

---

# Algoritmos Indutores de Árvores de Decisão

Fabrício J. Barth

Outubro de 2019

---

---

# **Problema:**

# **Diagnóstico para uso de lentes de contato**

---

# Diagnóstico para o uso de lentes de contato

O setor de oftalmologia de um hospital da cidade de São Paulo possui, no seu banco de dados, um histórico de pacientes que procuraram o hospital queixando-se de problemas na visão.

A conduta, em alguns casos, realizada pelo corpo clínico de oftalmologistas do hospital é indicar o uso de lentes ao paciente.

**Problema: Extrair do banco de dados do hospital uma hipótese que explica que paciente deve usar ou não lente de contatos.**

---

# Atributos

- idade (jovem, adulto, idoso)
- miopia (míope, hipermetrópe)
- astigmatismo (não, sim)
- taxa de lacrimejamento (reduzido, normal)
- lentes de contato (forte, fraca, nenhuma)

# Dados

Idade	Miopia	Astigmat.	Lacrimej.	Lentes
jovem	míope	não	reduzido	<b>nenhuma</b>
jovem	míope	não	normal	<b>fraca</b>
jovem	míope	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
jovem	míope	sim	normal	<b>forte</b>
jovem	hiper	não	reduzido	<b>nenhuma</b>
jovem	hiper	não	normal	<b>fraca</b>
jovem	hiper	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
jovem	hiper	sim	normal	<b>forte</b>
adulto	míope	não	reduzido	<b>nenhuma</b>

