Física Contemporánea

Dr. Víctor H. Cárdenas

Instituto de Física y Astronomía

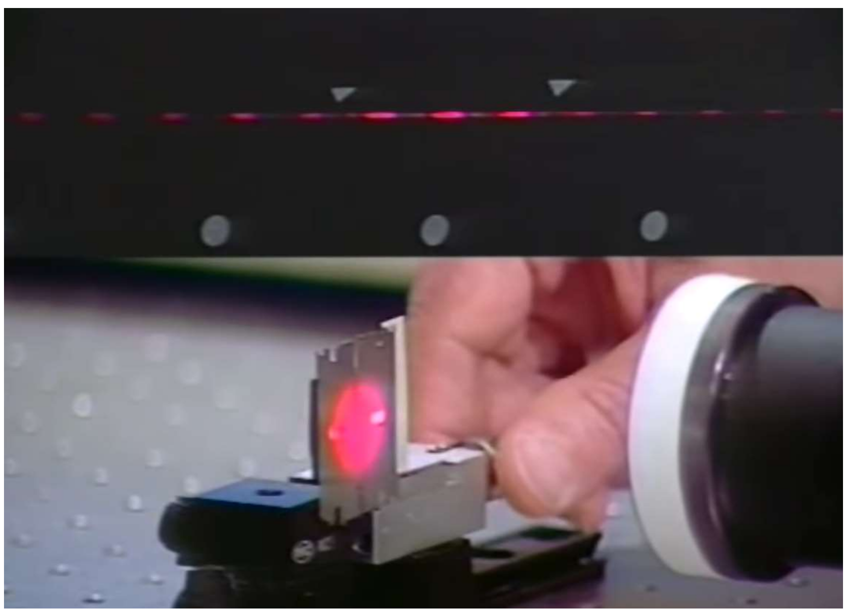
Universidad de Valparaíso

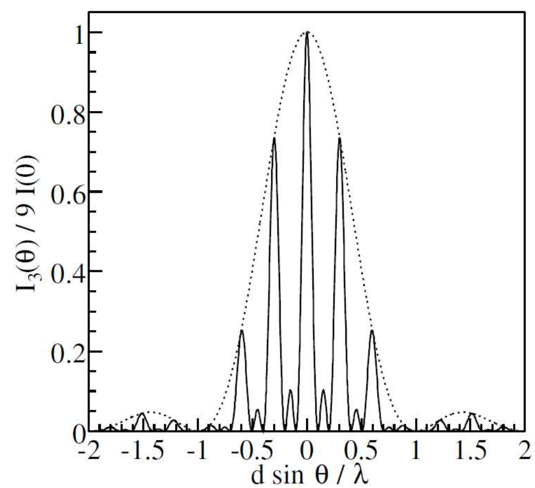
3. Difracción

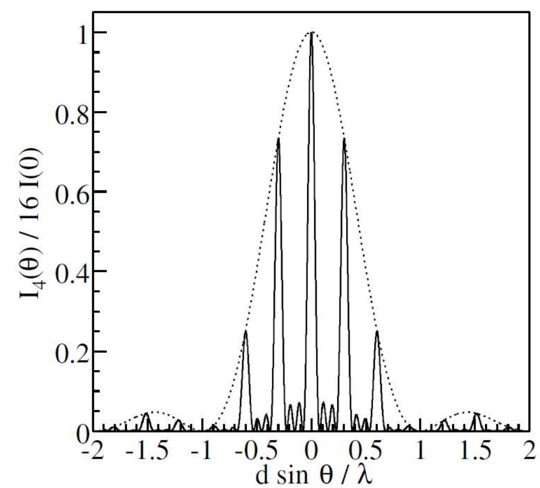
Difracción por N redijas

$$I_N(\theta) = I(0)\,\mathrm{sinc}^2(\alpha/2)\left[\frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)}\right]^2$$

$$\alpha = kd\sin\theta; \quad \beta = ka\sin\theta,$$





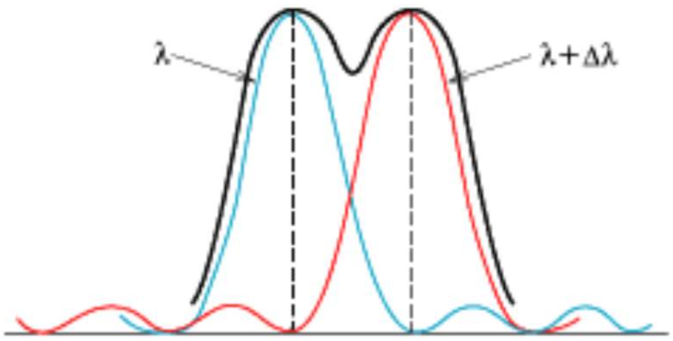


Difracción de Fraunhoffer

Redes de difracción

Para N muy grande, el máximo central es tan estrecho, que se pueden distinguir dos o mas longitudes de onda cercanas!!!

