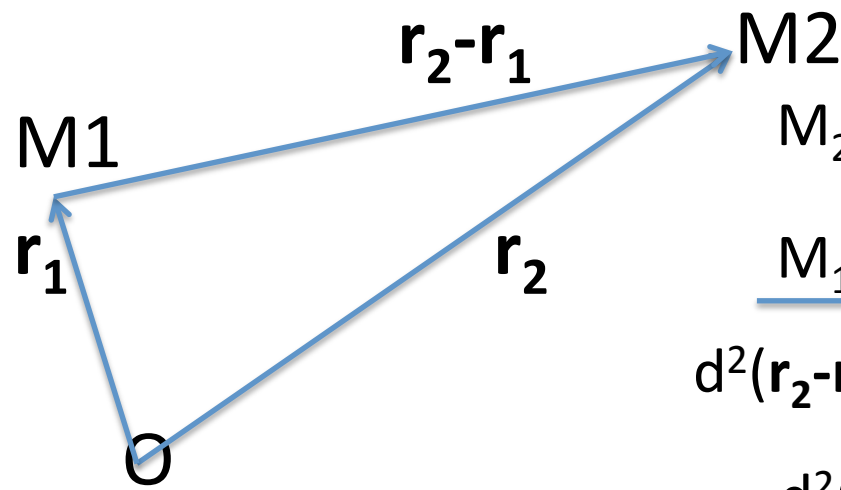


# Ecuaciones diferenciales

Trataremos de hacer simulaciones de N cuerpos siguiendo:

[http://www.artcompsci.org/msa/web/vol\\_1/v1\\_web/node6.html](http://www.artcompsci.org/msa/web/vol_1/v1_web/node6.html)

Partiremos con N=2:



$$M_2 d^2 \mathbf{r}_2 / dt^2 = - G M_1 M_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) / |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3$$

$$\underline{M_1 d^2 \mathbf{r}_1 / dt^2 = + G M_1 M_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) / |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}$$

$$d^2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) / dt^2 = - G (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) (M_1 + M_2) / |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3$$

$$d^2(\mathbf{r}) / dt^2 = - G \mathbf{r} (M_1 + M_2) / r^3$$

# Simulación de 2 cuerpos con Euler

Queremos integrar  $d^2(\mathbf{r})/dt^2 = -\mathbf{r}/r^3$

En realidad son 3 ecuaciones, una para cada dimensión.

Algoritmo:

1. tomamos condiciones iniciales para  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{r}$
2. calculamos la aceleración usando  $\mathbf{r}$
3. Aumentamos la velocidad en  $\mathbf{a} \cdot dt$  y la posición en  $\mathbf{v} \cdot dt$
4. volvemos al paso 2

# Simulación de 2 cuerpos con Euler

Para estimar la precisión de la simulación podemos comparar cantidades conservadas a lo largo de la simulación, por ejemplo, la energía total del sistema.

En el caso de 2 cuerpos:

$$\begin{array}{lll} E_{\text{kin}} & = & \frac{1}{2}\mu v^2 & \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \\ E_{\text{pot}} & = & -\frac{\mu M}{r} & M = M_1 + M_2 \end{array}$$

y dividimos por la masa reducida.

# Simulación de 2 cuerpos con Leapfrog

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i dt + \mathbf{a}_i (dt)^2 / 2$$

$$\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + (\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}) dt / 2$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{i-1} + \mathbf{v}_{i-1/2} dt$$

$$\mathbf{v}_{i+1/2} = \mathbf{v}_{i-1/2} + \mathbf{a}_i dt$$