Universidad de Valparaíso
CHILE

Prueba 2

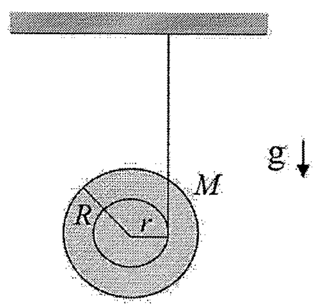
Mecánica

Licenciatura en Física - 2015

IPGG

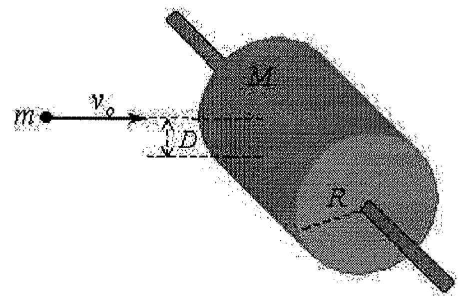
Problema I : Considere un *yo-yo* con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r. El momento de inercia del del *yo-yo* respecto de su centro de masa está dado por $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene fija en el techo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

- (25%) Calcule la aceleración del centro de masa del *yo-yo*.
- (15%) ¿Cómo es comparada con g?.
- (25%) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el *yo-yo* desciende.
- (15%) ¿Cómo es comparada con Mg?.
- (20%) Calcule la velocidad angular ω cuando el yo-yo ha bajado una altura h. Suponga que partió del reposo.

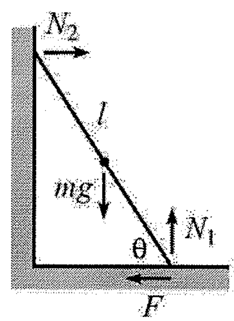


Problema II : Un proyectil de masa m y velocidad v_o se dispara contra un cilindro sólido de masa M y radio R (ver figura). El cilindro está inicialmente en reposo montado sobre un eje horizontal fijo que pasa por su centro de masa, sin fricción. El proyectil se mueve perpendicular al eje e impacta a una altura $D < R$ sobre el eje, quedando incrustado en la superficie del cilindro.

- (10%) ¿Es conservado el momentum angular del sistema?. Argumente.
- (10%) ¿Es conservado el momentum lineal del sistema?. Argumente.
- (10%) ¿Es conservada la energía mecánica del sistema?. Argumente.
- (70%) Calcular la rapidez angular del sistema después que el proyectil golpea al cilindro y queda adherido a su superficie.

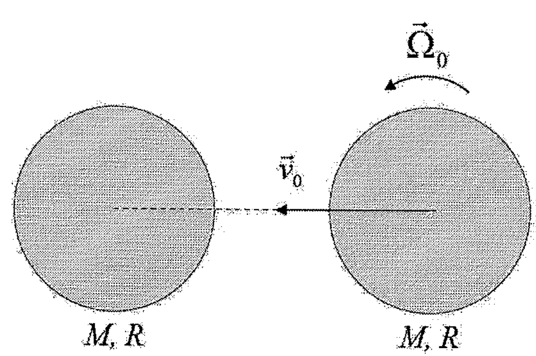


Problema III : Una escalera está apoyada en un muro liso. Si el coeficiente de roce con el piso es μ, determine el ángulo más pequeño para que la escalera no deslice por el suelo. El largo de la escalera es l y su masa m (ver figura).



Problema IV : Un cilindro homogéneo de masa M y radio R, cuyo centro de masa se traslada con velocidad $\overrightarrow{v}_0$ y que rota en sentido antihorario alrededor de su centro de masa con velocidad angular $\overrightarrow{\Omega}_0$ sobre un plano horizontal sin fricción, choca con otro cilindro idéntico que se encuentra en reposo, quedando adheridos sin deformarse. La dirección de la velocidad del centro de masa del primer cilindro está contenida en la recta formada por los centros de masa de ambos cilindros.

- (10%) Diga qué magnitudes se conservan. Justifique.
- (30%) Calcule la velocidad del centro de masa del sistema.
- (30%) Calcule la velocidad angular del sistema después del choque.
- (30%) Calcule la variación de energía cinética del sistema.



