

R5G – Chaussées et viabilité hivernale

Chaussées à Température de Surface Positive tout temps (CTSP, acronyme provisoire pour les besoins de la note)

Modélisation des essais thermo-hydrauliques
du LR Nancy sur plaque tricouche avec
EB drainant en sandwich

(se référer à la présentation du LR Nancy : 12 juin 2013)

On cherche à rendre compte des essais thermo-hydrauliques menés au LR Nancy sur plaque tricouche, d'EB drainant, pris en sandwich entre deux enrobés imperméables (voir présentation LR Nancy).

La plaque est posée en dévers et alimentée en tranche haute par un débit d'eau à température constante. L'eau circule librement au sein de l'EB drainant (écoulement gravitaire), où elle est recueillie en tranche basse. La plaque est soumise en surface à une température d'air extérieure constante, inférieure à la température d'entrée d'eau.

On souhaite évaluer **en régime permanent** les distributions de température en surface de plaque et du fluide au sein de l'EB drainant, sachant que les essais ont conduit aux valeurs suivantes :

| | | | |
|-------------------------------|------|------|-------|
| T_{air} | 5°C | -5°C | -10°C |
| T_{eau} (en entrée) | 22°C | 22°C | 22°C |
| T_{surface} minimale | 12°C | 6°C | 3°C |

1- Hypothèses principales

- Le dessous de la couche drainante est supposée adiabatique (hypothèse forte utilisée pour simplifier le problème en première approche). La modélisation ne tient donc compte que des 2 couches supérieures du tricouche.
- Dans chacune de ces couches, la température est supposée quasi-homogène suivant l'épaisseur.
- La température est considérée variable en fonction de l'abscisse curviligne, mesurée le long des lignes de courant du fluide caloporteur et en fonction du temps. Les calculs effectués *in fine* sont toutefois supposés en régime permanent.
- La surface de chaussée est soumise à une température extérieure fixe.
- Les échanges verticaux entre couches de chaussée et entre la surface de la plaque et l'air extérieur sont supposés régis par des lois linéaires, fonction des sauts de température entre milieux.
- Les températures du fluide et de l'EB drainant sont susceptibles de différer en un même point. On se ramène toutefois à la fin à des températures localement égales.
- A l'intérieur de l'EB drainant, la température répond à un problème de convection-diffusion.

2- Equations et solution générale du problème

Celles-ci sont développées en annexes 1 et 2.

3- Solution en régime permanent dans le cas où les températures du fluide et de l'EB drainant sont égales en tout point

Les calculs mènent aux distributions suivantes de température en fonction de l'abscisse s

| |
|---|
| Température du fluide $\theta_f(s) = \theta_f(0)e^{-s/\kappa} + \theta_e(1 - e^{-s/\kappa})$ Température de la plaque en surface $\theta_s(s) = r_{Dr/S}\theta_f(s) + r_{S/e}\theta_e$ |
|---|

avec :

| |
|---|
| $\kappa \approx \frac{c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p (r_{Dr/S} + r_{S/e})}{r_{Dr/S} r_{S/e}}$ $r_{Dr/S} = \frac{2k_{Dr}k_S}{h_S k_{Dr} + h_{Dr} k_S}$ |
|---|

avec les notations suivantes :

| | | |
|---------------|--|------------------------------|
| l | Longueur de la plaque | 0.60m |
| L | Largeur plaque | 0.40m |
| h_{Dr} | Epaisseur couche drainante | 0.05m |
| h_S | Epaisseur couche surface | 0.05m |
| p | Pente 3% | 0.03 |
| k_{Dr} | Conductivité thermique EBdr | 1 W/K/m |
| k_S | Cond. thermique couche surface | 2 W/K/m |
| $r_{S/e}$ | Coef. échange EB surface/air | Valeur ajustée (voir par. 4) |
| $r_{Dr/S}$ | Coef. échange EBdr/EB surface (valeur calculée) | 27 W/K/m ² |
| ρ_f | Masse vol. fluide (eau) | 1000 Kg/m ³ |
| c_f | Capacité calorifique massique eau | 4180 J/Kg/°C |
| $\theta_f(0)$ | Température d'eau en entrée | 22°C |
| θ_e | Temp. air surface de plaque | 5°C ou - 5°C ou -10°C |
| K_{Dr} | Perméabilité hydraulique EBdr Hypothèse basse (Nantes): 2,5l/mn sous gradient hydr. Unité $K_{Dr} = \frac{0,005m^3}{120s} \frac{1}{0,4m} \frac{1}{0,05m}$ | 2 10 ⁻³ m/s |
| | Hypothèse haute (Nancy): 0,013l/s sous gradient hydr. p (3%) | |

| | | |
|--|---|-----------------------|
| | $K_{Dr} = \frac{0,013 \cdot 10^{-3} m^3}{1s} \frac{1}{0,03} \frac{1}{0,4m} \frac{1}{0,05m}$ | $2 \cdot 10^{-2} m/s$ |
|--|---|-----------------------|

Notations et données de référence (USI)

Nota : pour $s \rightarrow +\infty$, on obtient comme attendu : $\theta_f(s) \rightarrow \theta_e$, $\theta_s(s) \rightarrow \theta_e$

4- Résultats

Les formules précédentes sont introduites sous forme de programme VBA dans la feuille de calcul : *Manip LR Nancy v1.xls*

Le jeu de données de référence utilisé dans les simulations présentées ci-après figure dans le tableau précédent (unités S.I) .

