Busca em Espaço de Estados[a]

Fabrício Jailson Barth

Fevereiro de 2019

[a]Slides baseados no material do Prof. Jomi F. Hübner (UFSC)

Introdução

Agente orientado a **meta**

- O projetista não determina um mapeamento entre percepções e ações, mas determina que objetivo o agente deve alcançar
- É necessário que o próprio agente construa um plano de ações que atinjam seu objetivo

  (como se o próprio agente construísse seu programa)
- Exemplos: o agente aspirador de pó, um agente motorista de táxi, uma sonda espacial, ...

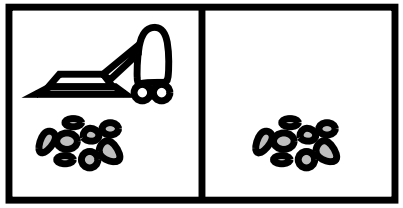
O que é **busca**?

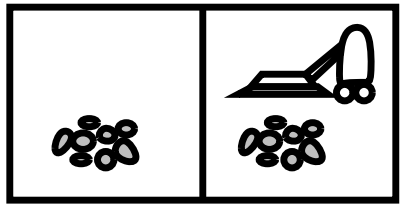
- O mundo do agente tem um conjunto de **estados** possíveis (muitas vezes este conjunto é infinito)
- Existem **transições** entre os estados do mundo, formando um grafo.
- São utilizados **algoritmos** para encontrar um caminho neste grafo
  - ⋆ partindo do estado inicial (atual)
  - ⋆ até o estado objetivo

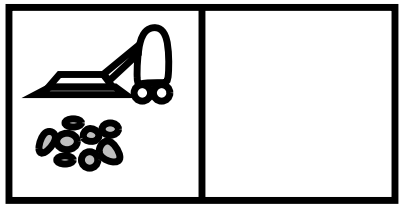
Exemplo do **aspirador de pó**

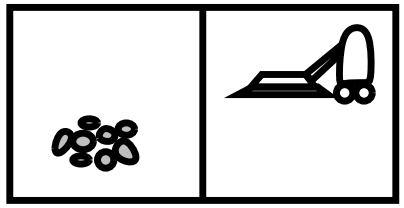
- Um robô aspirador de pó deve limpar uma casa com duas posições. As operações que ele sabe executar são:
  - ⋆ sugar
  - ⋆ ir para a posição da esquerda
  - ⋆ ir para a posição da direita
- Como o aspirador pode montar um plano para limpar a casa se inicialmente ele esta na posição direita e as duas posições têm sujeira?
  - ⋆ Quais os estados possíveis do mundo do aspirador e as transições?

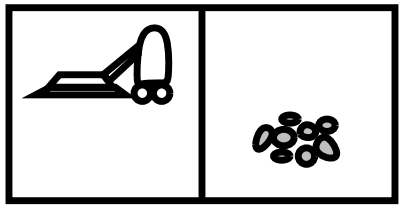
Estados possíveis:

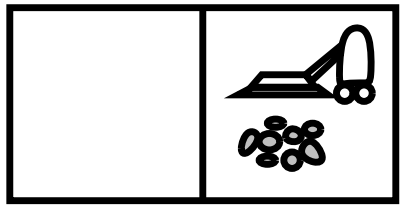
1 

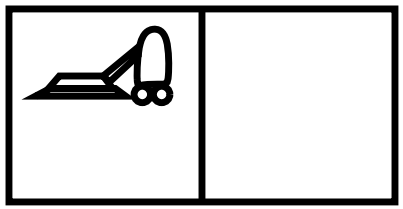
2 

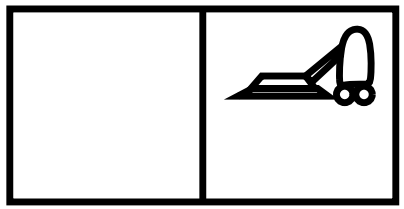
3 

4 

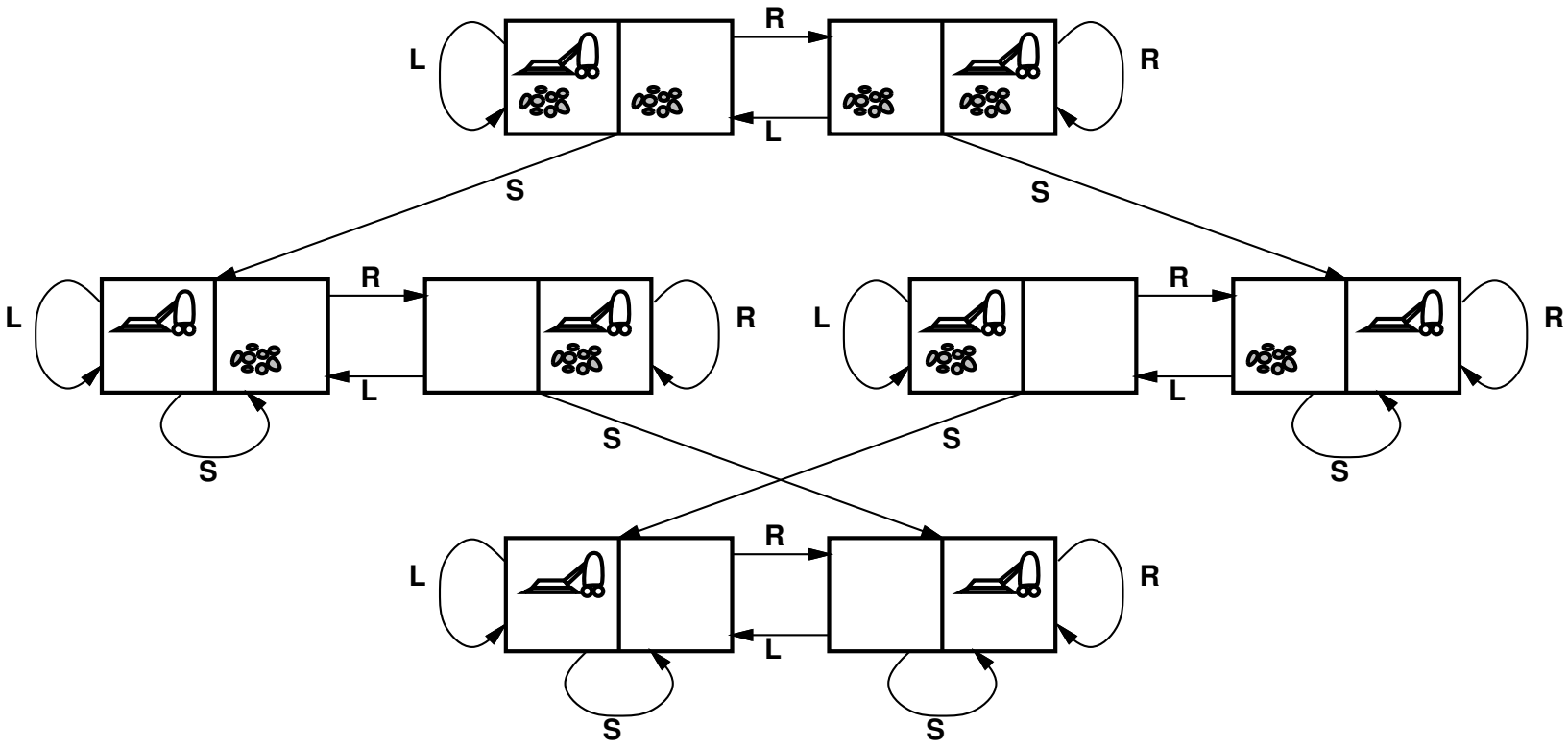
5 

6 

7 

8 

Espaço de busca



Por que **estados**?

- As informações do mundo real são absurdamente complexas, é praticamente impossível modelá-las todas
  - ⋆ No exemplo do aspirador, o mundo dele tem várias outras informações: a cor do tapete, se é dia, de que material o aspirador é feito, quanto ele tem de energia, como é o nome do/a proprietário/a, ...
- A noção de estado é utilizada para **abstrair** esses detalhes e considerar somente o que é relevante para a solução do problema
- O mesmo se dá com as operações modeladas: são abstrações das operações reais (ir para a posição da direita implica em várias outras operações).

Exemplo do **homem, o lobo, o carneiro e o cesto de alface.**

- Uma pessoa, um lobo, um carneiro e um cesto de alface estão à beira de um rio. Dispondo de um barco no qual pode carregar apenas um dos outros três, a pessoa deve transportar tudo para a outra margem. Determine uma série de travessias que respeite a seguinte condição: em nenhum momento devem ser deixados juntos e sozinhos o lobo e o carneiro ou o carneiro e o cesto de alface.