Universidad de Valparaíso
CHILE

Prueba 2

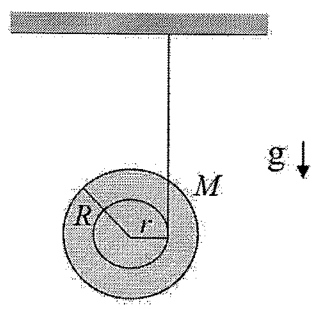
Mecánica

Licenciatura en Física - 2015

IPGG

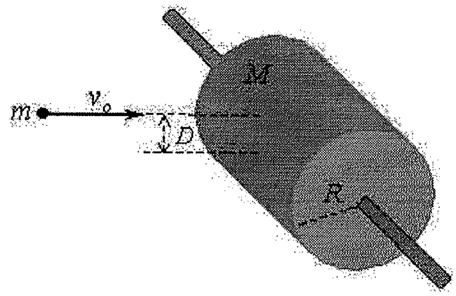
Problema I : Considere un *yo-yo* con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r. El momento de inercia del del *yo-yo* respecto de su centro de masa está dado por $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene fija en el techo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

- (25%) Calcule la aceleración del centro de masa del *yo-yo*.
- (15%) ¿Cómo es comparada con g?.
- (25%) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el *yo-yo* desciende.
- (15%) ¿Cómo es comparada con Mg?.
- (20%) Calcule la velocidad angular ω cuando el yo-yo ha bajado una altura h. Suponga que partió del reposo.

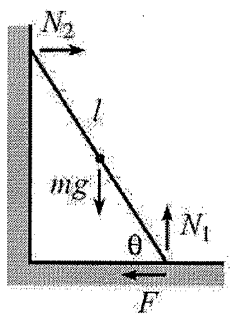


Problema II : Un proyectil de masa m y velocidad v_o se dispara contra un cilindro sólido de masa M y radio R (ver figura). El cilindro está inicialmente en reposo montado sobre un eje horizontal fijo que pasa por su centro de masa, sin fricción. El proyectil se mueve perpendicular al eje e impacta a una altura $D < R$ sobre el eje, quedando incrustado en la superficie del cilindro.

- (10%) ¿Es conservado el momentum angular del sistema?. Argumente.
- (10%) ¿Es conservado el momentum lineal del sistema?. Argumente.
- (10%) ¿Es conservada la energía mecánica del sistema?. Argumente.
- (70%) Calcular la rapidez angular del sistema después que el proyectil golpea al cilindro y queda adherido a su superficie.

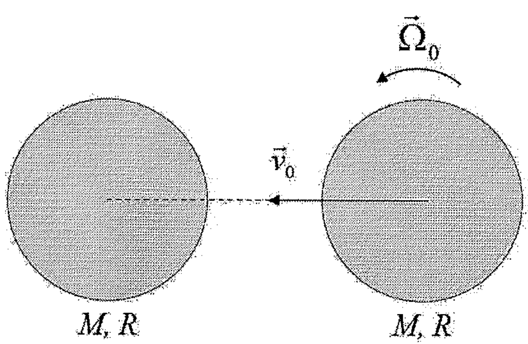


Problema III : Una escalera está apoyada en un muro liso. Si el coeficiente de roce con el piso es μ, determine el ángulo más pequeño para que la escalera no deslice por el suelo. El largo de la escalera es l y su masa m (ver figura).



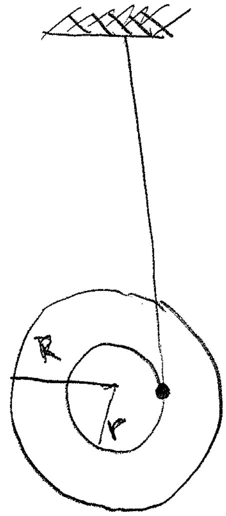
Problema IV : Un cilindro homogéneo de masa M y radio R, cuyo centro de masa se traslada con velocidad $\vec{v}_0$ y que rota en sentido antihorario alrededor de su centro de masa con velocidad angular $\vec{\Omega}_0$ sobre un plano horizontal sin fricción, choca con otro cilindro idéntico que se encuentra en reposo, quedando adheridos sin deformarse. La dirección de la velocidad del centro de masa del primer cilindro está contenida en la recta formada por los centros de masa de ambos cilindros.

- (10%) Diga qué magnitudes se conservan. Justifique.
- (30%) Calcule la velocidad del centro de masa del sistema.
- (30%) Calcule la velocidad angular del sistema después del choque.
- (30%) Calcule la variación de energía cinética del sistema.