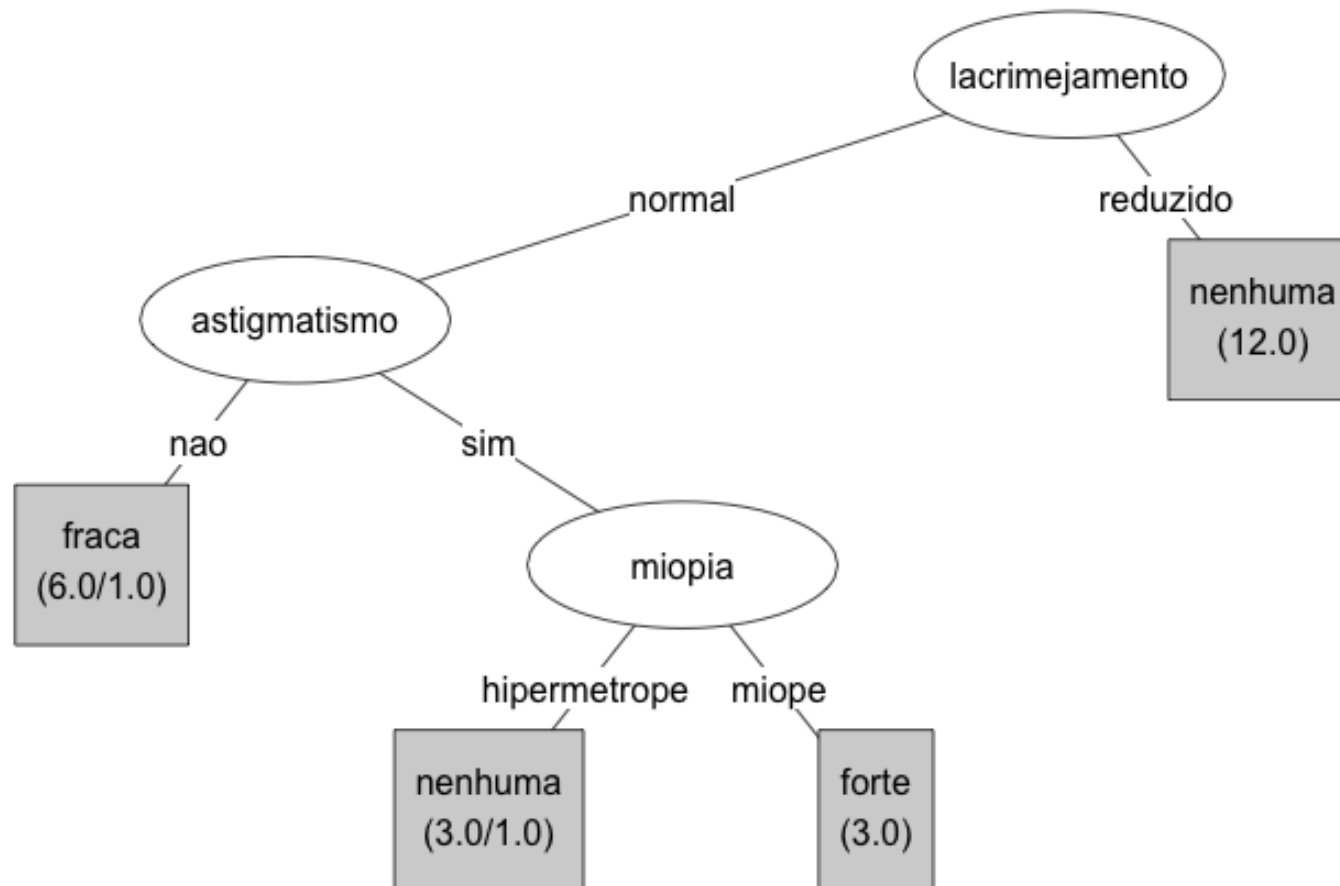
---

Idade	Miopia	Astigmat.	Lacrimej.	Lentes
adulto	míope	não	normal	<b>fraca</b>
adulto	míope	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
adulto	míope	sim	normal	<b>forte</b>
adulto	hiper	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
adulto	hiper	não	normal	<b>fraca</b>
adulto	hiper	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
adulto	hiper	sim	normal	<b>nenhuma</b>

---

Idade	Miopia	Astigmat.	Lacrimej.	<b>Lentes</b>
idoso	míope	não	reduzido	<b>nenhuma</b>
idoso	míope	não	normal	<b>nenhuma</b>
idoso	míope	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
idoso	míope	sim	normal	<b>forte</b>
idoso	hiper	não	reduzido	<b>nenhuma</b>
idoso	hiper	não	normal	<b>fraca</b>
idoso	hiper	sim	reduzido	<b>nenhuma</b>
idoso	hiper	sim	normal	<b>nenhuma</b>

# Exemplo de árvore de decisão





---

# **Problema:**

# **Classificação de flores**

# **do gênero Iris**

---

# Atributos

- Sepal.Length (cm)
- Sepal.Width (cm)
- Petal.Length (cm)
- Petal.Width (cm)
- Species (setosa, versicolor, virginica)

---

# Dados

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
5.1	3.8	1.5	0.3	setosa
7.0	3.2	4.7	1.4	versicolor
6.5	2.8	4.6	1.5	versicolor
6.7	3.0	5.0	1.7	versicolor
5.5	2.6	4.4	1.2	versicolor
5.8	2.7	5.1	1.9	virginica
6.9	3.1	5.4	2.1	virginica
6.3	2.8	5.1	1.5	virginica
5.9	3.0	5.1	1.8	virginica

---

Qual o modelo que melhor descreve estes dados?

