Baby-GODZINTEGRAL

1 El problema

Resuelve esta simple integral que no significa nada:

$$I=\int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty}\left[\prod_{j=1}^{8}x_j^{\beta_j-1}\right]\frac{\exp\left(-\dfrac{x_6\left[\left(x_1+x_3\right)x_2+\left(x_7+x_8\right)\right]}{x_1x_4x_5}-\dfrac{x_4}{x_6}\right)K_0\left(\dfrac{x_2x_4x_5x_8}{\sqrt{x_1+x_3}}\right)J_0\left(\dfrac{x_2x_5x_6x_8}{x_7+x_8}\right)\sin\left(\sqrt{x_1x_2x_3x_4x_6}\right)}{\left[\left(x_1+x_3\right)x_2+\left(x_7+x_8\right)\right]^{\sigma}}\,dx_1...dx_8$$

donde los parámetros β_j $(j=1,...,8)$ cumplen las condiciones necesarias para que la integral sea definida.

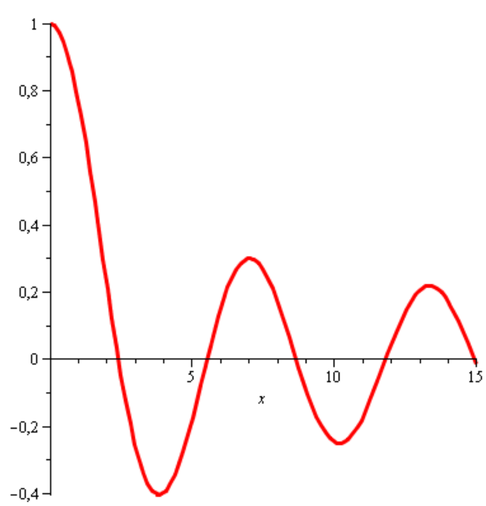
2 Respecto a algunas funciones del integrando

2.1 Funciones de Bessel de primer tipo: $J_\alpha(x)$

La función de Bessel de primer tipo y de orden α está definida como la siguiente serie de potencias:

$$J_\alpha(x)=\left(\frac{x}{2}\right)^{\alpha}\frac{1}{\Gamma(1+\alpha)}\,{}_0F_1\left(\begin{array}{c}-\\1+\alpha\end{array}\middle|-\frac{1}{4}x^2\right),$$

la función de Bessel de orden $\alpha=0$, $J_0(x)$, tiene la siguiente gráfica:



Las funciones de Bessel de primera especie o tipo $J_\alpha(x)$ surgen naturalmente en aplicaciones que tienen simetría cilíndrica en las que la física se describe mediante la ecuación de Laplace, $\nabla^2\phi(\mathbf{r})=0$ o por la ecuación de Helmholtz, $\left(\nabla^2+k^2\right)\phi(\mathbf{r})=0$. La ecuación de Laplace gobierna los problemas de conducción de calor, de distribución de potencial en un campo electrostático y de hidrodinámica en el movimiento irrotacional de un fluido incompresible.

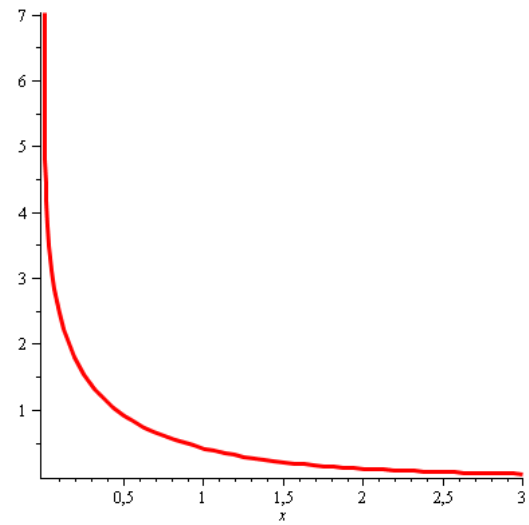
[1] ᛜᛟᚾ ᛈᛖᚱᛊᛖᛟᛖᚱᚨᚾᛜᛁᚨ ᛖᛚ ᛜᛟᚾᛟᛜᛁᛗᛁᛖᚾᛏᛟ ᛚᛚᛖᚷᚨᚱᚨ ᛗᚨᛊ ᛏᛖᛗᛈᚱᚨᚾᛟ ᛇᚢᛖ ᛏᚨᚱᛞᛖ

2.2 Funciones de Bessel Modificada de segundo tipo: $K_\alpha(x)$

La función de Bessel Modificada de segundo tipo y de orden α está definida mediante la siguiente representación integral:

$$K_\alpha(x) = \frac{\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}}(2x)^\alpha \int_0^\infty \frac{\cos(t)}{(t^2+x^2)^{\alpha+\frac{1}{2}}}\, dt,$$

para el caso de orden $\alpha = 0$, la función se representa mediante la siguiente gráfica:



Obs.: Esta función no posee una representación en serie de potencias en torno a cero, en $x = 0$ es singular.