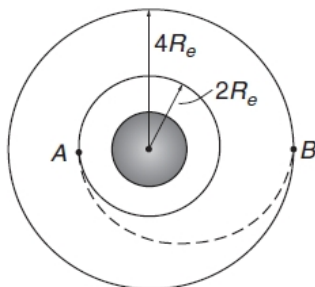

Prueba Módulo IV FORMA C
Mecánica

Licenciatura en Física - 2020¹

Problema I : Circunferencias, elipses y Kepler

Un satélite artificial de masa m está en órbita circular de radio $2R_e$ alrededor de la Tierra. Se desea cambiar el vehículo a una órbita circular de radio $4R_e$:



1. (10%) ¿Cuál es la rapidez v_0 y el período T_0 del satélite en la órbita que pasa por A?
2. (20%) ¿Cuál es el gasto energético mínimo requerido para que m cambie a una trayectoria de radio $4R_e$?
3. Una forma eficaz de realizar el cambio de trayectorias es utilizar una órbita elíptica AB, como se muestra en la figura. En los puntos A y B se requiere utilizar los propulsores brevemente y que produzcan impulsos tangenciales a la trayectoria, esto daría más energía al satélite, el primero para salir de la órbita interna y luego para establecerse en la órbita exterior.
 - (a) (10%) ¿Cuál es la energía mecánica de m cuando recorre la trayectoria elíptica?
 - (b) (15%) ¿Cuál es la rapidez V en A justo después del breve impulso?
 - (c) (25%) ¿Cuánto tiempo t_{AB} toma el satélite en ir desde A hasta B?

¹Hora de INICIO: 14:00 hrs.
Hora de TÉRMINO: 17:30 hrs.
Enviar a e-mail: ivan.gonzalez@uv.cl

4. (20%) Suponga el eje menor de la elipse es la mitad de la longitud del eje mayor. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que experimenta el satélite cuando está a mitad de camino de la trayectoria elíptica?.

Obs.: Considere como datos conocidos los siguientes: M_e (masa de la Tierra), R_e (radio de la Tierra) y la masa m del satélite.

Obs.: Puede ser útil revisar la sesión online 37.

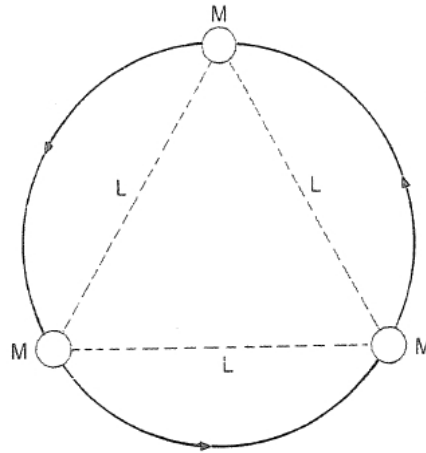
Problema II : Un sistema ternario

Tres cuerpos celestes idénticos, de masa M cada uno, están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado L (ver figura). El conjunto está girando con un movimiento circular uniforme en torno a su CM y sobre cada cuerpo actúan solamente las fuerzas gravitacionales ejercidas por los otros dos cuerpos.

Obs.: Para normalizar la notación etiquetaremos a las masas de la siguiente manera: M_1 la masa inferior izquierda, M_2 la masa inferior derecha. Al final de algún cálculo puede hacer el reemplazo $M_1 = M_2 = M_3 = M$.

Obs.: Recuerde que: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, etc.

Obs.: Para responder a las preguntas a continuación, considere un sistema coordenado cartesiano (con signatura estándar) con origen coincidente con la masa M_1 .



Determine:

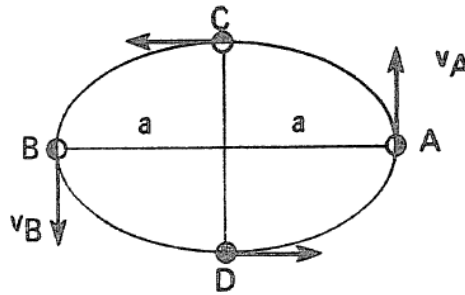
1. (10%) Los vectores posición de cada masa.
2. (15%) La posición del CM \vec{r}_{CM} del sistema y evalúe su magnitud. ¿Qué ángulo forma con el eje horizontal?.
3. (20%) Determine la fuerza total sobre la masa M_1 , llamemos a esta fuerza \vec{F}_1 . Luego, halle $|\vec{F}_1|$ y evalúe el producto interno $\vec{F}_1 \times \vec{r}_{CM}$. ¿Tiene algún significado este último resultado?.

4. (25%) La magnitud de la velocidad \vec{V} de cada cuerpo y el período de la órbita.
5. (10%) El tiempo que demora M_1 en ocupar la posición de M_2 .
6. (20%) El vector velocidad de la masa ubicada en el origen.

Obs.: La circunferencia de la figura indica la órbita que cada cuerpo tiene.

Problema III : Trayectoria de Marte

La figura representa la trayectoria del planeta Marte en torno al Sol. Dicha trayectoria es elíptica y AB y CD representan, respectivamente, el eje mayor y el eje menor de la elipse:



Obs.: Cabe decir que para este ejercicio dos respuestas erradas anulan una respuesta correcta.

Es **VERDADERO/FALSO** afirmar que:

1. El Sol está localizado exactamente en el punto de concurrencia de las rectas AB y CD (centro de la elipse).
2. Siendo \vec{V}_A y \vec{V}_B las velocidades de Marte en A y B respectivamente, se tiene entonces que $V_A = V_B$. Demuestre su respuesta.
3. Siendo \vec{F}_C y \vec{F}_D las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en C y D, es cierto que \vec{F}_C y \vec{F}_D son iguales, colineales, pero de sentidos contrarios. Argumente.
4. Siendo a el valor del semieje mayor de la elipse, la aceleración de Marte, a_{Marte} en el punto A vale $a_{Marte} = \frac{GM_{Sol}}{a^2}$. Argumente.
5. Siendo F_A y F_B las magnitudes de las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en A y B, tenemos que F_A es diferente de F_B . Argumente.
6. Las velocidades \vec{V}_C y \vec{V}_D son iguales.
7. La energía cinética en D es menor que en el perihelio. Argumente.