---

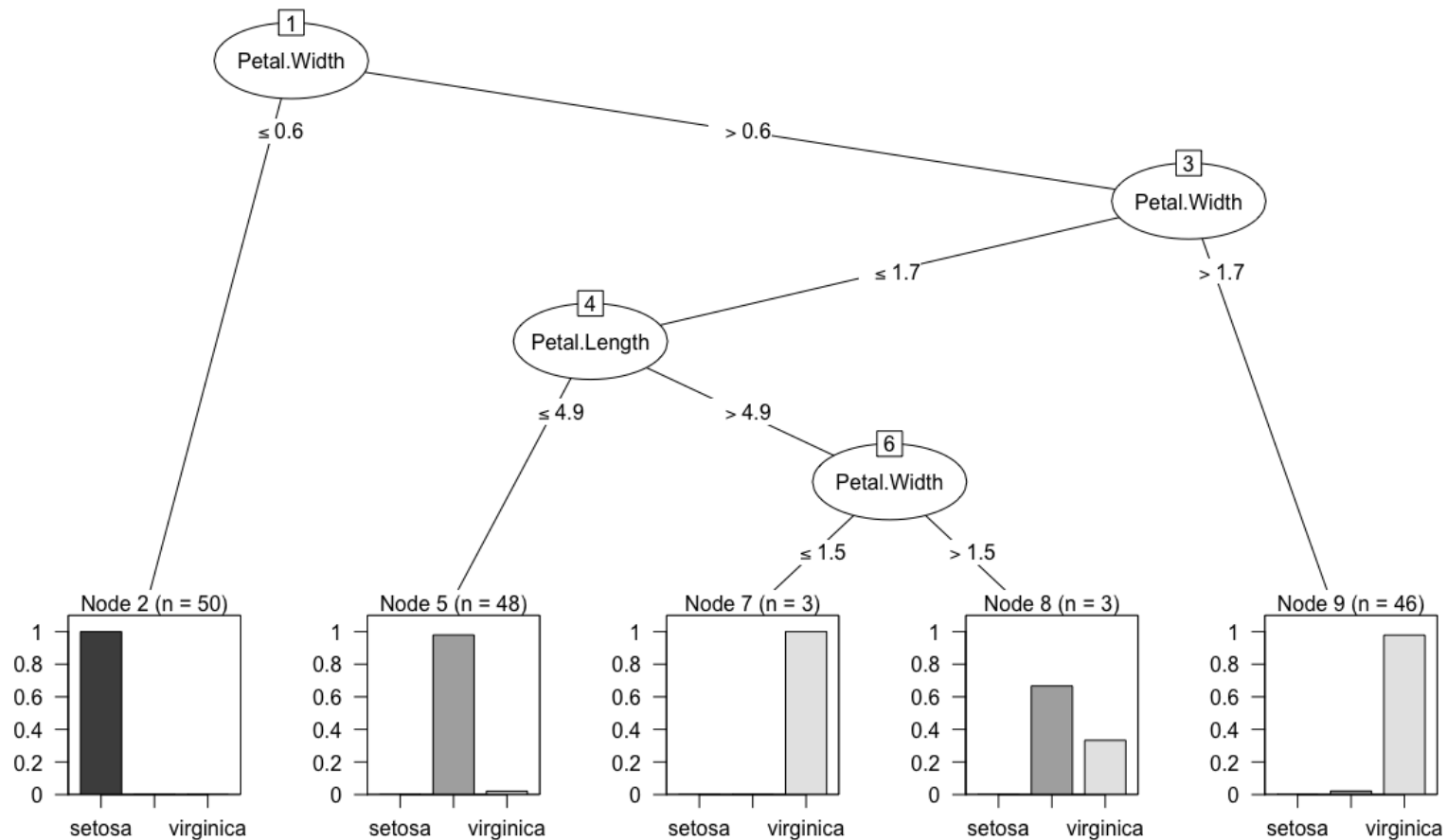
# **Aprendizado de Árvores de Decisão**

---

# Sumário e Objetivos

- Representação de Árvores de Decisão
- Algoritmo de Aprendizagem ID3 e J48
- Entropia e Ganho de informação
- Bias
- Resumo
- Exercícios

# Uma árvore de decisão para o problema das flores **Iris**



---

# Características

- Representação de árvore de decisão:
  - ★ cada nodo interno testa um atributo;
  - ★ cada aresta corresponde a um valor de atributo;
  - ★ cada nodo folha retorna uma classificação.
- Pode-se representar:
  - ★ conjunções e disjunções.



---

## Características

- Em geral, árvores de decisão representam uma disjunção de conjunções de restrições sobre os valores dos atributos dos exemplos.
- Cada caminho entre a raiz da árvore e um folha correspondente a uma conjunção de testes de atributos e a própria árvore corresponde a uma disjunção destas conjunções.