PROBL. I

a)



DCL p/M

Por rodadura

$$Mgr = I\alpha$$

siendo $I = I_0 + Mr^2 = \frac{1}{2}MR^2 + Mr^2 = \frac{1}{2}M(R^2+2r^2)$

$$\therefore \quad \cancel{M}gr = \frac{1}{2}\cancel{M}(R^2+2r^2)\,\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 2g\left(\frac{r}{R^2+2r^2}\right)$$; por otro lado

$$a_{CM} = \alpha r$$

$$a_{CM} \overset{\Downarrow}{=} 2g\left(\frac{r^2}{R^2+2r^2}\right)$$

b) $$\frac{a_{CM}}{g} = 2\,\frac{r^2}{R^2+2r^2}$$

c) DCL p/M

por movimiento combinado

TRASLACIÓN PURA (ROTACIÓN PURA NO SE HACE NECESARIO AHORA).

$$Mg - T = M a_{CM}$$

$$\Downarrow$$

$$T = M(g - a_{CM}) = M\left(1 - \frac{2r^2}{R^2+2r^2}\right) g$$

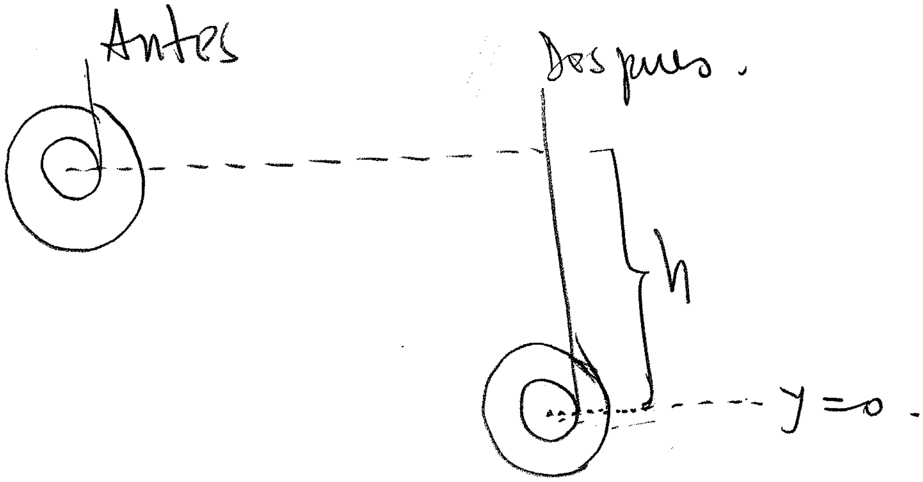
$$= Mg\left(\frac{R^2 + \cancel{2r^2} - \cancel{2r^2}}{R^2+2r^2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$T = Mg\left(\frac{R^2}{R^2+2r^2}\right)$$

d) $$\frac{T}{Mg} = \frac{R^2}{R^2+2r^2}$$

e)



$E_{ANTES} = E_{DESPUES}$ (T no hace trabajo)

$\Downarrow$

No es la razón del desplazamiento de M

$$Mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} M (R^2 + 2r^2)\right]\omega^2$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{M}gh = \frac{1}{4}\cancel{M}(R^2+2r^2)\,\omega^2$$

$$\Downarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gh}{R^2+2r^2}}$$

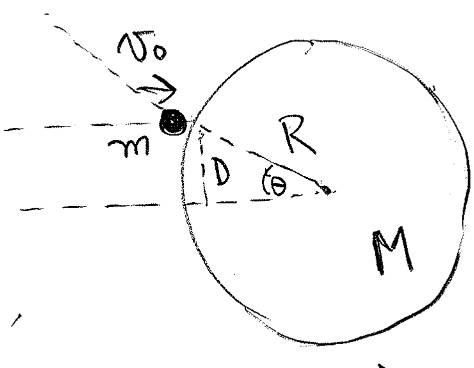
PROBL. II

a) No se conserva, La fuerza de contacto del eje es no nula y actúa sobre el sistema bala-cilindro.

