

Devoirs de mathématiques

Classe de Mise-à-niveau CAV

[2023-09-20 mer.]

Table des matières

1 Évaluation en temps libre n°01 (à rendre pour le 13-09-2023)

2

1 Évaluation en temps libre n°01 (à rendre pour le 13-09-2023)

Exercice 1.

Sachant que LA_3 a pour fréquence 415 Hz en musique baroque, déterminer les fréquences de SI_5 , $RE_5^\#$ et FA_1 .

Correction. On note $\alpha = 2^{\frac{1}{12}}$.

1. SI_5 se trouve $12 + 12 + 2 = 26$ demi-tons au dessus du LA_3 . Sa fréquence est donc donnée par $415 \times \alpha^{26} \approx 1863,29$ Hz.
2. $RE_5^\#$ se trouve $12 + 12 + 6 = 30$ demi-tons au dessus du LA_3 . Sa fréquence est donc donnée par $415 \times \alpha^{30} \approx 2347,59$ Hz.
3. FA_1 se trouve $12 + 12 + 4 = 28$ demi-tons en-dessous du LA_3 . Sa fréquence est donc donnée par $415 \times \alpha^{-28} \approx 82,35$ Hz.

Exercice 2.

Caractériser les fonctions polynômes suivantes :

1. $f(x) = (x-3)^2 - (x+2)^2$.
2. $f(x) = (x-3)^3 - (x+2)^3$.
3. $f(x) = (x-3)^4 - (x+2)^4$.

Correction.

1. $f(x) = (x-3)^2 - (x+2)^2$. On calcule :

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4.$$

D'où :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-3)^2 - (x+2)^2 \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 + 4x + 4) \\ &= -10x + 5. \end{aligned}$$

Ainsi, f est une fonction polynôme de degré 1 avec $a = -10$ et $b = 5$.

2. $f(x) = (x-3)^3 - (x+2)^3$. On calcule :

$$(x-3)^3 = (x^2 - 6x + 9)(x-3) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

$$(x+2)^3 = (x^2 + 4x + 4)(x+2) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8.$$

D'où :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-3)^3 - (x+2)^3 \\ &= x^3 - 9x^2 + 27x - 27 - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) \\ &= -15x^2 + 15x - 35. \end{aligned}$$

Ainsi, f est une fonction polynôme de degré 2 avec $a = -15$, $b = 15$ et $c = -35$.

3. $f(x) = (x-3)^4 - (x+2)^4$. On calcule :

$$(x-3)^4 = (x^2 - 6x + 9)(x^2 - 6x + 9) = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$$

$$(x+2)^4 = (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x + 4) = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$$

D'où :

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-3)^4 - (x+2)^4 \\&= x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81 - (x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16) \\&= -20x^3 + 30x^2 - 140x + 65.\end{aligned}$$

Ainsi, f est une fonction polynôme de degré 3 avec $a = -20$, $b = 30$, $c = -140$ et $d = 65$.