

**Bemærk:**

**Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen, og at svarene begrundes. Opnåede resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.**

**Ved bedømmelsen vægtes alle delspørgsmål ens.**

## **Opgave 1: Sandsynlighedsteori**

En beta-version af et nyt produkt bliver testet inden udviklingen af den endelige version. Produktet kan indstilles i tre forskellige positioner: A, B og C. Der gennemføres lige mange test i hver af de tre positioner. Ved testene fejler produktet nogle gange, og det noteres så hvilken position produktet var indstillet i.

Resultatet af testen viser, at når produktet fejler, er produktet i 22% af tilfældene indstillet i position A og i 46% af tilfældene indstillet i position B.

I alt fejlede produktet i 14% af testene.

- a) Når produktet fejler, i hvor mange procent af tilfældene er produktet så i position C?
- b) I en tilfældig udvalgt test, hvad er sandsynligheden for at produktet er i position B og fejler?
- c) Hvis produktet er i position A, hvad er så sandsynligheden for, at det ikke fejler?

## Opgave 2: Stokastiske variable

To stokastiske variable  $X$  og  $Y$  har en simultane tæthedsfunktion (pmf)  $f_{X,Y}(x,y)$  givet ved nedenstående tabel:

$Y \backslash X$	-2	-1	0	1	2
1	0,12		0,00	0,08	0,08
3	0,04	0,12	0,20	0,04	0,08
5	0,04	0,04	0,00		0,04

Endvidere vides, at  $f_Y(1) = 0,32$ .

- Bestem de manglende værdier i tabellen:  $f_{X,Y}(x = -1, y = 1)$  og  $f_{X,Y}(x = 1, y = 5)$
- Bestem de marginale tæthedsfunktioner (pmf)  $f_X(x)$  og  $f_Y(y)$ .
- Bestem middelværdierne  $EX$  og  $EY$  samt varianserne  $\text{Var}(X)$  og  $\text{Var}(Y)$ .
- Bestem den betingede sandsynlighed  $\Pr(X = -1|Y = 3)$ .

### Opgave 3: Stokastiske processer

En tids-diskret stokastisk proces  $X[n]$  er defineret ved:

$$X[n] = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot n + \varphi\right) + W[n]$$

hvor:  $\varphi \sim \mathcal{U}(-\pi, \pi)$  og  $W[n] \sim \mathcal{N}(0, 0.1)$ ;  $\varphi$  og  $W[n]$  er alle uafhængige.

- Skits 3 realisationer hver med 20 samples ( $n=1, \dots, 20$ ) af processen  $X[n]$ . Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (i Matlab, Mathcad e.l.), hvordan realisationerne er fremkommet.
- Bestem ensemble middelværdi og varians af processen  $X[n]$ .
- Er processen stationær i den brede forstand (WSS), og er den ergodisk? Svarene skal begrundes.

## Opgave 4: Statistik

I forbindelse med at der skal laves styring til et trafiklys i et lyskryds, laves tællinger af trafikmængden (antal biler). Det antages, at bilerne ankommer til lyskrydset uafhængigt af hinanden.

Der ønskes en statistisk model for fordelingen af det forventede antal biler pr. minut. Som udgangspunkt forventes 25 biler i minuttet.

Der tælles biler i 5-minutters intervaller i samlet 1 time. Resultatet af tællingerne er:

Tælling	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Antal biler	160	142	118	155	100	127	93	163	136	169	102	109

- Hvilken statistisk (fordelings-)model skal vælges? Begrund svaret.
- Hvad er den estimerede rate for antal biler pr. minut ved tællingen?
- Opstil en hypotese og en alternativ hypotese for en test af om tællingerne stemmer med det forventede antal.
- Beregn p-værdien for testen. Begrund den anvendte test-statistik til beregningen.
- Bestem 95% konfidens-intervallet for det forventede antal biler pr. minut på baggrund af tællingerne.
- Er der ifølge testen statistisk evidens for med 5% signifikansniveau at indstille trafiklyset til 25 biler pr. minut? Begrund svaret.