Les valeurs les plus incertaines portent sur les conductivités thermiques des EB, les coefficients d'échange et la perméabilité hydraulique de l'EBdr. Ces valeurs seraient à mesurer par des essais spécifiques appropriés.

Le coefficient d'échange EB/air, $r_{S/e}$, est pris comme variable d'ajustement pour se rapprocher « au mieux » des mesures de température des essais de Nancy, pour les 3 conditions de température extérieure.

Pour K_{Dr} , deux hypothèses sont considérées : une hypothèse basse de $2 \cdot 10^{-3} m/s$ issue des mesures d'écoulement saturé sous gradient unité (éprouvette en position verticale) et une hypothèse haute de $2 \cdot 10^{-2} m/s$ (facteur 10 entre les 2 mesures), déduite directement des mesures de débit faites à Nancy sous la pente p de 3%. Il faudra clarifier cette différence de valeurs pouvant provenir soit d'une mauvaise évaluation des débits, soit d'une mauvaise modélisation de l'écoulement dans la plaque, supposée conduire ici en régime permanent à la simple relation :

$$\text{Débit} = K_{Dr} p L h_{Dr}$$

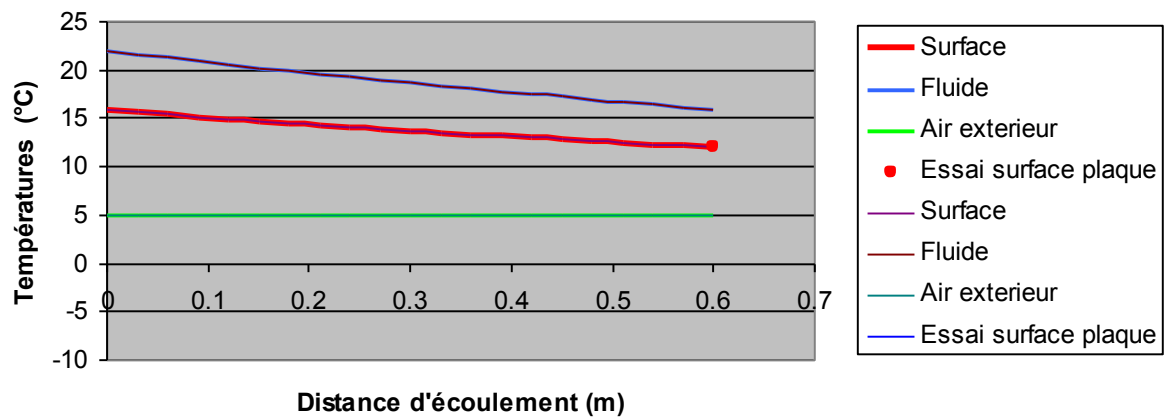
Nota : la norme impose pour les EB drainants $K_{Dr} > 1 \cdot 10^{-2} m/s$

4.1 Résultats pour $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-3} m/s$

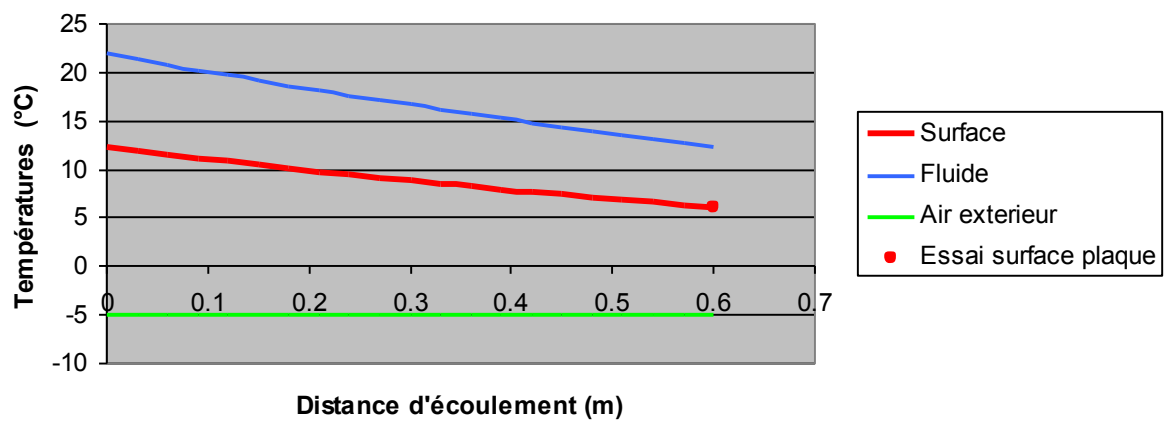
Pour cette valeur de perméabilité hydraulique, la valeur du coefficient $r_{S/e}$ permettant de retrouver en extrémité de plaque les températures de surface mesurées par Nancy s'avère être égale à : $15 W/K/m^2$

Les figures suivantes présentent les profils de température obtenus alors en surface de plaque et dans le fluide, pour les 3 conditions de température d'air extérieur.

