3. *Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation;*

von ***Paul Gerber*** †.[1]

I.

Im 43. Bande der Zeitschrift für Mathematik und Physik auf p. 93—104 habe ich gezeigt: Wenn man annimmt, die bisher unerklärte Bewegung des Perihels der Merkursbahn von 41″ in einem Jahrhundert rühre von einem Zeitverbrauch bei der räumlichen Ausbreitung der Gravitation her, so ergibt sich für ihn ein Wert, der gleich der Geschwindigkeit des Lichtes, der Wärmestrahlen und der elektrischen Wellen ist. Man beachte, was sich hierin durch Rechnung und Beobachtung wirklich beweisen läßt, und was zunächst ohne Nachweis vorausgesetzt wird. Besteht die Gravitation zwischen zwei Massen in einer Wirkung, die sich mit Zeitverlust von der ersten auf die zweite und umgekehrt überträgt, dann findet man, daß dadurch ein Fortrücken des Perihels eines Planeten hervorgebracht werden muß. Aber man kann nicht beweisen, daß der aus keinerlei Störungen abzuleitende Betrag der Perihelbewegung des Merkur keinen anderen Ursprung als den angenommenen Zeitverlust habe. Ergäbe die

---

1) Diese Arbeit Gerbers ist als Programmabhandlung des städtischen Realgymnasiums zu Stargard i. Pomm. 1902 veröffentlicht worden, nachdem eine gekürzte Darstellung ihres Inhalts in der Zeitschrift für Mathematik und Physik 43. p. 93—104 im Jahre 1898 erschienen war. Mit dem Neudruck der schwer zugänglichen Programmabhandlung in den Annalen wird einem Wunsche entsprochen, der mir von verschiedenen Seiten anläßlich meines Artikels in diesen Annalen, Bd. 51, p. 119—124. 1916 geäußert worden ist. — Gerber stellt eine Beziehung zwischen der Lichtgeschwindigkeit und der Gravitation her und vermag die Perihelbewegung des Merkur quantitativ zu erklären. Ob und wie sich die Theorie Gerbers mit den bekannten elektromagnetischen Grundgleichungen zu einer einheitlichen Theorie verschmelzen läßt, ist eine schwierige Frage, die noch der Lösung harrt. E. Gehrcke.

Voraussetzung dieses Ursprunges einen von der Lichtgeschwindigkeit verschiedenen Wert für die fragliche Ausbreitungszeit, so wäre daher dies von keinem weiteren Belang. Erst die Übereinstimmung beider Geschwindigkeiten rechtfertigt jene Voraussetzung und dadurch die Vorstellung von einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.

Aber gerade diese Übereinstimmung ist nicht bloß das Neue, sondern auch das Unerwartete meiner Ableitung. Denn so sehr man von vornherein glaubte, die Geschwindigkeit der Gravitation würde sich gleich der Lichtgeschwindigkeit offenbaren, haben doch alle früheren exakten Versuche, sie zu bestimmen, zu einem anderen, meist viel größeren Werte geführt; so daß es zum Teil sogar den Anschein gewann, als gäbe es überhaupt keinen Zeitverlust beim Zustandekommen der anziehenden Kräfte zwischen den Massen. Schon Mach hat in der vierten Auflage seines berühmten Werkes über die Mechanik in ihrer Entwicklung auf den Gegensatz zwischen meiner und den älteren Untersuchungen aufmerksam gemacht. Woran liegt es nun, daß auf einmal das seit lange so unwahrscheinliche Resultat erhalten wird? Ich habe in meiner Abhandlung die Antwort darauf nur in ganz flüchtiger Andeutung gegeben, um weitläufige methodische und ähnliche Erörterungen zu vermeiden. Man wird mir indes wohl recht geben, wenn ich eine ausführlichere Rechenschaft nach dieser Seite hin für erforderlich halte.

