PROBLEMA 1.32 (Prob. RESUELTOS PAG. 10)

$$E = \gamma m c^2 \; ; \; p = \gamma m v \; ; \; \gamma = \frac{1}{\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{m^2 v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2}{\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}} \Rightarrow \frac{p^2}{v^2} = m^2 + \frac{p^2}{c^2} \rightarrow v = \frac{p}{\left(m^2+\frac{p^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

8 Utilizando, la expresión de $v(p)$ obtenida, en $p = \gamma m v$

$$\Rightarrow p = \gamma m v \Rightarrow \gamma = \frac{p}{mv} = \frac{p}{m}\frac{\left(m^2 + \frac{p^2}{c^2}\right)^{1/2}}{p} = \frac{\left(m^2 + \frac{p^2}{c^2}\right)^{1/2}}{m}$$

$$\therefore E = \gamma m c^2 = \frac{\left(m^2 + \frac{p^2}{c^2}\right)^{1/2}}{m} m c^2$$

$$\Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \quad //$$

Problema 1.40 (Prob. Resueltos Pág 11)

Demostrar: $K = (\gamma - 1) m c^2$, asumiendo que e^- parte en reposo $v_0 = 0$

De la definición de energía cinética, como el trabajo de una partícula en alcanzar una velocidad v, partiendo desde el reposo

$$W = K = \int_{x_1}^{x_2} F\, dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dt} dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dx} \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} \cancel{dx}$$

$$K = \int_{p_1}^{p_2} v\, dp \rightarrow \text{integrando por parte}$$

$u = v \rightarrow du = dv$

$dV = dp \rightarrow V = p = \gamma m v$

$$\Rightarrow K = \gamma m v^2 \Big|_{v_0}^{v} - \underbrace{\int_{v_0}^{v} \gamma m v \, dv}_{I}$$

$\underline{\text{obs}}$: $I = \displaystyle\int_{v_0} \frac{mv}{\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{1/2}} dv$ → HACIENDO EL CAMBIO DE VARIABLE

$$s = \frac{v^2}{c^2} \rightarrow ds = \frac{2v}{c^2} dv$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{2} ds = v\, dv$$

$$I = \int_{s_1}^{s_2} \frac{mc^2}{2(1-s)^{1/2}} ds = -\cancel{2}\frac{mc^2}{\cancel{2}}(1-s)^{1/2}\Big|_{s_1}^{s_2} = -mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\Big|_{v_0}^{v}$$

$$K = \left[\gamma m v^2 + mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\right]\Big|_{v_0}^{v}$$

Si $v_0 = 0$

$$\Rightarrow K = \left[\gamma m v^2 + mc^2 \underbrace{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}_{\gamma^{-1}} - mc^2\right]$$

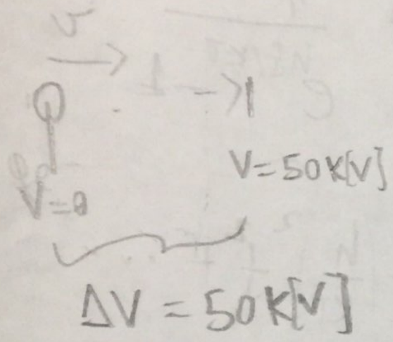
$$K = \gamma\left[mv^2 + mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) - mc^2(\gamma^{-1})\right]$$

$$= \gamma\left[\cancel{mv^2} + mc^2 - \cancel{mv^2} - mc^2\gamma^{-1}\right]$$

Escaneado con CamScanner

9) $\therefore K = (\gamma - 1) m c^2$

Ahora que tenemos la forma de la energía cinética relativista, analizamos nuestro caso



- La energía potencial a la que está sometida la partícula $\Delta U = q\,\Delta V = 50\,ke[V]$.
- Como la energía se conserva
  $\Rightarrow \Delta U = \Delta K = K = 50\,ke[V]$
- Esta es la energía cinética que desarrolla la partícula, al salir del campo ΔV

$$\Rightarrow K = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} m_e c^2 - m_e c^2 \rightarrow \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = \frac{m_e c^2}{K + m_e c^2} \Big| (\ )^2$$

$$\rightarrow 1 - \frac{1}{\left(\left(\frac{K}{m_e c^2}+1\right)^2\right)^2} = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v = c\left(1 - \left(\frac{K}{m_e c^2}+1\right)^{-2}\right)^{1/2}$$