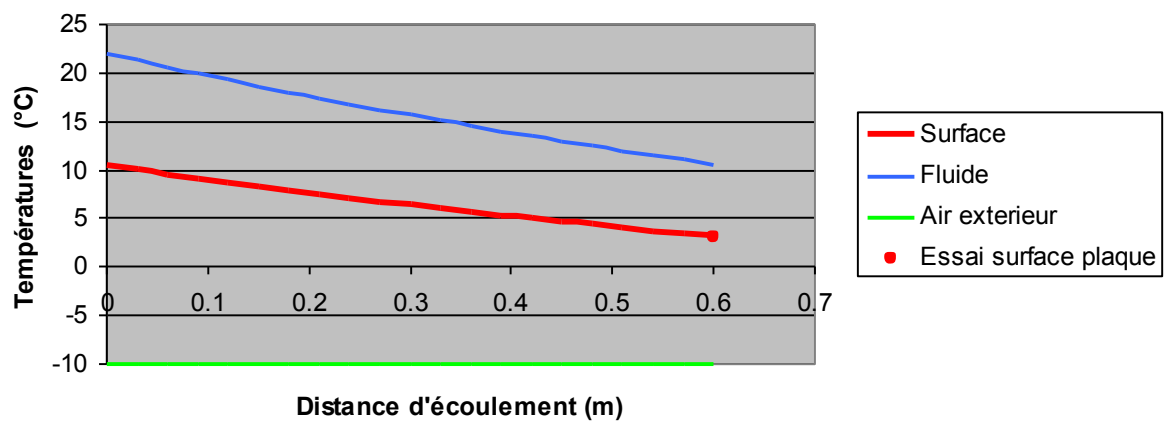
Températures extérieure, de surface et du fluide



Températures extérieure, de surface et du fluide



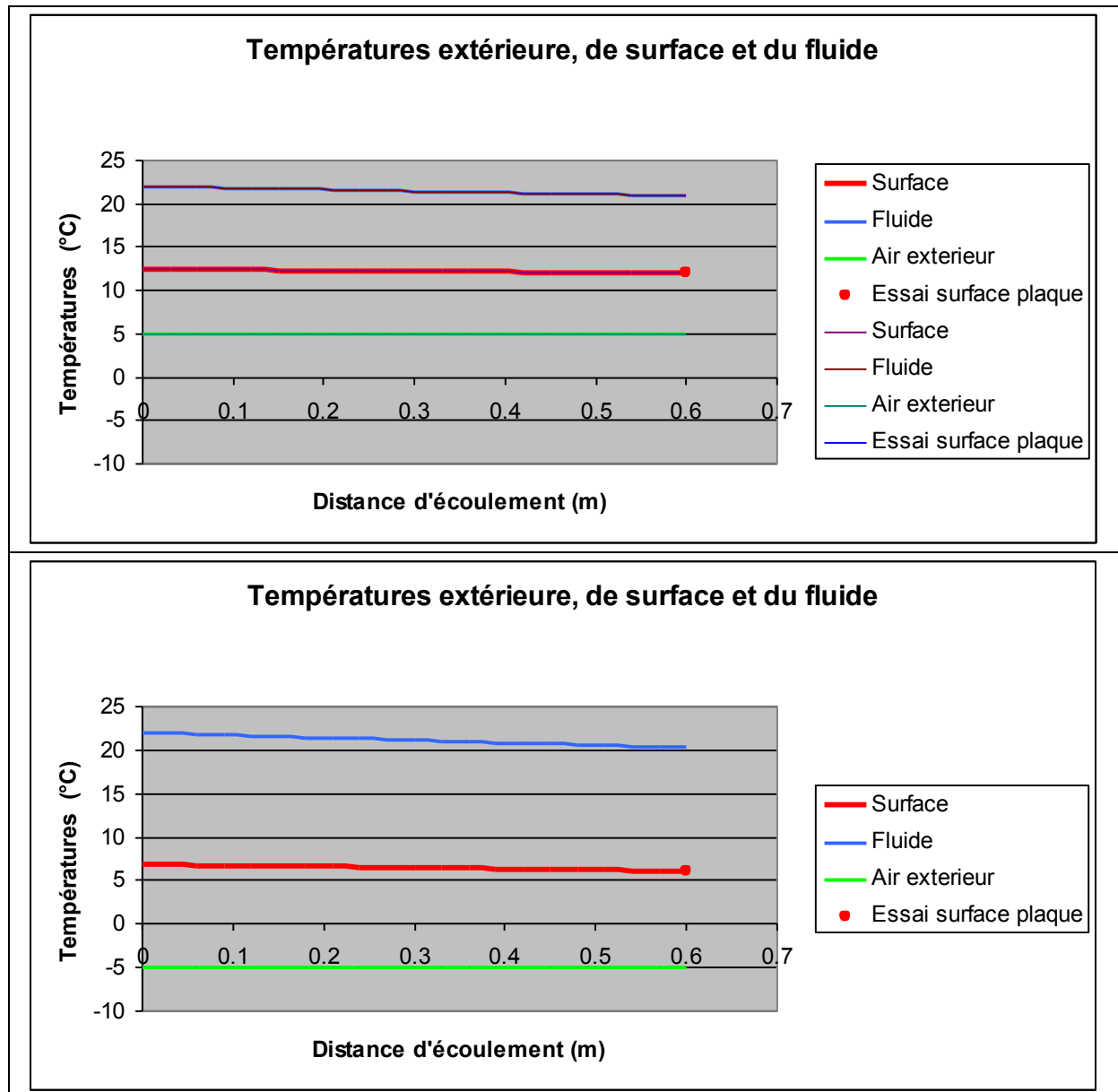
Températures extérieure, de surface et du fluide

