Métodos Matemáticos I

Guía I

Licenciatura en Física

IPGG

---

1).- El producto de dos números complejos es $4i$, y el cubo de uno de ellos, dividido por el otro, $\frac{1}{4}$. Halla los módulos y los argumentos de los complejos dados.

---

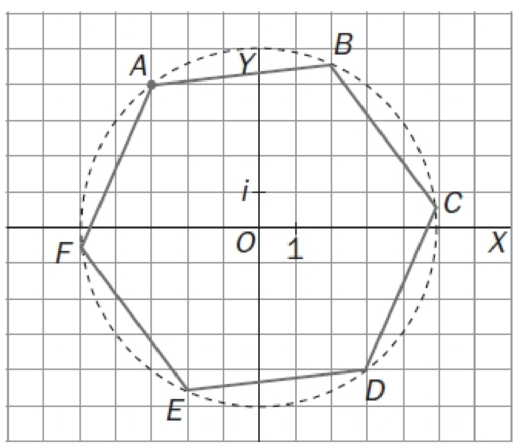
2).- Halla dos números cuyo cociente sea imaginario puro (i) y cuya suma sea 5, sabiendo que el módulo del dividendo es doble del módulo del divisor.

---

3).- Dados los números complejos $2 - im$ y $3 - in$, halla los valores que deben tener m y n para que el producto de los complejos dados sea igual a $8 + 4i$.

---

4).- Con la información de la figura, calcula las coordenadas de todos los vértices del hexágono regular con centro el origen que aparecen en ella.



---

5).- Dado el número complejo $z = -1 + i$, uno de los vértices de un cuadrado, determine los otros vértices en función de z.

---

6).- Representa en el plano complejo los lugares geométricos que cumplen las siguientes condiciones:

a) $|z| = 3$

b) $\bar{z} \cdot z = 9$

c) Parte real de $z = -5$

d) Parte imaginaria de $z = 3$

e) $\frac{z}{\bar{z}} = -1$

f) $\frac{z}{\bar{z}} = i$

7).- Demuestre que:

$$\binom{n}{n} = 1, \quad \binom{n}{m} = \binom{n}{n-m} \ \textit{para } 0 < m < n.$$

8).- Demuestre que:

$$\binom{n}{m} + \binom{n}{m+1} = \binom{n+1}{m+1}$$

10).- Aplicando el teorema del binomio (o fórmula del binomio de Newton) deduzca las igualdades:

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} = 2^n, \qquad \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \binom{n}{j} = 0.$$

11).- Pruebe que todo número complejo z tal que $|z| = 1$ con $z \neq -1$ se puede representar de la forma $z = \dfrac{1-ia}{1+ia}$, con $a \in \mathbb{R}$.

12).- Demuestre que:

$$\left(\frac{1+\cos(t)+i\sin(t)}{1+\cos(t)-i\sin(t)}\right)^n = \cos(nt) + i\sin(nt)$$

13).- Si $z + \dfrac{1}{z} = 2\cos(t)$, demostrar que:

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos(nt)$$

14).- Hallar la relación que deben cumplir los coeficientes a, b, c, d reales para que las raíces de la ecuación $z^2 + (a+ib)\,z + (c+id) = 0$ tengan el mismo argumento.

15).- Hallar los números complejos z tales que:

$$z^2 + 2\overline{z}^2 + z - \overline{z} + 9 = 0$$