La potencia de resolución cromática es



$$\mathrm{CRP} = \lambda/\Delta\lambda,$$

En el caso del p-ésimo maximo $Np\lambda = Na\sin\theta,$

Y el adyacente $(Np+1)\lambda = Na\sin(\theta+\Delta\theta).$

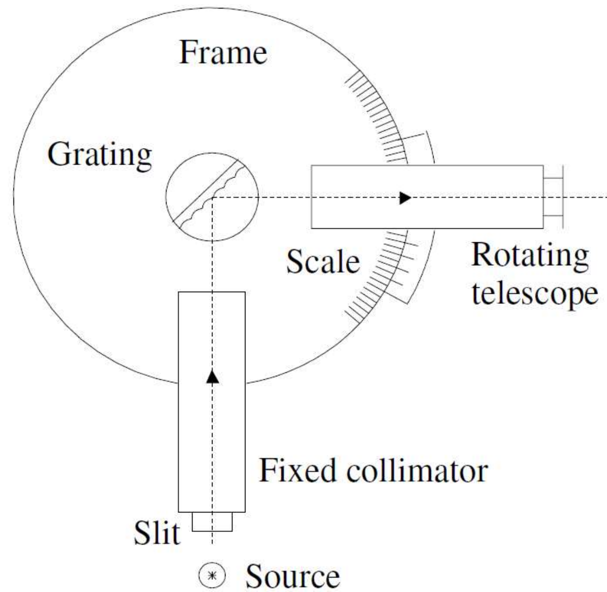
Si este coincide con $Np(\lambda+\Delta\lambda) = Na\sin(\theta+\Delta\theta)$

entonces

$$Np\,\Delta\lambda - \lambda = 0,$$

$$\boxed{\lambda/\Delta\lambda = Np.}$$

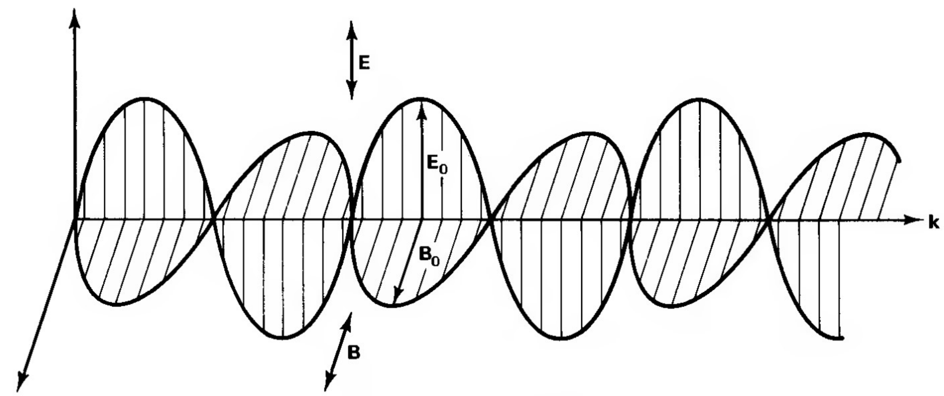
Espectroscopio (espectrómetro)



Para una red de 5 cm de ancho, con 1200 líneas/mm el CRP es de 60000!!

