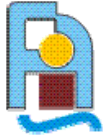


El método de las imágenes



Antonio González Fernández
Dpto. de Física Aplicada III
Universidad de Sevilla

Sinopsis de la presentación



- El teorema de unicidad permite encontrar soluciones por analogías con problemas conocidos
- El método de las imágenes es una aplicación de este teorema. Consiste en sustituir distribuciones de carga frente a conductores por otras cargas equivalentes (*imágenes*)
- Lo aplicaremos al caso de un plano conductor y de una esfera conductora
- Su aplicabilidad es limitada (planos, esferas y poco más) pero de gran importancia en la práctica

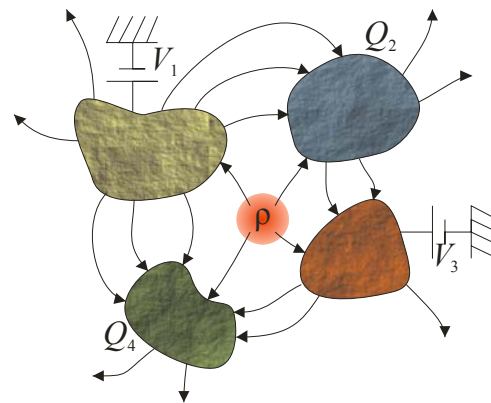
El teorema de unicidad garantiza la existencia de soluciones

- En el problema general del potencial

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\phi = V_k \quad (\mathbf{r} \in S_k)$$

$$\phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

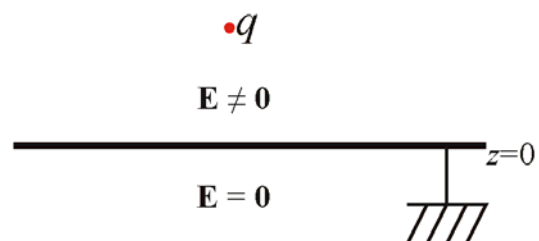


- Puede demostrarse que existe solución y que ésta es única
- También hay solución única si lo que se conocen son las Q_k
- Esto autoriza a proponer soluciones. Sólo hay que comprobar que:
 - Se cumple la ecuación
 - Se satisfacen las condiciones de contorno

3

Una carga frente a un plano conductor a tierra. Planteamiento y solución para $z < 0$

- Supongamos una superficie conductora plana de gran extensión puesta a tierra. Frente a ella se encuentra una carga puntual q . ¿Cuánto vale el potencial en todo el espacio?



- El plano divide el espacio en dos regiones, $z < 0$ (donde no está la carga) y $z > 0$ (donde sí está).
- Las soluciones están desacopladas.

- En la región $z < 0$ la solución es trivial:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (z < 0)$$

$$\phi = 0 \quad (z = 0) \quad \phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$



$$\boxed{\begin{matrix} \phi = 0 \\ E = 0 \end{matrix} \quad (z < 0)}$$

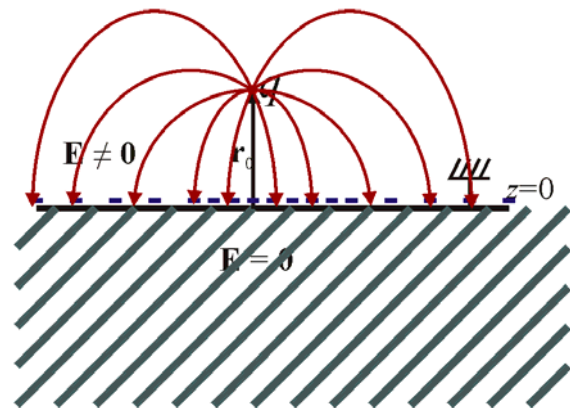
4

Una carga frente a un plano conductor a tierra. Planteamiento para $z > 0$

- En el semiespacio superior ($z > 0$) tenemos la ecuación

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

con $\mathbf{r}_0 = a \mathbf{u}_z$



- Las condiciones de contorno son

$$\phi = 0 \quad (z = 0)$$

$$\phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

- La solución no es la misma que la de una sola carga debido a las cargas procedentes del infinito que se acumulan en la superficie del plano conductor.

Un sistema diferente: dos cargas de signo opuesto enfrentadas

- Sea el sistema formado por dos cargas $+q$ y $-q$ situadas en $\mathbf{r}_0 = a \mathbf{u}_z$ y $\mathbf{r}_1 = -a \mathbf{u}_z$. El potencial que crean es

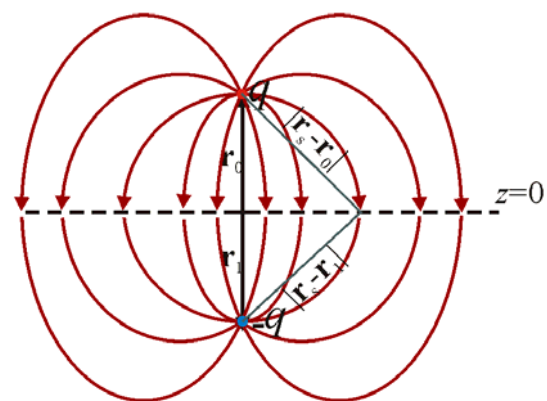
$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} - \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} \right)$$

- Este potencial cumple la ecuación de Poisson $\forall z$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} (q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) - q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1))$$

