

4. Projekt zur Numerischen Optimierung.

Florian Bernhard.

4.

$$\min -2x_1 - 3x_2 - 4x_3$$

Normalform

u. nbl

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$3x_2 + x_3 \leq 6$$

$$\rightarrow 3x_2 + x_3 + x_5 = 6$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_6 = 2$$

$$x_3 \leq 3$$

$$x_3 + x_7 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$x_{1...7} \geq 0,$$

wobei

$x_{4...7}$ die Schlupfvariablen
sind.

5. ~~minimiere~~

$x = (1, 0, 3, 0, 3, 1, 0)^T$ ist ein Basisvektor

$x = (2, 2, 0, 0, 0, 0, 3)^T$ ist ein entarteter Basisvektor

~~$x = (2, 1, 1, 0, 2, 0, 2)^T$ ist ein entarteter Basisvektor~~

$x = (2, 1, 1, 0, 2, 0, 2)^T$ ist ein entarteter Basisvektor.

6.

$$B = (2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)$$

	x_2	x_4	x_6		
x_1	0	0	1	2	2
x_3	1	1	-1	2	-2
x_5	2	-1	1	4	4
x_7	0	-1	1	1	1
	-1	-4	2	-12	

$$p=7$$

$$q=2$$

7.

$$B = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$W = \{2, 4, 7\}$$

	x_2	x_4	x_7	
x_1	0	1	-1	1
x_3	1	0	1	3
x_5	2	0	-1	3
x_6	0	-1	1	1
	-1	-2	-2	-14

$$f = -2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 - 4 \cdot 3 = -14$$

$$x = (1, 0, 3, 0, 3, 1, 0)$$

$$g. \min x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 6x_2 - 2x_1x_2$$

u.d.N:

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} ; q = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 2 \end{pmatrix} ; r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Q & u^T \\ u^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -q \\ r \end{pmatrix}$$

$$S = -UQ^{-1}U^T$$

$$S\lambda^{(1)} = r - UQ^{-1} \cdot (-q) \quad \lambda^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Qx = (-q) - U^T\lambda^{(1)} = x^{(1)} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

12.

$$f(x) = \sum_{j=1}^4 f_j(x_j) + K \left(4s_0 + \sum_{i=1}^4 (1-i)(x_i - s_i) \right)$$

\uparrow
 $300x_j + a_j'x_j^2$

$$L=2000, \quad s_0=s_1=500, \quad K=500$$

$$f_j(x_j) = 2x_1^2 + 4500x_1 + 1,75x_2^2 + 4000x_2 + 0,75x_3^2 + 3500x_3 + 3000x_4 - 7500000$$

u.d.N

$$500 + x_1 - 2000 + x_2 - 4000 + x_3 - 3000 < 2000$$

$$500 + x_1 - 2000 + x_2 - 4000 + x_3 - 3000 \geq 0$$

$$500 + x_1 - 2000 + x_2 - 4000 + x_3 - 3000 + x_4 - 1000 = 500$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10500$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -8500$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10.000$$

$$A = \begin{bmatrix} 4000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad q = [4500 \quad 4000 \quad 3500 \quad 3000]$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} 10.500 \\ -8.500 \end{bmatrix}$$

$$G = [1 \ 1 \ 1 \ 1], \quad b = [10.000]$$

$$\begin{pmatrix} A & G^T & (U^{LJ})^T \\ G & 0 & 0 \\ U^{LJ} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{LJ} \\ \mu \\ \lambda^{LJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -q \\ b \\ r \end{pmatrix}$$

$$A x^{LJ} = x^{LJ} + d^{LJ}$$

\uparrow
 λ^{LJ}
 Iterationsschritt