Métodos Matemáticos I

Guía IV

Licenciatura en Física

IPGG

---

1).- Determine el dominio de las siguientes funciones:

- $\dfrac{1}{z^2+1}$
- $\dfrac{z}{z+\bar{z}}$
- $Arg\left(\dfrac{1}{z}\right)$
- $\dfrac{1}{1-|z|^2}$

---

2).- Suponga que $f(x,y) = x^2 - y^2 - 2y + i(2x - 2xy)$, reescriba esta función anterior en términos de la variable z.

Resp.: $f(z) = \overline{z}^2 + 2iz$

---

3).- Escriba la función:

$$f(z) = z + \frac{1}{z}$$

en términos de:

- $f(z) = f(x,y) = u(x,y) + iv(x,y)$.
- $f(z) = f(r,\theta) = u(r,\theta) + iv(r,\theta)$. **Resp.**: $f(z) = \left(r + \dfrac{1}{r}\right)\cos\theta + i\left(r - \dfrac{1}{r}\right)\sin\theta$

---

4).- Muestre que la función $f(z) = z^2$ transforma las líneas paralelas al eje real en parábolas. ¿En qué las transforma la aplicación $f(z) = z^3$?.

---

5).- Para que valores de $z \in \mathbb{C}$ se satisface que $\overline{\exp(iz)} = \exp(i\bar{z})$.

---

6).- Encuentre la imagen de las rectas $x = x_0$ y $y = y_0$ bajo la función $\cos(z)$.

---

7).- Encuentra todos los puntos (x, y) tales que:

- $\sin(z) = 4$
- $\cos(z) = \dfrac{3+i}{4}$

8).- Demuestre que ecuación $a\left(x^2+y^2\right)+bx+cy+d=0$ con la aplicación $w=\dfrac{1}{z}$ es transformada a:

$$d\left(u^2+v^2\right)+bu-cv+a=0$$

Los coeficientes $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Esta aplicación transforma círculos y rectas en círculos y rectas. Analice los casos:

- $a = d = 0$
- $a = 0,\ d \neq 0$
- $a \neq 0,\ d = 0$
- $a \neq 0,\ d \neq 0$