Pero en $z > 0$, $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) = 0$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (z > 0)$$

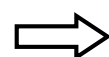


- Este potencial cumple que

$$\phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

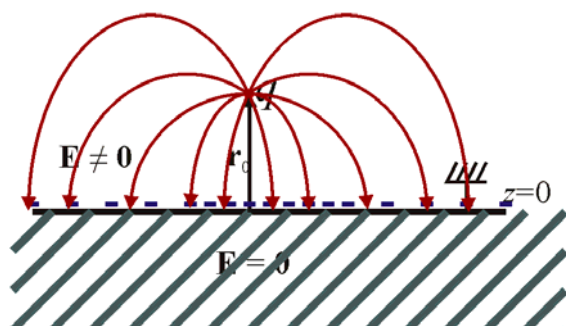
y sobre el plano $z = 0$

$$|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_0| = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_1|$$



$$\phi = 0 \quad (z = 0)$$

Comparando los dos problemas: las dos cargas resuelven el problema original

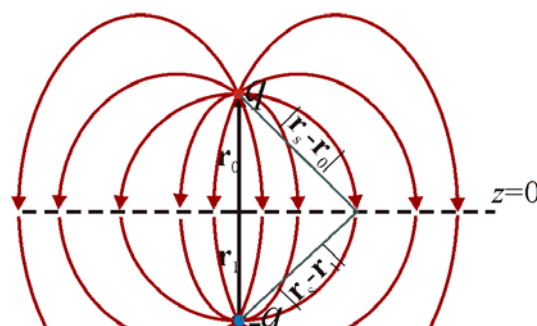


- En el caso de una carga frente a un plano a tierra, en $z > 0$ ϕ debe cumplir

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (z > 0)$$

Con las c.c

$$\phi = 0 \quad (z = 0) \quad \phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$



- El potencial de dos cargas opuestas cumple, en $z > 0$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (z > 0)$$

$$\phi = 0 \quad (z = 0) \quad \phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

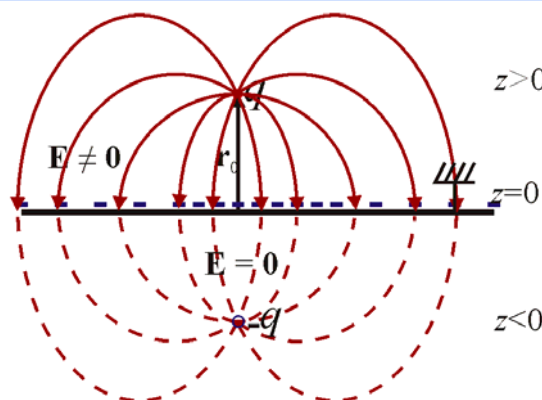
Es la solución del otro problema para $z > 0$

Interpretación física: el plano se comporta "como si" hubiera una carga tras él

- La solución para el potencial en todo el espacio es

$$\phi = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} - \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} \right) & z > 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

- Por debajo del plano es nulo (apantallamiento)
- Por encima se comporta como si tras el plano hubiera una carga puntual de signo opuesto situada simétricamente (*carga imagen*)



- La carga imagen NO existe.
- Son las cargas de la superficie del plano las que producen el campo equivalente al de una carga puntual

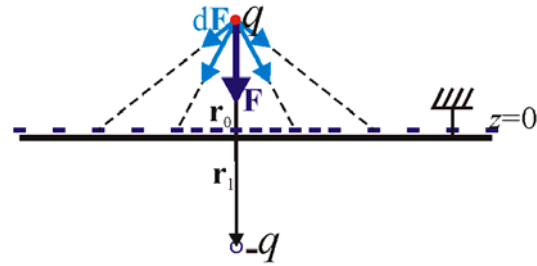
Aplicaciones del método de las imágenes: fuerza sobre la carga puntual

- Las cargas almacenadas en la superficie del plano producen una fuerza sobre la carga puntual
- Por aplicación de la ley de Coulomb

$$\mathbf{F}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{z=0} \sigma_s(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|^3} dS'$$

- La fuerza sobre la carga también puede calcularse con el campo eléctrico

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{E}_\sigma(\mathbf{r}_0) = q\mathbf{E}_{-q}(\mathbf{r}_0)$$



- Pero el campo que producen las cargas superficiales es el mismo que produciría la carga imagen. Por tanto

$$\mathbf{F}_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(-q)(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|^3} = -\frac{q^2 \mathbf{u}_z}{16\pi\epsilon_0 a^2}$$

- La fuerza es atractiva

9

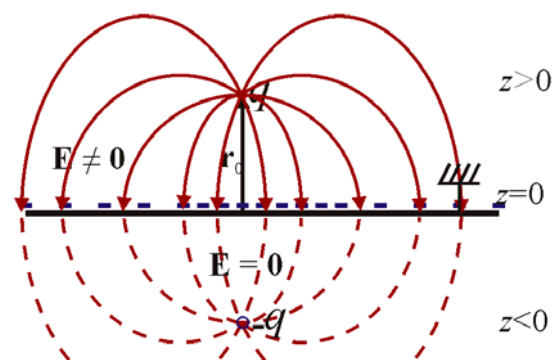
Aplicaciones del método de las imágenes: densidad de carga superficial