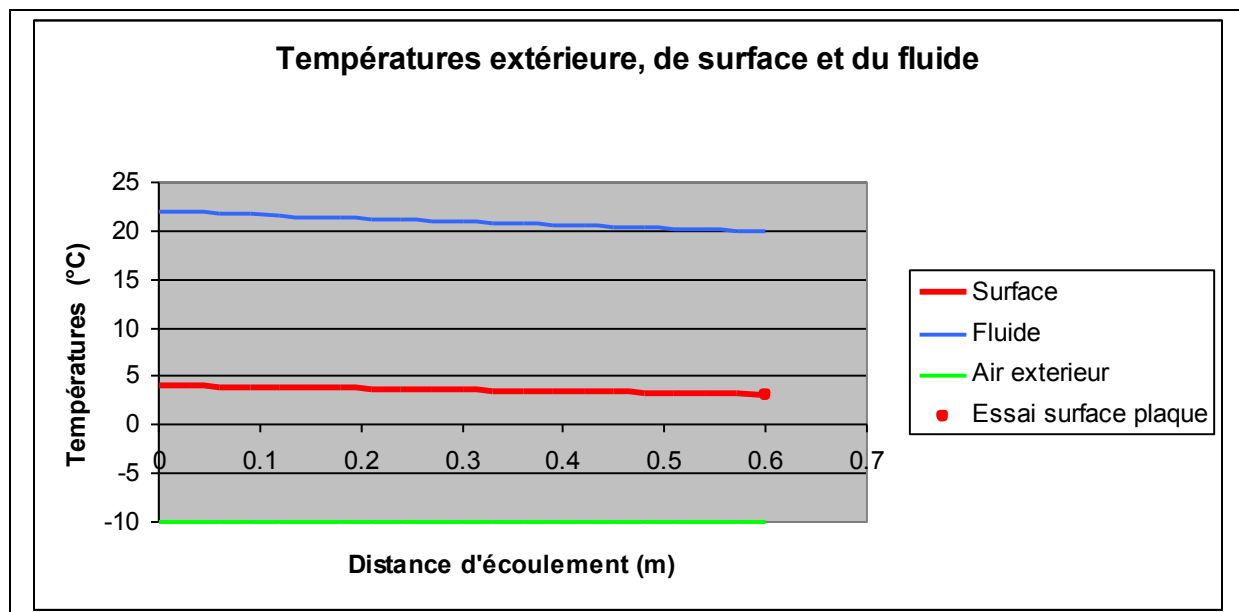


4.1 Résultats pour $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

Pour cette valeur de K_{Dr} , la valeur du coefficient $r_{S/e}$ permettant de retrouver en extrémité de plaque les températures de surface mesurées par Nancy est de l'ordre de: 34 W/K/m^2 .

On obtient alors les courbes suivantes.





4.3 Commentaires

Ces simulations montrent qu'il est possible de trouver plusieurs jeux de données rendant compte des « résultats sommaires » retenus à ce stade.

Mais la caractérisation spécifique de certains paramètres (ex : conductivité thermique des EB, débit d'eau à travers la plaque) et une exploitation plus poussée des essais (ex : mesure de température d'eau en sortie, mesures des profils de température en surface de plaque par caméra IR,...) devraient permettre de préciser « facilement » les véritables valeurs des grandeurs physiques sur lesquelles règnent les plus grandes incertitudes.

On voit notamment que le second jeu de donnée, correspondant à la circulation d'eau la plus rapide, prévoit des gradients thermiques en surface de plaque et des différences de températures entre entrée et sortie d'eau, bien inférieures au premier jeu de données. Ce type d'observation devrait permettre d'orienter rapidement les jeux de données vers les valeurs les plus pertinentes.

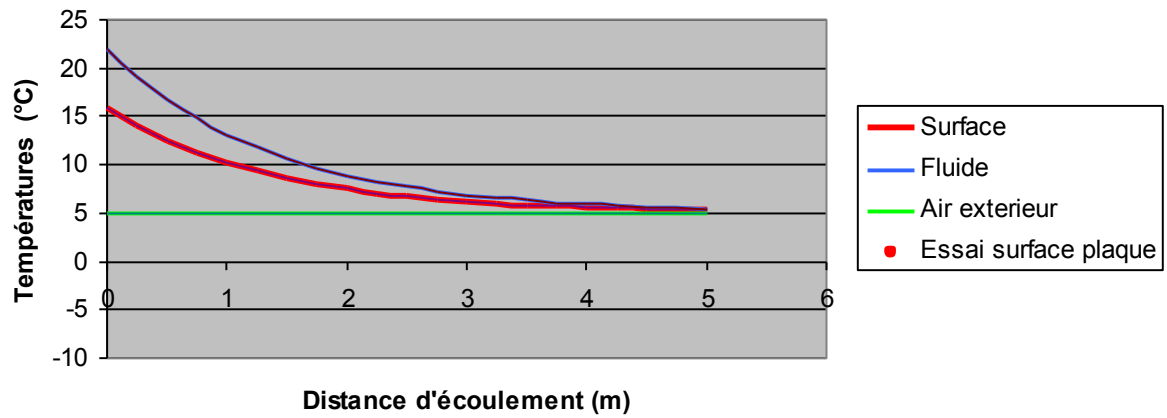
5 Extrapolation des résultats à une largeur de 5m

Une fois calé, le programme de calcul développé ici devrait permettre d'extrapoler facilement le comportement observé sur plaque au cas d'une chaussée de plus grande largeur.