Folgendes muß vor allem bedacht werden. Nachdem verschiedene Ermittelungen der Gravitationsgeschwindigkeit so verschiedene Ergebnisse geliefert haben, daß die gefundenen Zahlenwerte zwischen drei Fünfteln und zehn Millionen der Lichtgeschwindigkeit schwanken, muß man vermuten, daß nicht der Verlauf der Rechnungen oder die Wahl der Beobachtungen, sondern die zugrunde gelegten Annahmen die großen Unterschiede verursacht haben. Dies wird sich auch in der Folge bestätigen. Jedenfalls ist es voreilig, jenen Ergebnissen astronomische Sicherheit zuzuschreiben, wie zuweilen geschieht. Nachdem meine Untersuchung gezeigt hat, daß gewisse Vorstellungen über den Zeitverbrauch bei der Ausbreitung der Gravitation zu dem Werte der Lichtgeschwindigkeit führen, kommt es daher nicht in erster Linie in Betracht, ob sich die Geschwindigkeit der Gravitation an den

Planetenbewegungen, am Umlauf des Mondes oder an anderen kosmischen Vorgängen verrät, sondern wie weit sich Grundvorstellungen über die Fragen, was sich im Raume zwischen den Massen ausbreitet, welche Maßzahlen dadurch unmittelbar beeinflußt werden, von welcher Art und Größe der Einfluß im einzelnen ist, entwickeln und sicher begründen lassen. Es wird sich erweisen, daß die älteren Methoden den hierdurch bedingten Forderungen nicht genügen. In der Hauptsache sehe ich von Wiederholungen des in meiner früheren Abhandlung Vorgetragenen ab. Es handelt sich besonders um kritische und historische Erläuterungen zu grundlegenden Einzelheiten, die dort absichtlich nur kurz oder gar nicht erledigt worden sind.

II.

Drei Hauptpunkte müssen vorangestellt werden. Der erste betrifft den Begriff, den man sich von dem Raume, worin Gravitationsvorgänge stattfinden, bei der Ruhe und bei der Bewegung der Massen zu machen hat; der zweite die Bedeutung des Gravitationspotentials für die vorliegende Frage; der dritte den von der Dauer der Fortpflanzung im Raume verschiedenen, doch ihr verwandten Zeitverbrauch zur Mitteilung der Wirkungen an die Massen.

Man stellt sich gegenüber dem sogenannten Rätsel der Schwerkraft meist so an, wie wenn es wesentlich gälte, eine mechanische Ursache zu finden, durch die das Gravitieren der Massen bewirkt werde. Die Vorstellung von Stößen oder von Wellenimpulsen steckt häufig im Hintergrunde oder wird offen zur Hilfe genommen, wenn man von einer sukzessiven Fortpflanzung der Gravitation spricht. Es ist aber weder mehr nötig noch möglich, als zu untersuchen, wie weit den Gravitationsvorgängen die Ausnahmestellung, die sie vor allen übrigen physikalischen Vorgängen zu haben scheinen, wirklich zustehe, wie weit diese Stellung vielleicht bloß Schein sei. D. h. es kommt darauf an, die Gravitation in Zusammenhang mit dem physikalischen Gesamtsystem zu begreifen. Der Nachweis ihrer sukzessiven Fortpflanzung im Raume ist die erste Bedingung, die erfüllt sein muß, wenn ihre Ausnahmestellung aufhören soll. Denn es ist ein erheblicher Unterschied, ob man sie von dem einen oder dem anderen Gesichtspunkte auffaßt. Denkt man sich zwei Massen plötzlich, wie aus dem