- Conocido el campo podemos determinar la densidad de carga superficial en el plano
- El campo en $z < 0$ es nulo
 $\mathbf{E} = 0$
- El campo en $z > 0$ es el de dos cargas puntuales

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} - \frac{q(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3} \right)$$

- La densidad superficial vale

$$\sigma_s = \epsilon_0 \mathbf{n} \cdot [\mathbf{E}]_{z=0^+} = -\frac{qa}{2\pi(\rho^2 + a^2)^{3/2}}$$



- La carga total en $z = 0$ es

$$q_s = \int_{z=0} \sigma_s dS = -q$$

- Coincide con la carga imagen ya que

$$\begin{aligned} q_s &= \epsilon_0 \oint \mathbf{E}_\sigma \cdot d\mathbf{S} = \\ &= \epsilon_0 \oint \mathbf{E}_{-q} \cdot d\mathbf{S} = -q \end{aligned}$$

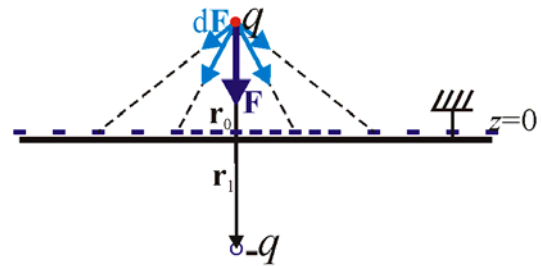
10

Aplicaciones del método de las imágenes: trabajo para acercar la carga

- Las cargas superficiales atraen a la carga puntual
- Por ello, el trabajo para traer la carga desde el infinito es negativo
- Este trabajo **NO** es igual a la carga por el potencial

$$W \neq q\phi_{-q}(\mathbf{r}_0)$$

- No coincide porque al acercar la carga, se mueven las cargas del plano y ϕ es una función del tiempo.

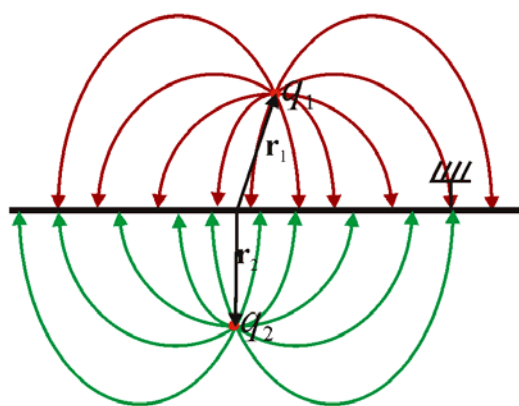


- Puede calcularse a partir de la energía almacenada

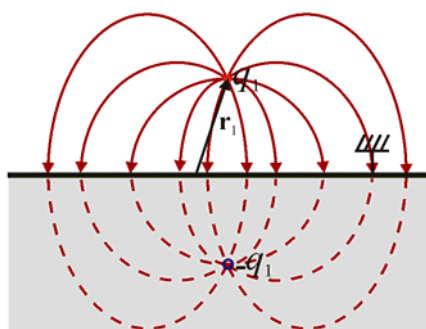
$$W = U_e = \frac{1}{2} Q \times + \frac{1}{2} q \phi'(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{2} q \left(\frac{-q}{4\pi\epsilon_0 (2a)} \right) = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a}$$

11

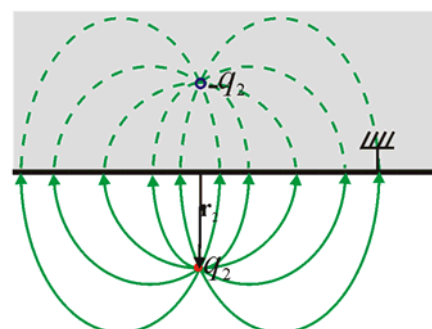
Extendiendo el método de las imágenes: una carga a cada lado



- ¿Qué ocurre si tenemos un plano conductor a tierra y hay una carga a cada lado, no enfrentadas, ni a la misma distancia?
- El plano funciona como *Jaula de Faraday*
- Cada carga "ve" sólo a su imagen

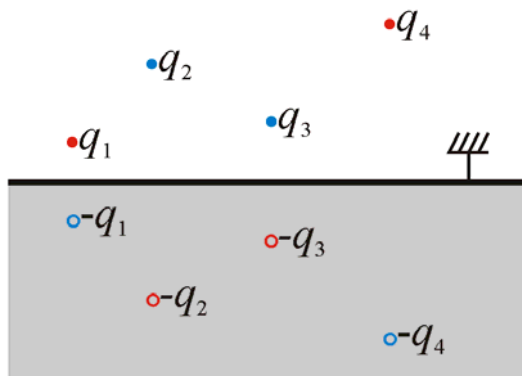


Las imágenes siempre deben estar en el *otro* semiespacio



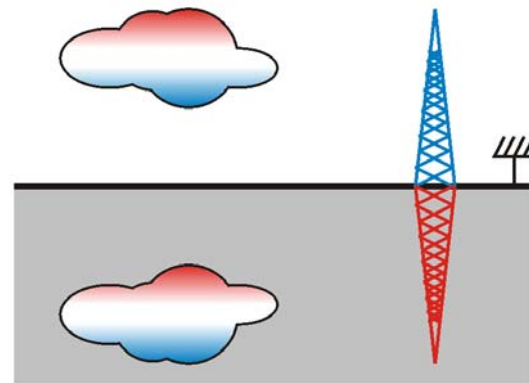
12

Extendiendo el método de las imágenes: dos cargas del mismo lado



- ¿Por qué se estudia el problema de una sola carga? ¿Qué ocurre si hay dos cargas puntuales del mismo lado?
- En ese caso puede aplicarse el principio de superposición

