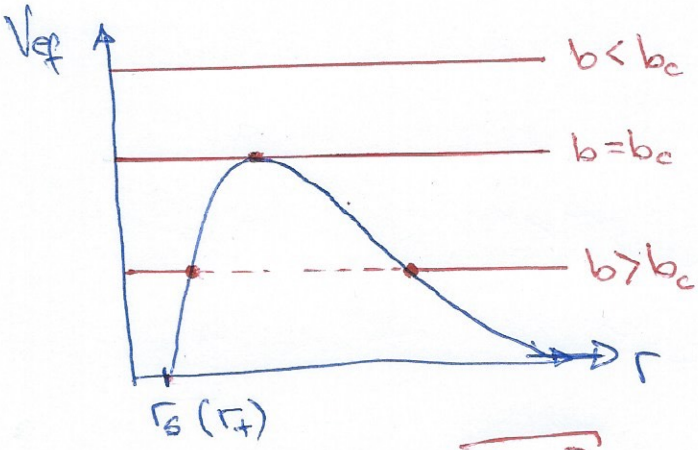

$$b = \frac{L}{E}$$

$$b_c = \frac{3\sqrt{3}}{2} r_s = 3\sqrt{3}M$$

$$\theta_m = \frac{1}{3}\,\mathrm{ArcSin}\sqrt{\frac{27 g_3^2}{g_2^3}} + \frac{2m\pi}{3}$$

$$\theta_m = \frac{1}{3}\,\mathrm{ArcSin}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{r_s}{b}\right) + \frac{2m\pi}{3}$$

$$\theta_m = \frac{1}{3}\,\mathrm{ArcSin}\left(\frac{b_c}{b}\right) + \frac{2m\pi}{3}$$

<u>nota:</u> $\theta_m \in \mathbb{R} \Rightarrow b_c \leq b$ ← soluciones reales.

$$r_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3} b \sin\theta_0$$

$$r_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} b \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta_0 - \frac{1}{2}\sin\theta_0\right\}$$

$$r_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} b \left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta_0 - \frac{1}{2}\sin\theta_0\right\}$$

con $\theta_0 = \frac{1}{3}\,\mathrm{ArcSin}\left(\frac{b_c}{b}\right)$

$b = b_c \Rightarrow \boxed{\theta_0 = \frac{\pi}{6}}$ ← órbitas críticas.

C1 11 (2)

$\therefore\ P_3(r) = E^2(r-r_0)(r-r_1)(r-r_2)$

donde $P_3(r) = r^3(E^2 - V_{ef})$

$\wedge \quad \dfrac{dr}{d\phi} = \pm \dfrac{r^2}{L}\sqrt{E^2 - V_{ef}} = \pm \dfrac{r^2}{L}\sqrt{\dfrac{P_3(r)}{r^3}}$

Cambio de variable usual : $u = 1/r$

$u_s = \dfrac{1}{r_s}$; $u_j = \dfrac{1}{r_j}$ $(j = 0,1,2)$; $du = -dr/r^2$

$$P_3(u) = E^2\left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u_0}\right)\left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u_1}\right)\left(\frac{1}{u} + \frac{1}{|u_2|}\right)$$

$$\therefore\ P_3(u)\cdot u^3 = \frac{E^2}{u_0 u_1 |u_2|}\,(u_0 - u)(u_1 - u)(u + |u_2|)$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{P_3(r)}{r^3}} = \sqrt{P_3(u)\cdot u^3} = \sqrt{\frac{E^2}{u_0\cdot u_1\,|u_2|}}\cdot\sqrt{(u_0-u)(u_1-u)(u+|u_2|)}$$

$$= \frac{E}{\sqrt{u_0\cdot u_1\cdot |u_2|}}\cdot\sqrt{(u_0-u)(u_1-u)(u+|u_2|)}$$

Teníamos

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right) = \pm\sqrt{E^2 - V_{ef}(r)}$$

ahora $\dfrac{d\phi}{d\tau} = \dfrac{L}{r^2}$

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{d\phi}{d\tau}\frac{dr}{d\phi} = \frac{L}{r^2}\frac{dr}{d\phi}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dr}{d\phi} = \pm\frac{r^2}{L}\sqrt{E^2 - V_{ef}}}$$

← Corregir en clase 7.

$$\frac{du}{d\phi} = \mp\frac{E}{L}\cdot\frac{1}{\sqrt{u_0 u_1 u_2}}\sqrt{(u_0 - u)(u_1 - u)(u_2 - u)}$$

$$\frac{du}{d\phi} = \mp\frac{1/b}{\sqrt{u_0 u_1 u_2}}\sqrt{(u_0 - u)(u_1 - u)(u_2 - u)}$$

$$u_0 u_1 u_2 = \frac{1}{r_0}\cdot\frac{1}{r_1}\cdot\frac{1}{r_2}$$

Órbitas críticas: $u_0 = u_1 = \dfrac{2}{3r_s}$

$r_0 = r_1 = \dfrac{3r_s}{2}$ $\qquad u_2 = -\dfrac{1}{3r_s}$

Cl 11 4

$$\frac{du}{d\phi} = \mp \alpha \sqrt{(u_0-u)^2(u_0-u_2)} \qquad \alpha = \frac{1/b}{\sqrt{-u_0 u_1 u_2}}$$

$$= \mp \alpha \sqrt{(u-u_0)^2(u-u_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{du}{d\phi} = \mp \alpha (u-u_0)\sqrt{u-u_2}$$

$$\frac{du}{d\phi} = \mp \alpha \left(u - \frac{2}{3r_s}\right)\sqrt{u + \frac{1}{3r_s}} \qquad (*)$$

TAREA: - Mostrar que la solución de (*) es

$$\boxed{u = -\frac{1}{3r_s} + \frac{1}{r_s}\operatorname{Tanh}^2 \frac{1}{2}(\phi-\phi_0)}$$

si escogemos $\operatorname{Tanh}^2 \frac{1}{2}\phi_0 = \frac{1}{3}$, entonces

$u \to 0$ $(r \to \infty)$ cuando $\phi = 0$.

- Graficar la órbita crítica
r/ϕ

- Encontrar α para la órbita crítica
($\alpha_c = \sqrt{r_s}$)

La órbita ~~(**)~~ obtenida a partir de (*) corresponde al movimiento a la "derecha" del r_c. Llamaremos a este tipo de órbitas como las órbitas de primera especie. Asociadas a estas órbitas (con igual parámetro de impacto) están las órbitas de segunda especie, es decir aquellas que se realizan al lado izquierdo de r_c.