Espacio de Hilbert → Escalares $\in \mathbb{C}$

$\Downarrow$

Espacio vectorial

Norma → Producto interno

Base vectorial ortogonal/completa

Discreta → Espacio N-dim

$\{|u_n\rangle\}$ $(n=1,\dots,N)$

Continua → Espacio ∞-dim

$\{|u_\lambda\rangle\}$ (λ continuo)

ORTONORMALIDAD

$$\langle u_n|u_m\rangle = \delta_{mn}$$

COMPLETITUD

$$\sum_{n=1}^{N} |u_n\rangle\langle u_n| = \hat{\mathbb{1}}$$

ORTOGONALIDAD

$$\langle u_\lambda|u_{\lambda'}\rangle = \delta(\lambda-\lambda')$$

COMPLETITUD

$$\int_{\substack{\text{todo}\\ \lambda \text{ posible}}} |u_\lambda\rangle\langle u_\lambda|\, d\lambda = \hat{\mathbb{1}}$$

producto interno

$|\phi\rangle\,,\ |\psi\rangle$ vectores arbitrarios

CASO DISCRETO

$$\langle\phi|\psi\rangle = \sum_{n=1}^{N} a_n^* b_n$$

$$a_n = \langle u_n|\phi\rangle$$
$$b_n = \langle u_n|\psi\rangle$$

CASO CONTINUO

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int_{\substack{\text{todo}\\ \lambda\ \text{posible}}} a_\lambda^* b_\lambda \, d\lambda$$

$$a_\lambda = \langle u_\lambda|\phi\rangle$$
$$b_\lambda = \langle u_\lambda|\psi\rangle$$

OPERADORES

Problema de valores propios

$$\hat{A}|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle$$

$$\begin{cases} \text{si } \hat{A}^\dagger = \hat{A} \rightsquigarrow a_i \in \mathbb{R} \ (\text{HERMITIANO}) \\ \text{si } \hat{A}^\dagger = -\hat{A} \rightsquigarrow a_i \text{ es imaginario } (\text{ANTIHERMITIANO}) \\ \text{si } \hat{A}^\dagger\hat{A} = \hat{A}\hat{A}^\dagger = \mathbb{1} \rightsquigarrow |a_i| = 1 \ (\text{UNITARIO}) \end{cases}$$

$\{|a_i\rangle\}$ forma una base vectorial completa

si $\hat{A}$ es:

- Hermitiano ó
- Antihermitiano ó
- Unitario

la base además es **ORTOGONAL**

COMPONENTES DE VECTORES dado una base

$|\phi\rangle$ vector arbitrario

CASO DISCRETO

$$|\phi\rangle = \sum_{n=1}^{N} a_n |u_n\rangle$$

$$a_n = \langle u_n | \phi \rangle$$

CASO CONTINUO

$$|\phi\rangle = \int_{\substack{\text{todo} \\ \lambda \text{ posible}}} a_\lambda |u_\lambda\rangle \, d\lambda$$

$$a_\lambda = \langle u_\lambda | \phi \rangle$$

COMPONENTES DE OPERADORES DADA UNA BASE

$\hat{M}$ arbitrario

CASO DISCRETO

$$\hat{M} = \sum_n \sum_m a_{nm} |u_n\rangle\langle u_m|$$

$$a_{nm} = \langle u_n | \hat{M} | u_m \rangle$$

CASO CONTINUO

$$\hat{M} = \int_\lambda \int_{\lambda'} a_{\lambda\lambda'} |u_\lambda\rangle\langle u_{\lambda'}| \, d\lambda \, d\lambda'$$

$$a_{\lambda\lambda'} = \langle u_\lambda | \hat{M} | u_{\lambda'} \rangle$$