Ver: https://www.youtube.com/watch?v=oae5fa-f0S0

4. Polarización



Vectores de Jones

Consideremos el campo $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y$

O bien

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_{0x}e^{i(kz-\omega t+\varphi_x)} + \mathbf{j}E_{0y}e^{i(kz-\omega t+\varphi_y)}$$

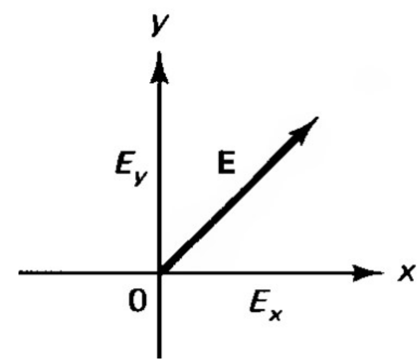
escribiremos

$$\mathbf{E} = [\mathbf{i}E_{0x}e^{i\varphi_x} + \mathbf{j}E_{0y}e^{i\varphi_y}]\ e^{i(kz-\omega t)} = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

donde

$$\tilde{\mathbf{E}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{0x} \\ \tilde{E}_{0y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix}$$

llamado vector de Jones



$$\tilde{\mathbf{E}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{0x} \\ \tilde{E}_{0y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix}$$

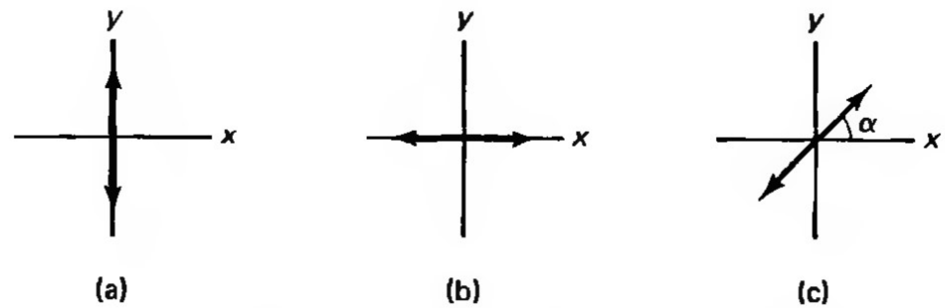
Polarización lineal

Caso (a)

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ A \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Caso (b)

$$E_0 = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Caso (c)

$$\tilde{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\cos\alpha \\ A\sin\alpha \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$$

En resumen, para un vector de Jones [a b] con a y b números reales no ceros ambos, describe polarización lineal con inclinación α

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Normalizando

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad E_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad E_0 = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$$

Polarización circular

Supongamos que $E_{0x} = E_{0y} = A$ y que existe una fase relativa entre las componentes de $\epsilon = \pi/2$.

Cuando E_x va adelante que E_y

Normalizando

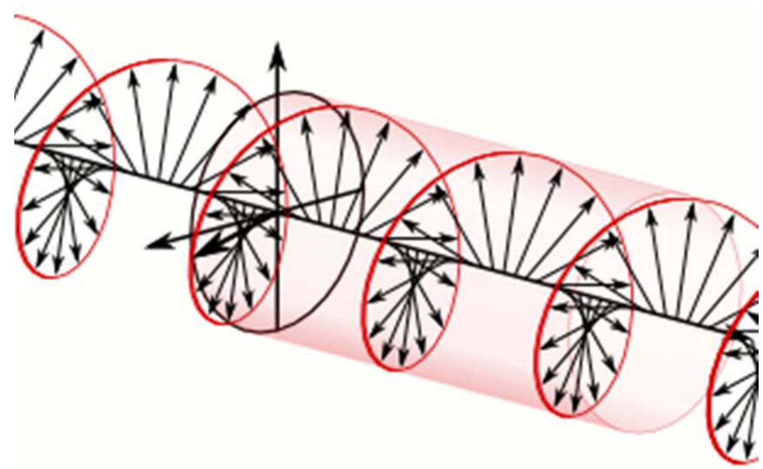
$$E_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

$$E_x = A\cos\omega t \qquad E_y = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = A\sin\omega t$$

Como

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2 = A^2\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right) = A^2$$

se dice que la onda está polarizada <u>hacia la izquierda</u>.



El vector de Jones es

$$\tilde{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ Ae^{i\pi/2} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

Polarización circular

Otra vez supongamos que $E_{0x} = E_{0y} = A$ y que existe una fase relativa entre las componentes de $\epsilon = \pi/2$, pero esta vez E_y va delante de E_x