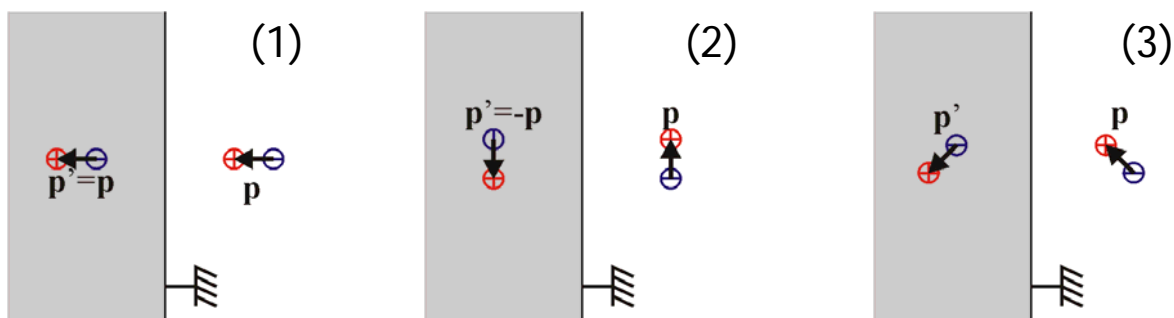
- El potencial en $z > 0$ es la suma de los de todas las cargas reales más el de sus respectivas imágenes
- También se aplica a distribuciones de volumen, superficiales o lineales



13

Extendiendo el método de las imágenes: la imagen de un dipolo

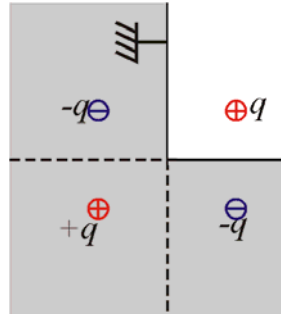
- Supongamos un dipolo situado frente a un plano. ¿Cuánto vale el potencial en $z > 0$ si...
 - 1) apunta perpendicularmente al plano?
 - 2) apunta paralelamente al plano?
 - 3) forma un ángulo arbitrario con el plano?
- El potencial es el del dipolo real más el de un dipolo imagen que
 - 1) apunta en el *mismo* sentido que el dipolo real
 - 2) apunta en sentido *contrario* al real
 - 3) es la superposición de los otros dos casos



14

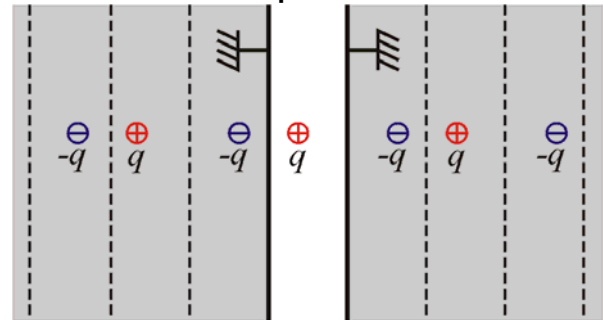
Extendiendo el método de las imágenes: una carga y varios conductores

- Si tenemos una carga en un cuadrante formado por dos planos conductores, ¿cuánto vale el potencial en el interior del cuadrante?



- En este caso, necesitamos tres cargas imagen:
 - Dos cargas opuestas, simétricas
 - Una carga del mismo signo, opuesta diagonalmente

- ¿Y si tenemos una carga entre dos placas?

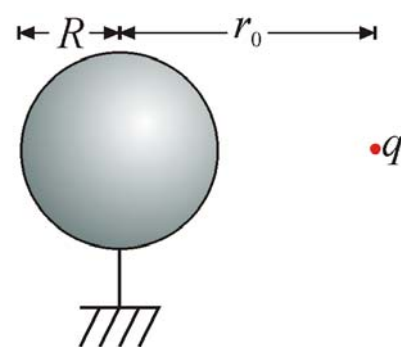


- Cada carga imagen tiene su propia imagen, por lo que obtenemos una secuencia de infinitas imágenes
- Es análogo al caso de espejos enfrentados

15

Una carga frente a una esfera a tierra: planteamiento del problema

- Supongamos una esfera de radio R , puesta a tierra. Frente a ella se encuentra una carga puntual q , situada a una distancia r_0 del centro de la esfera.
 - ¿Cuánto vale el potencial en todo el espacio?
 - ¿Cuánto vale la carga almacenada en la esfera?
 - ¿Cuánto vale la fuerza sobre la carga puntual?
 - ¿Cómo cambia el problema si la esfera no está a tierra?