---

## Quando considerar Árvores de Decisão?

- Exemplos descritos por pares **atributo/valor**.  
Exemplos são descritos por um conjunto **fixo** de atributos(idade) e seus valores(jovem).
- A função alvo tem **valores discretos** de saída.  
Classificação booleana (sim ou não) ou mais de duas possibilidades para cada exemplo.

- 
- **Hipóteses disjuntivas** podem ser necessárias. Árvores de decisão representam naturalmente expressões disjuntivas.
  - Dados de treinamento podem conter **erros** e **valores de atributos faltantes**.

---

# Algoritmo ID3

- O algoritmo ID3 cria uma árvore de uma maneira **top-down** começando com a seguinte pergunta:
  - ★ Qual atributo deve ser testado na raiz da árvore?
- Para responder esta questão, cada atributo do conjunto de treinamento é avaliado usando um teste estatístico para determinar quão bem o atributo (sozinho) classifica os exemplos de treinamento.

---

# Algoritmo ID3

---

**Entrada:** Conjunto de Exemplos  $E$ .

**Saída:** Árvore de Decisão (Hipótese  $h$ ).

**1** Se todos os exemplos tem o mesmo resultado para a função sendo aprendida, retorna um nodo folha com este valor;

**2** Cria um nodo de decisão  $N$  e escolhe o melhor atributo  $A$  para este nodo;

**3** Para cada valor  $V$  possível para  $A$ :

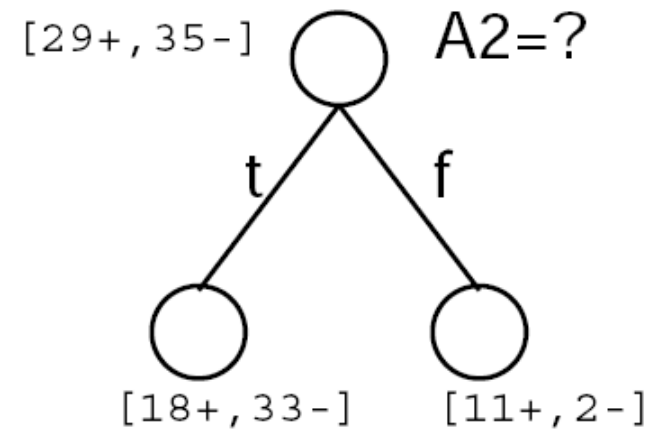
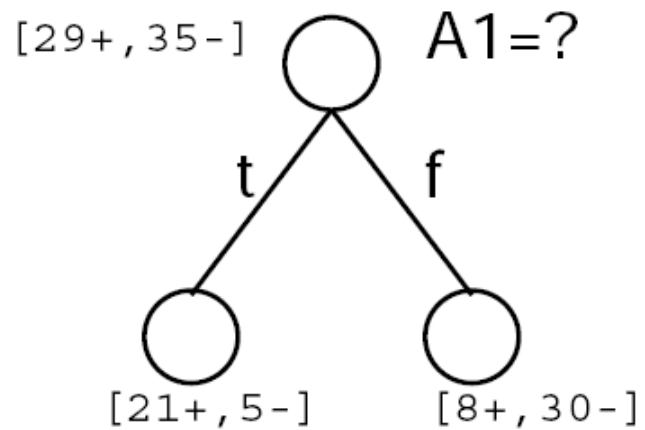
**3.1** cria uma aresta em  $N$  para o valor  $V$ ;