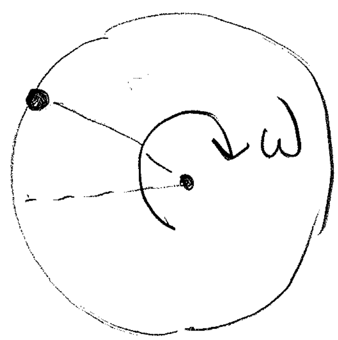
b) Se conserva, La fuerza de contacto del eje no realiza un torque (respecto a eje de rotación fijo)

c) No se conserva, el choque es totalmente inelástico (o plástico).

d) Antes



Después

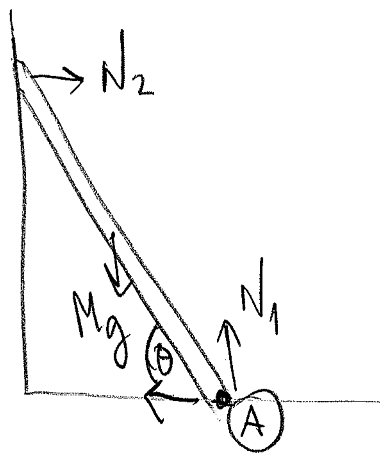


$$m v_0 R \operatorname{sen}(\pi-\theta) = I\,\omega$$

$$m v_0 R \operatorname{sen}\theta = \left(mR^2+\tfrac{1}{2}MR^2\right)\omega$$

$$m v_0 \operatorname{sen}\theta = \left(m+\tfrac{1}{2}M\right)R\,\omega \quad ; \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{D}{R}$$

$$\therefore \quad \omega = 2\left[\frac{m}{2m+M}\right]\frac{v_0 D}{R^2} \quad ///$$



Por $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\Downarrow$

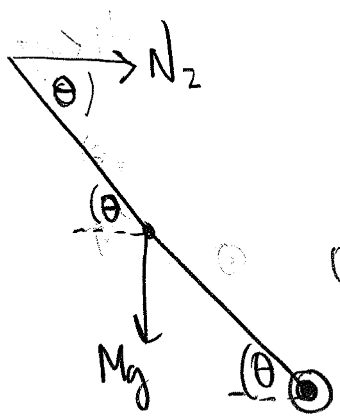
a) $Mg = N_1$

b) $N_2 = F$ ← Roce

Además

c) $F = \mu N_1$

para un eje en A



$$N_2 L \operatorname{sen}(\pi - \theta) - Mg\frac{L}{2} \operatorname{sen}(\pi/2 + \theta) = 0$$

Obs. $\operatorname{sen}(\pi/2 + \theta) = \operatorname{sen}(\pi/2 - (-\theta)) = \cos\theta$

$\operatorname{sen}(\pi - \theta) = \operatorname{sen}\theta$

$\therefore$ $N_2 \cancel{L} \operatorname{sen}\theta = Mg\frac{\cancel{L}}{2} \cos\theta$

d) $N_2 = \dfrac{Mg}{2} \dfrac{1}{\operatorname{tg}\theta}$

Con (a), (b) y (c) tenemos:

$$N_2 = F = \mu N_1 = \mu M g.$$

$$\Downarrow$$

$$N_2 = \mu M g$$

de (d)

$$\frac{\cancel{Mg}}{2}\frac{1}{tg\theta} = \mu \cancel{Mg}$$

$$\Downarrow$$

$$tg\theta = \frac{1}{2\mu}$$

$$\theta = tg^{-1}\left[\frac{1}{2\mu}\right] \Rightarrow \measuredangle \text{ mínimo para estar a punto de deslizamiento.}$$

PROBL. IV

a) $\vec{P}_{SIST}$, $\vec{L}_{SIST}$ dado que no hay fuerzas externas que intervengan en el movimiento planar del sist.

No se conserva E, es un choque totalmente inelástico.

b) $\vec{P}_{sist.} = \vec{cte}$ (es un caso unidimensional)

Antes Después

$$M v_0 = 2M V_{CM} \Rightarrow V_{CM} = \frac{v_0}{2}$$

c) Antes Despues

$$I_{ANTES}\,\Omega_0 = I_{\substack{CM\\SIST}}\,\omega$$

$$I_{ANTES} = \frac{1}{2}MR^2$$

$$I_{\substack{CM\\SIST}} = \left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right)2 = 3MR^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}\cancel{MR^2}\,\Omega_0 = 3\cancel{MR^2}\,\omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{6}\Omega_0$$

d) $K_{ANTES} = \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} I_{ANTES} \Omega_0^2$

$K_{DESPUES} = \frac{1}{2} (2M) V_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{\substack{CM \\ SIST}} \omega^2$

$K_{ANTES} = \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{4} M R^2 \Omega_0^2$

$$K_{DESPUES} = M \frac{v_0^2}{4} + \frac{1}{2} 3MR^2 \frac{1}{36} \Omega_0^2$$
$$= \frac{1}{4} M v_0^2 + \frac{1}{24} MR^2 \Omega_0^2$$

luego

$\Delta K = K_{DESPUES} - K_{ANTES}$ etc.