Termodinámica (LFIS 224)

Licenciatura en Física

Profesor: J.R. Villanueva e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 4

1. Mostrar que la energía interna del aire U en una pieza no depende de la temperatura, si la presión exterior P es constante. Calcular U, si P es igual a la presión atmosférica normal y el volumen de la pieza $V = 40$ m^3.

2. Un recipiente termoaislado que contiene un gas ideal, cuya masa molar es M y $C_P/C_V = \gamma$, se mueve a la velocidad v. Hallar el incremento de la temperatura del gas, si el recipiente se detiene espontáneamente.

3. Las botellas termoaisladas 1 y 2 se llenan de aire y se unen mediante un tubo corto con una llave de paso. Se conocen los volúmenes de las botellas, así como también la presión y la temperatura del aire en ellas (V_1, P_1, T_1 y V_2, P_2, T_2). Calcular la temperatura y la presión del aire después de haber abierto la llave.

4. Al hidrógeno gaseoso que se encontraba en condiciones normales en un recipiente cerrado de volumen $V = 5$ l se le enfrió en $\Delta T = 44$ K. Hallar el incremento de la energía interna del gas y la cantidad de calor transmitida por este último.

5. ¿Qué cantidad de calor es necesario comunicar al nitrógeno para que éste realice un trabajo $W = 2$ J? El proceso es isobárico.

6. Un mol de cierto gas ideal fue calentado isobáricamente en $\Delta T = 72$ K, comunicándole una cantidad de calor $Q = 1.6$ kJ. Determinar el trabajo realizado por el gas, el incremento de su energía interna y la magnitud $\gamma = C_P/C_V$.

7. Dos moles de un gas ideal que se encontraba a la temperatura $T = 300$ K se le enfrió isocóricamente, como resultado de lo cual su presión disminuyó 2 veces. Luego el gas fue expandido isobáricamente de tal modo que su temperatura en el estado final llegó a ser igual a la inicial. Hallar la cantidad de calor absorbido por el gas en dicho proceso.

8. La temperatura de un gas ideal en un capilar de sección transversal constante A varía linealmente de un extremo ($x = 0$) al otro ($x = L$), de acuerdo con la ecuación

$$T = T_0 + \frac{T_L - T_0}{L} x.$$

Si el volumen del capilar es V y la presión es uniforme en todo él, demostrar que el número n de moles de gas viene dado por

$$PV = nR \frac{T_L - T_0}{\ln(T_L/T_0)}.$$

Demostrar que si $T_L = T_0 = T$, la ecuación anterior se reduce a $PV = nRT$.

9. Calcular la magnitud $\gamma = C_P/C_V$ para una mezcla de gases, compuesta de $\nu_1 = 2$ moles de oxígeno y $\nu_2 = 3$ moles de gas carbónico. Considerar que los gases son ideales.

10. Calcular las capacidades térmicas específicas c_P y c_V para una mezcla de gases, compuesta de 7 g de nitrógeno y 20 g de argón. Considerar que los gases son ideales.

11. Demostrar que para un gas de Van der Waals, donde $\mathcal{C}_V$ es una función sólo de T, la ecuación de un proceso adiabático es

$$P(v-b)^{R/\mathcal{C}_V} = \text{Const.}$$

12. (a) El *coeficiente de Joule* $\eta = (\partial T/\partial V)_U$ es una medida del resultado de una expansión libre de Joule. Demostrar que

$$\eta = -\frac{1}{\mathcal{C}_V}\left(\frac{\alpha_P T}{\kappa} - P\right).$$

    (b) El *coeficiente de Joules-Kelvin* $\mu = (\partial T/\partial P)_H$ es una medida del resultado de una expansión Joule-Kelvin (proceso de estrangulación). Demostrar

$$\mu = -\frac{V}{\mathcal{C}_P}(\alpha_P T - 1).$$

13. Demostrar que el proceso, en el cual el trabajo de un gas ideal es proporcional al incremento correspondiente de su energía interna, se describe por la ecuación $PV^n = \text{const.}$, donde n es una constante.

14. Hallar la capacidad calorífica molar de un gas ideal en el proceso politrópico $PV^n = \text{const.}$, si el exponente adiabático del gas es igual a γ. ¿Con qué valores del exponente politrópico n la capacidad calorífica del gas será negativa?

15. En cierto proceso politrópico el volumen de argón aumentó 4 veces. Con esto disminuyó la presión 8 veces. Determinar la capacidad calorífica molar del argón en este proceso, considerando que el gas es ideal.

16. Un mol de argón fue expandido según la línea politrópica cuyo exponente es $n = 1.5$. En este caso el incremento de la temperatura del gas $\Delta T = -26$ K. Hallar:
    (a) la cantidad de calor obtenido por el gas;
    (b) el trabajo realizado por este último.

17. Un gas ideal cuyo exponente adiabático es γ se expandió según la ley $P = \alpha V$, donde α es una constante. El volumen inicial del gas era V_0. Como resultado de la expansión el volumen aumentó η veces. Calcular:
    (a) el incremento de la energía interna del gas;
    (b) el trabajo realizado por éste;
    (c) la capacidad calorífica molar del gas en este proceso.

