Taller II
Metodo de Brackets
Licenciatura en Física - 2022

Las representaciones nula y divergente de $K_0(\xi)$ y $\mathrm{Ei}(-\xi)$ respectivamente corresponden a las siguientes ecuaciones:

$$K_0(\xi) = \frac{1}{x} \sum_{m \geq 0} \phi_n \, \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)^2}{\Gamma(-m)} \left(\frac{4}{\xi^2}\right)^m$$

$$\mathrm{Ei}(-\xi) = \sum_{n \geq 0} \phi_n \, \frac{\xi^n}{n}$$

1. Utilice MoB para hallar las transformadas de Mellin de $\mathrm{Ei}(-\xi)$ y de $K_0(\xi)$.
2. Suponga para $K_0(\xi)$ la siguiente serie de potencias:

$$K_0(\xi) = \sum_{n \geq 0} \phi_n \, C(n) \, \xi^{An+B}$$

halle el coeficiente $C(n)$ para los parámetros A y B arbitrarios.

3. Suponga para $\mathrm{Ei}(-\xi)$ la serie de potencias:

$$\mathrm{Ei}(-\xi) = \sum_{\ell \geq 0} \phi_\ell \, C(n) \, \xi^{a\ell+b}$$

halle el coeficiente $C(n)$ para los parámetros a y b arbitrarios.

4. Con las series halladas previamente, evalúe la integral:

$$I = \int_0^\infty \int_0^\infty x^{\alpha-1} y^{\beta-1} \, \mathrm{Ei}\left(-x^2 y\right) K_0\left(\frac{x}{y}\right) \, dxdy$$

y verifique que:

$$I = -\frac{1}{4} \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{3}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha}{6} - \frac{\beta}{3}\right)^2}{4^{\frac{\beta}{3} - \frac{\alpha}{6}} \, (\alpha + \beta)}$$