para verificar se os dados de entrada e saída estão suficientemente correlacionados para que sejam usados para identificação de um modelo.

b) Seleção de estrutura:

Empregue o critério de Akaike (veja “Seção 12.3.1 Seleção da ordem de modelos lineares”) para selecionar a ordem do modelo ARX. Considere, para tal, modelos de primeira até sexta ordem. Observe que, a cada aumento de ordem, dois novos parâmetros são adicionados (um relacionado à entrada u e outro à saída y). Compare resultado obtido com um outro critério de informação.

c) Estimação de parâmetros:

Use o estimador de mínimos quadrados⁴ para achar os parâmetros do modelo ARX de ordem selecionada no item anterior.

d) Validação:

- Valide⁵ o modelo para os seguintes casos: (i) simulação um passo a frente e (ii) simulação livre. Avalie criticamente os resultados, considerando cada tipo de simulação.
- (iii) Calcule o índice RMSE em cada caso.
- (iv) Verifique se os resíduos $\xi(k)$ do modelo estão suficientemente não-correlacionados.

³Em edições anteriores, equivale à Seção 12.2.3.

⁴Na verdade, o próprio critério de informação demanda que os parâmetros sejam estimados para cada um dos valores testados para ordem do modelo. Neste item, espera-se que seja apresentado, de forma detalhada, o procedimento de estimação de parâmetros para a ordem de modelo escolhido.

⁵Neste item, os dados de validação separados no item a).(i) acima devem ser usados a fim de avaliar desempenho do modelo em uma massa de dados diferente da usada durante sua obtenção.