**3.2** cria um subconjunto  $E_V$  de exemplos onde  $A = V$ ;

**3.3** liga a aresta com o nodo que retorna da aplicação do algoritmo considerando os exemplos  $E_V$ .

**4** Os passos 1, 2 e 3 são aplicados recursivamente para cada novo subconjunto de exemplos de treinamento.

## Qual o melhor atributo?



---

# Entropia - Teoria da Informação

- Caracteriza a **impureza** de uma coleção arbitrária de exemplos.
- Dado uma coleção  $S$  contendo exemplos  $\oplus$  e  $\ominus$  de algum conceito alvo, a **entropia** de  $S$  relativa a esta classificação booleana é

$$Entropia(S) = -p_{\oplus} \log_2 p_{\oplus} - p_{\ominus} \log_2 p_{\ominus} \quad (1)$$

- $p_{\oplus}$  é a proporção de exemplos positivos em  $S$ .
- $p_{\ominus}$  é a proporção de exemplos negativos em  $S$ .



---

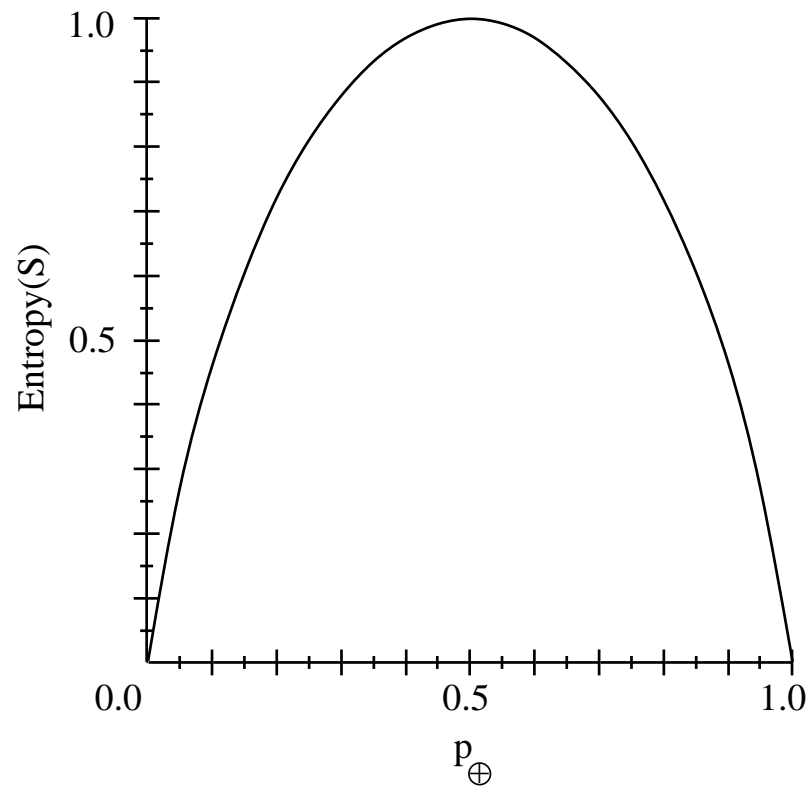
## Exemplo

- Sendo  $S$  uma coleção de 14 exemplos de algum conceito booleano, incluindo 9 exemplos positivos e 5 negativos  $[9+, 5-]$ .
- A **entropia** de  $S$  relativa a classificação booleana é

$$Entropia(S) = -\frac{9}{14} \log_2 \left( \frac{9}{14} \right) - \frac{5}{14} \log_2 \left( \frac{5}{14} \right) = 0.940$$

(2)

# Entropia



---

# Entropia

- Generalizando para o caso de um atributo alvo aceitar  $c$  diferentes valores, a entropia de  $S$  relativa a esta classificação  $c - classes$  é definida como:

$$Entropia(S) = \sum_{i=1}^v -p_i \log_2 p_i \quad (3)$$

onde  $p_i$  é a proporção de  $S$  pertencendo a classe  $i$ .