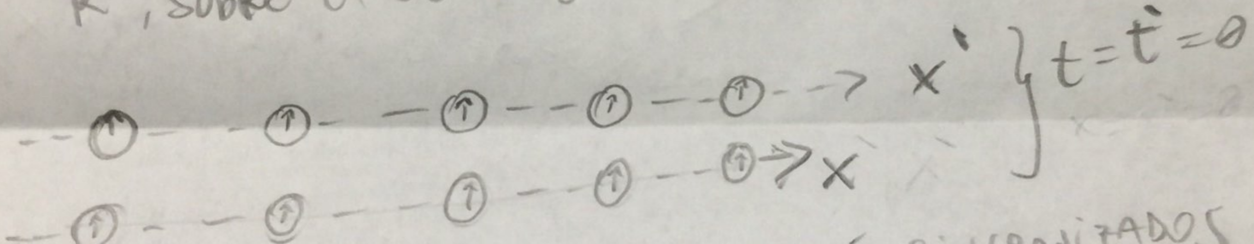
//

Escaneado con CamScanner

3.- DEMOSTRAR QUE UN CONJUNTO DE EVENTOS SIMULTANEOS EN K, NO SON SIMULTANEOS EN K`; SIENDO K` UN SISTEMA DE REFERENCIA EN MOVIMIENTO CON RESPECTO A K, A UNA VELOCIDAD $\vec{\beta} = 0{,}99\,\hat{x}$.

- SIMULTANEIDAD: RELACIÓN ENTRE 2 O MÁS EVENTOS QUE SUCEDEN EN UN MISMO TIEMPO, EN UN MARCO DE REFERENCIA TEMPORAL

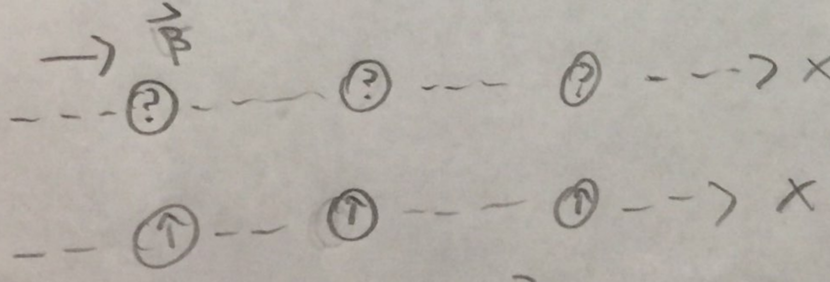
- COLOQUEMOS RELOJES IDÉNTICOS, IGUALMENTE ESPACIADOS EN K y K`, SOBRE EL EJE X y X` RESPECTIVAMENTE



- SUPONIENDO QUE TODOS LOS RELOJES ESTÁN SINCRONIZADOS

- SUPONIENDO QUE EL SISTEMA K` LLEVA UNA VELOCIDAD $\vec{v}$

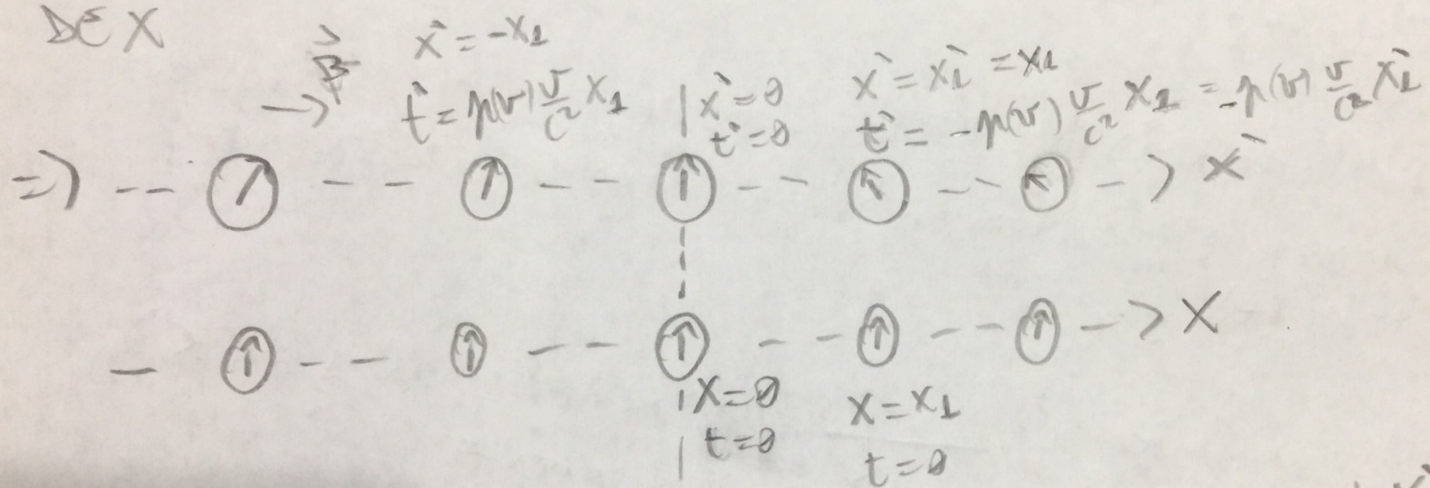
- AHORA VEAMOS QUE PASA CUANDO EL SISTEMA



¿QUÉ PASA EN $t = 0$?

Si $t=0 \Rightarrow t' = -\gamma(v)\frac{v}{c^2}x$

- Los relojes en K' marcan distintos tiempos, dependiendo de X



∴ Un evento simultáneo en K, no es simultáneo en K', ya que el tiempo para ese evento depende de su posición en X