Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Calculo II
Período Lectivo I - 2018
Examen parcial II
20/07/2018

Calificacion:______

Estudiante:______________________________	**RUT:**____________________

Indicaciones: Responda cada una de las preguntas de forma razonada, "argumentada" y ordenada. Cualquier actitud sospechosa, motivará la anulación de la prueba, se prohibe el uso de celulares y artefactos electronicos como tablets y laptops.

1.- (**1.5 puntos**) Calcule y grafique el área delimitada por las siguientes funciones :

$$f(x) = x + 6\ ,\ g(x) = x^3 \text{ y } h(x) = \frac{-x}{2}$$

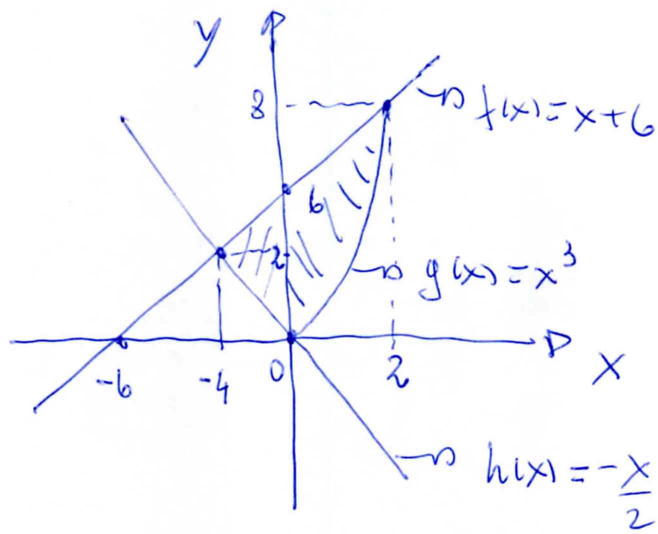
2.- (**1.5 puntos**) Hallar la longitud de la curva $y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2}$ desde $x = 1$ hasta $x = 2$.

3.- (**1.5 puntos**) Hallar el área entre $x = 0$ y $x = 3$ de la superficie de revolución engendrada por la curva $y^2 = 12x$ alrededor del eje X .

4.- (**1.5 puntos**) Determinar el volumen del sólido formado cuando la región comprendida entre la curva $y = 1 + 2x - x^2$ y la recta $y = x - 1$ gira alrededor de la recta $y = -2$.

Exitos...

1.



$$A = \int_{-4}^{0} \left((x+6) - \left(-\frac{x}{2}\right)\right) dx + \int_{0}^{2} \left((x+6) - x^3\right) dx$$

$$= \int_{-4}^{0} \left(x+6+\frac{x}{2}\right) dx + \int_{0}^{2} \left(x+6-x^3\right) dx$$

$$= \int_{-4}^{0} \left(\frac{3}{2}x+6\right) dx + \int_{0}^{2} \left(x+6-x^3\right) dx$$

$$= \left[\frac{3}{4}x^2+6x\right]_{-4}^{0} + \left[\frac{x^2}{2}+6x-\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{2}$$

$$= 0 - (12-24) + ((2+12-4)-0)$$

$$= 12+10$$

$$= 22$$

2.- $y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2} \Rightarrow y' = \frac{x^3}{2} - \frac{x^{-3}}{2}$

$$L = \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^{-3}}{2}\right)^2}\, dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{x^3}{2} - \frac{1}{2x^3}\right)^2}\, dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{1 + \frac{x^6}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^6}}\, dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{x^6}{4} + \frac{1}{4x^6}}\, dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\frac{2x^6 + x^{12} + 1}{4x^6}}\, dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\frac{(x^6+1)^2}{4x^6}}\, dx$$

$$= \int_1^2 \frac{x^6+1}{2x^3}\, dx$$

$$= \int_1^2 \left(\frac{x^3}{2} + \frac{x^{-3}}{2}\right) dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{8} - \frac{x^{-2}}{4}\right]_1^2 = \left[\frac{x^4}{8} - \frac{1}{4x^2}\right]_1^2 = \left(\frac{16}{8} - \frac{1}{16}\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{32-1}{16}\right) - \left(\frac{1-2}{8}\right) = \frac{31}{16} + \frac{1}{8} = \frac{31+2}{16} = \frac{33}{16}$$

