

— Densidad de corriente de probabilidad de partículas libres

①

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) \quad (3D)$$

↓

$$J = \frac{i\hbar}{2m} \left(\psi \frac{d}{dx} \psi^* - \psi^* \frac{d}{dx} \psi \right) \quad (1D)$$

Ejemplo

Sea $\psi_k(x,0) = A e^{ikx} = \phi_k(x) \leftarrow$ Estado estacionario de partícula libre

⇓

La densidad de corriente asociada a esta función de onda es:

$$\frac{d}{dx} \psi_k = A \frac{d}{dx} e^{ikx} = A i k e^{ikx} = i k \psi_k$$

$$\psi \frac{d}{dx} \psi_k^* = -i k \psi_k^*$$

Complemento II
Módulo I

oo

$$J = \frac{i\hbar}{2m} \left[-\psi_k i k \psi_k^* - \psi_k^* i k \psi_k \right]$$

(2)

$$= \frac{\hbar k}{m} \psi_k^* \psi_k = \frac{\hbar k}{m} |A|^2 \Rightarrow J > 0 \Rightarrow \text{partícula moviéndose a la derecha}$$

Obs. $\vec{J} \in \mathbb{R}$

Demo

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m} \left[\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi \right]$$

$$= \frac{i\hbar}{2m} 2i \text{Im} \left[\psi \nabla \psi^* \right]$$

$$\vec{J} = -\frac{\hbar}{m} \text{Im} \left(\psi \nabla \psi^* \right) \in \mathbb{R}.$$

Ejemplo

See $\psi_k(x,0) = B e^{-ikx}$

↓

$$\psi_k^*(x,0) = B^* e^{ikx}$$

↓

$$\frac{d}{dx} \psi_k^* = ik \psi_k^*$$

i.

$$\psi_k \nabla \psi_k^* = B e^{-ikx} i k B^* e^{ikx}$$

$$= i k |B|^2$$

o.

$$J = -\frac{\hbar k}{m} |B|^2 \Rightarrow J < 0 \Rightarrow \text{partícula moviéndose a la izquierda}$$