

Soluciones Tarea Obligatoria II

Métodos Matemáticos Física II

¹ *Vicente Herrera*, ² *Marcelo Órdenes*, ³ *Felipe Ortiz*, ⁴ *Fabián Trigo*.

^{1,2,3,4} *Estudiantes de 3er. año de la Licenciatura en Física*

Universidad de Valparaíso, Facultad de Ciencias, CHILE.

10 de junio de 2020

Problema III: Integraciones varias

A)

B)

C) .Evaluar la siguiente integral de indice 1: $J = \int_0^\infty \exp(-\alpha x) \cos(\beta x) dx$ para experimentar un poco y probar los brackets, podemos representar el $\cos(\beta x) = \text{Re}[\exp(ix\beta)]$

Luego la integral J pasaria a ser $\text{Re}[J']$: $J' = \int_0^\infty \exp(-\alpha x) \exp(ix\beta) dx$

$$J' = \int_0^\infty \exp((- \alpha + i\beta)x) dx$$

$$z = -\alpha + i\beta$$

Expansion a la exponencial: $\exp(zx) = \sum_{n=0}^\infty \frac{z^n}{n!} x^n$

Aplicando la integral en x y convirtiendolo en un bracket:

$$J' = \sum_{n=0}^\infty \frac{z^n}{n!} \int_0^\infty x^n \exp(zx) dx$$

$$J' = (\alpha - i\beta)^n \Gamma(-n) \Big|_{n=-1}$$

Multiplicamos por 1, en forma del conjugado

$$J' = \frac{1}{\alpha - i\beta} \frac{\alpha + i\beta}{\alpha + i\beta}$$

$$J' = \frac{\alpha + i\beta}{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$J = \text{Re}[J'] = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}$$