- En el interior de la esfera

$$\phi = 0 \quad (r < R)$$
- En el exterior se cumple

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (r > R)$$

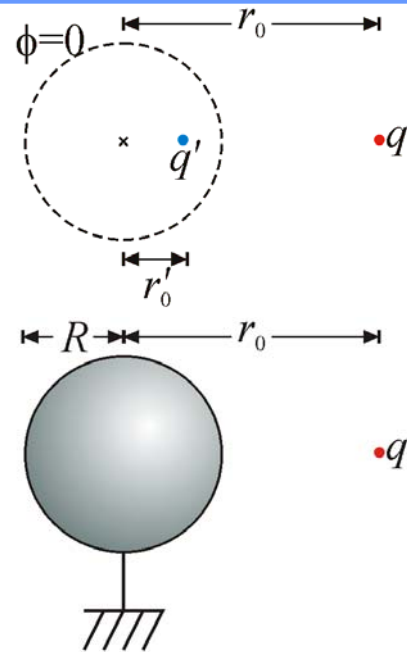
con las c.c.

$$\phi = 0 \quad (r = R) \quad \phi \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

16

Un sistema de dos cargas resuelve el problema de la carga y la esfera

- Cuando se tienen dos cargas puntuales q_1 y $-q_2$, de signo opuesto y distinta magnitud
 - La equipotencial $\phi = 0$ es esférica
 - Esta es la única equipotencial esférica. El resto posee otras formas
 - La esfera envuelve a la carga de menor magnitud
 - Esta esfera *no* es concéntrica con la carga que envuelve

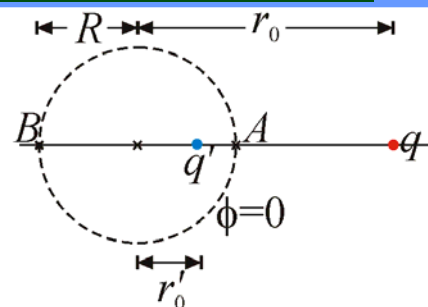


- En el problema de la carga y la esfera conductora ya tenemos una de las cargas y la equipotencial esférica $\phi = 0$. Se trata de ver cuánto debe valer una imagen q' y dónde hay que situarla para que resulte la esfera

17

Cálculo de la carga imagen que produce la equipotencial esférica

- Tenemos la esfera de radio R y la carga q a una distancia r_0 del centro. ¿Dónde debería estar y cuánto debería valer una carga q' que haga de la esfera la equipotencial $\phi = 0$?



- Dentro de la esfera, sobre la línea que va del centro a la carga real
- Debe ser menor que q

- Como sabemos que hay solución nos basta con imponer el potencial en dos puntos A y B

$$0 = \phi(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_0 - R} + \frac{q'}{R - r'_0} \right)$$

$$0 = \phi(B) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_0 + R} + \frac{q'}{R + r'_0} \right)$$



$$q' = -q \frac{R}{r_0}$$

$$r'_0 = \frac{R^2}{r_0} \quad \text{ó} \quad \mathbf{r}'_0 = \frac{R^2}{r_0^2} \mathbf{r}_0$$

18

Propiedades de la carga imagen y del potencial eléctrico en el sistema

- En el sistema de la esfera conductora a tierra y la carga puntual q

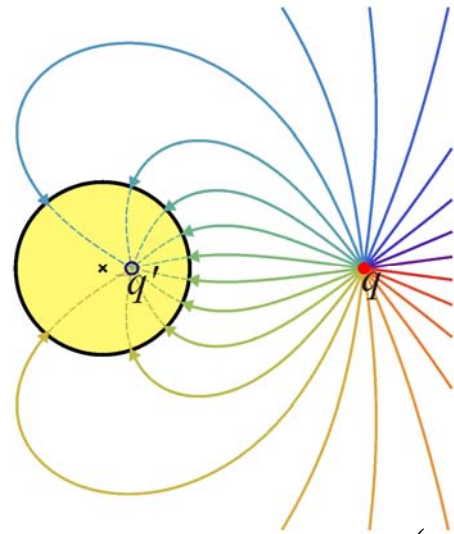
- El potencial en el interior de la esfera es nulo
- En el exterior, equivale al de la carga real q más el de una carga imagen ficticia, q' de valor

$$q' = -q \frac{R}{r_0}$$

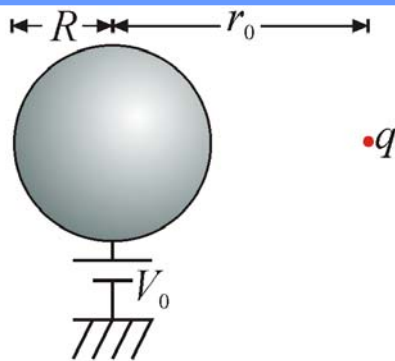
situada en la posición

$$\mathbf{r}'_0 = \frac{R^2}{r_0^2} \mathbf{r}_0$$

$$\phi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0 & (r < R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{q'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0|} \right) & (r > R) \end{cases}$$



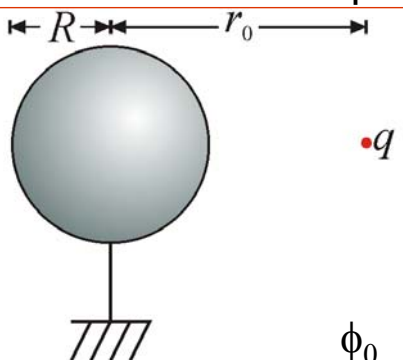
¿Qué ocurre si la esfera no está a tierra? Se aplica la superposición de soluciones



