Lista 8 - Redes Neurais Artificiais

July 21, 2021

Felipe Bartelt de Assis Pessoa - 2016026841

1 RBFs Aleatórias

Primeiramente, redefiniu-se as funções criadas no exercício passado para treinamento e avaliação de RBFs com k-médias, que tiveram pequenas modificações devido à divergência nos métodos por causa de valores numéricos pequenos, além das funções de remoção e normalização de dados de entrada e avaliação de acurácia:

```
[4]: def h_rbf(x, centers, cov_mat):
         m = x.shape[0]
         dist = x - centers
         if cov_mat.ndim < 2:</pre>
             cov_mat = np.eye(m) * cov_mat
         norm_factor = 1/np.sqrt((2*np.pi)**m * np.linalg.det(cov_mat))
         h = norm_factor * np.exp(-0.5 * dist @ np.linalg.inv(cov_mat) @ dist.T)
         return h
     def train_RBF(x_train, y_train, hidden_dim, indep = False):
         km = KMeans(hidden_dim).fit(x_train)
         centers = km.cluster_centers_
         cov_list = []
         N = x_{train.shape}[0]
         m = x_train.shape[1]
         h = np.zeros((N, hidden_dim))
         for p in range(hidden_dim):
             p_samples = (km.labels_ == p).nonzero()
             if indep:
                  cov_mat = np.diag(np.var(x_train[p_samples], axis=0))
                  cov_mat = np.cov(x_train[p_samples], rowvar=False) + 0.001*np.
      \rightarrowdiag(np.ones(m))
```

```
cov_list.append(np.copy(cov_mat))
        center = centers[p,:]
        h[:,p] = np.array([h_rbf(x_sample, centers[p], cov_mat) for x_sample in_
→x_train])
   h = np.nan to num(h)
    h_{aug} = np.append(np.ones((N, 1)), h, axis=1)
    w, *_ = np.linalg.lstsq(h_aug, y_train)
    w = np.nan_to_num(w)
    return (h, w, centers, cov_list)
def eval_RBF(x_test, rbf_params):
    w = rbf_params[1]
    hidden_dim = rbf_params[0].shape[1]
    centers = rbf_params[2]
    cov_list = rbf_params[3]
    N = x_{test.shape}[0]
   h = np.zeros((N, hidden_dim))
    for p in range(hidden dim):
        cov_mat = np.copy(cov_list[p])
        h[:,p] = np.array([h_rbf(x_sample, centers[p], cov_mat) for x_sample in_
\rightarrow x_test]
    h = np.nan_to_num(h)
    h = np.append(np.ones((N, 1)), h, axis=1)
    y_hat = h @ w
    return y_hat
def normalize_features(X, mean, std):
    Xtemp = np.copy(X)
    Xtemp = Xtemp - mean
    Xtemp = Xtemp / std
    return Xtemp
def delete_features(X, feat_idx):
    # Returns matrix X with features indexes in feat_idx ignored
    Xtemp = np.copy(X)
    Xtemp = np.delete(Xtemp, feat_idx,1)
    return Xtemp
def eval_accuracy(y_hat, y, nn_type = 0):
   # Divides quadratic error by 4 if activation function is tanh
    N = np.shape(y)[0] * (4 ** nn_type)
    return (1 - ((y-y_hat).T @ (y-y_hat)) / N).ravel()
```

Em seguida, definiu-se a função de clustering randômica com o seguinte intuito: dado um número desejado de clusters i, para cada cluster toma-se i dados de entrada, aleatoriamente, então toma-se seu centro como a média desses i dados de entrada. Definiu-se que cada cluster teria seu próprio raio, não necessariamente igual para todos, assim, esse foi definido como a média da variância, por linha, dos i dados escolhidos. A função também classifica os dados de entrada com base distância euclidiana, sendo a classe igual ao número do cluster, cuja distância até o ponto é a menor. A função retorna os um vetor de centros centers, uma lista de raios radii e as classificações dos dados g. Seus parâmetros de entrada são os dados de entrada g0 número desejado de g1 number

```
[5]: def random_clustering(X, number):
         N = X.shape[0]
         rand idx = np.arange(0,N)
         np.random.default_rng().shuffle(rand_idx)
         centers = []
         radii = []
         y = []
         for i in range(number):
             center = X[rand_idx[(i*number)%N:((i+1)*number)%N], :]
             centers.append(np.mean(center, axis=0))
             radii.append(np.mean(np.var(center, axis=1)))
         for sample in X:
             distance = np.sqrt(np.sum((sample - centers)**2, axis=1))
             label = np.argmin(distance)
             y.append(label)
         y = np.array(y)
         return np.array(centers), np.array(radii), y.reshape((-1,1))
```