Busca como **desenvolvimento** de software

- No desenvolvimento de um software para resolver um problema, o projetista pode optar por várias paradigmas de modelagem do problema:
  - ⋆ O sistema é modelado por procedimentos que alteram os dados de entrada
  - ⋆ O sistema é modelado por funções
  - ⋆ O sistema é modelado por predicados
  - ⋆ O sistema é modelado por objetos
  - ⋆ ...

- Busca é mais uma forma de modelar um problema:
  - ⋆ Definir os estados
  - ⋆ Definir as transições
  - ⋆ Escolher um algoritmo de busca

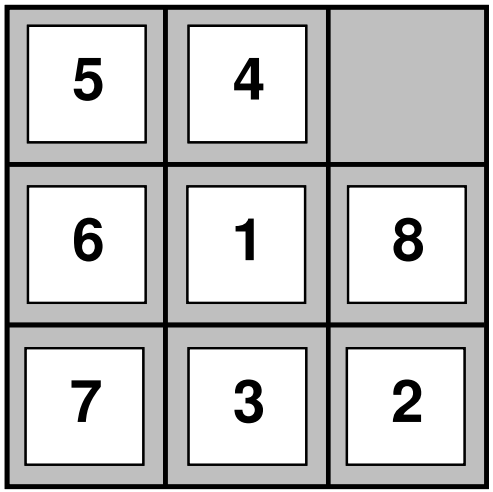
Exercício

O que é

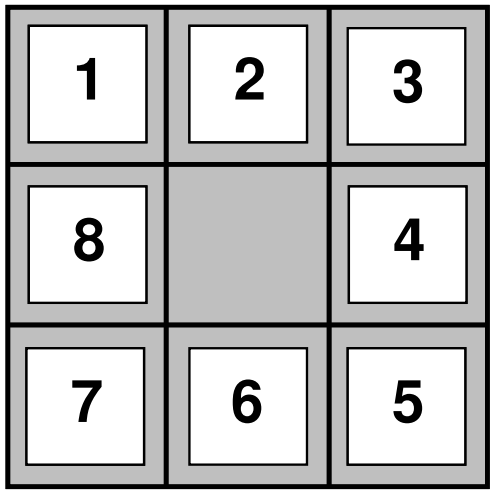
- estado
- transição
- estado meta e
- custo da solução encontrada

