

# Optimización de la Integración de Programación y Horarios de Autobuses Utilizando Modelos de Flujo de Redes

Santiago Páez, Fabián Beleño

<sup>a</sup>Universidad de los Andes,

## Abstract

Los sistemas de transporte público urbano son cruciales para la movilidad en las ciudades, ya que reducen la congestión y mejoran el acceso al transporte. No obstante, la programación eficiente de horarios y la asignación de flotas de autobuses son tareas complejas, debido a las restricciones operativas y la variabilidad en la demanda de pasajeros. Este estudio aborda la optimización de estos procesos mediante la integración de la programación de horarios y la asignación de autobuses, utilizando modelos de flujo de redes. Esta estrategia permite gestionar de manera coordinada rutas, horarios y flotas, reduciendo costos operativos y el tamaño de la flota, a la vez que mejora la puntualidad y la satisfacción del usuario. La literatura existente subraya la importancia de enfoques integrados para optimizar la eficiencia operativa y la experiencia del usuario, incluyendo modelos basados en grafos y optimización robusta. Además, el uso de herramientas computacionales avanzadas y algoritmos genéticos facilita la gestión de la complejidad del sistema. El estudio justifica su relevancia en la necesidad de mejorar la movilidad y eficiencia de los sistemas de transporte público de la empresa Sinú. La implementación de modelos de flujo de redes permite realizar ajustes dinámicos según la demanda, incrementando la flexibilidad del sistema. Este enfoque tiene implicaciones económicas, sociales y ambientales, ya que fomenta el uso del transporte público y ayuda a descongestionar las vías urbanas.

**Keywords:** Transporte publico, Optimización de horarios, Asignación de flotas, Modelos de flujo de redes, Costos operativos

## 1. Introduccion

Los sistemas de transporte público urbano desempeñan un papel clave en la movilidad de las áreas urbanas, ayudando a reducir problemas como la congestión de vehículos y el acceso desigual a opciones de transporte. En un mundo cada vez más dependiente a la movilidad vehicular, garantizar la eficiencia de los sistemas de transporte masivo, enfocándose en los sistemas de autobús, es fundamental para reducir los impactos negativos del tráfico. Sin embargo, existe una problemática que es a partir en la planificación y programación eficiente de los horarios de autobuses y la asignación de la flota, considerando las múltiples restricciones operativas y la demanda de pasajeros que varía constantemente. Este problema es bastante complejo ya que implica gestionar un sistema de recursos limitados, como autobuses, operadores y rutas, mientras se intenta satisfacer las demandas de transporte de los usuarios de manera eficiente. Las empresas de transporte se enfrentan a la dificultad de equilibrar sus costos operativos, tales como el mantenimiento de los vehículos y el combustible, con la necesidad de proporcionar un servicio adecuado en términos de puntualidad y capacidad de los autobuses. Ante esta situación, se ha definido integrar la programación de horarios y la asignación de autobuses unificando estas soluciones de manera óptima. Anteriormente, estos problemas se han abordado de manera separada, lo que lleva a soluciones subóptimas debido a la mala coordinación entre los horarios de servicio y la asignación de la flota. Sin embargo, la reciente adopción de modelos de flujo de redes ha mostrado ser una manera eficiente de abordar este problema de manera in-

tegrada, lo que permite optimizar simultáneamente las rutas, los horarios y la asignación de autobuses de acuerdo con las restricciones y objetivos del sistema. El uso de modelos de flujo de redes es factible debido a su capacidad para modelar la estructura compleja de las redes de transporte urbano y manejar grandes cantidades de datos, como la demanda variable de pasajeros a lo largo del día y las características operativas del sistema. Estos modelos permiten no solo optimizar la asignación de recursos, sino también reducir los costos asociados con los trayectos vacíos, mejorar la puntualidad del servicio y minimizar el tamaño de la flota sin afectar la calidad del servicio para los usuarios.

## 2. Revisión de la literatura relevante, estado del arte y marco teórico

La optimización de la programación y asignación de autobuses en sistemas de transporte público ha sido objeto de múltiples estudios debido a su impacto en la eficiencia operativa, reducción de costos, y mejora de la calidad del servicio. Estos estudios abordan el problema desde diferentes perspectivas, cada uno teniendo un enfoque diferente, incluyendo modelos de flujo de redes, que permiten gestionar la complejidad de las redes de transporte.