Definiu-se assim, a função de treino para a RBF aleatória, análoga à primeira, porém, nesta não ocorre o cálculo das matrizes de covariância, uma vez que os raios foram definidos a priori.

```
w, *_ = np.linalg.lstsq(h_aug, y_train)
w = np.nan_to_num(w)
return (h, w, centers, radii)
```

1.1 Breast Cancer

O primeiro banco de dados utilizado para a comparação das RBFs foi o *Breast Cancer*. Removeu-se novamente os dados de índice [2, 3, 9, 11, 12, 13, 14, 18, 19, 22, 23] e os restantes foram normalizados.

```
[6]: import numpy as np
   import plotly.graph_objects as go
   from sklearn.datasets import load_breast_cancer
   from sklearn.cluster import KMeans

# Load dataset
   breast_cancer = load_breast_cancer()
   X_samples = breast_cancer['data']
   y_sample = np.reshape(breast_cancer['target'], (-1,1))

   ignored_idx = [2,3,9,11,12,13,14,18,19,22,23]
   X = delete_features(X_samples, ignored_idx)
   X_mean = np.mean(X, axis = 0)
   X_std = np.std(X, axis = 0)
   X = normalize_features(X, X_mean, X_std)
```

Alterou-se os valores nulos de saída pra valores -1 e separou-se os dados, aleatoriamente, em 70% para treinamento e 30% para teste, sendo que foi visado a obtenção da mesma porcentagem para dados de cada saída diferente

```
[7]: y_sample[y_sample==0] = -1
N = X.shape[0]

# Get indexes corresponding to each class
idx1 = [idx for idx, val in enumerate(y_sample.flatten()) if val==1]
idx0 = sorted(list(set(range(0,N)) - set(idx1)))
N0,N1 = len(idx0), len(idx1)
N_train0, N_train1 = round(0.7*N0), round(0.7*N1)
# Randomize indexes
np.random.default_rng().shuffle(idx0)
np.random.default_rng().shuffle(idx1)

# Select samples for training and testing
x_train = X[np.append(idx0[0:N_train0], idx1[0:N_train1]),:]
x_test = X[np.append(idx0[N_train0::], idx1[N_train1::]),:]
y_train = y_sample[np.append(idx0[N_train0], idx1[0:N_train1]),:]
y_test = y_sample[np.append(idx0[N_train0::], idx1[N_train1::]),:]
```

Treinou-se então tanto a rede RBF baseada no k-médias quanto a RBF aleatória para número de

neurônios no intervalo [1,30), iterando-se 50 vezes para cada valor. Armazenou-se as médias e desvio padrão das acurácias de teste e treinamento de ambas as redes em listas de tuplas:

```
[]: acc_list_test, acc_rnd_list_test, acc_list_train, acc_rnd_list_train = [], [], __
     → [], []
     for p in range(1, 30):
        acc_train, acc_test, acc_rnd_train, acc_rnd_test = [], [], []
        for _ in range(50):
             rbf = train_RBF(x_train, y_train, p)
            y_hat_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rbf))
            y_hat_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rbf))
             acc_train.append(eval_accuracy(y_hat_train, y_train, 1))
             acc_test.append(eval_accuracy(y_hat_test, y_test, 1))
            rand_rbf = train_randRBF(x_train, y_train, p)
            y_hat_rnd_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rand_rbf))
            y_hat_rnd_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rand_rbf))
            acc_rnd_train.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_train, y_train, 1))
             acc_rnd_test.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_test, y_test, 1))
        acc_list_test.append((np.mean(acc_train), np.std(acc_train)))
        acc_rnd_list_test.append((np.mean(acc_test), np.std(acc_test)))
         acc list train.append((np.mean(acc rnd train), np.std(acc rnd train)))
         acc_rnd_list_train.append((np.mean(acc_rnd_test), np.std(acc_rnd_test)))
```