Nichts, in den Raum versetzt, und in demselben Augenblick sich auch anziehen, so ist dies alles, was vorgeht, und beruht auf der gleichzeitigen Anwesenheit beider Massen. Denkt man sich aber, die Anziehung beginne erst einige Zeit, nachdem die Massen in den Raum gebracht worden sind, so muß sich von jeder aus in die Umgebung ein Zustand verbreiten, den man im Vergleich zu der vorangegangenen Beschaffenheit des Raumes einen Zwangszustand nennen kann, und der, sobald er die andere Masse erreicht hat, sich durch deren Bewegung kund gibt. Im ersten Falle bleibt um eine Masse, solange sie allein ist, der Raum indifferent, da er es im Grunde auch bei Anwesenheit einer anderen Masse ist und nur den trennenden Abstand ermöglicht; im zweiten Falle tritt der Zwangszustand in der Umgebung einer einzelnen Masse auch ein, ohne daß andere Massen zugegen zu sein brauchen.

Man erwäge, daß der Zwangszustand keine empirische Tatsache bedeutet, sondern rein aus dem Begriffe der sukzessiven Fortpflanzung folgt und erst durch sie zur Tatsache werden kann. Wo man die Fortpflanzung annimmt, ohne jenen Zustand und die sich aus ihm ergebenden Konsequenzen mit vorzustellen, verwickelt man sich also in Widersprüche. Wie der Raum um einen elektrisch geladenen Körper als elektrisches Feld bezeichnet wird, indem man damit ausdrückt, in ihm habe durch die Ladung eine Veränderung stattgefunden, so muß man auch sagen: Wenn in einen Raum eine Masse gebracht wird, entsteht ein Gravitationsfeld, d. h. von der Masse anfangend breitet sich in immer weiterem Umfange eine gewisse Veränderung aus. Worin sie besteht, entzieht sich ganz unserer Kenntnis; wir gewahren ihr Dasein allein durch die Anziehung, die eine andere in das Gravitationsfeld gebrachte Masse erleidet. Ihr Begriff ist sogar hiermit erschöpft; und man würde sie falsch verstehen, wenn man sie als etwas von den Massen Abgesondertes betrachten und erforschen wollte. Bloß räumliche und zeitliche Beziehungen, die aber über ihr Wesen, die Anziehung der Massen zu vermitteln, nichts Neues lehren würden, könnten in Frage kommen. Eine solche Beziehung ist das Zeitmaß des räumlichen Fortschreitens des Zwangszustandes, worauf die Geschwindigkeit der Gravitation beruht.

Sollte dies zu abstrakt erscheinen, so erinnere man sich, daß man z. B. auch über die Ausbreitung des Lichts nichts weiter aussagen kann. Allerdings läßt sich zeigen, daß längs eines Lichtstrahles ein periodischer Vorgang stattfinden muß; dennoch weiß man nicht, was es eigentlich sei, das abwechselnd anwächst und abnimmt, selbst wenn man es elektrische oder magnetische Kraft nennt, womit ja ebenfalls, abgesehen von der sichtbaren oder denkbaren Wirkung auf die in den betreffenden Ort zu bringenden Körper, ein undefinierbarer, im übrigen auch der Definition nicht bedürftiger Zustand bezeichnet wird. Aber die Abstraktion, daß die räumliche Ausbreitung der Massenanziehung in der Ausbreitung eines gewissen, nicht weiter spezialisierten Zwangszustandes des Raumes besteht, ist nicht so leer, daß sie nicht den Einfluß der Gravitationsgeschwindigkeit auf die Bewegung der Massen erkennen ließe. Die Beschränkung auf den reinen Begriff schützt nur davor, mehr zu folgern, als der Sache und der Voraussetzung angemessen ist.

