Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Calculo II
Período Lectivo I - 2018
Examen parcial I
04/05/2018

Calificacion:______

Estudiante:________________________________	**RUT**:____________________

Indicaciones: Responda cada una de las preguntas de forma razonada, "argumentada" y ordenada. Cualquier actitud sospechosa, motivará la anulación de la prueba, se prohibe el uso de celulares y artefactos electronicos como tablets y laptops.

1.- (1.5 puntos) Calcular el valor de la integral definida, usando sumas de Riemann.

$$\int_0^1 \left(x^2 + x + 1\right) dx,$$

ademas describa la interpretación geometrica del método aplicado a la función $f(x) = x^2 + x + 1$; con $x \in [0,1]$.

solucion:

2.- **(1.5 puntos)** Mediante el método de integración por partes, determine la solución de integral indefinida dada por:

$$\int \exp(x) \cos(x)\, dx,$$

solucion: integral por partes

$$\int \exp(x) \cos(x)\, dx,$$

$f(x) = \exp(x)\cos(x)$ es completamente continua en los reales, puesto que el producto de funciones continuas los es.

procedmos a integrar por partes, tomando

$$\begin{aligned} u &= \cos(x) \Rightarrow du = -\sin(x)\, dx \\ dv &= \exp(x) \Rightarrow v = \exp(x), \end{aligned}$$

entonces

$$\int \exp(x)\cos(x)\, dx = \exp(x)\cos(x) + \int \exp(x)\sin(x)\, dx,$$

Ahora volvemos a integrar por partes pata resolver $\int \exp(x)\sin(x)\, dx$, tomando

$$\begin{aligned} u &= \sin(x) \Rightarrow du = \cos(x)\, dx \\ dv &= \exp(x) \Rightarrow v = \exp(x), \end{aligned}$$

se obtiene aplicando la formula de integracion por partes

$$\begin{aligned} \int \exp(x)\cos(x)\, dx &= \exp(x)\cos(x) + \int \exp(x)\sin(x)\, dx \\ &= \exp(x)\cos(x) + \exp(x)\sin(x) - \int \exp(x)\cos(x)\, dx, \end{aligned}$$

y luego despejando

$$2\int \exp(x)\cos(x)\, dx = \exp(x)\cos(x) + \exp(x)\sin(x),$$

por lo tanto
$$\int \exp(x)\cos(x)\,dx = \frac{1}{2}\exp(x)\left(\cos(x)+\sin(x)\right)+ctte.$$

3.- **(1.5 puntos)** Mediante el método de sustitución trigonométrica, determine la solución de integral indefinida dada por:
$$\int \left(1+x^2\right)^{-2} dx,$$
solucion: Susticion trigonometrica
$$\int \left(1+x^2\right)^{-2} dx,$$
$f(x) = \left(1+x^2\right)$ es completamente continua en todos reales.

procedmos reescribiendo
$$\int \left(1+x^2\right)^{-2} dx = \int \frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}dx = \int \frac{1}{\left(\sqrt{(1+x^2)}\right)^4}dx$$
ahora integraremos usando sustitucion trigonometrica, tomando
$$x=\tan(\theta) \Rightarrow dx = \sec^2(\theta)\,d\theta; \quad \sec^4(\theta) = \left(\sqrt{(1+x^2)}\right)^4,$$
asi sustituyendo tenemos
$$\begin{aligned}\int \left(1+x^2\right)^{-2} dx &= \int \frac{\sec^2(\theta)}{\sec^4(\theta)}d\theta \\ &= \int \cos^2(\theta)\,d\theta \\ &= \frac{1}{2}\left(\theta+\sin(\theta)\cos(\theta)\right)+ctte,\end{aligned}$$
finalmente devoviendo el cambio de variables; como $\theta = \arctan(x)$ se tiene
$$\int \left(1+x^2\right)^{-2} dx = \frac{1}{2}\left(\arctan(x)+\frac{x}{1+x^2}\right)+ctte.$$

4) Susticion trigonometrica
$$\int \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}dx,$$
$f(x) = \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$ es completamente continua en todos $\mathbb{R}-\{\pm 4\}$.

ahora integraremos usando sustitucion trigonometrica, tomando
$$x = 4\sin(\theta) \Rightarrow dx = 4\cos(\theta)\,d\theta; \ 4\cos(\theta) = \sqrt{(16-x^2)},$$
asi sustituyendo tenemos
$$\begin{aligned}\int \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}dx &= \int \frac{(4\sin(\theta))(4\cos(\theta))}{(4\cos(\theta))}d\theta \\ &= 4\int \sin(\theta)\,d\theta \\ &= -4\cos(\theta)+ctte,\end{aligned}$$
finalmente devoviendo el cambio de variables; como $\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{(16-x^2)}}{4}\right)$ se tiene
$$\int \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}dx = -4\left(\cos\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{(16-x^2)}}{4}\right)\right)\right)+ctte.$$

4.- **(1.5 puntos)** Mediante el método de fracciones parciales, determine la solución de integral indefinida dada por:

$$\int falta,$$

solucion:

Exitos...