Com os valores obtidos, plotou-se o seguinte gráfico:

```
[89]: rbf_test = list(zip(*acc_rnd_list_test))
     rbf_train = list(zip(*acc_list_test))
     rbf_rnd_test = list(zip(*acc_rnd_list_train))
     rbf_rnd_train = list(zip(*acc_list_train))
     fig = go.Figure(go.Scatter(x = np.arange(1,30), y=rbf_test[0],__
      →error_y=dict(type='data', array=rbf_test[1], visible=True, thickness=0.7), ___
      →name = 'RBF k-médias (teste)'))
     fig.add_trace(go.Scatter(x = np.arange(1,30), y=rbf_train[0],__
      →error_y=dict(type='data', array=rbf_train[1], visible=True, thickness=0.7), u
      →name = 'RBF k-médias (treino)'))
     fig.add_trace(go.Scatter(x = np.arange(1,30), y=rbf_rnd_test[0],__
      →error_y=dict(type='data', array=rbf_rnd_test[1], visible=True, thickness=0.
      fig.add_trace(go.Scatter(x = np.arange(1,30), y=rbf_rnd_train[0],__
      →error_y=dict(type='data', array=rbf_rnd_train[1], visible=True, thickness=0.
      →7), name = 'RBF aleatoria (treino)'))
     fig.update_xaxes(range = [0,30], dtick=1, title= 'Número de neurônios')
     fig.update_yaxes(range = [0.6, 0.8], title= 'Acurácia')
```

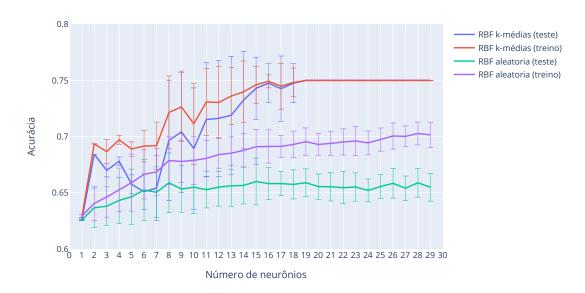
```
fig.update_layout(title = {'text':'Acurácia média e desvios padrão, em 50⊔

iterações, para as RBF com k-médias e aleatória (Breast Cancer)',⊔

ifont_size':15}, width=800, height=500)

fig.show(renderer = 'svg', width =800, height = 500)
```

Acurácia média e desvios padrão, em 50 iterações, para as RBF com k-médias e aleatória (Breast Cancer)



Nota-se que a RBF com k-médias convergiu para uma acurácia de 75%, tanto em treinamento quanto em teste, o que é inesperado e indica um erro de implementação, este infelizmente não foi encontrado, mas com certeza ocorre no treinamento dessa RBF. De toda forma, é notável que o comportamento da RBF aleatória é longe do ideal, convergindo lentamente para melhores acurácias, tanto para treinamento quanto para teste.

Iterou-se novamente as redes, dessa vez somente 3 iterações, devido ao custo computacional, para os números de neurônios 50, 100 e 300, valores esses que foram usados para avaliação das ELMs.

```
[]: acc_list_test, acc_rnd_list_test, acc_list_train, acc_rnd_list_train = [], [], []
hyper_params = [50, 100, 300]
for p in hyper_params:
    acc_train, acc_test, acc_rnd_train, acc_rnd_test = [], [], [], []

for _ in range(3):
    rbf = train_RBF(x_train, y_train, p)
    y_hat_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rbf))
    y_hat_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rbf))
    acc_train.append(eval_accuracy(y_hat_train, y_train, 1))
```

```
acc_test.append(eval_accuracy(y_hat_test, y_test, 1))

rand_rbf = train_randRBF(x_train, y_train, p)
    y_hat_rnd_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rand_rbf))
    y_hat_rnd_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rand_rbf))
    acc_rnd_train.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_train, y_train, 1))
    acc_rnd_test.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_test, y_test, 1))

acc_list_test.append((np.mean(acc_test), np.std(acc_test)))
    acc_rnd_list_test.append((np.mean(y_hat_rnd_test), np.std(y_hat_rnd_test)))
    acc_list_train.append((np.mean(acc_train), np.std(acc_train)))
    acc_rnd_list_train.append((np.mean(y_hat_rnd_train), np.std(y_hat_rnd_train)))
```

```
[107]: print('\t\t RBF k-médias')
       print('_'*60)
       print('hiperparametro: \t\ttraining accuracy:')
       for i,j in zip(hyper_params, acc_list_train):
           print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
       print('\nhiperparametro: \t\ttest accuracy:')
       for i,j in zip(hyper_params, acc_list_test):
           print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
       print('\n\n\t\t RBF aleatória')
       print(' '*60)
       print('hiperparametro: \t\ttraining accuracy:')
       for i, j in zip(hyper params, acc rnd list train):
           print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
       print('\nhiperparametro: \t\ttest accuracy:')
       for i,j in zip(hyper_params, acc_rnd_list_test):
           print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
```

