

EKSAMEN

Kursus:	ETSMP – Stokastisk Modellering og Processering
Eksamensdato:	6. januar 2021
Eksamenstermin:	Vintereksamen 2020-21
Praktiske informationer:	<p>Digital eksamen</p> <p>Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal.</p> <p>Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format. Husk at tjekke, at PDF-dokumentet kan læses inden det uploades.</p> <p>Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn.</p> <p>Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.</p> <p>Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.</p>
Hjælpemidler:	<p>Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre hverken analogt eller digitalt.</p>
Særlige bemærkninger:	<p>Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen, og at svarene begrundes. Opnåede resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.</p> <p>Ved bedømmelsen vægtes alle delspørgsmål ens.</p>
Ansvarlig underviser:	Lars Mandrup / Gunvor E. Kirkegaard

Opgave 1: Sandsynlighedsteori

I forbindelse med etablering af et solenergianlæg er sandsynligheden for en solskinsdag på en bestemt lokation blevet målt i hver af de fire årstider: forår (F), sommer (S), efterår (E) og vinter (V). En solskinsdag er her defineret som en dag, hvor der er mindst to timers solskin.

- Om foråret er sandsynligheden for en solskinsdag 0,46
- Om sommeren er sandsynligheden for en solskinsdag 0,63
- Om efteråret er sandsynligheden for en solskinsdag 0,32
- Om vinteren er sandsynligheden for en solskinsdag 0,12

Årstiderne regnes her lige store (3 måneder).

- a) Hvad er sandsynligheden for, at en vinterdag ikke er en solskinsdag?
- b) Hvad er den totale sandsynlighed for at en tilfældig dag i løbet af et år er en solskinsdag?
- c) Hvis vi ved at en dag har været en solskinsdag, hvad er som sandsynligheden for, at denne dag er en forårsdag?

Opgave 2: Stokastiske variable

En kontinuert stokastisk variabel X har tæthedsfunktionen (pdf):

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < -2 \\ a \cdot (x + 2) & \text{for } -2 \leq x \leq 0 \\ -a \cdot (x - 2) & \text{for } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

- Bestem a så $f_X(x)$ er en gyldig tæthedsfunktion, og skitser grafen for $f_X(x)$.
- Bestem fordelingsfunktionen (CDF) $F_X(x)$ for den stokastiske variabel X , og skitser grafen for $F_X(x)$.
- Opstil udtrykkene for og bestem middelværdien EX og variansen $\text{Var}(X)$.
- Bestem sandsynligheden $\Pr(X = 0)$.
- Bestem sandsynligheden $\Pr(-1 \leq X \leq 1)$.

Opgave 3: Stokastiske processer

En stokastisk proces $P[n]$ er defineret ved:

$$P[n] = 3 \cdot Y[n] + 2 \cdot W \quad \text{hvor: } Y[n] \sim \mathcal{N}(-2, 0.01) \text{ og } W \sim \mathcal{U}(3, 5); \quad Y[n] \text{ og } W \text{ er i.i.d.}$$

- Tegn 3 realisationer af processen $P[n]$ for $0 \leq n \leq 10$. Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (i Matlab, Mathcad e.l.), hvordan realisationerne er fremkommet.
- Bestem ensemble middelværdi og varians af processen $P[n]$.
- Er processen stationær i den brede forstand (WSS), og er den ergodisk? Svarene skal begrundes.

Opgave 4: Statistik

Et firma påstår, at deres produkt (A) er mere energieffektiv, således af en bruger vil spare 10 kWh dagligt på deres strømforbrug i forhold til konkurrentens tilsvarende produkt (B).

For at undersøge påstanden laves 14 målinger af produkterne under forskellige forhold. Ved hver test måles energiforbruget for én dag både for produkt A og produkt B under identiske anvendelser og forhold.

Resultaterne af testene er:

Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A [kWh]	31.2	55.3	74.0	15.1	68.6	45.6	103.1	92.3	20.1	12.8	57.2	78.0	23.2	136.5
B [kWh]	36.6	71.4	85.9	12.0	75.1	49.9	113.7	102.2	20.6	12.2	65.5	85.2	26.3	150.4

- Hvilken statistisk model og test-metode skal benyttes ved testen? Begrund svaret.
- Er de relevante data i testen normalfordelte?
- Opstil en hypotese og en alternativ hypotese for testen.
- Beregn p-værdien for testen.
- Bestem konfidens-intervallet.
- Er der ifølge testen statistisk evidens for at afvise firmaets påstand? Begrund svaret.