para os seguintes problemas

- 8-Puzzle

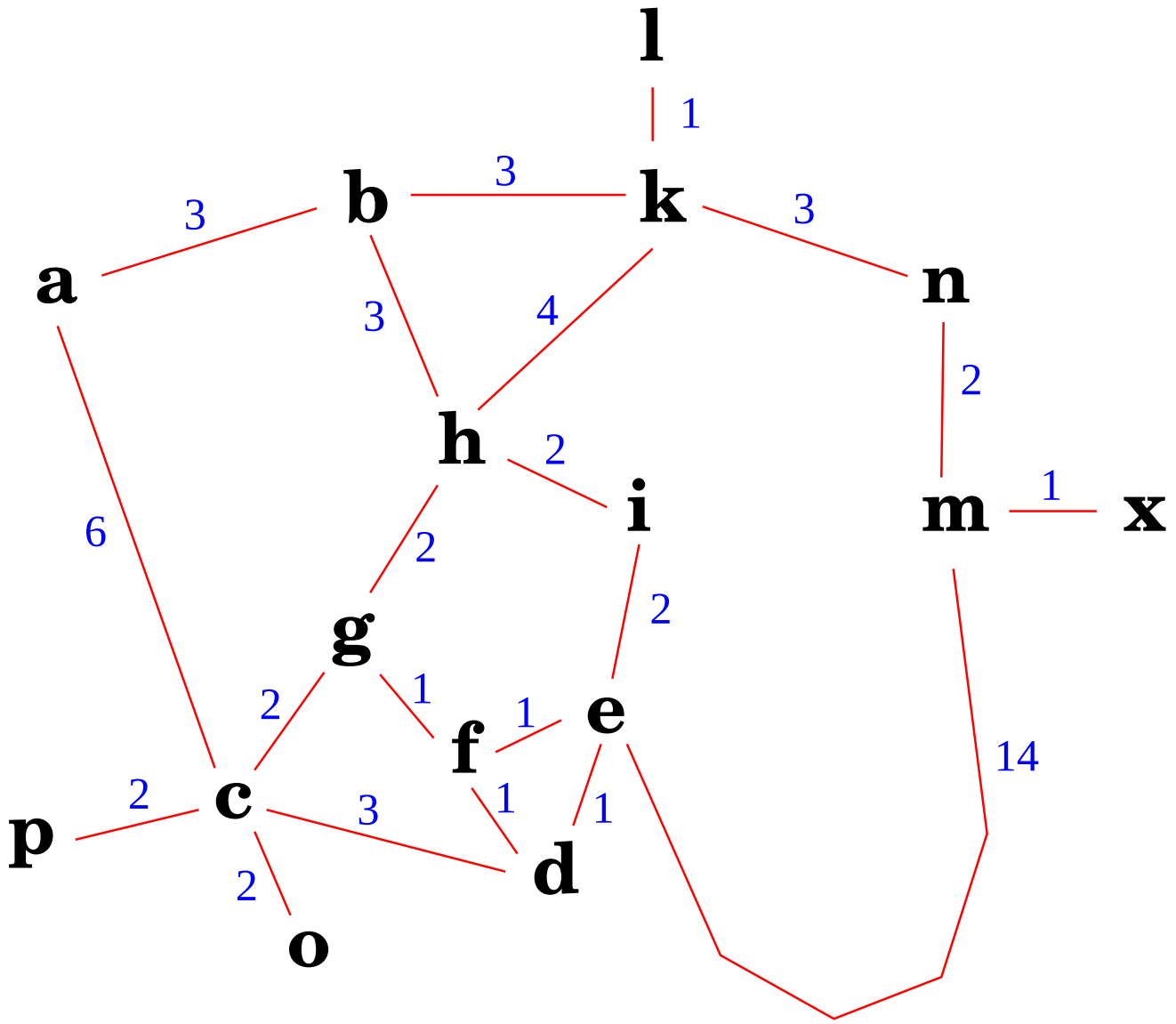


Start State



Goal State

- Encontrar um caminho da cidade "i" até "x"



Algoritmos de Busca

“**Cega**”

Árvore de busca

- Coloca-se o estado inicial como nodo raiz
- Cada operação sobre o estado raiz gera um novo nodo (chamado de **sucessor**)
- Repete-se este processo para os novos nodos até gerar o nodo que representa o estado meta
- **Estratégia** de busca: que nodo escolher para expandir
- Exemplo: (fazer as árvores para o exemplo do aspirador e do homem no rio)

Estratégias de busca

- Busca em **largura**: o nodo de **menor** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores
- Busca em **profundidade**: o nodo de **maior** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores

Nodos da árvore

- Cada nodo tem
  - ⋆ o estado que representa
  - ⋆ o nodo pai
  - ⋆ o operador que o gerou
  - ⋆ sua profundidade na árvore de busca
  - ⋆ o custo de ter sido gerado (dentado por g)
  - ⋆ opcionalmente, os nodos sucessores
- (fazer a figura)

Estratégias de poda da árvore de busca

- Um nodo não gera um sucessor igual a seu pai
- Um nodo não gera um sucessor igual a um de seus ascendentes
- Um nodo não gera um sucessor que já exista na árvore de busca

- Detalhes de implementação:
  - ⋆ Verificar se um estado já esta na árvore pode levar muito tempo
    - ∗ imagine uma árvore com milhares de estados do jogo de xadrez, cada novo estado deve ser comparado com outros milhares de estados!
  - ⋆ Ter uma tabela **hash** (que tem tempo ótimo de consulta) para saber se determinado nodo existe na árvore

Algoritmo de busca em **largura**

```
function BL(Estado inicial): Nodo
Fila abertos
abertos.add(new Nodo(inicial))
while abertos.size() > 0 do
    Nodo n ← abertos.removeFirst()
    if n.getEstado().éMeta() then
        return n
    end if
    abertos.append(n.sucessores())
end while
return null
```

Critérios de comparação entre os algoritmos

- **Completo**: o algoritmo encontra a solução se ela existir
- **Ótimo**: o algoritmo encontra a solução de menor custo
- **Tempo**: quanto tempo o algoritmo leva para encontrar a solução no pior caso
- **Espaço**: quanto de memória o algoritmo ocupa

Análise do algoritmo BL

- Completo: sim
- Ótimo: sim
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos
  - $\star$ $b =$ fator de ramificação
  - $\star$ $d =$ profundidade do estado meta
  - $\star$ $O(b^d) = 1 + b + b^2 + b^3 + ... + b^d$
- Espaço: guardar $O(b^d)$ nodos.

