# Моделрование случайной величины с произвольным законом распределения

Цель лабораторной работы – отработать методы получения случайных величин, распределенных по закону с заданными параметрами и методы анализа случайных процессов.

## Введение

При численном моделировании систем и процессов, часто требуется выполнять формирование множества или последовательности случайных величин, распределенных по заданному закону. Так, например, сигнал **x** на выходе приёмного устройства может быть представлен суммой полезной составляющей **s** и шума **n**. В то время, как составляющая **s** будет зачастую представлена детерминированным процессом, шумовая составляющая будет представлять собой случайный процесс, с рассчитанными параметрами (напр. нормальный процесс с математическим ожиданием и СКО, определенными в ходе эскизного расчёта моделируемого канала связи).

Как правило, программные пакеты и комплексы, используемые при моделировании систем (Комплекс библиотек ПО MATLAB, SciPy, NumPy) обеспечивают инструментарий, позволяющий синтезировать случайные величин с заданными законами распределения. Также существуют средства, позволяющие анализировать статистические характеристики случайных процессов и строить графические зависимости, описывающие эти характеристики (ПО MATLAB и matplotlib, seaborn, glue для python).

## Описание работы

При выполнении этой лабораторной ставится задача ознакомления с логикой и инструментарием формирования выборок случайных величин, распределенных по заданным законам распределения. Для этого в первой половине лабораторной работы требуется сформировать случайные величины, распределённые по нормальному закону с заданными параметрами (математическое ожидание и СКО). Сформировать величины предлагается двумя методами:

* с использованием встроенной функции (*random()* для MATLAB);
* на основании равномерно распределенной СВ.

Первым в приведенном коде программы выполняется формирование СВ с использованием встроенной функции random. Для понимания работы функции следует воспользоваться справкой (для MATLAB – вопросик в правом верхнем углу окна). В справке следует найти функцию, сигнатура которой совпадает или близка к сигнатуре в примере (в ПО MATLAB существует несколько функций random, а какую именно реализовать при выполнении программы, интерпретатор выбирает на основании анализа сигнатуры – совокупности типов аргументов, передаваемых на вход функции, напр. <строка, число, число, вектор>).

После формирования СВ встроенной функцией требуется сформировать нормально распределённую величину на основании равномерно распределенной СВ. Как известно, нормально распределённая СВ может быть получена как произведение двух независимых СВ, одна из которых распределена по закону Рэлея, а другая – по закону арксинуса. Выборки именно таких СВ требуется получить в первую очередь. После этого к результату их перемножения может быть добавлено СКО и математическое ожидание.

После выполнения формирования СВ выполняется формирование гистограмм значений. Эти гистограммы нормированы таким образом, чтобы соответствовать плотности распределения вероятности величины и при построении в этой же системе координат аналитически заданной функции плотности распределения вероятности, графики должны совпасть. Это достигается путём ввода специального аргумента в функцию *histcounts()*, генерирующую отсчёты гистограммы.

После редактирования кода, задающего построение гистограмм, остаётся задать функцию плотности распределения вероятности. Значения функции рассчитываются в точках, соответствующих серединам интервалов, заданных ранее для гистограмм.

При выполнении этого задания, на этапе отладки программы, рекомендуется использовать в качестве базовых гистограммы, сформированные с использованием встроенной функции, т.к. допущение ошибки при их использовании менее вероятно, чем при собственноручной реализации преобразования.

Последним шагом является формирование гистограммы, описывающей плотность вероятности исходной СВ (в первой половине работы – равномерной).

После завершения первой части работы можно скопировать текст во второй блок этого же файла и отредактировать его таким образом, чтобы получить величину, распределенную согласно варианту задания.

## Задание

Выполнить

* моделирование случайной величины с гауссовым распределением на основании равномерно распределенной случайной величины;
* моделирование случайной величины y по заданному закону распределения на основании случайной величины x

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | закон распределения x | закон распределения y |
| 1 | равномерный | показательный |
| 2 | равномерный | Райса |
| 3 | равномерный | Рэлея |
| 4 | нормальный | показательный |
| 5 | нормальный | Рэлея |
| 6 | нормальный | Райса\* |
| 7 | нормальный | логарифмически нормальное |
| 8 | нормальный | Хи-квадрат |

Параметр распределения σ определяется как номер ЭВМ, деленный на 10, а параметр a и μ – как номер ЭВМ, деленный на 5. Для Хи-квадрат номер равен номеру ПК.

Вывести в одной СК нормированные гистограммы случайных величин, полученных реализованным алгоритмом, встроенными алгоритмами используемого пакета и график функции плотности распределения.

