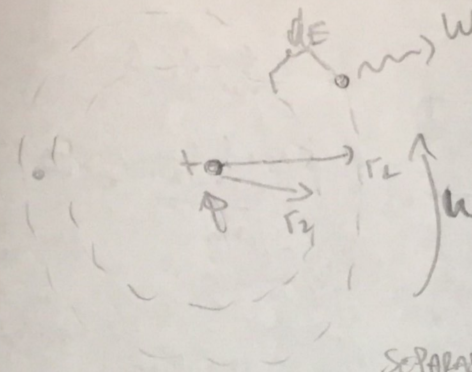
4-

- DEMOSTRAR, A TRAVÉS DE ARGUMENTOS FÍSICOS Y MATEMÁTICOS, QUE EL MOMENTO ANGULAR CUANTIZADO DE BOHR, SE CUMPLE A UN RÉGIMEN CLÁSICO (EN EL RÉGIMEN CLÁSICO)

- SEGÚN EL PRINCIPIO DE CORRESPONDENCIA DE BOHR, LA TEORÍA CLÁSICA DE MAXWELL (CARGAS ELÉCTRICAS CON FRECUENCIA f EMITEN ONDAS DE LUZ DE FRECUENCIA f) Y LA CONDICIÓN CUÁNTICA DE EMISIÓN $\Delta E = hf$ EN LA TEORÍA DE BOHR DEBEN CUMPLIRSE DE FORMA SIMULTÁNEA PARA EL CASO DE ÓRBITAS EXTREMADAMENTE GRANDES



Utilizamos w que para la transición entre 2 grandes órbitas.

r_1 y r_2 son radios grandes separadas por una cantidad dE

$$w = 2\pi f$$

Queremos encontrar una relación entre la energía total del átomo y la magnitud del momento angular; ya que la energía radiada en el régimen clásico, debería conducir a una cuantización del momento angular (lo que queremos demostrar)

$$\Rightarrow E = -\frac{Ke^2}{2r} \; (1) \;,\; L = m_e v r \;\wedge\; \underbrace{K\frac{e^2}{r^2} = m_e\frac{v^2}{r}}$$

$$\underbrace{m_e K e^2 r = m_e^2 v^2 r^2}$$

$$r = \frac{L^2}{m_e K e^2} \; (2)$$

Combinando (1) ∧ (2) $\Rightarrow$ $E = -\frac{Ke^2}{2}\frac{m_e K e^2}{L^2} = -\frac{K^2 e^4 m_e}{2L^2}$

Escaneado con CamScanner

4)

→ Observemos como cambia la energía cuando el electrón irradia, en términos del momento angular

$$\frac{dE}{dL} = \frac{m_e k^2 e^4}{L^3} \quad , \quad \text{obs: } L = m_e w r^2 = m_e w \left(\frac{L^4}{m_e^2 k^2 e^4}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow L^3 = \frac{k^2 e^4 m_e}{w}$$

$$\frac{dE}{dL} = \frac{m_e k^2 e^4}{\frac{k^2 e^4 m_e}{w}} = w \Rightarrow dE = w\,dL$$

Ahora cuando miramos y hacemos la aproximación de que la energía emitida en la transición del electrón, es cedida íntegramente al fotón $\Rightarrow dE = \hbar w'$

$$\Rightarrow \hbar w' = w\,dL$$

obs: recordar que w es cte para esta transición

→ En este punto utilizamos el principio de correspondencia y decimos que, a la escala en la que sucede esta transición, la teoría de Maxwell se cumple

$$\Rightarrow w' = w \quad !$$

$\therefore \hbar\omega = \omega\, dL \Rightarrow dL = \hbar$

$\rightarrow$ el cambio del L en una transición entre grandes órbitas adyacentes siempre es $\hbar$

$\Rightarrow$ la magnitud de L para un electrón en una órbita específica es:

$$\boxed{L = n\hbar}$$

5.- Determinar la longitud de onda de De Broglie en un haz de electrones producido por un acelerador de $10^9\,[eV]$

$10^9\,[eV] = 10^3\,[MeV] \gg 0{,}5\,[MeV]$ $\rightarrow$ energía en reposo del electrón

Esto significa que el electrón es puesto a velocidades relativistas

$E = \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2} \rightarrow E^2 - m_e^2 c^4 = p^2 c^2$

$p = \frac{1}{c}\left(E^2 - m_e^2 c^4\right)^{1/2}$, pero como dijimos $E \gg m_e c^2$

$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{c} E \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} \simeq \frac{hc}{E}$

5

Una partícula de carga q y masa m es acelerada a partir del reposo a través de una dif. de pot. pequeña V. Encuentre λ de De Broglie

$$\underbrace{0 \xrightarrow{v} 1}_{\Delta V}$$

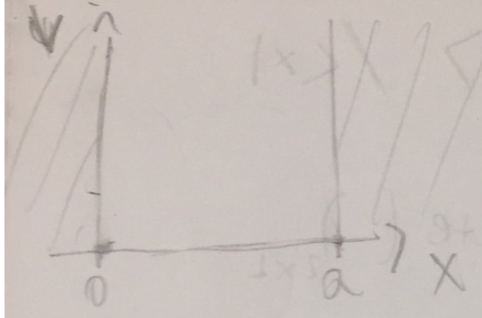
→ Como V es pequeño ⇒ la partícula es no relativista

→ $\Delta U = q\Delta V$, como la energía se conserva

$$\Delta U = \Delta K$$

$$\therefore \quad K = \frac{1}{2} m v^2 = qV = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} \Rightarrow p = \sqrt{2mqV}$$

Finalmente $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mqV}}$



DETERMINAR LA FUNCIÓN DE ONDA, Y LA ENERGÍA DE UN POZO POT. DE PAREDES INFINITAS

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi(x) = 0 & x = 0 \\ \psi(x) = 0 & x = a \end{cases}$$

$$V = \begin{cases} 0 \,; & 0 < x < a \\ \infty & \text{OTRO} \end{cases}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = E\,\psi(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = -\underbrace{\frac{2mE}{\hbar^2}}_{K^2}\psi(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = -K^2\psi(x)$$ → TAREA: RESOLVER LA EC. DIFERENCIAL

$$\boxed{\psi(x) = A e^{Kx} + B e^{-Kx}}$$

$$\boxed{\psi(x) = A' \cos(Kx) + B' \operatorname{sen}(Kx)}$$

$$\psi(0) = 0 = A' \cancel{\cos(0 K)}^{1} + B \cancel{\text{sen}(0 \cdot K)}^{0}$$

$$0 = A'$$

$$\psi(x) = C \text{ sen}(Kx)$$

$$0 = \underbrace{C}_{C \neq 0} \text{ sen}(Ka) \rightarrow n\pi = Ka \text{, con } n \in \mathbb{N} \text{ (mayores que 0)}$$

$$\frac{n\pi}{a} = K$$

$$\boxed{\psi(x) = C \text{ sen}\left(\frac{n\pi}{a} x\right)} \rightarrow \text{tarea, encontrar } C$$

$$K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\pi^2}{a^2} n^2}$$