Exemplo de **complexidade**

Prof.	**Nodos**	**Tempo**	**Memória**
0	1	1ms	100 bytes
2	111	0,1 seg	11 Kbytes
4	11.111	11 seg	1 Mbyte
6	10^6	18 min	111 Mbytes
8	10^8	31 horas	11 Gbytes
12	10^{12}	35 anos	111 Tbytes
14	10^{14}	3500 anos	11.111 Tbytes

($b = 10$, 1000 nodos por segundo, 100 bytes por nodo)

Algoritmo de busca em **profundidade**

```
function BP(Estado inicial, int m): Nodo
Pilha abertos
abertos.add(new Nodo(inicial))
while abertos.size() > 0 do
    Nodo n ← abertos.removeTopo()
    if n.getEstado().éMeta() then
        return n
    end if
    if n.getProfundidade() < m then
        abertos.insert(n.sucessores())
    end if
end while
return null
```

Análise do algoritmo BP

- Completo: não (caso a meta esteja em profundidade maior que m)

  Se $m = \infty$, é completo se o espaço de estados é finito e existe poda para não haver loops entre as operações

- Ótimo: não
- Tempo: explorar $O(b^m)$ nodos (ruim se m é muito maior que d)
- Espaço: guardar $O(bm)$ nodos. (em profundidade 12, ocupa 12 Kbytes!)

Algoritmo de busca em profundidade **iterativo**

function BPI(Estado $inicial$): Nodo
int $p \leftarrow 1$
loop
  Nodo $n \leftarrow$ **BP**($inicial$, p)
  if $n \neq$ **null then**
    return n
  end if
  $p \leftarrow p + 1$
end loop

Análise do algoritmo BPI

- Completo: sim
- Ótimo: sim

  se todas as ações tem o mesmo custo
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos
- Espaço: guardar $O(bd)$ nodos.

Algoritmo de busca de **custo uniforme**

function BCU(Estado $inicial$): Nodo
Set $abertos$ ordenados por custo
$abertos$.**add**(**new** Nodo($inicial$))
while $abertos$.**size**() > 0 **do**
  Nodo $n \leftarrow abertos$.**removeFirst**()
  if n.**getEstado**().**éMeta() then**
    return n
  end if
  $abertos$.**append**(n.**sucessores**())
end while
return null

Algoritmo de busca de **custo uniforme**

- Expande nós de acordo com o custo.
- Se custo = profundidade do nó então temos uma busca em largura.