---

## Ganho de Informação

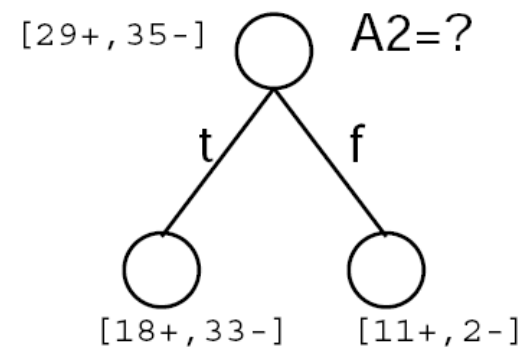
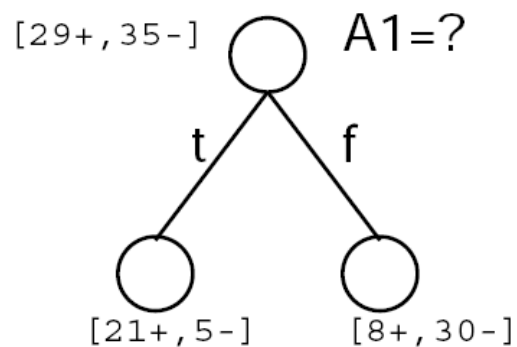
- $Ganho(S, A)$  = redução esperada na entropia devido a ordenação sobre  $A$ , ou seja, a redução esperada na entropia causada pela **partição** dos exemplos de acordo com este atributo  $A$ .

$$Ganho(S, A) = Entropia(S) - Ganho(A) \quad (4)$$

$$Ganho(A) = \sum_{v \in Valores(A)} \frac{|S_v|}{|S|} Entropia(S_v) \quad (5)$$

## Ganho de Informação - Exemplo

- Qual atributo tem o maior ganho de informação?



---

## Atributo alvo: Species do dataset Iris

Qual é o atributo com maior ganho de informação?

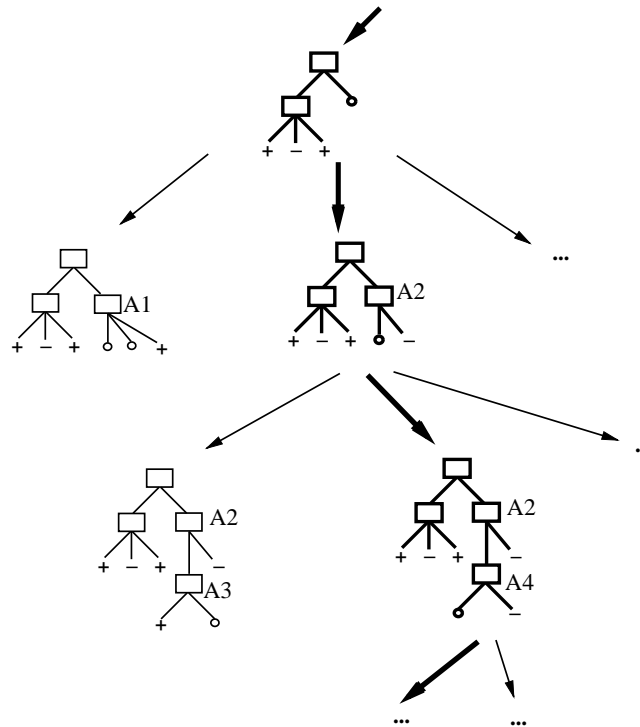
(Desenvolver um script para cálculo do atributo com maior ganho de informação em Python)

---

# Busca no espaço de hipóteses

- O método de aprendizagem ID3 pode ser caracterizado como um método de busca em um espaço de hipóteses, por uma hipótese que se ajusta aos exemplos de treinamento.
- O espaço de hipóteses do ID3 é o conjunto de árvores de decisão possíveis.
- O ID3 realiza uma busca (**subida da montanha**) através do espaço de hipóteses começando com uma árvore vazia e considerando progressivamente hipóteses mais elaboradas.

# Busca no espaço de hipóteses





---

## Busca no espaço de hipóteses

- Espaço de hipóteses é **completo** (a função alvo está presente e é encontrada pelo algoritmo ID3).
- Fornece uma **única hipótese** (qual?) - não pode representar 20 hipóteses.
- **Sem backtracking** (recuo/volta atrás) - mínimo local.
- Escolhas de busca com base estatística - robustez a ruído nos dados.

