Tarea II

Metodo de Brackets

Licenciatura en Física - 2022[1]

La transformada de Mellin de la función $f\left(x\right)$ está dada por la siguiente integral:

$$\mathbf{M}\left[f\left(x\right)\right]\left(s\right)=\int_{0}^{\infty}x^{s-1}f\left(x\right)\,dx$$

si $f\left(x\right)=\sum_{n\geq0}\phi_{n}\,\mathbf{F}\left(n\right)x^{n}$, demuestre que:

1. $\mathbf{M}\left[f\left(x\right)\right]\left(s\right)=\Gamma\left(s\right)\mathbf{F}\left(-s\right)$
2. $\mathbf{M}\left[f^{(n)}\left(x\right)\right]\left(s\right)=\left(-1\right)^{n}\Gamma\left(s\right)\mathbf{F}\left(-s+n\right)$
3. $\mathbf{M}\left[x^{r}f^{(n)}\left(x\right)\right]\left(s\right)=\left(-1\right)^{n}\Gamma\left(s+r\right)\mathbf{F}\left(-s-r+n\right)$
4. $\mathbf{M}\left[f\left(Ax\right)\right]\left(s\right)=A^{-s}\Gamma\left(s\right)\mathbf{F}\left(-s\right)$
5. $\mathbf{M}\left[f\left(x^{r}\right)\right]\left(s\right)=\frac{1}{|r|}\Gamma\left(\frac{s}{r}\right)\mathbf{F}\left(-\frac{s}{r}\right)$
6. $\mathbf{M}\left[x^{r}\ln^{k}\left(x\right)f\left(x\right)\right]\left(s\right)=\frac{d^{k}}{ds^{k}}\left[\Gamma\left(s+r\right)\mathbf{F}\left(-s-r\right)\right]$
7. $\mathbf{M}\left[x^{r}\int_{0}^{x}f\left(t\right)dt\right]\left(s\right)=-\Gamma\left(s+r\right)\mathbf{F}\left(-s-r-1\right)$
8. $\mathbf{M}\left[x^{r}\right]\left(s\right)=\left(-1\right)^{-r}\Gamma\left(s\right)\Gamma\left(r+1\right)\delta_{r,-s}$

[1] FECHA DE ENTREGA: Viernes 30 de Septiembre - 2022