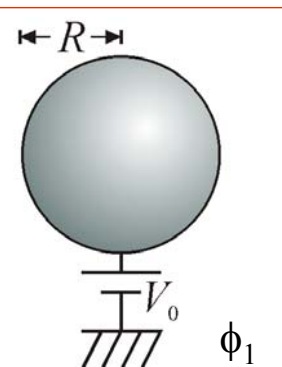
- Supongamos una esfera a potencial V_0 frente a la que se encuentra una carga puntual q , ¿cuánto vale el potencial en todo el espacio?
- Con una carga sola carga imagen no se puede conseguir que la esfera sea equipotencial (la única es $\phi = 0$)

- El problema se descompone en dos:

La esfera a tierra con carga

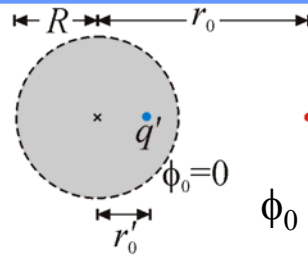


La esfera a V_0 sin carga



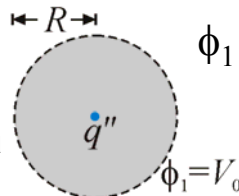
La esfera a potencial V_0 y la carga puntual. Solución completa

La solución del primer problema ya la conocemos



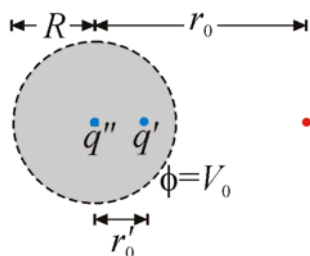
$$\phi_0(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0 & (r < R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{q'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0|} \right) & (r > R) \end{cases}$$

La solución del segundo problema también es conocida



$$\phi_1(\mathbf{r}) = \begin{cases} V_0 & (r < R) \\ \frac{V_0 R}{r} & (r > R) \end{cases} = \begin{cases} \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 R} & (r < R) \\ \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 r} & (r > R) \end{cases}$$

Sumando las dos



$$\phi(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{q''}{4\pi\epsilon_0 R} & (r < R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{q'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0|} + \frac{q''}{r} \right) & (r > R) \end{cases}$$

El potencial exterior equivale al de tres cargas puntuales, q (real), q' y q'' (imágenes)

21

La carga y la esfera: fuerza sobre la carga puntual

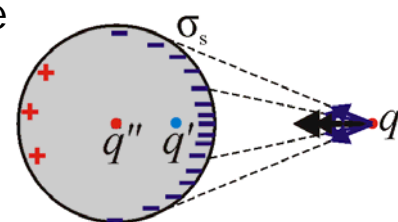
■ El método de las imágenes nos permite calcular la fuerza sobre la carga real q

■ La fuerza sobre una carga puntual es

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}_\sigma(\mathbf{r}_0) = q(\mathbf{E}_{q'}(\mathbf{r}_0) + \mathbf{E}_{q''}(\mathbf{r}_0))$$

■ \mathbf{E}_σ es el campo producido por las cargas de la superficie esférica

■ Este campo coincide con el de las dos cargas imagen



■ La fuerza equivale a la de la ley de Coulomb sobre cargas puntuales

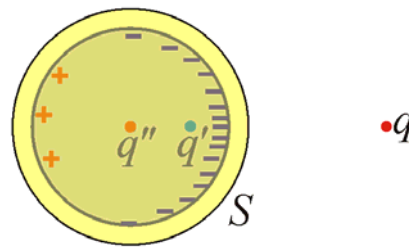
$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq'(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'_0)}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'_0|^3} + \frac{qq''\mathbf{r}_0}{r_0^3} \right)$$

■ Si la esfera está a tierra ($q''=0$) la fuerza es siempre atractiva (q' es de signo opuesto a q)

22

Cálculo de la carga almacenada en la esfera conductora

- En el caso de la carga q frente a la esfera conductora a potencial V_0 , ¿cuánto vale la carga almacenada en la esfera?



- Podemos hallarla por aplicación de la ley de Gauss

$$Q_{\text{int}} = \epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \epsilon_0 \oint (\mathbf{E}_q + \mathbf{E}_\sigma) \cdot d\mathbf{S} =$$

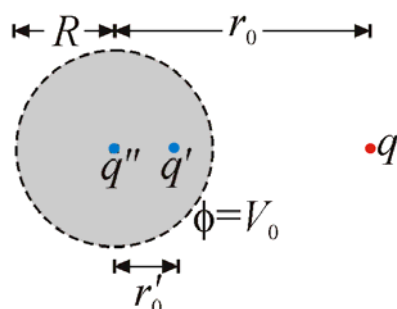
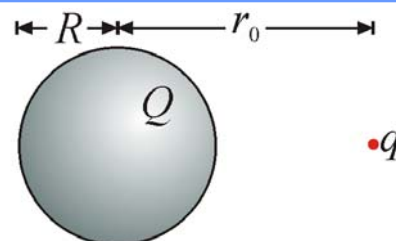
$$= \epsilon_0 \oint (\mathbf{E}_q + \mathbf{E}_{q'} + \mathbf{E}_{q''}) \cdot d\mathbf{S} = 0 + q' + q'' = -q \frac{R}{r_0} + 4\pi\epsilon_0 R V_0$$

