

PROBLEMA GUÍA II | # 8

$$a) \vec{r} \cdot \vec{L} = X_i L_i = X_i I_{ij} \omega_j$$

$$= X_i m (\delta_{ij} r^2 - X_i X_j) \omega_j$$

$$= m (r^2 X_i \delta_{ij} \omega_j - X_i X_i X_j \omega_j)$$

$$= m (r^2 X_j \omega_j - r^2 \vec{r} \cdot \vec{\omega})$$

$$= m r^2 (\vec{\omega} \cdot \vec{r} - \vec{\omega} \cdot \vec{r}) = 0$$

por otro lado

$$\vec{r} \cdot (\vec{r} \times \vec{p}) = X_i (\vec{r} \times \vec{p})_i = X_i \epsilon_{ijk} X_j p_k$$

$$= \epsilon_{ijk} X_i X_j p_k$$

$$= \epsilon_{kij} X_i X_j p_k$$

$$= (\vec{r} \times \vec{r})_k p_k$$

$$= (\vec{r} \times \vec{r}) \cdot \vec{p} = 0$$

Ambos resultados son equivalentes.

$$b) \quad L_i = I_{ij} \omega_j = m(r^2 \delta_{ij} - x_i x_j) \omega_j$$

$$L_i = m r^2 \delta_{ij} \omega_j - m x_i x_j \omega_j$$

\Downarrow

Vectorialmente :

$$\vec{L} = m r^2 \vec{\omega} - m (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \vec{r}$$

→ Este término evita que \vec{L} sea paralelo a $\vec{\omega}$.