### 2.1. Modelos Clásicos de Optimización

Los modelos clásicos de optimización en el transporte público se caracterizan por el uso de enfoques matemáticos

bien establecidos para resolver problemas de planificación y operación. Uno de los primeros enfoques fue propuesto por Mandl (1979), quien utilizó modelos basados en grafos para representar las rutas de autobuses. Estos modelos clásicos se enfocan en la minimización de tiempos de viaje mediante algoritmos de caminos más cortos, como el algoritmo de Dijkstra, que se utilizan para determinar las rutas óptimas entre dos puntos en una red. Aunque estos modelos originales no incorporaban la variabilidad en la demanda ni las restricciones operativas complejas, establecieron las bases para enfoques más sofisticados al introducir representaciones matemáticas simples pero efectivas de las redes de transporte.

Con el tiempo, se han adaptado estos modelos para incluir más variables. Por ejemplo, Yu et al. (2018) desarrollaron un enfoque integrado que combina la programación de autobuses y la asignación de la flota en un solo modelo. Este enfoque considera tanto la disponibilidad de autobuses como la demanda de los usuarios, optimizando simultáneamente la programación para minimizar los trayectos sin pasajeros y mejorar la eficiencia operativa.

Más recientemente, Gkiotsalitis (2020) propuso la integración de tecnologías emergentes, como la automatización y la movilidad bajo demanda, en los modelos clásicos. Estas adiciones permiten ampliar las capacidades de los modelos tradicionales, incorporando factores dinámicos para optimizar la programación y el uso de los vehículos en sistemas complejos.

## 2.2. Optimización Bajo Demanda Variable

La demanda variable es un desafío importante en la planificación de sistemas de transporte. Varios estudios han propuesto soluciones que combinan la programación y la asignación de autobuses en tiempo real. Jie Xiong (2020), en su artículo, plantea un modelo flexible que ajusta las rutas según la demanda con el paso del tiempo, utilizando algoritmos de optimización que minimizan el número de autobuses necesarios sin comprometer la calidad del servicio.

En un contexto más reducido, Muñoz et al. (2019), en *Optimization of Bus Dispatching and Scheduling in Urban Transport Systems*, también aborda el problema de la demanda variable, proponiendo modelos de programación de autobuses que consideran los picos de demanda y ajustan los horarios a estas demandas. Esto no solo mejora la eficiencia operativa, sino que también ayuda a reducir los costos durante las horas de menor demanda, optimizando el uso de la flota.

## 2.3. Optimización Basada en Zonas

El uso de modelos basados en zonas es efectivo para optimizar sistemas de transporte en áreas urbanas densas, especialmente en empresas que enfrentan fluctuaciones en la demanda de pasajeros. Estos modelos agrupan las paradas de autobús en zonas geográficas, lo que facilita la asignación de autobuses según la demanda real en cada zona y mejora la cobertura del servicio. Soares et al. (2019), en su estudio sobre la optimización de flotas en zonas urbanas densas, proponen asignar autobuses estratégicamente a zonas de alta demanda para reducir tiempos de espera, lo cual es fundamental para empresas que operan en ciudades grandes con variabilidad en la demanda.

Para el caso de la empresa, este enfoque permite una asignación más flexible de recursos, mejorando la eficiencia operativa al ajustar las frecuencias de los autobuses a las necesidades específicas de cada zona. Esto puede traducirse en una optimización de los costos, ya que se maximiza el uso de la flota y se reduce la cantidad de trayectos con baja ocupación.

Además, Gkiotsalitis (2020) sugiere que la combinación de planificación basada en zonas y servicios de movilidad bajo demanda puede proporcionar una mayor flexibilidad y eficiencia, abordando así problemas operativos y mejorando la calidad del servicio para la empresa.

## 2.4. Integración de la Programación de Horarios y Asignación de Flota

Uno de los avances más significativos en la optimización de sistemas de transporte es la integración de la programación de horarios y la asignación de la flota en un solo problema, en lugar de tratarlos de forma separada. Yu et al. (2018) propone un modelo en el que ambas dimensiones se optimizan simultáneamente, mejorando la eficiencia operativa y la satisfacción del usuario. La planificación integrada garantiza que los autobuses se utilicen de manera óptima y minimiza los trayectos sin pasajeros, a la vez que asegura la puntualidad.