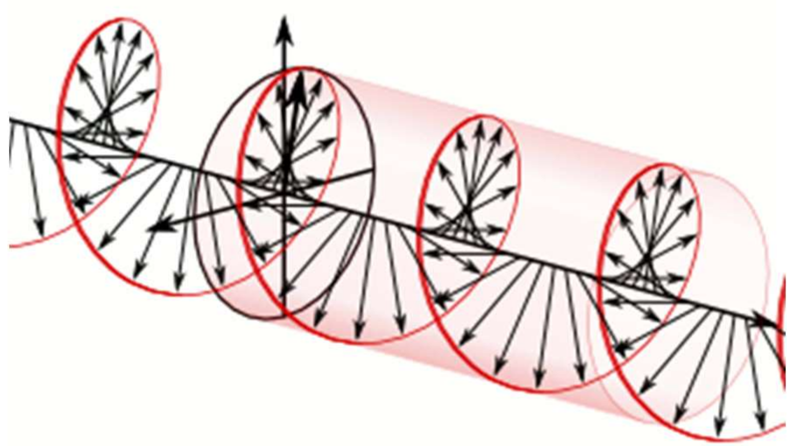
Se dice que la onda está polarizada hacia la derecha.

El vector de Jones es

$$\tilde{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

Normalizando

$$E_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

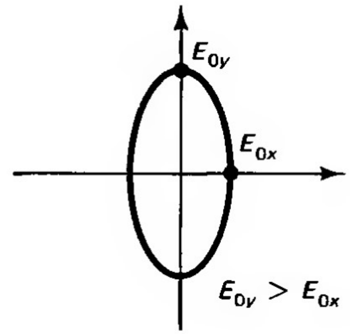


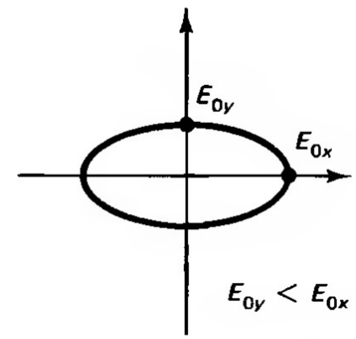
Polarización elíptica

Las amplitudes no son iguales. Supongamos que el desfasaje $\epsilon = \pi/2$.

Habrán señales elípticamente polarizadas a la izquierda y derecha.

$\begin{bmatrix} A \\ iB \end{bmatrix}$ counterclockwise rotation and $\begin{bmatrix} A \\ -iB \end{bmatrix}$ clockwise rotation





La normalización debe incluir: $1/\sqrt{A^2 + B^2}$

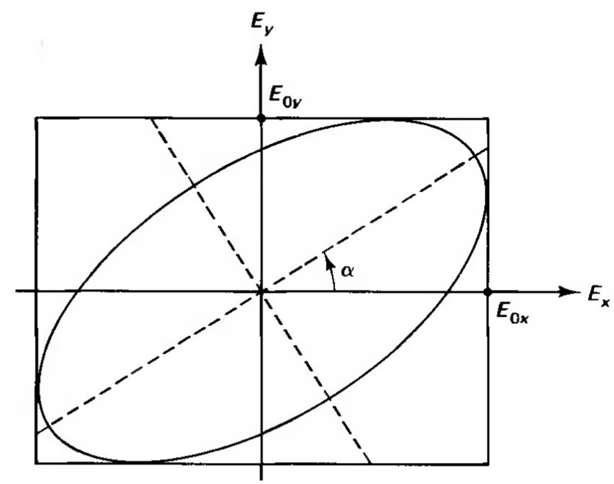
El eje también puede estar inclinado, cuando

$\varphi_y - \varphi_x = \epsilon$ es distinto de:

i) $m\pi$ para polarización lineal

ii) $(m + \frac{1}{2})\pi$ para polarización circular

$m = 0, 1, 2, \ldots$



$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\epsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

Polarización elíptica

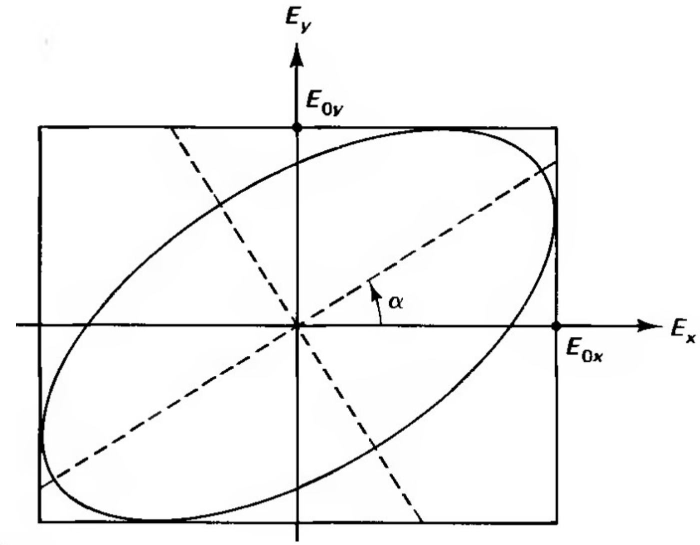
El vector de Jones es

$$\tilde{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ b e^{i\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B + iC \end{bmatrix}$$

Y la normalización requiere $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$.