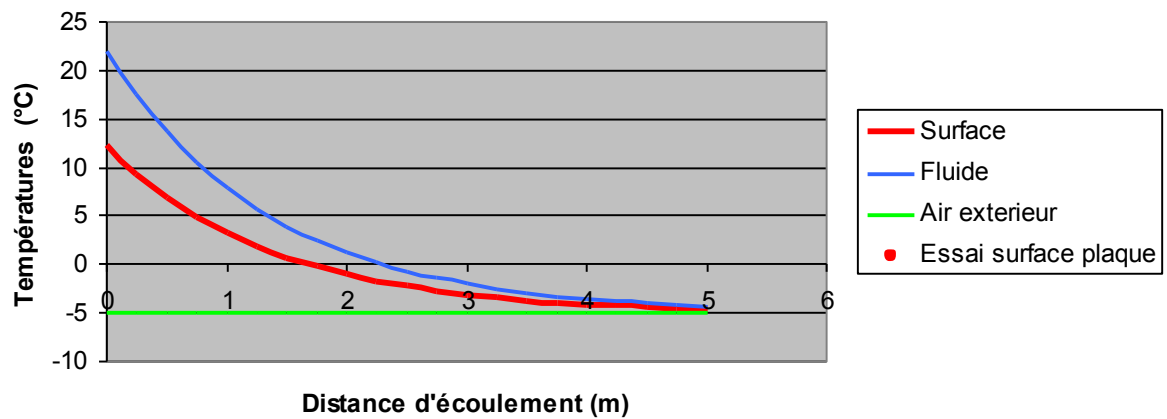
A titre d'exemple, les figures ci-dessous montrent les distributions de température calculées pour une « chaussée » de 5m de largeur, toutes autres données restant égales aux valeurs précédentes.

5.1 $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-3} m/s$

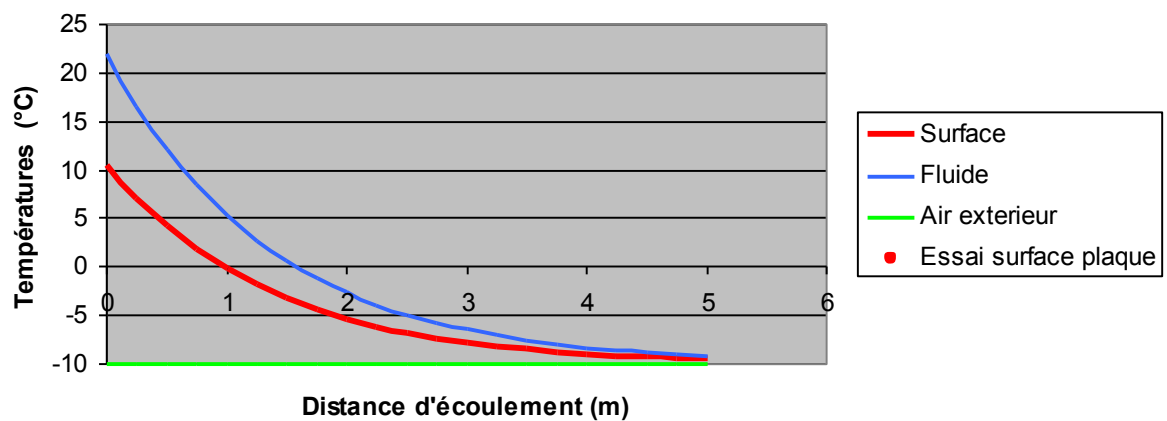
Températures extérieure, de surface et du fluide



