Problem II $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ ol $\langle 1|2\rangle = 0$ $\langle 1|1\rangle = \langle 2|2\rangle = 1$

1) $\hat{A}|1\rangle = i|1\rangle - |2\rangle$

2) $\hat{A}|2\rangle = -|1\rangle + i|2\rangle$

a) Hermiticidad de $\hat{A}$

1) $\langle 2|\hat{A}|1\rangle = i\underbrace{\cancel{\langle 2|1\rangle}}_{0} - \langle 2|2\rangle = -1$

$\rightarrow$ $\langle 2|\hat{A}|1\rangle = -1$

2) $\langle 1|\hat{A}|2\rangle = -\langle 1|1\rangle + i\underbrace{\cancel{\langle 1|2\rangle}}_{0} = -1$

$\langle 1|\hat{A}|2\rangle = -1$

analizamos $(\langle 1|\hat{A}|2\rangle)^\dagger = \langle 2|\hat{A}^\dagger|1\rangle$

$(\langle 1|\hat{A}|2\rangle)^\dagger = (-1)^\dagger = -1$

$\rightarrow$ $\langle 2|\hat{A}^\dagger|1\rangle = -1$

$-1 = \langle 2|\hat{A}|1\rangle$ ⊛

⊛ $\langle 2|\hat{A}^\dagger|1\rangle = \langle 2|\hat{A}|1\rangle$

condición de Hermiticidad // $\hat{A}$ es hermítico

b) valores propios de $\hat{A}$
usare otros vectores, ya que $|1\rangle$ y $|2\rangle$
no son vectores propios

$$\underbrace{|1\rangle + i|2\rangle}_{|\gamma\rangle} \quad \& \quad \underbrace{|1\rangle - i|2\rangle}_{|\lambda\rangle}$$

veamos $\hat{A}|\gamma\rangle = \hat{A}(|1\rangle + i|2\rangle) = i|1\rangle - |2\rangle - i|1\rangle + i^2|2\rangle$

otro

$$\hat{A}(i|1\rangle + |2\rangle) = i^2|1\rangle - i|2\rangle - |1\rangle + i|2\rangle = -2|1\rangle$$
$$-|1\rangle - |1\rangle$$

no funciona como vector propio

general

$$\hat{A}(\alpha|1\rangle + \beta|2\rangle) = \lambda(\alpha|1\rangle + \beta|2\rangle)$$

$$\alpha i|1\rangle - \alpha|2\rangle + \beta i|2\rangle - \beta|1\rangle = \lambda\alpha|1\rangle + \lambda\beta|2\rangle$$

$$(\alpha i - \beta)|1\rangle = \lambda\alpha|1\rangle \quad \& \quad (\beta i - \alpha)|2\rangle = \lambda\beta|2\rangle$$

$$\lambda\alpha = \alpha i - \beta \quad ; \quad \lambda\beta = \beta i - \alpha$$

Escaneado con CamScanner

$\lambda\alpha = \alpha i - \beta \qquad \alpha = \beta(i-\lambda)$

$\lambda\beta(i-\lambda) = \beta(i-\lambda)i - \beta = -2\beta - \beta\lambda i = \beta(-2-\lambda i)$

$\beta i\lambda - \beta\lambda^2 = \beta(i\lambda - \lambda^2) = \beta(-2-\lambda i) \quad /\cdot -1$

$\beta(\lambda^2 - i\lambda) = \beta(2+\lambda i)$

$\lambda^2 - i\lambda = 2 + \lambda i$

$\lambda^2 - 2i\lambda - 2 = 0$

Pure mathematica: $x^2 - 2ix - 2 = 0$

$\lambda = 1 + i \quad ; \quad \lambda = i - 1$

sin embargo los valores propios debería de ser $\mathbb{R}$ ya ~~que~~ es un operador hermitiano.

∴ no hay valores propios para una combinación lineal de $|1\rangle$ y $|2\rangle$