Asimismo, Sohail et al. (2024), en *Optimizing Bus Fleet Allocation and Scheduling in Urban Transport Systems*, comprueban esta idea al demostrar que la integración de la asignación y programación de la flota reduce los costos operativos de manera significativa, al tiempo que se mejora la fiabilidad del servicio. Este enfoque asegura que los autobuses mantengan intervalos regulares, lo que es crucial para la calidad del servicio.

## 2.5. Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AG) son técnicas de optimización basadas en procesos evolutivos como la selección natural, el cruce y la mutación. En el contexto de los sistemas de transporte público, los AG se utilizan para optimizar horarios de autobuses y la sincronización de señales de tráfico, donde múltiples restricciones y variables hacen que el problema sea difícil de resolver con métodos tradicionales. Estos algoritmos permiten la creación de soluciones adaptativas que se ajustan a las fluctuaciones en la demanda de pasajeros y a las condiciones variables del tráfico. Wang et al. (2022) utilizaron AG en sistemas de Autobús de Tránsito Rápido (BRT, por sus siglas en inglés) para optimizar tanto la programación como la sincronización, logrando una mejora en la eficiencia operativa.

Los AG destacan en la capacidad de gestionar la variabilidad y la incertidumbre en los sistemas de transporte. Estos algoritmos permiten explorar un gran espacio de soluciones posibles, adaptándose dinámicamente a cambios en la demanda de pasajeros o en las condiciones del tráfico. Como se mencionó en el estudio de Xi Yu et al. (2024), el uso de AG resultó en una reducción significativa de los tiempos de espera de los pasajeros, además de mejorar la puntualidad del servicio.

A pesar de los buenos resultados obtenidos, los AG pueden enfrentar limitaciones relacionadas con el tiempo de computación, especialmente cuando el número de variables y restricciones aumenta de manera exponencial. Esto significa

que, a medida que la complejidad del problema crece, los AG requieren más tiempo para encontrar soluciones cercanas al óptimo, lo que puede resultar en tiempos de ejecución prolongados. Si bien estos algoritmos son eficaces para explorar un amplio espacio de soluciones, el aumento exponencial en la cantidad de cálculos puede afectar su capacidad para ofrecer soluciones globalmente óptimas en un tiempo razonable, especialmente en sistemas extremadamente complejos o con cambios rápidos en tiempo real.

## 2.6. Optimización Robusta

La optimización robusta se enfoca en la creación de soluciones que sean eficientes y viables bajo condiciones inciertas, lo cual es crucial en el transporte público debido a factores como las fluctuaciones en la demanda de pasajeros o las condiciones del tráfico, que varían considerablemente a lo largo del día. Wang et al. (2022) aplicaron la optimización robusta en sistemas de Autobús de Tránsito Rápido (BRT) para mejorar la programación y la sincronización de autobuses, asegurando que el sistema mantuviera su eficiencia operativa incluso en escenarios de tráfico altamente variables. Este enfoque aborda el problema de la incertidumbre operativa al garantizar un rendimiento consistente y reducir la vulnerabilidad a condiciones desfavorables.

El problema que este trabajo resuelve se centra en la necesidad de mantener un servicio de transporte confiable y eficiente, incluso cuando las condiciones no son las ideales. La optimización robusta es relevante para el estudio, ya que permite integrar la variabilidad y la incertidumbre en la planificación, lo cual es esencial para sistemas de transporte en entornos urbanos complejos. Esto se relaciona con el problema a resolver en nuestro trabajo, donde se busca optimizar la asignación de recursos en condiciones cambiantes para mejorar la cobertura y reducir los costos operativos.

Sin embargo, al intentar abarcar una amplia gama de escenarios, las soluciones robustas a veces sacrifican eficiencia en situaciones más previsibles o comunes, lo que puede resultar en una subutilización de los recursos o en una optimización que no es tan efectiva en escenarios promedio.