RBF k-médias

```
hiperparametro:
                                training accuracy:
              0.9430485762144053 \pm 0.0065946464606463934
         50
                 0.9639865996649917 \pm 0.0023688669386484106
         100
                 0.990787269681742 \pm 0.0023688669386484106
         300
hiperparametro:
                                test accuracy:
                 0.5165692007797271 \pm 0.0841148109566917
         50
                 0.543859649122807 \pm 0.11578356651007796
         100
                 0.5419103313840156 \pm 0.11854031809365126
         300
                 RBF aleatória
hiperparametro:
                                training accuracy:
         50
            0.7989949748743719 \pm 0.6013377005689082
```

Nota-se que a acurácia da RBF com k-médias piorou muito, apesar de ter obtido uma acurácia de treino maior. A rede aleatória, apesar de ser considerado poucas iterações, se mostrou boa para 300 neurônios. Assim, assume-se, uma vez que foram feitas poucas iterações, que para número de neurônios entre 50 e 100 para a rede aleatória tem comportamento tão bom quanto a rede com k-médias utilizando 19 neurônios. Supondo-se que a rede RBF com k-médias esteja implementada corretamente, pode-se afirmar que o resultado das ELMs foi superior, uma vez que essa obteve acurácia de 88% para apenas 5 neurônios.

1.2 Statlog (Heart)

A base de dados seguinte foi a Statlog (Heart). Os dados foram normalizados, assim como os dados de índice 4 e 5 foram removidos.

```
import numpy as np
import plotly.graph_objects as go
from sklearn.datasets import load_breast_cancer
from sklearn.cluster import KMeans

data = np.loadtxt( 'heart.dat' )
   X_samples = np.copy(data[:, 0:-1])
   y_sample = np.reshape(np.copy(data[:, -1]), (-1,1))
   ignored_idx = [4,5]

X = delete_features(X_samples, ignored_idx)
   X_mean = np.mean(X, axis = 0)
   X_std = np.std(X, axis = 0)
   X = normalize_features(X, X_mean, X_std)
```

Da mesma forma, alterou-se os valores de saída iguais a 2 para valores -1 e separou-se o conjunto de treinamento e teste da mesma forma.

```
[13]: y_sample[y_sample==2] = -1
N = X.shape[0]

# Get indexes corresponding to each class
idx1 = [idx for idx, val in enumerate(y_sample.flatten()) if val==1]
idx0 = sorted(list(set(range(0,N)) - set(idx1)))
NO,N1 = len(idx0), len(idx1)
N_train0, N_train1 = round(0.7*N0), round(0.7*N1)
# Randomize indexes
np.random.default_rng().shuffle(idx0)
```

```
np.random.default_rng().shuffle(idx1)

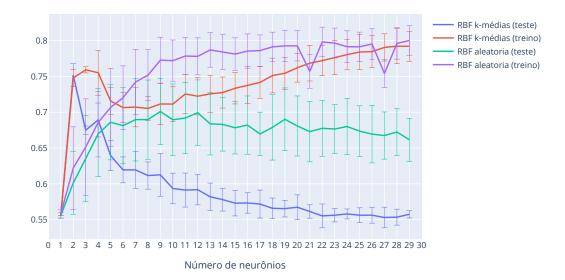
# Select samples for training and testing
x_train = X[np.append(idx0[0:N_train0], idx1[0:N_train1]),:]
x_test = X[np.append(idx0[N_train0::], idx1[N_train1::]),:]
y_train = y_sample[np.append(idx0[0:N_train0], idx1[0:N_train1]),:]
y_test = y_sample[np.append(idx0[N_train0::], idx1[N_train1::]),:]
```

Treinou-se ambas as redes para os mesmos números de neurônios entre [1,30), também com 50 iterações, armazenando-se as acurácias médias e desvio padrão de ambas as redes sobre os conjuntos de treinamento e teste.

```
[14]: | acc_list_test, acc_rnd_list_test, acc_list_train, acc_rnd_list_train = [], [],
      for p in range(1, 30):
          #print(p)
         acc_train, acc_test, acc_rnd_train, acc_rnd_test = [], [], [], []
         for _ in range(50):
             rbf = train_RBF(x_train, y_train, p)
              y hat train = np.sign(eval RBF(x train, rbf))
              y_hat_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rbf))
              acc train.append(eval accuracy(y hat train, y train, 1))
              acc_test.append(eval_accuracy(y_hat_test, y_test, 1))
             rand_rbf = train_randRBF(x_train, y_train, p)
             y_hat_rnd_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rand_rbf))
             y_hat_rnd_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rand_rbf))
              acc_rnd_train.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_train, y_train, 1))
              acc_rnd_test.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_test, y_test, 1))
         acc_list_test.append((np.mean(acc_test), np.std(acc_test)))
         acc_rnd_list_test.append((np.mean(acc_rnd_test), np.std(acc_rnd_test)))
         acc list train.append((np.mean(acc train), np.std(acc train)))
         acc_rnd_list_train.append((np.mean(acc_rnd_train), np.std(acc_rnd_train)))
```