---

## Bias Indutivo no ID3

- Dada uma coleção de exemplos de treinamento, existem geralmente várias árvores de decisão consistentes com os exemplos.
- **Qual árvore deve ser escolhida?**

---

## Bias Indutivo no ID3

- A preferência é por **árvore mais curtas** e por aquelas com atributos de **alto ganho de informação** próximos da raiz.
- **Bias**: é uma preferência por algumas hipóteses ao invés de uma restrição do espaço de hipóteses  $H$ .
- **Occam's razor** prefere hipóteses mais curtas (mais simples) que se ajustam aos dados.

---

# Resumo

- O **bias indutivo** implícito do ID3 inclui uma preferência por **árvores menores**. A busca através do espaço de hipóteses expande a árvore somente o necessário para classificar os exemplos de treinamento disponíveis.
- Várias extensões do algoritmo básico **ID3** (**C4.5**, **J4.8**, ...).
- Aprendizagem de árvores de decisão fornece um método prático para a aprendizagem de conceito e para a aprendizagem de outras funções de **valor discreto**.

- 
- A família de algoritmos ID3 infere árvores de decisão expandindo-as a partir da raiz e descendo, selecionando o próximo **melhor atributo** para cada novo ramo de decisão.

---

## Exercícios

Forneça árvores de decisão para representar as seguintes funções booleanas:

- $A \wedge \neg B$
- $A \vee (B \wedge C)$
- $A \text{ XOR } B$
- $(A \wedge B) \vee (C \wedge D)$

---

Considere o seguinte conjunto de treinamento:

Exemplo	Classificação	$a_1$	$a_2$
1	+	T	T
2	+	T	T
3	-	T	F
4	+	F	F
5	-	F	T
6	-	F	T

- 
- Qual é a entropia de todo o conjunto de treinamento com relação ao atributo objetivo: **Classificação**?
  - Qual é o ganho de informação do atributo  $a_2$  relativo ao conjunto de exemplos?



---

# Árvores de decisão e Python

```
from sklearn.datasets import load_iris
iris = load_iris()
clf = tree.DecisionTreeClassifier()
clf = clf.fit(iris.data, iris.target)
```

---

```
import graphviz
dot_data = tree.export_graphviz(clf,
    out_file=None,
    feature_names=iris.feature_names,
    class_names=iris.target_names,
    filled=True, rounded=True,
    special_characters=True)

graph = graphviz.Source(dot_data)
graph
```

---

# Árvores de decisão e R

```
library(RWeka)
```

```
data(iris)
```

```
model <- J48(Species ~ . , data = iris)
```

```
plot(model)
```

```
model
```

---

```
> novasPlantas <- data.frame(  
+       Sepal.Length <- c(6.1, 6.08, 4.18),  
+       Sepal.Width <- c(2.96, 2.51, 2.67),  
+       Petal.Width <- c(0.34, 2.49, 1.43),  
+       Petal.Length <- c(3.04, 4.07, 2.9)  
+   )  
> predict(model, novasPlantas)  
[1] setosa      virginica  versicolor  
Levels: setosa versicolor virginica  
>
```

---

## Exemplo de árvore de decisão em R

<http://rpubs.com/fbarth/arvoreDecisao>

---

## Material de **consulta**

- Tom Mitchell. Machine Learning, 1997. (Capítulo 3)
- Russel e Norvig. Inteligência Artificial, 2a. edição, capítulo 18.
- <https://scikit-learn.org/stable/modules/tree.html>

- 
- **Weka** no **R**: <http://cran.r-project.org/web/packages/RWeka/RWeka.pdf>.
  - Yanchang Zhao. R and Data Mining: Examples and Case Studies. (Capítulo 4): [http://cran.r-project.org/doc/contrib/Zhao\\_R\\_and\\_data\\_mining.pdf](http://cran.r-project.org/doc/contrib/Zhao_R_and_data_mining.pdf)