Nun seien zwei Massen, die zur Vereinfachung an Ausdehnung beliebig klein gedacht werden mögen, und von denen zur Unterscheidung die eine die anziehende, die andere die angezogene heiße, in einem bestimmten Abstande voneinander in Ruhe. Dann hat der Zwangszustand Zeit, sich von der einen zur anderen und umgekehrt auszubreiten. Man kann ihn in den verschiedenen Raumelementen rings um die Massen, also auch in den verschiedenen Raumelementen längs des Abstandes nach einem passenden Maße gemessen annehmen. Teilt man auf dem Abstande lauter unendlich dünne Zonen ab, so darf man das Maß des Zustandes innerhalb jeder Zone als konstant betrachten, und es trifft z. B. bei der angezogenen Masse die von der anziehenden Masse herrührende Zone s mit der von der angezogenen Masse herrührenden Zone 1 zu einem kombinierten Zwangszustande zusammen. Die Bewegung, die die Massen, sobald sie losgelassen werden, gegeneinander vollführen, geschieht erfahrungsmäßig nach dem Newtonschen Gesetze. Entsprechend trifft, wenn die anziehende Masse um die Breite von t Zonen und die angezogene um die Breite von 1 Zone näher nach der anderen hin längere Zeit in Ruhe erhalten und dann frei gemacht wird, bei der angezogenen Masse die von der anziehenden herrührende Zone $s—t—1$ mit der von der angezogenen herrührenden

Zone 1 zusammen und erfolgt die Bewegung für den neuen Abstand ebenfalls nach dem Newtonschen Gesetze. Im ersten wie im zweiten Falle beginnen, nachdem die Bewegung beiderseits angefangen hat, sich die Zwangszustände von jeder Masse aus in immer neuer Verteilung im Raume fortzupflanzen. Wenn aber die Massen aus ihrer Ruhe in der ersten Lage in freier Bewegung zur zweiten Lage übergehen, langt die angezogene Masse nicht bei der von der anziehenden Masse herrührenden Zone $s—t—1$, sondern bei der Zone $s—1$ an; denn die von der anziehenden Masse ausgegangenen neuen Anordnungen des Zwangszustandes sind inzwischen noch nicht bis zur angezogenen Masse vorgedrungen und der durch die Anfangslage bedingte Zwangszustand besteht daher hier noch fort. Trotzdem — und dies ist besonders zu berücksichtigen — trifft der von der anziehenden Masse herrührende Zwangszustand $s—1$ nicht mit einem von der angezogenen Masse herrührenden Zustande 1 zusammen, wodurch der Zwangszustand in der Nähe der angezogenen Masse die Verteilung annähme, die er in der Ruhe der Massen für einen im Vergleich zur ursprünglichen Lage um die Breite einer Zone verringerten Abstand hätte. Denn während sich die angezogene Masse durch die Breite einer Zone bewegt, entwickeln sich von ihr aus fortschreitend immer neue Anordnungen des Zwangszustandes, weshalb, wenn sie am Ende der Zonenbreite angekommen ist, sich in der Breite der folgenden Zone der Zustand einer ersten Zone erst zu bilden anfängt und von den in den früheren Lagen ausgesandten Zuständen zwar ein Teil der jetzt angrenzenden Zone von dem Zustande einer ersten Zone erfüllt, ein anderer Teil aber von dem Zustande einer zweiten Zone eingenommen wird.

Man kann sich das letzte auch aus der Unmöglichkeit des Gegenteils klar machen. Wenn nämlich in dem Augenblick, in dem die angezogene Masse die Breite einer Zone zurückgelegt hat, die Breite der jetzt angrenzenden Zone, die von der anziehenden Masse her den Zustand der Zone $s—1$ enthält, zugleich ganz von dem Zustande einer Zone 1 erfüllt sein sollte, müßte sich in der Zeit, in der die angezogene Masse eine unendlich kleine Strecke zweiter Ordnung durchläuft, der Zwangszustand um eine unendlich kleine Strecke erster Ordnung fortpflanzen, d. h. er müßte eine unendlich große Geschwindigkeit haben, was gegen die Voraussetzung ist. Auch würde es, im Falle die anziehende Masse ruhen bleibt, mithin sich ihr Gravitationsfeld nicht ändert, wenn jene Zonen s—1 und 1 genau aufeinander treffen sollten, einerlei sein müssen, ob man annimmt, das Gravitationsfeld der angezogenen Masse sei fest mit der Masse verbunden und schöbe sich mit derselben Geschwindigkeit, die diese hat, durch das Gravitationsfeld der anziehenden Masse hin, oder ob man sich vorstellt, die Zonen des Gravitationsfeldes der angezogenen Masse durchdrängen, gleichsam losgelöst von der Masse, mit einer anderen Geschwindigkeit, als diese befolgt, die Zonen des Gravitationsfeldes der anziehenden Masse, was der Voraussetzung einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Zwangszustandes entspricht und eine andere Kombination der beiderseitigen Zonen der Massen und darum eine andere Größe der Anziehung als die erste Annahme ergibt.