Отчет должен содержать описание и математические выкладки реализованных в ЭВМ моделей и алгоритмов. Отчет должен содержать следующие иллюстрации:

* гистограмму значений с исходным законом распределения W(x) с наложенной функцией идеальной плотности вероятности и указанием параметров функции;
* график функции, обеспечивающей нелинейное преобразование y=f(x) или y=f(x1, x2);
* структурную схему преобразования;
* гистограмму значений, полученных с использованием реализованного алгоритма, и значений, полученных встроенной функцией использованного программного пакета, наложить на гистограммы функцию плотности вероятности этого закона с указанием его параметров.

Требования к содержанию выводов:

Объяснить, что было сделано в лабораторной. Привести несколько примеров процессов, наблюдаемых в радиоэлектронике или оптике, для которых свойственно полученное распределение.

# Моделирование случайной величины, с заданной корреляционной функцией

## Введение

Зачастую при моделировании случайных процессов, наблюдаемых в системах или каналах связи, требуется описывать и анализировать их временные статистические характеристики. Если в первой лабораторной работе выполнялось формирование независимых СВ – в сформированной последовательности СВ не должно было обнаруживаться никакой связи между её членами, то в этой работе требуется, сформировав независимые СВ, внести такую связь. Как известно, взаимозависимости СВ описываются корреляционными функциями. Также эти зависимости могут быть описаны в виде корреляционных матриц.

Строго говоря, корреляционные матрицы должны использоваться для описания корреляционных свойств в дискретных последовательностях, а корреляционные функции R(τ) для описания непрерывных случайных процессов, но в данной работе мы будем описывать корреляционные свойства случайной последовательности через дискретизованную с интервалом ΔT корреляционную функцию R(n). Значение этой функции в точке R(n=*l*) описывает, насколько значения, отстоящие друг от друга на *l* связаны. Зачастую, когда говорят о корреляции, речь идёт о корреляции Пирсона, определяющей линейную связь между элементами (через перемножение).

## Описание

Работа сводится к реализации и применению фильтра с целью получения нормально распределенной случайной последовательности с заданными корреляционными свойствами.

Первый блок кода выполняет инициализацию переменных. После этого выполняется формирование множества реализаций некоррелированного (белого) нормального шума. Полученная числовая последовательность передаётся в функцию, реализующую фильтр. Эта функция определена в конце файла, а в качестве аргументов в неё передаются исходная некоррелированная числовая последовательность, длительность этой числовой последовательности в мкс и длительность интервала корреляции.

В результате применения функции фильтра получены реализации коррелированного шума. Далее выполняется анализ их корреляции. Для этого рассчитывается нормированная корреляция (т.е. R(0)=1) для каждой реализации коррелированного сигнала. После этого выполняется усреднение реализаций *корреляционной функции*. Это позволяет уменьшить вариации отсчётов корреляционной функции, полученной экспериментально, приводя её форму ближе к аналитической.

Для выполнения работы требуется модифицировать код таким образом, чтобы для заданного варианта вывести на одном графике 4 КФ: аналитическую и усреднённую КФ для интервала *l*1 и аналитическую и усреднённую КФ для в два раза большего интервала – 2⋅*l*1.

## Задание

Выполнить

* моделирование СП с экспоненциальной функцией корреляции
* выполнить моделирование СП с заданной функцией корреляции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Корреляционная функция | Величина R(τ=*l*) по которой оценивается интервал корреляции |
| 1 |  | ~0,35 |
| 2 |  | 0 |
| 3 |  | 0,5 |

Отчет должен содержать описание и математические выкладки реализованных в ЭВМ моделей. Отчет должен содержать следующие иллюстрации:

* гистограмму значений отсчетов исходных реализаций W(x) с наложенной функцией идеальной (гауссовой) плотности вероятности и указанием параметров функции;
* реализацию КФ, полученную для исходного процесса R(τ);
* СПМ исходного процесса X(ω) (усредненную по 10…30 реализациям);
* структурную схему выполняемых преобразований;
* плотность распределения значений отсчетов реализации W(x`) при заданной корреляционной функции;
* на одном графике:
  + КФ полученные на основании усреднения 10 реализаций КФ с параметром функции *l*=*l*1 и *l*=2*l*1. l1 выбирается равным номеру ПК.
  + Целевую КФ.
* СПМ X`(ω) процесса с заданной КФ (усредненную по 10…30 реализациям);

Требования к содержанию выводов:

Объяснить к какой функции сходится полученная при моделировании и усреднении функция – корреляционной или ковариационной? В чем разница между результатами, получаемыми при расчете корреляционной и ковариационной функции.

Объяснить изменения ковариационной функции, вызываемые изменением параметра *l*.

Привести примеры случайных процессов, имеющих полученную корреляционную функцию.