

# EKSAMEN

<b>Kursus:</b>	ETSMP - Stokastisk modellering og behandling
<b>Eksamensdato:</b>	06. august 2019, kl. 09.30-12.30 (FPT 09.30 – 13.30)
<b>Eksamenstermin:</b>	Sommer 2019 reeksamen
<b>Ingeniørhøjskolen udleverer:</b>	4 stk. hvidt papir
<b>Praktiske informationer:</b>  <b>Digital eksamen</b> Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.  Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn.  Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.  Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
<b>Hjælpemidler:</b> Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
<b>Særlige bemærkninger:</b> Alle delspørgsmål vægtes ens	
<b>Ansvarlig underviser:</b> Lars Mandrup, Gunvor Elisabeth Kirkelund	

## Opgave 1: Sandsynlighedsregning

Vi ønsker at finde tilstedeværelsen af parasitter ved at indsamle afføringsprøver fra råvildt. Den test vi anvender, har sandsynligheden 0,51 for at dyret har parasitten, givet at testen er positiv. Givet at testen er negativ, er der en sandsynlighed på 0,56 for at dyret ikke har parasitten. Sandsynligheden for en positiv test er 0,4.

- Hvad er sandsynligheden for at et dyr både bærer parasitten og testen er positiv.
- Beregn den totale sandsynlighed for at et dyr er bærer af parasitten. Vis også mellemregningerne til hvordan resultatet er fremkommet.
- Beregn sandsynligheden for at få en positiv test givet at et dyr er bærer af parasitten. Vis også mellemregningerne til hvordan resultatet er fremkommet.

## Opgave 2: Stokastiske variable

En kontinuert stokastisk variabel  $X$ , har en cdf  $F_X(x)$  givet som:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq -4 \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x-6}{10} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi(x-6)}{10}\right) \right) & \text{for } -4 < x < 16 \\ 1 & \text{for } 16 \leq x \end{cases}$$

- Hvad er sandsynligheden for  $\Pr(X > 5)$  (dvs. at den stokastiske variabel  $X$  antager en værdi, der er større end 5).
- Hvad er sandsynligheden for  $\Pr(X = 5)$ ?
- Bestem og skitsér pdf'en  $f_X(x)$  for  $X$  i intervallet  $-4$  til  $16$ .
- Opstil udtrykket for og find middelværdien for  $X$ .
- Opstil udtrykket for og find variansen for  $X$ .

### Opgave 3: Stokastiske processer

En diskret stokastisk proces  $X[n]$  er givet ved:

$$X[n] = -Y + W[n]$$

Hvor  $Y$  er binomial fordelt og  $W[n]$  er normalfordelt:

$$Y \sim B(n = 2, p = 0.2) \quad W[n] \sim \mathcal{N}(0, 2)$$

Desuden er  $Y$  og  $W[n]$  uafhængige.

- Skitsér 1 realisation med 11 samples ( $n=0, \dots, 10$ ) af en realisation af den stokastiske proces  $X[n]$ . Angiv hvordan processen er simuleret (brug f.eks. `binornd()` og `randn()` e.l. i Matlab).
- Opstil formlerne for og bestem ensemble-middelværdien og -variansen for den stokastiske proces  $X[n]$ .
- Opstil formlen for den tidslige middelværdi (gennemsnitværdien) for én realisation.
- Angiv om den stokastiske proces er stationær i den brede forstand/Wide Sense Stationary (WSS), og om den er ergodisk. Svarene skal begrundes.

## Opgave 4: Statistik

En artikel påstår, at antallet af cigaretter solgt om året pr. indbygger i Danmark mellem 1955-1970 var lineært stigende. Dette ønsker vi nu at eftervise. Antallet af cigaretter er givet ved "Antal" i tabellen, og årstallet er givet ved "År":

År	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
Antal	856	872	895	966	1038	1093	1111	1149	1212	1120	1165	1207	1149	1219	1308	1322

- Plot data fra tabellen. Overvej hvilke værdier, der skal ud ad x-aksen og hvilke, der skal plottes ud ad y-aksen.
- Find gennemsnittet af År og Antal.
- Beregn skæringen og hældningen for den lineære regression. Angiv desuden formlerne, der er brugt ved beregningen. Indtegn den rette linje på plottet.
- Lav et residual-plot på en graf. Angiv desuden hvordan residualerne i plottene beregnes (dvs. angiv formlerne, der er brugt ved beregningen).
- Opstil en hypotesetest på om hældningen er 0.
- Beregn t-værdien og p-værdien for hypotesen.
- Kan det afvises at hældningen på den lineære regression er 0 med en konfidensniveau på 95%?