Die Bewegung der angezogenen Masse geschieht also nicht bloß nicht nach dem Newtonschen Gesetze, wie es für den wirklich vorhandenen Abstand der Massen in der Ruhe gelten würde, sondern für die Abweichung von ihm kann auch nicht der Abstand der angezogenen Masse von dem Punkte maßgebend sein, den die anziehende Masse einnahm, als der von ihr anlangende Zwangszustand von ihr ausging. Denn die angezogene Masse selbst bestimmt durch ihre Geschwindigkeit zusammen mit der Geschwindigkeit des Zwangszustandes ihr Verhalten in der in Rede stehenden Lage mit. Es ist hier nicht wie z. B. bei der Fortpflanzung des Lichtes, wo es sich einfach darum handelt, daß das Licht des einen Körpers zum anderen gelangt. Vielmehr hängt die Gravitationsbewegung einer Masse von dem Zustande des Raumes in ihrer nächsten Umgebung ab, und dieser wird ebensowohl durch sie selbst wie durch die übrigen Massen beeinflußt.

Sobald man aber daran geht, die Änderung, die danach das Newtonsche Gesetz erleidet, näher zu ermitteln, bemerkt man, daß es nicht gleichgültig ist, ob man das Gesetz selbst in der Form der beschleunigenden Kraft oder des Potentials zugrunde legt. Man kann nachweisen, daß es unmöglich ist, allein aus der Kenntnis des Newtonschen Gesetzes und der Annahme einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Zwangszustandes die beschleunigende Kraft bei der

Bewegung der Massen zu finden, daß man unmittelbar nur die Potentiale der Massen aufeinander bestimmen kann.