18. Un gas ideal cuyo exponente adiabático es γ, se expande de modo que el calor comunicado a éste es igual a la disminución de su energía interna. Hallar
    (a) la capacidad calorífica molar del gas en este proceso;
    (b) la ecuación del proceso en los parámetros T, V;
    (c) el trabajo realizado por un mol de gas al aumentar η veces su volumen.

19. Un mol de gas ideal cuyo exponente adiabático es γ efectúa un proceso, durante el cual su presión depende de la temperatura según la ley $P = aT^{\alpha}$, donde a y α son constantes. Determinar

(a) el trabajo que realiza el gas si el incremento de su temperatura es ΔT;

(b) la capacidad calorífica molar del gas en este proceso; ¿Con qué valor de α la capacidad calorífica molar será negativa?

20. Un gas ideal cuyo exponente adiabático es γ efectúa un proceso, durante el cual su energía interna depende del volumen según la ley $U \propto V^{\alpha}$, donde α es una constante. Hallar:

    (a) el tabajo que realiza el gas y el calor que se debe comunicarle para que el incremento de la energía interna sea ΔU;

    (b) la capacidad calorífica molar del gas en este proceso.

21. Se tiene un gas ideal cuya capacidad calorífica molar, a volumen constante, es igual a C_V. Calcular la capacidad calorífica molar de este gas en función de su volumen V, si el proceso transcurre según la ley:

    (a) $T = T_0 e^{\alpha V}$;

    (b) $P = P_0 e^{\alpha V}$,

    donde T_0, P_0 y α son constantes.

22. Un mol de gas ideal cuyo exponente adiabático es γ efectúa un proceso según la ley

$$P = P_0 + \frac{\alpha}{V},$$

    donde P_0 y α son constantes positivas. Calcular

    (a) la capacidad calorífica del gas en función de su volumen;

    (b) el incremento de la energía interna del gas, el trabajo realizado por éste y el calor comunicado al gas si su volumen aumentó desde V_1 a V_2.

23. Un mol de gas ideal cuya capacidad calorífica a presión constante es igual a C_P, efectúa un proceso según la ley

$$T = T_0 + \alpha V,$$

    donde T_0 y α son constantes. Hallar:

    (a) la capacidad calorífica del gas en función de su volumen.

    (b) el calor comunicado al gas si su volumen aumentó desde V_1 a V_2.

24. Un mol de gas ideal monoatómico inicialmente a la temperatura T_0 se expande desde V_0 a $2V_0$, (a) a temperatura constante, (b) a presión constante.
    Calcule el trabajo de expansión y el calor absorbido por el gas en cada caso.

25. Para un gas de baja densidad la expansión del virial puede ser terminada a primer orden en la densidad y la ecuación de estado es

$$P = \frac{N k_B T}{V}\left[1 + \frac{N}{V} B_2(T)\right],$$

    donde $B_2(T)$ es el segundo coeficiente del virial. La capacidad calorífica tendrá correcciones para el valor del gas ideal, y podemos escribirla en la forma

$$\mathcal{C}_{V,N} = \frac{3}{2} N k_B - \frac{N^2 k_B}{V} F(T).$$

(a) Encuentre la forma que debe tener $F(T)$ para que las dos ecuaciones anteriores sean termodinámicamente consistentes.

(b) Encuentre $\mathcal{C}_{P,N}$

(c) Encuentre la energía interna.

26. (a) A partir de la primera ley de la termodinámica y las definiciones de c_P y c_V, muestre que

$$c_P - c_V = \left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

donde c_P y c_V son las capacidades caloríficas específicas por mol a presión y volumen constante, respectivamente, y U y V son la energía y el volumen de un mol.

(b) Use el resultado anterior junto con la expresión

$$P + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

para encontar $c_P - c_V$ de un gas de Van der Waals

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$

Use su resultado para mostrar que cuando $V \to \infty$ a presión constante, se recupera el resultado de $c_P - c_V$ para el gas ideal.

27. Un mol de gas obedece la ecuación de estado de Van der Waals. Si su energía interna molar es dada por

$$u = cT - \frac{a}{V}$$

en el cual V es su volumen molar, a es una de las constantes de la ecuación de estado. Calcular las capacidades caloríficas molares C_P y C_V.

28. Un objeto sólido tiene una densidad ρ, masa M, y coeficiente de expansión lineal α. Muestre que la presión P y las capacidades caloríficas C_P y C_V se relacionan por medio de la ecuación

$$C_P - C_V = \frac{3\alpha MP}{\rho}.$$

29. (a) Si y es la altura por encima del nivel del mar, demostrar que la disminución de presión atmosférica debida a un aumento de altura dy viene dada por

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\mathcal{M}g}{RT}dy,$$

donde $\mathcal{M}$ es el peso molecular del aire, g la aceleración de gravedad, y T la temperatura absoluta a la altura y.

(b) Si la disminución de temperatura en a) se debe a una expansión adiabática, demostrar que

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}.$$

30. Determinar la ecuación del proceso de un gas ideal (en las variables T, V), durante el cual su capacidad calorífica varía según la ley:

(a) $C = C_V + \alpha T$;

(b) $C = C_V + \beta V$;

(c) $C = C_V + aP$.

Aquí α, β y a son constantes.