Températures extérieure, de surface et du fluide

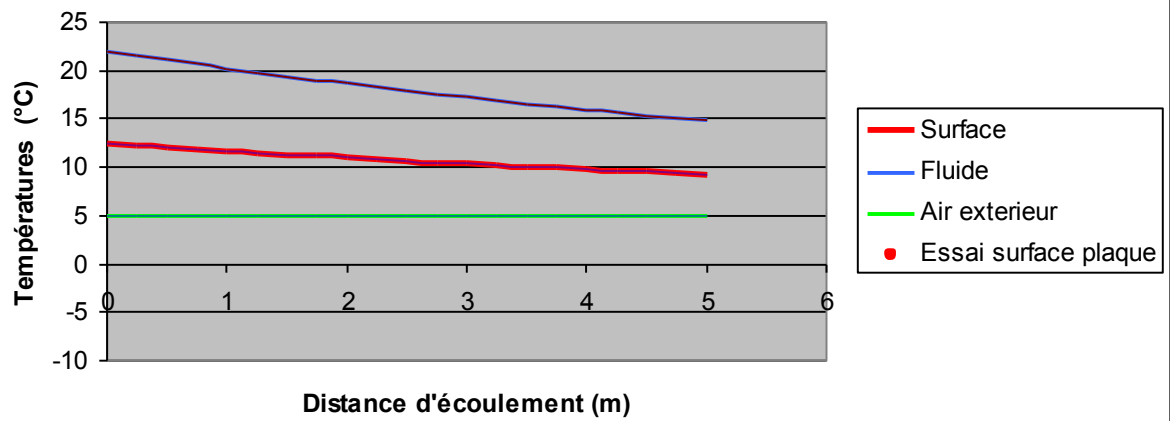


Températures extérieure, de surface et du fluide

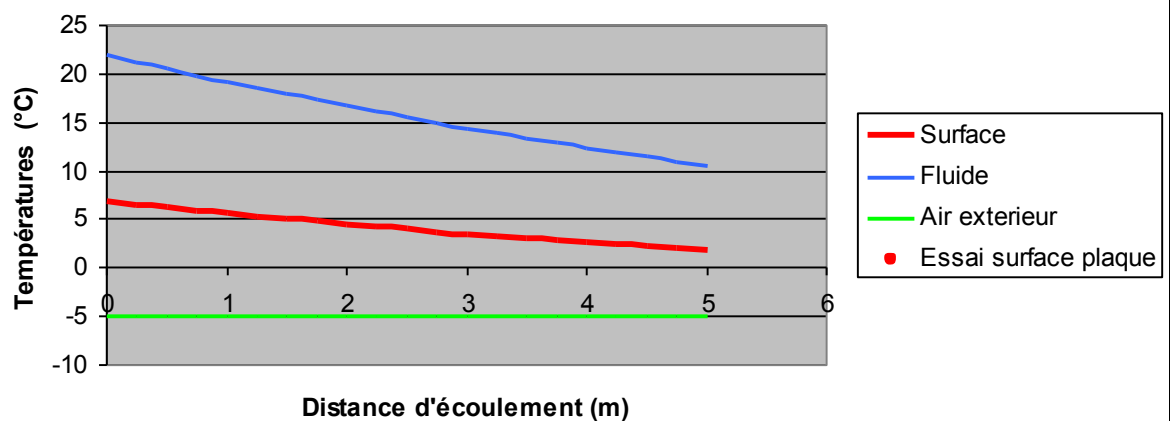


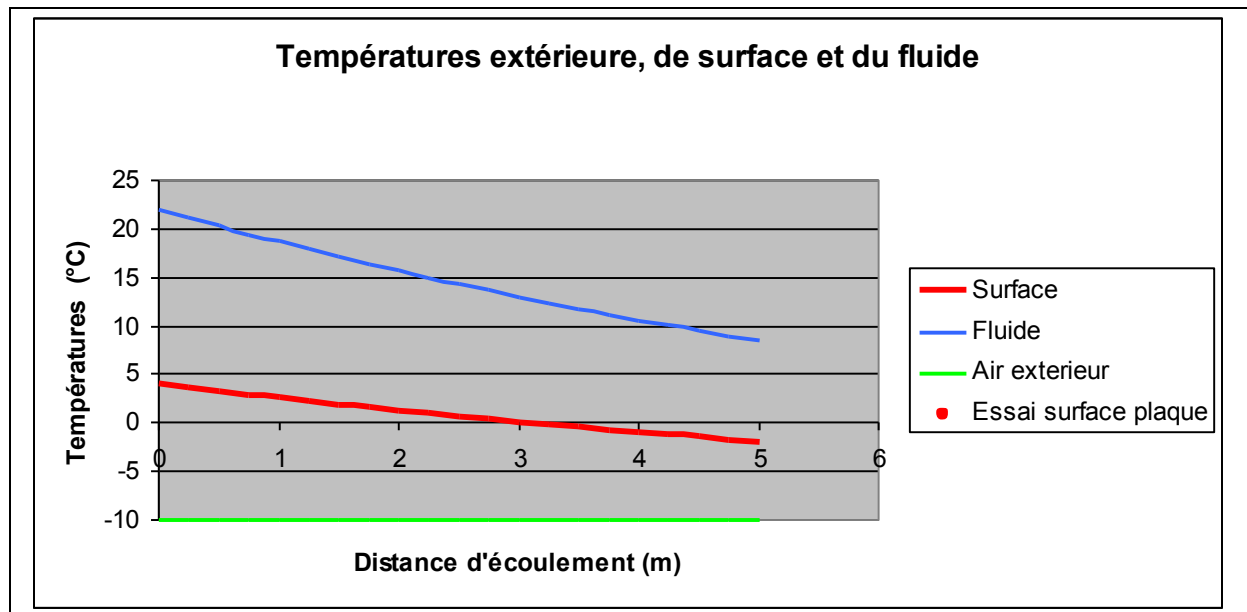
5.2 $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

Températures extérieure, de surface et du fluide



Températures extérieure, de surface et du fluide





Conclusion

Ces simulations montrent l'importance d'une bonne évaluation des paramètres physiques. Le cas $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-3} m/s$, à faible vitesse de circulation d'eau ne permet en aucun cas d'assurer une température de surface partout positive, dès que la température de l'air est négative.

Le cas $K_{Dr} = 2 \cdot 10^{-3} m/s$ y parvient pour des températures extérieures supérieures à $-5^{\circ}C$.

&&&

Annexe 1

Equations et solution générale du problème

Notations

i = indice du milieu concerné ; $i = f$ pour le fluide, $i = Dr$ pour la couche d'EB drainant (fluide exclu), $i = S$ pour la couche de surface, $i = e$ pour l'air en surface de plaque

s = abscisse curviligne le long des lignes de courant (longueur de plaque l), au sein de l'EB Dr
 $s = 0$: point d'injection du fluide en amont de l'EB Dr
 $s = l$: point de collecte du fluide en aval de l'EB Dr

$\theta_i(s, t)$ = température du milieu i

h_i = épaisseur de la couche d'EB Dr (h_{Dr}) ou de la couche de surface (h_S)

ρ_i = densité du milieu pour $i = f$, $i = Dr$ ou $i = s$

c_i = capacité calorifique volumique du milieu pour $i = f$, $i = Dr$ ou $i = s$ (

k_i = conductivité thermique du milieu pour $i = Dr$ ou $i = s$ (W/K/m)

p = pente (transversale) de la chaussée

ϕ = porosité de l'EB Dr

$P_{Dr} = h_{Dr} K_{Dr}$ = permittivité de la couche d'enrobé drainant (saturée) = produit de son épaisseur par sa perméabilité (saturée) (m^2 / s)