Weil nämlich außer der Voraussetzung der Geschwindigkeit der Gravitation das Newtonsche Gesetz die einzige zugrunde liegende Tatsache ist, um die fragliche Änderung festzustellen, und weil es um dieser Änderung willen nur für die Ruhe oder den Übergang aus der Ruhe zur Bewegung als streng gültig angesehen werden darf, so hat man zur Erreichung des gesteckten Zieles kein anderes Mittel, als zu zeigen, daß bei einem gewissen Abstande der Massen in der Bewegung der Gravitationswirkung den nach jenem Gesetze für einen anderen angebbaren Abstand in der Ruhe geltenden Wert habe; oder genauer, man muß Abstände bei der Bewegung aufsuchen, für die der Zwangszustand in der Nähe der einen oder beider Massen dieselbe Verteilung hat, wie für andere bestimmte Abstände bei der Ruhe. Dabei versagt aber der Ausdruck für die beschleunigende Kraft. Denn da diese eine gerichtete Größe ist und von der Anordnung des Zwangszustandes in der Umgebung der bewegten Masse abhängt, ist es nicht für einerlei zu erachten, ob sich der Zwangszustand bei einer bestimmten Anordnung in einem durch Ruhe der Massen bedingten und eingetretenen Gleichgewicht oder in einer wegen ihrer Bewegung stetig erfolgenden Veränderung befindet. Im ersten Falle kann nur dem Zwangszustande an sich eine gerichtete und richtende Wirkung zuteil sein; im zweiten Falle kommen noch die gerichteten und richtenden Wirkungen hinzu, die die betreffende Masse durch ihre Bewegung und der Zwangszustand durch seine Fortpflanzung auszuüben imstande sind. Die Ergründung des Zusammenhanges dieser drei Wirkungen würde eine Kenntnis von der Beschaffenheit des Zwangszustandes erfordern, die über den aus der Annahme einer endlichen Geschwindigkeit der Gravitation abgeleiteten Begriff hinausginge und gar nicht zur Diskussion gestellt werden kann. Anders liegt die Sache, sobald man sich zum Potential wendet. Dieses ergibt nach dem Newtonschen Ausdruck für einen bestimmten Abstand von der anziehenden Masse die Arbeit an, die zu leisten ist, wenn die Einheit der angezogenen Masse in unendliche Entfernung gerückt werden soll, sofern die Geschwindigkeit, mit der dies geschieht, nicht in Anrechnung zu kommen braucht, also einen beliebig kleinen, sich Null als Grenze nähernden Wert hat. Seine hier in Frage zu ziehende Größe bei der Bewegung ist die entsprechende Arbeit, wenn die Geschwindigkeit einen merklichen konstanten Betrag erhält. Seine räumliche oder seine räumliche und zeitliche Änderung, multipliziert mit der angezogenen Masse, bestimmt den Zuwachs oder die Abnahme der lebendigen Kraft und der potentiellen Energie der Gravitation zwischen den Massen beim Übergange aus einer in eine andere Lage. Sie bestimmt mithin auch die beschleunigenden Kräfte. Das Potential muß daher ebenfalls von dem die Masse, auf die es sich bezieht, umgebenden Zwangszustande abhängen. Aber es ist keine gerichtete Größe, weshalb auf seinen Wert nicht die gerichteten und richtenden Wirkungen, die der Zwangszustand an sich und durch seine Fortpflanzung und die Masse durch ihre Bewegung hervorzubringen vermögen, von Einfluß sein können. D. h. wenn die Verteilungen des Zwangszustandes in der Umgebung einer Masse bei der Ruhe und bei der Bewegung dieselben sind, müssen auch die Potentiale auf die Masse, die der Zwangszustand zu erzeugen fähig ist, gleich sein.

Im letzten Grunde kommt der beschriebene Unterschied darauf hinaus, daß man bloß dem Potential, aber nicht der beschleunigenden Kraft eine Geschwindigkeit zusprechen kann. Ich habe auch in meiner früheren Abhandlung sogleich mit dem Potential eingesetzt. Im eigentlichen Sinne des Wortes kann man freilich ebensowenig von Fortpflanzung des Potentials wie von Fortpflanzung der beschleunigenden Kraft reden. Was sich wirklich sukzessiv ausbreitet, ist der Zwangszustand. Da jedoch durch ihn in der nächsten Umgebung einer Masse, mögen sie und die übrigen Massen in Bewegung oder in Ruhe sein, das Potential bestimmt ist, so darf man sagen, es kommt bei der Masse zugleich mit dem Zwangszustande an. Man kann sogar sagen, es kommt in dem betreffenden Orte an, wenn die Masse dort gar nicht vorhanden ist; denn es hat immer die Tendenz, den sich aus dem Zwangszustande ergebenden Wert anzunehmen, sobald eine Masse dorthin versetzt wird. Weil dagegen die beschleunigende Kraft zum Teil von einem Zusammenwirken der Orts- und der Bewegungsrichtung des Zwangszustandes mit der Bewegung und Richtung der Masse abhängen muß, hat sie ohne Bezug auf deren Anwesenheit gar keinen Sinn, und läßt sich daher auch gar kein Begriff mit der Aussage verbinden, daß sie sich im Raume fortpflanze, d. h. von einer zu einer anderen Masse durch den von Massen freien Raum hindurch übergehe.

