

## Guía de ejercicios N° 1

### Sistemas de ecuaciones lineales

Resuelve los siguientes sistemas:

$$1. \quad \begin{cases} 2x + 2y - z + t = 4 \\ 4x + 3y - z + 2t = 6 \\ 8x + 5y - 3z + 4t = 12 \\ 3x + 3y - 2z + 2t = 6 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 1, \quad y = 1, \quad z = -1, \quad t = -1$$

$$2. \quad \begin{cases} 2x + 3y + 11z + 5t = 2 \\ x + y + 5z + 2t = 1 \\ 2x + y + 3z + 2t = -3 \\ x + y + 3z + 4t = -3 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = -2, \quad y = 0, \quad z = 1, \quad t = -1$$

$$3. \quad \begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ 3x - 5y + z = -4 \\ 4x - 7y + z = 5 \end{cases} \quad \text{Resp: Es incompatible. No tiene solución.}$$

$$4. \quad \begin{cases} 2a + 7b + 3c + d = 5 \\ a + 3b + 5c - 2d = 3 \\ a + 5b - 9c + 8d = 1 \\ 5a + 18b + 4c + 5d = 12 \end{cases}$$

Resp: Es indeterminado. Admite infinitas soluciones. Tiene dos grados de libertad.  
Una posible forma de expresar la solución general (tomando como variables libres c y d) es:

$$\begin{aligned} a &= -26c + 17d + 6 \\ b &= 7c - 5d - 1 \end{aligned}$$

5. Dados los sistemas:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 6 \\ x - y + 4z = 5 \\ -3x \quad \quad - 5z = -11 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + 2z = 6 \\ 2x - 2y + 4z = 12 \\ -3x + 3y - 6z = -18 \end{cases}$$

halla sus soluciones generales.

6. Observa el siguiente sistema. Es un sistema **homogéneo**: todos sus términos independientes son cero.

$$\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y + 4z = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

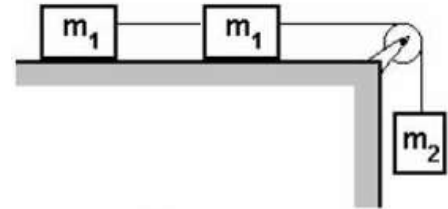
- (a) ¿Podrías hallar una solución **trivial**?
- (b) Decide, mediante el valor del discriminante del sistema si esa solución hallada es la única.
- (c) Halla la solución general.

7. ¿Podría el siguiente sistema tener solución única? Justifica brevemente tu respuesta. Encuentra luego la solución general:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 2s - 4t = 0 \\ 2x + 4y - 5z + s - 6t = 0 \\ 5x + 10y - 13z + 4s - 16t = 0 \end{cases}$$

8. Utilizando el método de Cramer, hallar la aceleración del sistema y las tensiones  $T_1$  y  $T_2$  en las cuerdas. ¿Puede el sistema NO ser determinado?

*Dato: las superficies no tienen rozamiento.*



9. (a) Discutir el siguiente sistema de ecuaciones según  $k$ :

$$\begin{cases} 2x - ky = 5 \\ -kx + 8y = 10 \end{cases}$$

- (b) Halla las soluciones para  $k = 2$ ,  $k = 4$  y  $k = -4$ .

10. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$$

- (a) Halla  $k$  para que el sistema no sea determinado.  
 (b) Discutir estableciendo una solución general para el caso que corresponda.  
 (c) Halla las soluciones para  $k = 3$  (por el método de Gauss) y  $k = 0$  (por Gauss-Jordan).

11. Discute según  $k$ :

$$\begin{cases} (k + 1)x + y + z = 1 \\ x + (k + 1)y + z = k \\ x + y + (k + 1)z = k^2 \end{cases}$$

Resp: Para  $k = 0$  y  $k = -3$ , el sistema es incompatible.  
 En otro caso, el sistema es determinado.

12. Comprueba, utilizando para ello los sistemas de los **ejercicios 1-6**, que se cumple el siguiente teorema:

**Teorema de Rouché-Frobenius:**

*"Para que un sistema tenga solución es necesario y suficiente que la matriz del sistema y su matriz ampliada tengan el mismo rango"*