Com os valores obtidos, plotou-se o seguinte gráfico:

Acurácia média e desvios padrão, em 50 iterações, para as RBF com k-médias e aleatória (Statlog)



Desprezando-se o fato da rede RBF com k-médias estar claramente errada, nota-se que a rede aleatória teve comportamento muito melhor para essa base de dados. Tomando-se como correto pelo menos a acurácia obtida para a RBF com k-médias de 1 neurônio, observa-se que a rede aleatória não alcança os 75% de acurácia obtido pela outra. Além disso, ambas as redes novamente são inferiores às ELMs, que obteve 79% de acurácia para 10 neurônios.

Da mesma forma, iterou-se ambas as redes, com 3 iterações, para os valores de neurônio 50, 100 e 188. O valor de 300 não foi possível devido à limitação do k-médias, para o qual o número de clusters deve ser inferior ao número de amostras.

```
for p in hyper_params:
          acc_train, acc_test, acc_rnd_train, acc_rnd_test = [], [], [], []
          for _ in range(3):
              rbf = train_RBF(x_train, y_train, p)
              y_hat_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rbf))
              y_hat_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rbf))
              acc_train.append(eval_accuracy(y_hat_train, y_train, 1))
              acc test.append(eval accuracy(y hat test, y test, 1))
              rand rbf = train randRBF(x train, y train, p)
              y_hat_rnd_train = np.sign(eval_RBF(x_train, rand_rbf))
              y_hat_rnd_test = np.sign(eval_RBF(x_test, rand_rbf))
              acc_rnd_train.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_train, y_train, 1))
              acc_rnd_test.append(eval_accuracy(y_hat_rnd_test, y_test, 1))
          acc_list_test.append((np.mean(acc_test), np.std(acc_test)))
          acc_rnd_list_test.append((np.mean(y_hat_rnd_test)), np.std(y_hat_rnd_test)))
          acc_list_train.append((np.mean(acc_train), np.std(acc_train)))
          acc_rnd_list_train.append((np.mean(y_hat_rnd_train), np.

std(y_hat_rnd_train)))
[25]: print('\t\t RBF k-médias')
      print(' '*60)
      print('hiperparametro: \t\ttraining accuracy:')
      for i,j in zip(hyper params, acc list train):
          print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
      print('\nhiperparametro: \t\ttest accuracy:')
      for i,j in zip(hyper_params, acc_list_test):
          print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
      print('\n\n\t\t RBF aleatória')
      print('_'*60)
      print('hiperparametro: \t\ttraining accuracy:')
      for i,j in zip(hyper_params, acc_rnd_list_train):
          print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
      print('\nhiperparametro: \t\ttest accuracy:')
      for i,j in zip(hyper_params, acc_rnd_list_test):
          print('\t',i,'\t',j[0],'±',j[1])
```

RBF k-médias

hyper_params = [50, 100, 188]

```
100 0.55555555555556 ± 0.0
188 0.4444444444444 ± 0.0
```

RBF aleatória

hiperparametro:	training accuracy:
50	$-0.026455026455026454 \pm 0.9996500045392207$
100	$-0.06878306878306878 \pm 0.9976316401602264$
188	1.0 ± 0.0
hiperparametro:	test accuracy:
50	$-0.06172839506172839 \pm 0.9980929842670487$
100	$-0.06172839506172839 \pm 0.9980929842670487$
188	1.0 ± 0.0

Por meio desses resultados, conclui-se com certeza de que as redes ELM tem melhor comportamento para ambas as bases estudadas. Reitera-se também que o erro de implementação das redes RBF com k-médias só foi percebido tardiamente, quando se decidiu realizar iterações para uma grande gama de neurônios e só foi confirmado mais ainda, após diversas tentativas de mudança de código, quando se estudou a base Statlog.