Aber indem man vom Potential diese Aussage macht, entscheidet man noch nicht endgültig über die Bestimmbarkeit des an der angezogenen Masse sich wirklich betätigenden Wertes des Potentials. Denn man gibt nur an, bis zu welcher Höhe des Wertes der umgebende Zwangszustand das Potential hervorbringen kann, nicht unter allen Umständen auch hervorbringt. Man stelle sich noch einmal vor, die anziehende und die angezogene Masse seien plötzlich in den Raum gebracht. Denkt man sich, ihre Bewegung fange ebenso plötzlich an, so ist auch das Potential sogleich da. Setzt man jedoch voraus, der Anfang der Bewegung erfolge erst nach einiger Zeit, weil sich der Zwangszustand sukzessiv fortpflanzt, so erhielte man eine Unterbrechung dieser Stetigkeit, wenn man die Ankunft des Zwangszustandes bei der angezogenen Masse und den Eintritt des vollen Wertes des Potentials der anziehenden Masse auf sie gleichzeitig setzte. Wäre auch die Ausdehnung der angezogenen Masse unendlich klein, so würde doch dann die Fortpflanzung der Wirkung des Zwangszustandes auf sie nicht eine unendlich kleine, sondern gar keine Zeit beanspruchen, mithin würde sich die Wirkung ohne jeden Zeitverlust oder in einer unendlich kleinen Zeit höherer Ordnung über einen unendlich kleinen Weg erster Ordnung erstrecken und darum dort mit unendlich großer Geschwindigkeit fortschreiten. Dennoch handelt es sich bei der Entwicklung des Potentials von Null bis zum vollen Werte, da sie an der Masse und nicht in dem von Masse freien Raume geschieht, nicht um die bisherige Fortpflanzung. Das Potential teilt sich nur nicht allen Teilen der Masse auf einmal, sondern nach und nach mit. Wie groß die dazu erforderliche Zeit ist, solange die Masse ruht, kann dahingestellt bleiben. Jedenfalls ist sie proportional der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Zwangszustandes. D. h. wenn diese aus irgendeiner Veranlassung größer würde und doch dasselbe nach dem Newtonschen Gesetze bemessene Potential einträte, würde die fragliche Mitteilungszeit in gleichem Verhältnisse kürzer ausfallen; sonst müßte man annehmen, daß sich das Potential der anziehenden auf die angezogene Masse erst einige Zeit, nachdem der ankommende Zwangszustand die angezogene Masse bereits überschritten hätte, durch die ihm entsprechende Bewegung kundgeben könnte. Hat nun die anziehende Masse eine Geschwindigkeit in Richtung zur angezogenen Masse, so verbreitet sich der Zwangszustand von ihr aus dorthin um so viel schneller als bei der Ruhe der Masse, wie deren Geschwindigkeit beträgt. Denn wenn er durch seine eigene Fortpflanzung in einem Zeitelement die Breite einer Zone durchdringt, muß er, um dies bei der Bewegung der Masse zu erreichen, noch um die Strecke, um die die Masse fortschreitet, vorrücken. Kommt außerdem die angezogene Masse dem Zwangszustande mit einer gewissen Geschwindigkeit entgegen, so gehen beide mit der Summe ihrer Geschwindigkeit aneinander vorüber. Also verkürzt sich im Falle der Bewegung der Massen die Mitteilungszeit zum Zustandekommen des Potentials im Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Zwangszustandes zur Summe aus ihr und den Geschwindigkeiten der Massen. Das Potential, das sich im Falle der Ruhe bilden würde, das der Zwangszustand zu vermitteln fähig ist, hat dann nicht mehr die zu seiner Entwicklung nötige Zeit. Demgemäß muß sich ein kleineres Potential ergeben.

