PROBLEMA GUÍA II | #16

a) $a_{ij} = \epsilon_{ijk} u_k$

Sea
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Para $i=j$ $a_{ii}=0$ (debido al valor de ϵ_{iik})

<u>Obs.</u> $a_{ij} = -a_{ji}$ (debido a la propiedad de antisimetría del símbolo de Levi-Civita ante permutación de dos índices)

luego
$$a_{21} = \epsilon_{21k} u_k = \cancel{\epsilon_{211}}^{\,0} u_1 + \cancel{\epsilon_{212}}^{\,0} u_2 + \epsilon_{213} u_3$$
$$= \epsilon_{213} u_3 = -u_3$$

$\therefore$ $a_{21} = -u_3 \Rightarrow a_{12} = u_3$

análogamente
$$a_{13} = \epsilon_{13k} u_k = \epsilon_{132} u_2 = -u_2$$
$$a_{31} = u_2$$

y
$$a_{23} = \epsilon_{23k} u_k = \epsilon_{231} u_1 = u_1$$
$$a_{32} = -u_1$$

Finalmente

$$A = \begin{pmatrix} 0 & u_3 & -u_2 \\ -u_3 & 0 & u_1 \\ u_2 & -u_1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$; del resultado anterior, si conocem

la matriz A, entonces:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} a_{23} \\ a_{31} \\ a_{12} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} u_1 = a_{23} \\ u_2 = a_{31} \\ u_3 = a_{12} \end{array}$$