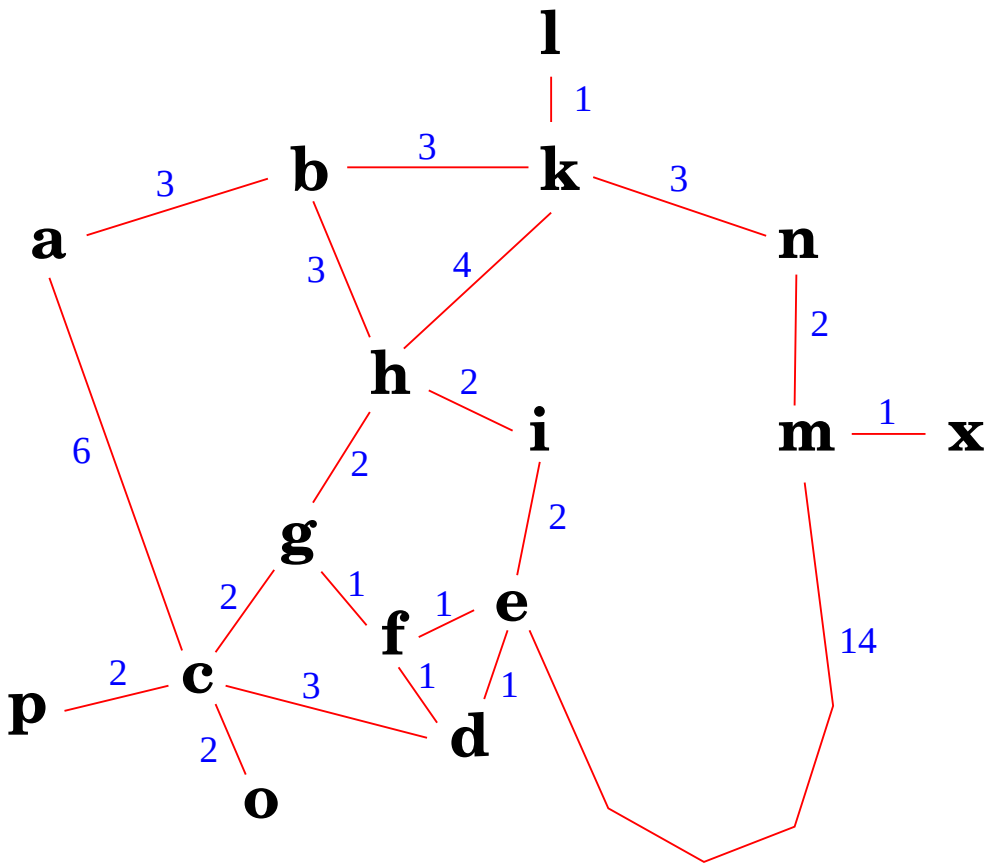
Resumo

	BL	BP	BPI	BCU
Completo	sim	não	sim	sim
Ótimo	sim	não	sim	sim
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^m)$	$O(b^d)$	$O(b^d)$
Espaço	$O(b^d)$	$O(bm)$	$O(bd)$	$O(b^d)$

Algoritmos de Busca

“**Inteligente**”

Exemplo: ir de “h” para “o” (com BL)



A árvore de busca gerada é “inteligente”?

Heurística

- Heurística: **Estimativa** de custo até a meta. (denotado pela função $h : Estados \rightarrow Reais$)
- No exemplo das cidades, poderia ser a distância em linha reta.
- Algoritmo de **busca gananciosa**: retira de abertos sempre o nodo com menor estimativa de custo (menor h).
  - ⋆ Refazer a busca de um caminho entre "h" e "o".
  - ⋆ Refazer a busca de um caminho entre "i" e "x".
  - ⋆ **Fazer a tabela de h para os dois casos**.

- ⋆ Refazer a busca de um caminho entre “h” e “o”. **ótimo**!
- ⋆ Refazer a busca de um caminho entre “i” e “x”. **não** ótimo!

Busca **A***

- **Idéia**: Evitar expandir caminhos que **já** estão muito caros mas também considerar os que têm menor expectativa de custo.
- Utilizar na escolha de um nodo da lista de abertos
  - ⋆ tanto a estimativa de custo de um nodo $(h(n))$
  - ⋆ quanto o custo acumulado para chegar no nodo $(g(n))$

  $f(n) = g(n) + h(n)$
- Refazer a busca de um caminho entre "i" e "x" utilizando f.

Algoritmo de busca **A***

function BA*(Estado $inicial$): Nodo
PriorityList(f) $abertos$ {lista ordenada por f}
$abertos$.**add**(**new** Nodo($inicial$))
while $abertos$.**size**() > 0 **do**
  Nodo $n \leftarrow abertos$.**removeFirst**()
  if n.**getEstado**().**éMeta() then**
    return n
  end if
  $abertos$.**append**(n.**sucessores**())
end while
return null

Propriedades da função h

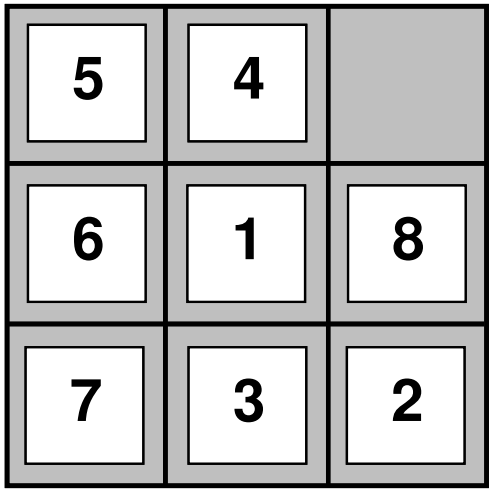
- Supondo que o valor de h, no exemplo das cidades, é dados por 10 * a distância em linha reta.
- O algoritmo A* ainda é ótimo?
- $h(n)$: estimativa de custo de n até a meta
- $h^*(n)$: custo real de n até a meta
- Se $h(n) \leq h^*(n)$, então h é **admissível**.
- Se h é admissível, o algoritmo A* é ótimo!