3- $y = \pm\sqrt{12x} \Rightarrow y' = \pm \frac{1}{2\sqrt{12x}}$

$$1+(y')^2 = 1 + \left(\pm \frac{1}{2\sqrt{12x}}\right)^2 = 1 + \frac{1}{48x}$$

$$A = 2\pi \int_0^3 y\sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

$$= 2\pi \int_0^3 \sqrt{12x}\sqrt{1+\frac{1}{48x}}\,dx$$

$$= 2\pi \int_0^3 \frac{\sqrt{12x}\sqrt{1+48x}}{\sqrt{48x}}\,dx$$

$$= 2\pi \int_0^3 \frac{\sqrt{1+48x}}{2}\,dx$$

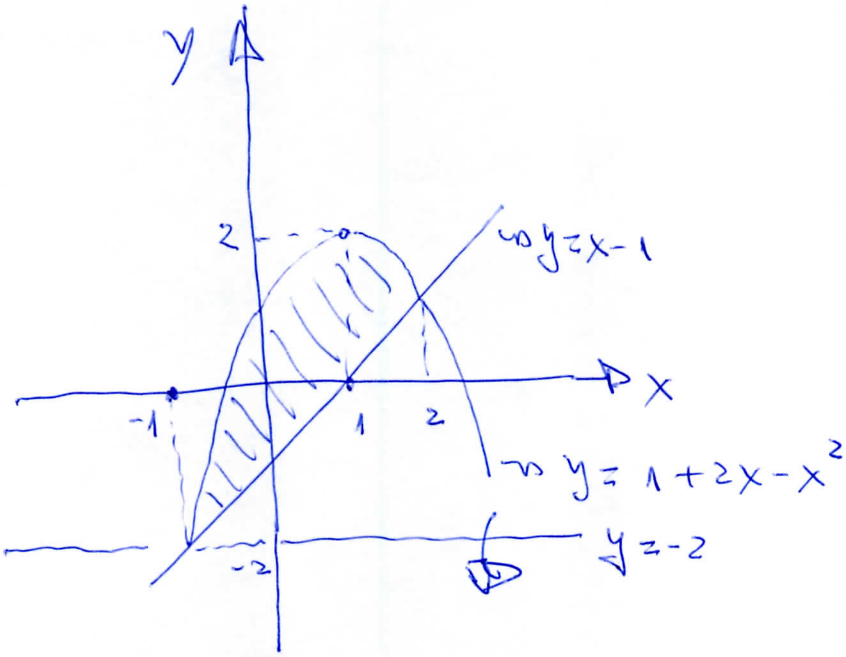
$$= \pi \int_0^3 \sqrt{1+48x}\,dx$$

$$= \frac{\pi}{48}\int_0^3 48(1+48x)^{1/2}\,dx$$

$$= \frac{\pi}{48}\left(\frac{2(1+48x)^{3/2}}{3}\right)_0^3$$

$$= \frac{\pi}{48}\left(\frac{2(1+48\cdot 3)^{3/2}}{3} - \frac{2(1+48\cdot 0)^{3/2}}{3}\right) = \frac{\pi}{72}\left((145)^{3/2}-1\right)$$

4.



$$V = \pi \int_{-1}^{2} \left[\left(1+2x-x^2-(-2)\right)^2 - \left(x-1-(-2)\right)^2 \right] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} \left(8 + 10x - 3x^2 - 4x^3 + x^4\right) dx$$

$$= \pi \left[8x + 5x^2 - x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right]_{-1}^{2}$$

$$= \frac{108\pi}{5} \approx 67{,}858$$