La elipse:

$$E_{0x} = A, \qquad E_{0y} = \sqrt{B^2 + C^2}, \qquad \text{and} \quad \epsilon = \tan^{-1}\left(\frac{C}{B}\right)$$



¿*para qué sirven los vectores de Jones*?

Supongamos que superponemos luz polarizada circularmente a la izquierda y derecha, entonces:

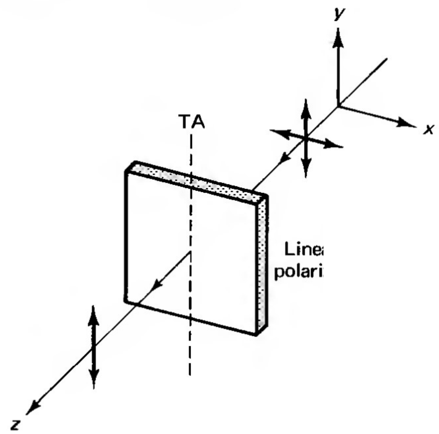
$$\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l \\ -i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 1 \\ i - i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

o de 2 linealmente polarizadas

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Polarizadores

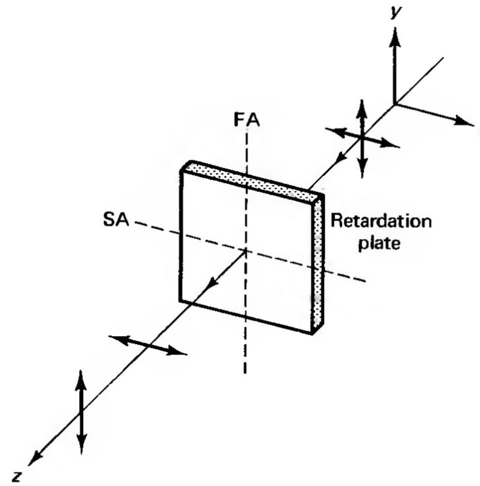
Lineales (TA = transmisión axis)



$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{linear polarizer, TA vertical}$$

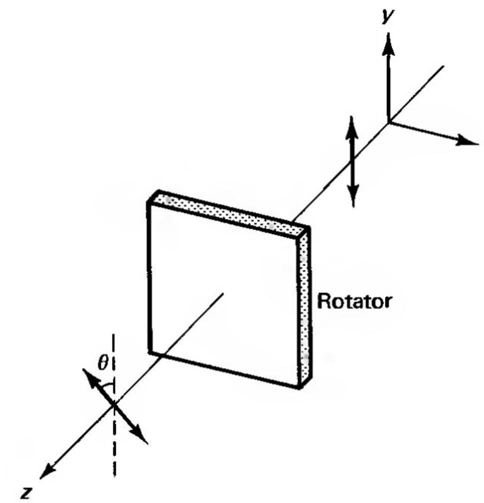
Retardador de fase (FA = fast axis, SA = slow axis)



$$\begin{bmatrix} e^{i\epsilon_x} & 0 \\ 0 & e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i(\varphi_x+\epsilon_x)} \\ E_{0y}e^{i(\varphi_y+\epsilon_y)} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} e^{i\epsilon_x} & 0 \\ 0 & e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix} \qquad \text{phase retarder}$$

Rotador



$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta+\beta) \\ \sin(\theta+\beta) \end{bmatrix}$$

Polarizadores

SUMMARY OF JONES MATRICES

I. Linear polarizers

TA horizontal $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ TA vertical $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ TA at 45° to horizontal $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

II. Phase retarders

General $\begin{bmatrix} e^{i\epsilon_x} & 0 \\ 0 & e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix}$

QWP, SA vertical $e^{-i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ QWP, SA horizontal $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

HWP, SA vertical $e^{-i\pi/2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ HWP, SA horizontal $e^{i\pi/2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

III. Rotator

Rotator $(\theta \to \theta + \beta)$ $\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$