Termodinámica (LFIS 224)

Licenciatura en Física
Profesor: J.R. Villanueva e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 7

1. Demostrar que para un gas ideal:

   (a)
   $$A = \int C_V \mathrm{d}T - T \int \frac{C_V}{T} \mathrm{d}T - nRT \ln V - a_1 T + b_1$$
   (a_1, b_1 son constantes)

   (b)
   $$G = \int C_P \mathrm{d}T - T \int \frac{C_P}{T} \mathrm{d}T + nRT \ln P - a_2 T + b_2$$
   (a_2, b_2 son constantes)

   (c) Aplicar las ecuaciones anteriores a 1 mol de un gas ideal monoatómico.

2. Partiendo de que $\mathrm{d}V/V$ es una diferencial exacta, deducir la relación
   $$\left(\frac{\partial \beta_P}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \kappa_T}{\partial T}\right)_P$$

3. (a) Definida la función de Massieu F_M por la ecuación
   $$F_M = -\frac{U}{T} + S,$$
   demostrar que
   $$dF_M = \frac{U}{T^2} dT + \frac{P}{T} dV.$$

   (b) Definida la función de Planck F_P por la ecuación
   $$F_P = -\frac{\mathrm{H}}{T} + S,$$
   demostrar que
   $$dF_P = \frac{\mathrm{H}}{T^2} dT - \frac{V}{T} dP.$$

4. La presión de 500 g de cobre a 100 K se aumenta reversible e isotérmicamente desde 0 hasta 500 atm. (Suponer que la densidad $\rho = 8.93 \times 10^3$ kg/m^3, dilatación cúbica $\beta = 31.5 \times 10^{-6}$ K^{-1}, compresibilidad isotérmica $\kappa_T = 7.21 \times 10^{-12}$ Pa^{-1} y capacidad calorífica $C_P = 0.254$ kJ/(kg K) son prácticamente constantes.)

(a) ¿Cuánto calor se ha transferido durante la compresión?

(b) ¿Cuánto trabajo se ha realizado durante la compresión?

(c) Determinar el cambio de energía interna.

(d) ¿Cuál sería el aumento de temperatura si se sometiera el cobre a una compresión adiabática reversible?

5. Deducir las siguientes ecuaciones

   (a) $U = A - T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_V = -T^2\left(\frac{\partial (TA)}{\partial T}\right)_V$.

   (b) $\mathcal{C}_V = -T\left(\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}\right)_V$.

   (c) $\mathrm{H} = G - T\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -T^2\left(\frac{\partial (G/T)}{T}\right)_P$ (Ecuación de Gibbs-Helmholtz).

   (d) $\mathcal{C}_P = -T\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P$.

6. La capacidad calorífica a volumen constante $C_V = Nf(T)$ (donde N es el número de moléculas) es conocida para un gas ideal. Encuentre la energía libre de Helmholtz, A, la energía interna, U, la entropía, S, y el potencial químico, μ.

7. Un gas de c_V constante se comporta según la ecuación de estado $P(v-b) = RT$, siendo b una constante. Demostrar que

   (a) u es una función sólo de T.

   (b) γ es constante.

   (c) La relación que se cumple en un proceso adiabático es

   $$P(v-b)^\gamma = \text{const.}$$

8. Un gas con ecuación de estado $P(v-b) = RT$ fluye a lo largo de un tubo aislado térmicamente en el que hay una constricción. Al pasar la constricción, la presión desciende de P_1 a P_2. Si la capacidad calorífica del gas a presión constante es constante y la velocidad de flujo lejos de la constricción es pequeña, calcule el cambio de temperatura.

9. Una sustancia tiene las siguientes propiedades:

   (i) A una temperatura constante T_0, el trabajo hecho por ésta en una expansión desde V_0 hasta V es

   $$W = RT_0 \log \frac{V}{V_0},$$

   (ii) La entropía es dada por

   $$S = R\frac{V}{V_0}\left(\frac{T}{T_0}\right)^a,$$

   donde V_0, T_0, y a son constantes fijas.

   (a) Calcule la energía libre de Helmholtz.

   (b) Encuentre la ecuación de estado.

   (c) Encuentre el trabajo realizado para cualquier temperatura constante T.

10. Calcule la entropía, S, la entalpía, H, la energía libre de Helmholtz, A, y la energía libre de Gibbs, G, de una sustancia paramagnética y escríbalas explicitamente en términos de sus variables naturales cuando sea posible. Asuma que la ecuación de estado mecánica es $m = (DH/T)$ y que la capacidad calorífica molar a magnetización constante es $c_m = c$, donde m es la magnetización molar, H es el campo magnético, D es una constante, c es constante, y T es la temperatura absoluta.

11. Una pieza de caucho está sujeta a trabajo por presión hidrostática y por una fuerza de tensión.
    (a) Construya la expresión para dU.
    (b) Genere los potenciales cuyas variables propias son (S, V, τ), (S, P, τ) y (T, P, τ).
    (c) Derive las relaciones de Maxwell

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{L,S} &= -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_{V,L} \\
\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_{T,P} &= -\left(\frac{\partial \tau}{\partial T}\right)_{P,L} \\
\left(\frac{\partial S}{\partial \tau}\right)_{P,L} &= \left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_{S,P}
\end{aligned}$$

12. La energía libre de Helmholtz de un sólido de Debye puede ser escrito en la forma

$$A(T, V) = U_0(V) + Tf(\Theta/T),$$

donde $U_=(V)$ es la energía interna a la temperatura cero absoluto para el sólido con volumen V, y Θ es la temperatura de Debye, una función del volumen únicamente. Obtenga una expresión para la presión, y muestre que la expansividad volumétrica β_P se relaciona con la compresibilidad isotermal κ_T a través de la fórmula

$$\beta_P = \kappa_T \frac{\gamma C_V}{V}, \qquad \text{donde} \qquad \gamma = -\frac{\mathrm{d}(\ln \Theta)}{\mathrm{d}(\ln V)}.$$

13. Un sistema consiste en una película de un líquido paramagnético aislado térmicamente de su entorno y mantenido a tensión constante en un campo magnético constante. Encuentre la función potencial que debe ser mínima en el equilibrio.

14. (a) Utilizando el desarrollo del virial

$$Pv = RT\left(1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots\right)$$

calcular $(\partial u/\partial v)_T$ y su límite cuando $v \to \infty$.
    (b) Utilizando la misma expresión, calcular $(\partial P/\partial v)_T$ y su límite cuando $v \to \infty$.
    (c) Usando (a) y (b), calcular $(\partial u/\partial P)_T$ y su límite cuando $v \to \infty$.
    (d) Usando el desarrollo del virial

$$Pv = RT + B'P + C'P^2 + \dots$$

y recordando que $B = B'$, calcular $(\partial u/\partial P)_T$ directamente de la ecuación

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$