## 2.7. Herramientas Computacionales

El uso de herramientas computacionales ha revolucionado la forma en que se abordan los problemas de optimización en sistemas de transporte público. Programas como PTV VISUM y EMME permiten a los planificadores ajustar las rutas y la asignación de autobuses en tiempo real, maximizando la eficiencia operativa y minimizando costos. Sohail et al. (2024) demuestran que la aplicación de estos programas en sistemas de transporte urbano ha logrado mejoras significativas en la reducción de costos y en la calidad del servicio, al permitir una respuesta dinámica ante la variabilidad de la demanda.

En el paper de Wang et al. (2022) sobre la optimización robusta en sistemas BRT: este estudio implementa los modelos utilizando herramientas avanzadas de programación como MATLAB. MATLAB es comúnmente utilizado para desarrollar

los modelos matemáticos y realizar simulaciones, dado su robusto entorno para manejar problemas de optimización no lineales y multiobjetivo, lo cual es esencial en la programación de autobuses y la sincronización de señales.

En el trabajo de Xi Yu et al. (2024) sobre la optimización genética de la programación de autobuses, los autores también mencionan el uso de algoritmos genéticos implementados mediante herramientas computacionales especializadas en optimización, como Python con librerías de algoritmos evolutivos (por ejemplo, DEAP). Estas herramientas permiten una programación flexible y eficaz para explorar grandes espacios de soluciones y mejorar la eficiencia operativa del sistema de transporte.

## 3. Planteamiento del Problema y Justificación de su Relevancia

Para abordar el comentario de la profesora, es necesario hacer el planteamiento del problema más específico y directamente relacionado con la situación de la empresa, integrando las restricciones y objetivos mencionados en el proyecto. Aquí te propongo una versión revisada:

Uno de los principales desafíos para la empresa de transporte es optimizar la programación y la asignación de su flota de autobuses para satisfacer la demanda de pasajeros mientras se minimizan los costos operativos. La empresa enfrenta variaciones significativas en la demanda durante diferentes franjas horarias, como picos y horas valle, lo que complica la planificación del servicio. La programación actual debe adaptarse a estas fluctuaciones, lo que significa ajustar frecuencias y rutas para evitar trayectos con baja ocupación o largas esperas para los usuarios.

Además, la empresa debe cumplir con restricciones operativas específicas, como la necesidad de que los autobuses comiencen y terminen sus recorridos en el mismo depósito, mantener intervalos mínimos y máximos entre viajes, y gestionar una flota limitada. Estas restricciones no solo afectan la cantidad de autobuses disponibles en un momento dado, sino también la capacidad para redistribuirlos de manera eficiente a lo largo del día, añadiendo complejidad a la programación.

Desde el punto de vista económico, la empresa busca minimizar costos, que incluyen tanto los fijos como los variables, y reducir trayectos vacíos. Desde la perspectiva de los usuarios, garantizar un servicio confiable y de calidad, con tiempos de espera razonables y una cobertura adecuada, es crucial para mantener la satisfacción del pasajero y la viabilidad del sistema. El objetivo es equilibrar la eficiencia operativa con la demanda variable, utilizando modelos de flujo de redes para optimizar la asignación de recursos en tiempo real.

### 3.1. Justificación

El proyecto busca mejorar la eficiencia y calidad del servicio de transporte público urbano mediante la optimización integrada de la programación y la asignación de autobuses. La implementación de modelos de flujo de redes permite abordar de manera conjunta las restricciones operativas y la variabilidad en la demanda de pasajeros, lo que facilita una asignación dinámica de recursos que mejora la flexibilidad del sistema.

### 3.2. Objetivos

- Optimización de la Programación de Autobuses: Desarrollar un modelo que permita programar los horarios de los autobuses de manera eficiente, alineando la oferta de transporte con la demanda variable de pasajeros durante el día.
- Minimización de Costos Operativos: Minimizar los costos asociados con la operación de la flota de autobuses, incluyendo los costos fijos (personal, mantenimiento) y los variables (combustible, desgaste), así como la reducción de trayectos vacíos.
- Reducción del Tamaño de la Flota: Desarrollar un modelo que permita minimizar el número de autobuses necesarios para satisfacer la demanda de transporte sin comprometer la calidad del servicio.
- Maximización de la Satisfacción del Pasajero: Garantizar que los tiempos de espera y los intervalos entre autobuses sean reducidos al mínimo posible, mejorando la experiencia del usuario y asegurando un servicio confiable y regular.
- Implementación de Modelos de Flujo de Redes: Utilizar modelos avanzados de flujo de redes para integrar la programación y asignación de autobuses, teniendo en cuenta todas las restricciones operativas, de demanda y medioambientales, y permitiendo realizar ajustes dinámicos en tiempo real.

