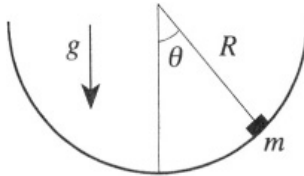


Guía Ayudantía Mecánica Intermedia (FIS 310)

Daniel Salinas A.

Contenidos : Formalismo de Hamilton

1. Una pequeña partícula de masa m desliza sin fricción en el interior de un cuenco, de radio R que tiene su eje paralelo al campo gravitacional. Use el ángulo polar θ (mire la fig.) y el ángulo azimutal φ para describir la localización de la partícula (la partícula tiene que ser tratada como un punto).
 - a. Escriba el *Lagrangiano*.
 - b. Determinar los momentos generalizados p_θ y p_φ .
 - c. Escriba el *Hamiltoniano* para el movimiento.
 - d. Encuentre las ecuaciones del movimiento para H .
 - e. Combine las ecuaciones de manera que se produzca una ecuación diferencial de segundo orden, ecuación de θ en función del tiempo.
 - f. Si $\theta = \theta_0$ y $\dot{\theta} = 0$, independiente del tiempo calcule la velocidad (magnitud y dirección).
 - g. Si para $t = 0$, tenemos $\theta = \theta_0$, $\dot{\theta} = 0$ y $\dot{\varphi} = 0$, calcule la velocidad máxima para tiempos posteriores.



2. Para un *Lagrangiano* dado: ($\gamma > \omega$)

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 - \omega^2 x^2) \exp(\gamma t)$$

Determinar:

- a. Determinar las ecuaciones del movimiento.
- b. Encontrar el momento canónico y el *Hamiltoniano*.
- c. Es H una constante de movimiento, ¿Se conserva la energía?.
- d. Dado $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$, encontrar $x(t \rightarrow \infty)$ (Hint: $x \approx \exp(i\lambda t)$).

3. En dinámica relativista, el *Hamiltoniano* de una partícula que se mueve en una dimensión, en presencia de un campo externo es:

$$H = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} + V(r)$$

donde p es su momentum, m es la masa en reposo, c la velocidad de la luz y $V(r)$ es el potencial externo.

- a. Muestre que el *Hamiltoniano* predice que la velocidad de la partícula es siempre menor que la velocidad de la luz.
- b. Determine el *Lagrangiano* y las ecuaciones del movimiento.

4. Considere una masa en una dimensión bajo la influencia de la fuerza $F = kx^{-2} \exp(t)$.

- a. Escriba el *Lagrangiano* y las ecuaciones del movimiento.
- b. Determine el *Hamiltoniano* y compárelo con la energía total, ¿Qué pasó con la conservación de la energía?