$\theta_e(t)$ = température extérieure en surface de chaussée

ρ_w = masse volumique de l'eau

c_w = capacité calorifique massique de l'eau liquide

$q_{i/j}$ = flux de chaleur surfacique du milieu i vers le milieu j (flux sortant si $q > 0$, entrant sinon) (W/m²)

Echanges thermiques entre milieux

$q_{i/j} = r_{i/j}(\theta_i - \theta_j)$ pour $i = f, j = EBD_r$ ou $i = EBD_r, j = S$

$q_{S/e} = r_{S/e}(\theta_S - \theta_e)$

Les coefficients $r_{i/j}$ caractérisent les échange surfaciques (W/K/m²). Ils peuvent être évalués à partir des relations (cf. annexe 2) :

$$r_{i/j} = \frac{2k_i k_j}{h_i k_j + h_j k_i}$$

Equations

- Calcul du flux traversant l'EB Dr sous drainage gravitaire, en situation d'écoulement saturé :

$$\dot{m}_f = \rho_f P_{Dr} p = \rho_f K_{Dr} h_{Dr} p \text{ (Kg/s/m)}$$

avec \dot{m}_f = flux massique traversant l'EB Dr par unité de longueur (suivant la direction longitudinale, pour un écoulement transversal).

La vitesse de Darcy du fluide est donnée par : $K_{Dr} p = \frac{\dot{m}_f}{h_{Dr} \rho_f}$

- Equilibre thermique du fluide

On part du bilan énergétique pour une section $[s_1, s_2]$ de l'écoulement fluide, que l'on suit dans son mouvement. Ainsi :

$$\frac{d}{dt} \int_{s_1}^{s_2} c_f \rho_f h_{Dr} \phi \theta_f(s, t) ds = - \int_{s_1}^{s_2} q_{f/Dr}(s, t) ds$$

soit :

$$\int_{s_1}^{s_2} c_f \rho_f h_{Dr} \phi \frac{\partial \theta_f(s, t)}{\partial t} ds + c_f \rho_f h_{Dr} \theta_f(s_2, t) \frac{\dot{m}_f}{h_{Dr} \rho_f} - c_f \rho_f h_{Dr} \theta_f(s_1, t) \frac{\dot{m}_f}{h_{Dr} \rho_f} + \int_{s_1}^{s_2} q_{f/Dr}(s, t) ds = 0$$

$$\int_{s_1}^{s_2} \left[c_f \rho_f h_{Dr} \phi \frac{\partial \theta_f(s, t)}{\partial t} + c_f \dot{m}_f \frac{\partial \theta_f(s, t)}{\partial s} + q_{f/Dr}(s, t) \right] ds = 0$$

D'où l'équation locale :

$$c_f \rho_f h_{Dr} \left[\phi \frac{\partial \theta_f(s, t)}{\partial t} + K_{Dr} p \frac{\partial \theta_f(s, t)}{\partial s} \right] + q_{f/Dr}(s, t) = 0$$

ou encore :

$$c_f \rho_f h_{Dr} \left[\phi \frac{\partial \theta_f}{\partial t} + K_{Dr} p \frac{\partial \theta_f}{\partial s} \right] + r_{f/Dr} \theta_f - r_{f/Dr} \theta_{Dr} = 0$$

- Equilibre thermique de l'EB Dr

$$\frac{d}{dt} \int_{s_1}^{s_2} c_{Dr} \rho_{Dr} h_{Dr} \theta_{Dr}(s, t) ds = \int_{s_1}^{s_2} q_{f/Dr}(s, t) ds - \int_{s_1}^{s_2} q_{Dr/S}(s, t) ds$$

soit en équation locale :

$$c_{Dr} \rho_{Dr} h_{Dr} \frac{\partial \theta_{Dr}(s, t)}{\partial t} - q_{f/Dr} + q_{Dr/S} = 0$$

ou encore :

$$-r_{f/Dr}\theta_f + c_{Dr}\rho_{Dr}h_{Dr}\frac{\partial\theta_{Dr}}{\partial t} + (r_{f/Dr} + r_{Dr/S})\theta_{Dr} - r_{Dr/S}\theta_S = 0$$

- Equilibre thermique de la couche de roulement

De la même façon que précédemment, on obtient :

$$c_S\rho_S h_S \frac{\partial\theta_S(s,t)}{\partial t} q_{Dr/S} + q_{S/e} = 0$$

ou encore :

$$-r_{Dr/S}\theta_{Dr} + c_S\rho_S h_S \frac{\partial\theta_S}{\partial t} + (r_{Dr/S} + r_{S/e})\theta_S = r_{S/e}\theta_e$$

En résumé, on aboutit au système 3 x 3 d'équations aux dérivées partielles du premier ordre :

$$\begin{bmatrix} c_f\rho_f h_{Dr}\phi & 0 & 0 \\ 0 & c_{Dr}\rho_{Dr}h_{Dr} & 0 \\ 0 & 0 & c_S\rho_S h_S \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_f\rho_f h_{Dr}K_{Dr}p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{f/Dr} & -r_{f/Dr} & 0 \\ -r_{f/Dr} & r_{f/Dr} + r_{Dr/S} & -r_{Dr/S} \\ 0 & -r_{Dr/S} & r_{Dr/S} + r_{S/e} + \dot{m}_{pre}c_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{S/e}\theta_e \end{bmatrix}$$

