Guía 1

1. Reescribir en notación indicial las siguientes expresiones:
   (a) $a_1x_1x_3 + a_2x_2x_3 + a_3x_3x_3$.
   (b) $x_1x_1 + x_2x_2$.
   (c) $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$
   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$
   $a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_1$.
2. Demostrar por sumación que $\delta_{3p}v_p = v_3$.
3. Evalúe $\delta_{ij}\epsilon_{ijk}$ por sumación.
4. Obtener el resultado de $\delta_{i2}\delta_{j3}A_{ij}$.
5. Escriba matricialmente la representación de la delta Kronecker.
6. Evalúe
   (a) $\delta_{ii}\delta_{jj}$.
   (b) $\delta_{\alpha 1}\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\gamma 1}$.
7. Evalúe $\epsilon_{ijk}\delta_{2j}\delta_{3k}\delta_{1i}$.
8. Prueba que $\epsilon_{ijk}a_ia_jb_k = 0$.
9. Simplifique $A_{ij}x_ix_j$, si:
   (a) $A_{ij} = A_{ji}$.
   (b) $A_{ij} = -A_{ji}$.
10. Si $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$, evalúe $\boldsymbol{\nabla}\mathbf{r}^n$.
11. Si $\psi = (\mathbf{r} \times \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{b})$, muestre que $\boldsymbol{\nabla}\psi = \mathbf{b} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{a}) + \mathbf{a} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{b})$. Donde $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ son vectores constantes.
12. Si $\boldsymbol{\nabla}\psi$ es siempre paralelo al vector posición $\mathbf{r}$, Muestre que $\psi = \psi(r)$, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.
13. Muestre que $\boldsymbol{\nabla}^2(1/r) = 0$ donde $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$.
14. Calcule $\boldsymbol{\nabla}^2 r$, $\boldsymbol{\nabla}^2 r^2$, $\boldsymbol{\nabla}^2(1/r^2)$ donde $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.
15. Si $\mathbf{a} = \alpha x\mathbf{i} + \beta y\mathbf{j} + \gamma z\mathbf{k}$, muestre que $\boldsymbol{\nabla}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{2a}$.
16. Si $\rho\mathbf{f} = \boldsymbol{\nabla}\mathbf{p}$, pruebe que $\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{f} = 0$.
17. Pruebe que $(\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\nabla})\mathbf{v} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{v}^2 - \mathbf{v} \times (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{v})$.

18. Si $\mathbf{A}$ es un campo vectorial constante y unitario, muestre que $\mathbf{A}\cdot[\boldsymbol{\nabla}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{A})-\boldsymbol{\nabla}\times(\mathbf{v}\times\mathbf{A})]=\nabla\cdot\mathbf{v}$.

19. El producto de dos Levi-Civita se puede escribir de forma compacta tal como sigue:

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmk} = \begin{vmatrix} \delta_{il} & \delta_{im} & \delta_{ik} \\ \delta_{jl} & \delta_{jm} & \delta_{jk} \\ \delta_{kl} & \delta_{km} & \delta_{kk} \end{vmatrix}$$

Halle $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm}$, $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ijm}$ y $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ijk}$.

20. Determine la divergencia del campo eléctrico debido a un dipolo situado en el origen.