Análise do algoritmo A*

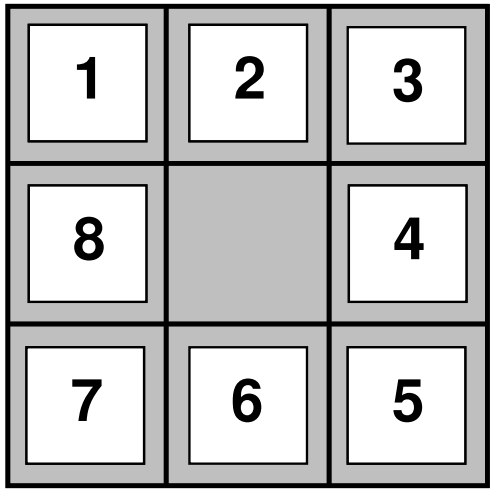
- Completo: **sim**
- Ótimo: **sim** (se h é admissível)
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos no pior caso (quando a heurística é "do contra")
- Espaço: guardar $O(b^d)$ nodos no pior caso.

Exercício

- Determine uma heurística para o problema 8-Puzzle e verifique se é admissível.



Start State

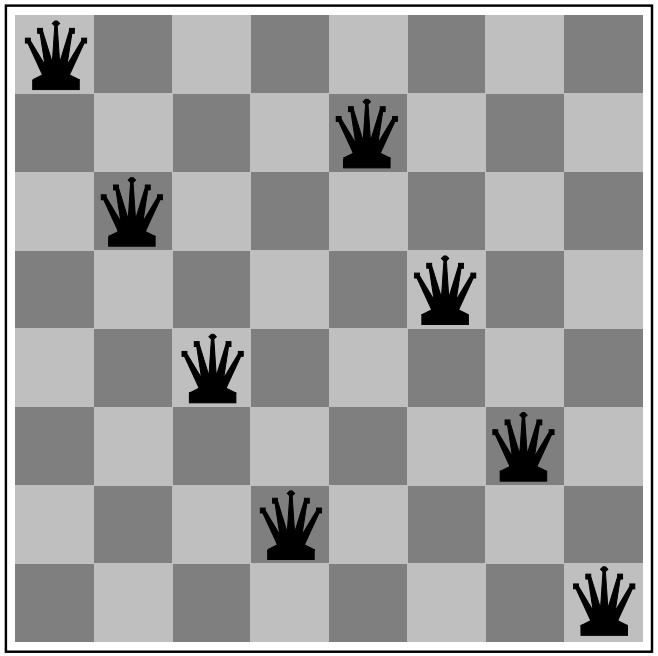


Goal State

- h_1: número de peças fora do lugar
- h_2: distância de cada peça de seu lugar
- h_3: peças fora da formação de caracol

Exercício

- Determine uma heurística para o problema das 8-raínhas e verifique se é admissível.



- h: soma do número de ataques

Algoritmo **Subida da Montanha-1**

Idéia: escolher sempre um sucessor melhor

("*subir sempre*").

function BSM-1(Estado $inicial$): Estado
Estado $atual \leftarrow inicial$
loop
$prox \leftarrow$ melhor sucessor de $atual$ (segundo h)
if $h(prox) \geq h(atual)$ **then** {sem sucessor melhor}
return $atual$
end if
$atual \leftarrow prox$
end loop

Análise do algoritmo BSM-1

- Não mantém a árvore (logo, não pode retornar o caminho que usou para chegar à meta).
- Completo: **não** (problema de **máximos locais**)
- Ótimo: não se aplica
- Tempo: **?**
- Espaço: **nada**!

Algoritmo **Subida da Montanha-2**

function BSM-2(Estado $inicial$): Estado
Estado $atual \leftarrow inicial$
loop
  $prox \leftarrow$ melhor sucessor de $atual$ (segundo h)
  if $h(prox) \geq h(atual)$ **then** {sem sucessor melhor}
    if $atual$.**éMeta**() **then**
      return $atual$
    else
      $atual \leftarrow$ estado gerado aleatóriamente
    end if
  else
    $atual \leftarrow prox$
  end if
end loop

Análise do algoritmo BSM-2

- Completo: **sim** (se a geração de estados aleatórios distribuir normalmente os estados gerados)
- Ótimo: não se aplica
- Tempo: **?**
- Espaço: **nada**!

Material de **consulta**

- Capítulos 3 e 4 do livro do Russell & Norvig