- La carga total coincide con la suma de las cargas imagen, pero no es porque dentro de la esfera haya dos cargas q' y q'' , sino porque el campo exterior es el mismo que producirían dos cargas ficticias q' y q''

23

Una carga puntual frente a una esfera aislada y cargada

- Supongamos ahora que la esfera conductora no está a potencial constante, sino que se conoce su carga Q



- La solución de este problema se reduce al anterior
- Suponemos un potencial desconocido V_0
- Resolvemos y calculamos la carga de la esfera

$$Q = q' + q'' = -q \frac{R}{r_0} + 4\pi\epsilon_0 R V_0$$

- Despejamos V_0 $V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_0} + \frac{Q}{R} \right)$

$$q' = -q \frac{R}{r_0} \quad r_0' = \frac{R^2}{r_0}$$

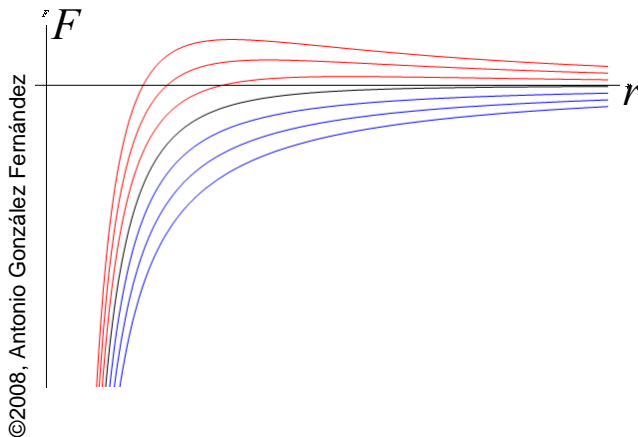
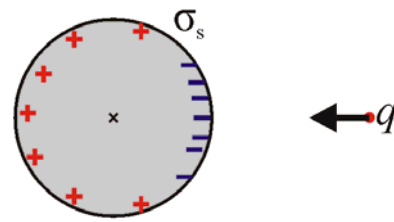
$$q'' = Q + q \frac{R}{r_0} \quad r_0'' = 0$$

24

Fuerza entre una esfera cargada y una carga puntual

- Si tenemos una carga q frente a una esfera aislada con carga Q la fuerza es

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq'(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0'|^3} + \frac{qq''\mathbf{r}_0}{r_0^3} \right)$$



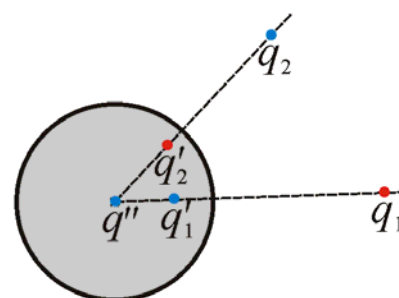
©2008, Antonio González Fernández

- Si Q es de signo opuesto a q la fuerza es siempre atractiva
- Si la esfera está descargada, la fuerza es atractiva
- Si Q es del mismo signo que q
 - Repulsiva a grandes distancias
 - Atractiva a pequeñas (dominan las cargas opuestas más próximas)

25

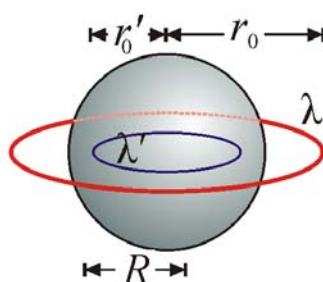
El caso de varias cargas en el exterior de una esfera

- Si en vez de una sola carga q frente a una esfera a tierra, tenemos una distribución de carga, aplicamos el principio de superposición.



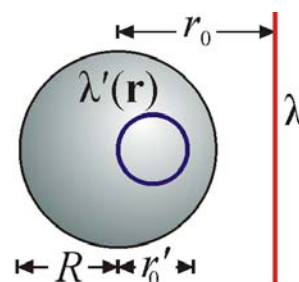
- Para cargas puntuales, se halla la imagen de cada una
- Para una distribución, se halla la imagen de cada elemento dq .

Un anillo concéntrico



Un anillo interior

Una recta



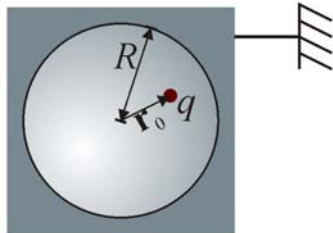
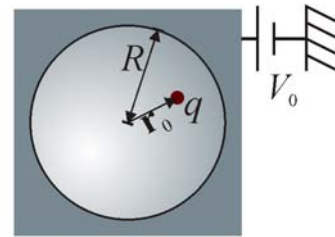
Otro anillo interior (no uniforme)

26

©2008, Antonio González Fernández

Dándole la vuelta al problema: una carga dentro de un hueco esférico

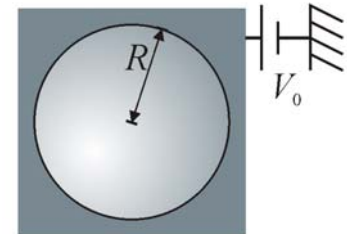
- Supongamos una carga q dentro de un hueco esférico de radio R . La pared del hueco está a potencial V_0
- Separamos el problema en dos:



- Para un hueco a tierra el método de las imágenes da el mismo resultado:

$$q' = -q \frac{R}{r_0} \quad \mathbf{r}' = \frac{R^2}{r_0^2} \mathbf{r}_0$$

- La carga imagen está fuera del hueco y es mayor que la real



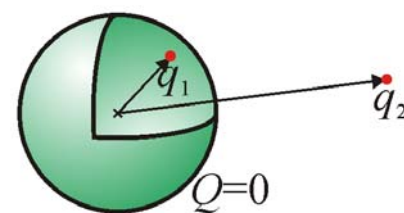
- En un hueco vacío a potencial V_0 el potencial es

$$\phi = V_0 \quad (r < R)$$

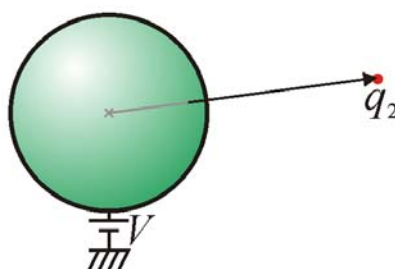
27

Y ahora todo junto: una carga dentro y otra fuera de una corteza esférica

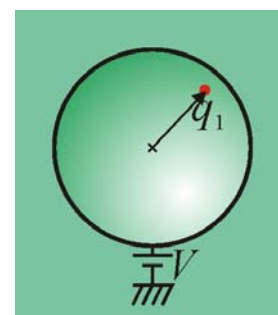
- Una corteza esférica, aislada y descargada, tiene en su interior a una carga q_1 y en su exterior a una carga q_2 , ¿cuánto vale ϕ ?



- Primero, suponemos la esfera a potencial V , que habrá que calcular más tarde.
- Esto separa el problema en dos:



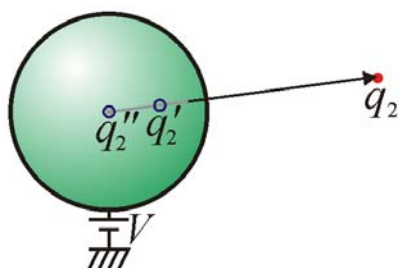
Una carga frente a una esfera



Una carga en un hueco

28

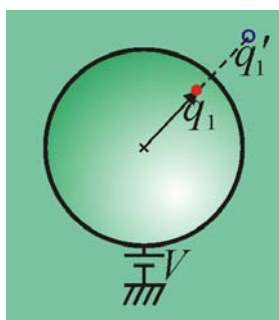
La corteza y las dos cargas: solución de los dos problemas



- El problema exterior se resuelve con dos cargas imagen

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} + \frac{q_2'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'|} + \frac{q_2''}{r} \right) \quad (r > R)$$

$$q_2' = -q_2 \frac{R}{r_2} \quad q_2'' = 4\pi\epsilon_0 R V$$



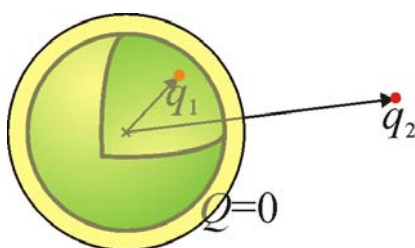
- El problema interior se resuelve con una carga imagen y una constante

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} + \frac{q_1'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'|} \right) + V \quad (r < R)$$

$$q_1' = -q_1 \frac{R}{r_1}$$

29

La corteza y las dos cargas: cálculo de V y solución completa



- Por aplicación de la ley de Gauss

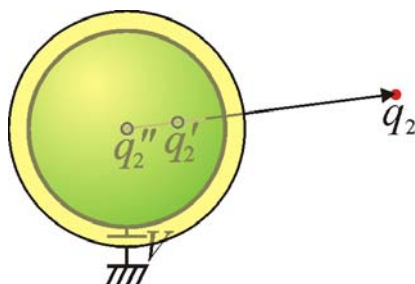
$$\epsilon_0 \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{int}} = \cancel{0} + q_1 = q_1$$

- Pero el flujo se calcula empleando el campo exterior

$$\epsilon_0 \oint_S \mathbf{E}_{\text{ext}} \cdot d\mathbf{S} = \epsilon_0 \oint_S (\mathbf{E}_{q_2} + \mathbf{E}_{q_2'} + \mathbf{E}_{q_2''}) \cdot d\mathbf{S} = q_2' + q_2''$$

- Igualando hallamos V

$$q_1 = q_2' + q_2'' = -q_2 \frac{R}{r_2} + 4\pi\epsilon_0 R V \quad \longrightarrow \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{R} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

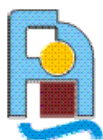


- Ya tenemos el potencial completo

$$\phi(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} + \frac{q_2'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2'|} + \frac{(q_1 - q_2')}{r} \right) & (r > R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} + \frac{q_1'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1'|} + \frac{q_1}{R} + \frac{q_2}{r_2} \right) & (r < R) \end{cases}$$

30

- El teorema de unicidad permite encontrar soluciones por analogías con problemas conocidos
- El método de las imágenes es una aplicación de este teorema. Consiste en sustituir distribuciones de carga frente a conductores por otras cargas equivalentes (*imágenes*)
- Lo aplicaremos al caso de un plano conductor y de una esfera conductora
- Su aplicabilidad es limitada (planos, esferas y poco más) pero de gran importancia en la práctica



Sevilla, Enero de 2008