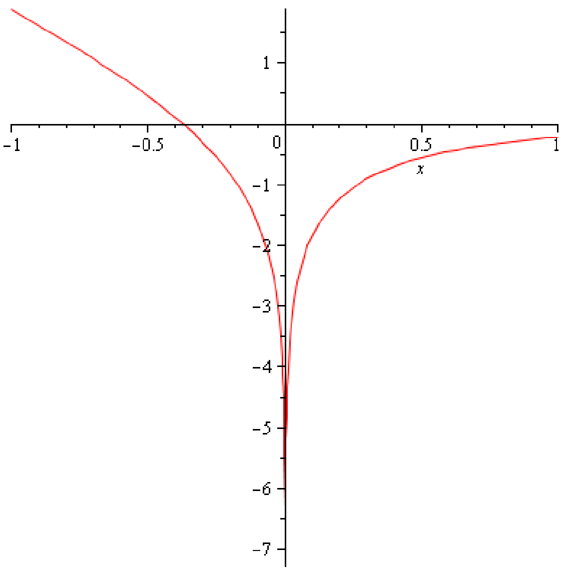
Taller I
Metodo de Brackets
Licenciatura en Física - 2022

1. La función Exponencial Integral $\mathrm{Ei}\left(-x\right)$ es una función singular en cero (ver gráfica), esto es, no posee representación en serie en torno a este punto:



sin embargo, posee la siguiente representación integral:

$$\mathrm{Ei}\left(-x\right) = -\int_1^\infty \frac{\exp\left(-xt\right)}{t} dt.$$

(a) Determine la serie de brackets de esta integral.

(b) Halle la representación divergente y/o nula para esta función.

(c) Utilice la representación divergente y demuestre que:

$$\int_0^\infty x^{\mu-1}\,\mathrm{Ei}\left(-\beta x\right)\,dx = -\frac{\beta^{-\mu}}{\mu}\Gamma\left(\mu\right) \qquad \text{(G\&R 6.223)}$$

(d) Demuestre que:

$$\int_0^\infty \mathrm{Ei}\left(-x^2\right)\exp\left(-\mu x^2\right)\,dx = -\sqrt{\pi}\;{}_2F_1\left(\begin{matrix}\frac{1}{2},\frac{1}{2}\\ \frac{3}{2}\end{matrix}\,\middle|\,-\mu\right) = -\sqrt{\frac{\pi}{\mu}}\sinh^{-1}\left(\sqrt{\mu}\right) \qquad \text{(G\&R 6.225.1)}$$

(e) Demuestre que:

$$\int_0^\infty \mathrm{Ei}\left(-ax\right)\sin\left(bx\right)\,dx = -\frac{1}{2b}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right) \qquad \text{(G\&R 6.232.1)}$$

(f) Demuestre que:

$$\int_0^\infty \frac{xJ_0\left(ax\right)}{x^2+k^2}\,dx = K_0\left(ak\right) \qquad \text{(G\&R 6.532.4)}$$