5.0 min x_1 u.d.N $x_1^2+x_2^2=1$ (h_1)

$x_1+x_2=\mu$ (h_2)

$$L(x,\mu)=x_1+\mu_1(x_1^2+x_2^2-1)+\mu_2(x_1+x_2-\mu)$$

$$\nabla_x L(x,\mu)=\begin{pmatrix}1+2\mu_1x_1+\mu_2\\ 0+2\mu_1x_2+\mu_2\end{pmatrix}\overset{!}{=}0$$

$$=\nabla f+\nabla h_1+\nabla h_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\mu_1\begin{pmatrix}2x_1\\2x_2\end{pmatrix}+\mu_2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\overset{!}{=}0$$

LICQ ist für alle

$x_1,x_2\in\mathbb{R}\setminus\{x_1=x_2\}$ erfüllt

Fall 1.

$\mu_1=0 \wedge \mu_2=0$ (folgt aus der 2. Gleichung von $\nabla L(x,\mu)$)

$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ ↯

Fall 2.

$\mu_1\neq 0 \wedge \mu_2\neq 0$

$x_1+x_2=\mu$

$x_2=\mu-x_1$

$x_1^2+x_2^2=1$

$x_1^2+(\mu-x_1)^2=1$

$\vdots$

$x_1=\frac{\mu}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{2-\mu^2}$

ausgeschlossen an den Rändern.

für $\mu\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ erhält man die KKT Punkte

$$\left(\frac{\mu\pm\sqrt{2-\mu^2}}{2},\ \frac{\mu\pm\sqrt{2-\mu^2}}{2},\ \frac{\pm 1}{2\sqrt{2-\mu^2}},\ \frac{-\mu\pm\sqrt{2-\mu^2}}{2\sqrt{2-\mu^2}}\right)$$