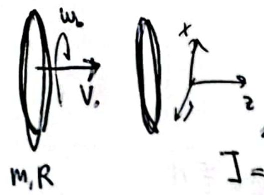
EFG 2021 (6)

b) magnitud y dirección del momento angular del sistema después de la colisión.



$L_0 = I\omega_0 = \frac{1}{2}MR^2\omega_0$

$\rho \, r d\theta \, dr$

$I = \cancel{\int_0^{2\pi}\int_0^R MR^2 \, \sin\theta \, dr d\theta} = \int_0^M r^2 dm = \int_0^R r^3 \rho \, dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{R^4}{4} 2\pi \frac{M}{A}$

$\int_0^{2\pi}\int_0^r r \, d\theta dr = \frac{r^2}{2} 2\pi = \pi r^2$

piso.

$\rightarrow \boxed{I = \frac{R^4 \cancel{\pi} M}{2 \cancel{\pi R^2}} = \frac{MR^2}{2}}$ momento de inercia de un disco.

$\boxed{L_0 = \frac{1}{2}MR^2\omega_0}$; juntos $\boxed{L = MR^2 \omega}$ $\rightarrow$ conservación $L_0 = L$

$\frac{1}{2}MR^2\omega_0 = \cancel{MR^2}\omega \rightarrow \boxed{\omega = \frac{\omega_0}{2}}$

el vector momento angular después de la colisión: $\boxed{\vec{L} = MR^2 \frac{\omega_0}{2} \hat{k}}$

c) momentum; $MV_0 = P_0$; $P = 2MV \rightarrow$ $P_0 = P \rightarrow MV_0 = 2MV \rightarrow \boxed{V = \frac{V_0}{2}}$

$\boxed{\vec{P} = MV_0 \hat{k}}$

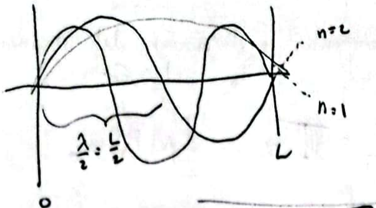
c) perdida de energía del sistema de discos durante la colisión.

$E_0 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2$; $E = 2\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right) = m\left(\frac{V_0^2}{4}\right) + I\frac{\omega_0^2}{4} = \frac{E_0}{2}$

$\Delta E = E - E_0 = -\frac{E_0}{2}$ ← perdida de energía, la mitad de la energía del sistema.

5) $\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$

a)



$K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k_n = \frac{2\pi}{2L} n = \frac{2\pi}{\lambda}$

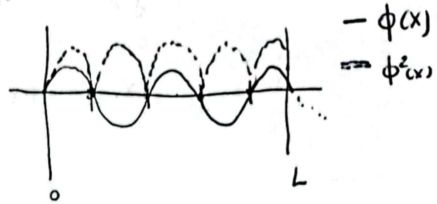
$\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) = \frac{2\pi}{\lambda}x \to \frac{2\pi}{2L} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\frac{\lambda}{2}$ nodo $\Rightarrow \frac{2L}{n} = \lambda \to \boxed{\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{n}}$

si $n=1$;

para $\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{5\pi}{L}x\right)$

a)



b) probabilidad hallar part. $\frac{L}{3} < x < L$

$$\int_{L/3}^{L} \frac{2}{L} \sin^2\left[\frac{5\pi}{L}x\right] dx$$

c) valor de expectación del momentum.

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{p} \psi \, dx = \int_0^L \phi(x) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) \phi(x) \, dx$$

$$\hat{p}\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} (-i\hbar) \frac{n\pi}{L} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

$$\therefore \langle p \rangle = -i\hbar \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx$$

; $\sin(2u) = \sin u \cos u + \cos u \sin u$

$\frac{\sin(2u)}{2} = \sin u \cos u$

$$\langle p \rangle = \frac{-i\hbar}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right) dx \quad \left| \begin{array}{l} u = \frac{2\pi n}{L}x \\ dx = \frac{L}{2\pi n} du \end{array} \right| = \frac{-i\hbar L}{L\, 2\pi n} \int_0^{2\pi n} \sin(u)\, du = \frac{+i\hbar}{2\pi n} \cos(u) \Big|_0^{2\pi n}$$

$\boxed{\langle p \rangle = 0}$ el promedio del momentum es 0, pues la partícula se encuentra localizada en $0<x<L$; por tanto su $\langle x \rangle$ se mantiene constante.

$$\langle p \rangle = \frac{d}{dt}\langle x \rangle m = 0$$

d) $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E} = n\pi \to \frac{2m}{\hbar^2}E = n^2\pi^2 \to \boxed{E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2m}}$; base $\boxed{E = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}}$

$$\Delta E = \frac{(n^2-1)\pi^2\hbar^2}{2m} = hf = \frac{hc}{\lambda} \to \boxed{\lambda = \frac{2m\,\cancel{h}c}{(n^2-1)\cancel{\pi^2}\frac{h^{\cancel{2}}}{4\cancel{\pi^2}}} = \frac{8mc}{(n^2-1)h}}$$

En la realidad no hay pozos infinitos

la longitud de onda es mayor en la realidad, significa menor energía, pues la partícula puede transmitirse por las paredes.