Calcul en régime (pseudo-) permanent

En annulant dans le système d'équations précédent les dérivées temporelles, on obtient le système :

$$\begin{bmatrix} c_f\rho_f h_{Dr}K_{Dr}p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{f/Dr} & -r_{f/Dr} & 0 \\ -r_{f/Dr} & r_{f/Dr} + r_{Dr/S} & -r_{Dr/S} \\ 0 & -r_{Dr/S} & r_{Dr/S} + r_{S/e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{S/e}\theta_e \end{bmatrix}$$

D'où en considérant les deux dernières lignes :

$$\begin{bmatrix} r_{f/Dr} + r_{Dr/s} & -r_{Dr/s} \\ -r_{Dr/s} & r_{Dr/s} + r_{S/e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{f/Dr}\theta_f \\ r_{S/e}\theta_e \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \theta_{Dr} \\ \theta_S \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} r_{Dr/S} + r_{S/e} & r_{Dr/S} \\ r_{Dr/S} & r_{f/Dr} + r_{Dr/S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{f/Dr} \theta_f \\ r_{S/e} \theta_e \end{bmatrix}$$

avec :

$$\Delta = r_{f/Dr}(r_{Dr/S} + r_{S/e}) + r_{Dr/S}r_{S/e}$$

La première ligne du système 3x3 conduit quant à elle à l'équation :

$$c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p \frac{\partial \theta_f}{\partial s} + r_{f/Dr} \theta_f - r_{f/Dr} \theta_{Dr} = 0$$

soit compte tenu de l'expression précédente de θ_{Dr} en fonction de θ_f :

$$c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p \frac{\partial \theta_f}{\partial s} + \frac{r_{f/Dr}}{\Delta} (\Delta - r_{f/Dr}(r_{Dr/S} + r_{S/e})) \theta_f = \frac{r_{f/Dr} r_{Dr/S}}{\Delta} r_{S/e} \theta_e$$

ou encore :

$$c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p \frac{\partial \theta_f}{\partial s} + \frac{r_{f/Dr} r_{Dr/S}}{\Delta} r_{S/e} \theta_f = \frac{r_{f/Dr} r_{Dr/S}}{\Delta} r_{S/e} \theta_e$$

La solution de cette équation vaut :

$$\theta_f(s) = \theta_f(0)e^{-s/\kappa} + \theta_e(1 - e^{-s/\kappa})$$

avec :

$$\kappa = \frac{\Delta}{r_{f/Dr}} \frac{c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p}{r_{Dr/S} r_{S/e}}$$

Nota : on suppose que pour $s = l$, $\theta_f(l) > 0$ (pas de changement de phase)

La température de surface est donnée quant à elle par :

$$\theta_S(s) = \frac{1}{\Delta} (r_{Dr/S} r_{f/Dr} \theta_f(s) + (r_{f/Dr} + r_{Dr/S}) r_{S/e} \theta_e)$$

Soit :

$$\theta_S(s) = \frac{r_{f/Dr}}{\Delta} (r_{Dr/S} \theta_f(s) + r_{S/e} \theta_e) + \frac{r_{Dr/S}}{\Delta} r_{S/e} \theta_e$$

Simplification dans le cas où $r_{f/Dr} \rightarrow +\infty$

Cette hypothèse permet de simplifier le problème en considérant que le fluide et l'EB Dr sont à même température (en effet la condition $r_{f/Dr} \rightarrow +\infty$ impose au flux $q_{f/Dr}$ d'être nul, ce qui suppose en soi l'égalité en tout point des températures fluide et EB Dr).

On a alors en retenant les termes de plus grand ordre $\Delta \approx r_{f/Dr}(r_{Dr/s} + r_{S/e})$ et par conséquent :

$$\kappa \approx \frac{c_f \rho_f h_{Dr} K_{Dr} p(r_{Dr/s} + r_{S/e})}{r_{Dr/s} r_{S/e}}$$

$$\theta_f(s) = \theta_f(0)e^{-s/\kappa} + \theta_e(1 - e^{-s/\kappa})$$

$$\theta_s(s) = \frac{r_{Dr/s}\theta_f(s) + r_{S/e}\theta_e}{r_{Dr/s} + r_{S/e}}$$

Nota : pour $s \rightarrow +\infty$, on obtient comme attendu : $\theta_f(s) \rightarrow \theta_e$, $\theta_s(s) \rightarrow \theta_e$

Annexe 2

Calcul des coefficients d'échange

On part des relations :

$$q \approx \frac{k_i}{h_i}(\theta_2 - \theta_1) \approx \frac{k_j}{h_j}(\theta_3 - \theta_2)$$

et

$$\theta_i \approx \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \theta_j \approx \frac{\theta_2 + \theta_3}{2}$$

Alors :

$$\theta_2 \approx \theta_1 + \frac{h_i}{k_i}q \quad \theta_2 \approx \theta_3 - \frac{h_j}{k_j}q$$

D'où :

$$\theta_3 - \theta_1 = \left(\frac{h_i}{k_i} + \frac{h_j}{k_j}\right)q$$

Soit :

$$q = \frac{2(\theta_j - \theta_i)}{\frac{h_i}{k_i} + \frac{h_j}{k_j}} = \frac{2k_i k_j}{h_i k_j + h_j k_i}(\theta_j - \theta_i)$$