(a). Le rapport de vrais. $\dfrac{L(\lambda_1, x_1, \ldots, x_n)}{L(\lambda_0, x_1, \ldots, x_n)} = e^{\lambda_0 - \lambda_1} \left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{n\widehat{\lambda}}$;

où $\widehat{\lambda} = \overline{X}$.

C'est une fonction croissante de $\widehat{\lambda}$. Donc, d'après le théorème de N-P, la RC optimale au niveau α^* est de la forme $W : \widehat{\lambda} > A$ pour une constante A vérifiant

$$P_{\lambda_0}(\widehat{\lambda} > A) = \alpha^*.$$

(b) D'après le TLC, on a approximativement pour n grand et sous l'hypothèse H_0 :

$$\widehat{\lambda} \sim \mathcal{N}(\lambda_0, \lambda_0/n)$$

On en déduit :

$$A \approx \lambda_0 + u_{1-\alpha^*}\sqrt{\frac{\lambda_0}{n}}$$

A.N. : $A \approx 1.87$, $\widehat{\lambda} = 1.8$, donc on conserve l'hypothèse H_0.

(c) On a :

$$\pi = P_{\lambda_1}(\widehat{\lambda} > A) \approx 1 - \phi\left(\frac{A - \lambda_1}{\sqrt{\lambda_1/n}}\right)$$

A.N. : $\pi \approx 0.69$.

(d) Soit le problème de test :

$$\begin{array}{ll} H_0 : & \lambda = \lambda_0 \\ h_1 : & \lambda = \lambda_1 \end{array}$$

avec $\lambda_1 > \lambda_0$. La RC optimale pour ce problème a été trouvée précédemment, elle ne dépend pas de λ_1. Par conséquent, le test précédent est UPP pour le problème de test H_0 contre H_1.

D'après les résultats numériques trouvés précédemment, il n'y a donc pas lieu de remettre en cause l'affirmation du Ministère de l'Intérieur (au niveau de signification de 5 %).