## 4. Metodología

El problema se modelará utilizando un enfoque de redes, donde se representarán los diferentes elementos del sistema como nodos y arcos en un grafo. Cada nodo representará un punto de interés, como un depósito, un origen o un destino, y los arcos representarán los trayectos y sentidos que los autobuses pueden tomar entre estos puntos.

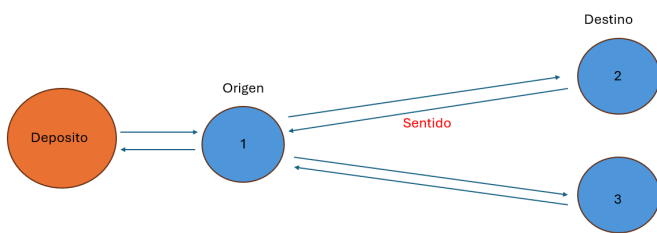


Figure 1: Grafico simplificado del problema

Para resolver el modelo, se utilizara un enfoque multiobjetivo que integra todas las funciones objetivo en un solo modelo en redes. Lo anterior permite encontrar soluciones equilibradas sin que ninguna funcion objetivo se vea perjudicada por otra. Para manejar este enfoque, tendremos en cuenta dos posibles opciones. En primer lugar se tiene el metodo de la ponderacion, la cual consiste en asignar pesos a cada objetivo y combinarlos en una única función objetivo. Por otro lado tenemos el metodo

de pareto el cual busca soluciones que no sean dominadas, es decir, aquellas en las que no puedes mejorar un objetivo sin empeorar otro. Dependiendo cual metodologia se utilizara al final, se modificara el codigo del modelo.

En cuanto a las herramientas a utilizar, se implementará la solución en Gurobi con Python, ya que es una herramienta potente y flexible para resolver modelos complejos, incluidos aquellos con características estocásticas y multiobjetivo. Gurobi proporciona una API de Python que permite definir con precisión las variables de decisión, las restricciones del sistema, y las funciones objetivo, facilitando la construcción y solución de modelos de optimización. El modelo desarrollado en este informe utiliza Gurobi para manejar las restricciones operativas, la asignación de recursos y la optimización bajo diferentes escenarios, asegurando que las soluciones obtenidas sean eficientes y prácticas para la programación de los autobuses.

### 4.1. Parámetros

- $i$ : Conjunto de horas (índice  $i$ )
- $j$ : Conjunto de trayectos (índice  $j$ )
- $k$ : Conjunto de buses (índice  $k$ )
- $c_{ijk}$ : Costo operativo variable asociado con el bus  $k$  recorriendo el trayecto  $j$  y llevando pasajeros que suben en la hora  $i$ .
- $C_{fijk}$ : Costo fijo de operar el bus  $k$ , independientemente del trayecto o del número de pasajeros.
- $h_{min}$ : Frecuencia mínima de viajes por hora para cada línea de autobús.
- $h_{max}$ : Frecuencia máxima de viajes por hora para cada línea de autobús.
- $S_{ijk}$ : Satisfacción del pasajero medida en función del tiempo de espera o regularidad del servicio para los pasajeros que suben a las horas  $i$  y viajan en el trayecto  $j$  con el bus  $k$ .
- $\delta_{i,j}$ : Indicador que especifica si el trayecto  $j$  conecta el depósito con el origen o con el destino.
- $Cap_k$ : Capacidad máxima del bus  $k$
- $p_{ijk}$ : Precio que paga cada pasajero que se sube en hora  $i$  en un trayecto  $j$  con el bus  $k$

### 4.2. Variables

- $X_{ijk}$ : Número de pasajeros que suben a un bus en la hora  $i$ , recorren el trayecto  $j$ , y son transportados por el bus  $k$ .
- $Y_k$ : Variable binaria que toma valor 1 si el bus  $k$  está en operación, y 0 en caso contrario.

#### 4.3. Funciones Objetivo

El modelo tiene múltiples funciones objetivo, que pueden ser consideradas de manera individual o combinada, según los criterios de optimización deseados:

##### 1. Minimizar los costos totales de operación:

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} X_{ijk} + \sum_k C_{fijo_k} Y_k$$

Este objetivo busca minimizar tanto los costos operativos variables ( $c_{ijk}$ ) como los costos fijos asociados con la operación de los buses ( $C_{fijo_k}$ ).

##### 2. Maximizar el beneficio obtenido por los viajes de servicio:

$$\max \sum_i \sum_j \sum_k (p_{ijk} X_{ijk} - c_{ijk} X_{ijk})$$

Donde  $p_{ijk}$  es el precio que paga cada pasajero que sube en  $i$ , recorre el trayecto  $j$  con el bus  $k$ .

##### 3. Minimizar el número de autobuses necesarios:

$$\min \sum_k Y_k$$

Aquí se minimiza la cantidad total de buses en operación, para reducir el tamaño de la flota.

##### 4. Maximizar la satisfacción de los pasajeros:

$$\max \sum_i \sum_j \sum_k S_{ijk} X_{ijk}$$

Esto se enfoca en maximizar la satisfacción de los pasajeros, en función del tiempo de espera y la regularidad del servicio.

#### 4.4. Restricciones

##### 1. Restricción de capacidad de los buses:

$$\sum_i X_{ijk} \leq Cap_k \quad \forall j, k$$

La cantidad total de pasajeros en cada bus  $k$  no puede superar su capacidad máxima.

##### 2. Frecuencia mínima de viajes para garantizar la calidad del servicio:

$$h_{min} \leq \sum_i X_{ijk} \leq h_{max} \quad \forall j, k$$

Esto asegura que la frecuencia de los viajes de servicio se mantenga dentro de los límites establecidos para garantizar un servicio regular.

##### 3. Los autobuses deben comenzar y terminar en el depósito:

$$X_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad \text{donde} \quad \delta_{i,j} = 1$$

Los autobuses que inicien o terminen su trayecto deben hacerlo en el depósito.

##### 4. Restricción de unicidad por trayecto:

$$\sum_k X_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j$$

Cada trayecto  $j$  solo puede ser realizado por un bus  $k$  a la vez.

##### 5. Restricción de balance de flujo en nodos:

$$\sum_j X_{ijk} - \sum_j X_{ijk} = 0 \quad \forall k$$

El número de pasajeros que entran a un trayecto debe ser igual al que sale del trayecto, garantizando la conservación del flujo de pasajeros.

#### References

- Wang, J., Han, Y., & Li, P. (2022). Integrated Robust Optimization of Scheduling and Signal Timing for Bus Rapid Transit. *Sustainability*, 14(16922).
- Xi Yu, Huan Cao, Ke Cao, Liang Zou, & Lingxiang Zhu. (2024). Considering the Optimization Design of Urban Bus Network Scheduling. *Applied Sciences*.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley.
- Gkiotsalitis, K., & Cats, O. (2020). Public Transport Planning and Operations: Mobility as a Service and Automated Driving. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 133, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2020.01.004>
- Muñoz, J. C., Giesen, R., & Ortúzar, J. D. (2019). Optimization of Bus Dispatching and Scheduling in Urban Transport Systems. *Transportation Science*, 53(2), 228-241. <https://doi.org/10.1287/trsc.2019.0915>
- Soares, J., Oliveira, R., & Maia, D. (2019). Zone-Based Bus Fleet Optimization in Dense Urban Areas. *Transportation Research Part B: Methodological*, 123, 285-300. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.10.012>
- Mandl, C. E. (1980). Evaluation and optimization of urban public transport networks. *European Journal of Operational Research*, 5(6), 396-404. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/03772217809>
- Xiong, J., Chen, B., Li, X., He, Z., & Chen, Y. (2020). Demand responsive service-based optimization on flexible routes and departure time of community shuttles. *Sustainability*, 12(3), 897. [https://www.researchgate.net/publication/338828350\\_Demandresponsive](https://www.researchgate.net/publication/338828350_Demandresponsive)