Wenn hiermit die letzte Gedankenwendung vollführt ist, deren es bedarf, um die Ableitung des Potentials einer von zwei gravitierenden Massen auf die andere bei ihrer Bewegung in der in meiner früheren Abhandlung aufgestellten Form vorzubereiten, so ist damit zugleich alles dargetan, was man zur Beurteilung der älteren Versuche, die Geschwindigkeit der Gravitation zu berechnen, berücksichtigen muß. Es wird danach einleuchten, daß der Begriff dieser Geschwindigkeit und ihr Einfluß auf die Massenanziehung durchaus keine Sache ist, die sich mit dem bloßen Begriff der Geschwindigkeit schon erledigt. Es sei aber auch ausdrücklich hervorgehoben, daß die hier entwickelten Vorstellungen nur Folgen der ursprünglichen Annahme sind, daß die Gravitation auf einer Wirkung beruhe, die Zeit brauche, um sich im Raume auszubreiten. Die Einmischung hypothetischer Elemente in die Reihe der Überlegungen ist völlig vermieden. Was sich weiter daraus ergibt, ist also allein durch jene Annahme bedingt; und alle Rechnungsmethoden, die sich damit nicht in Einklang befinden, müssen als unzureichend betrachtet werden.

III.

Eine ausführliche Übersicht über die älteren Versuche zur Berechnung der Gravitationsgeschwindigkeit ist von Oppenheim im Jahresberichte des K. K. Akademischen Gymnasiums in Wien für das Schuljahr 1894—95 veröffentlicht worden. Die Abhandlung führt den Titel: Zur Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation. Sie hat bloß die Absicht, zu berichten, und enthält sich daher der Kritik der besprochenen Methoden. Sie berichtet aber so vollständig, daß sie nicht nur die Grundlagen der Rechnungen, sondern die Rechnungen selbst mitteilt. Da hier auf diese an sich nichts ankommt, genügt es, ihretwegen kurz auf die Oppenheimsche Abhandlung zu verwoisen.

Das Verdienst, die Frage nach der Geschwindigkeit der Gravitation zuerst angeregt zu haben, gebührt Laplace. Er tat es 1805 im 4. Bande seines „Traité de la Mécanique céleste“ im 7. Kapitel des 10. Buches. Es lag von vornherein nahe, die Spuren der fraglichen Geschwindigkeit an den Bahnen der Planeten und des Mondes aufzusuchen. Daher wandte sich der Blick von selbst auf die Wege zurück, auf denen man längst die Geschwindigkeit des Lichtes im Weltraume festgestellt hatte. Laplace erkannte aber, daß in einer wichtigen Beziehung ein Unterschied zwischen dem Lichte und der Gravitation besteht. Jenes dringt nicht durch alle Körper und kann darum abgeblendet werden, wie es bei der Verfinsterung der Jupitersmonde geschieht. Diese wirkt, nachdem sie einmal vom einen zum anderen Himmelskörper gelangt ist, ununterbrochen, selbst wenn andere Himmelskörper dazwischentreten. Auch heute ist es noch nicht überflüssig, daran zu erinnern. Der von Zöllner im Jahre 1873 gemachte Vorschlag, aus der Verspätung, mit der das Henglersche Horizontalpendel den höchsten Sonnenstand während des Tages angeben müsse, falls sich die Gravitation sukzessiv fortpflanze, deren Geschwindigkeit zu ermitteln, ist gelegentlich wieder vorgebracht worden, obgleich er sich nicht befolgen läßt, da die erwartete Verspätung aus dem angeführten Grunde ausbleiben muß. Jedoch kann auch am Lichte, ohne daß es durch einen Körper an seiner Ausbreitung gehindert wird, die Geschwindigkeit, mit der es sich fortpflanzt, gemessen werden. Dahin gehört die Methode der Aberration. Ein Fixstern erscheint nach der

Richtung, nach der sich die Erde bewegt, im Verhältnis der Geschwindigkeit dieser Bewegung zur Geschwindigkeit des Lichtes verschoben. Laplace sah darin ein Vorbild, ähnliches für die Gravitation anzunehmen. Er dachte sich, daß die Anziehung z. B. einen Planeten nicht in der Richtung seiner Verbindungslinie mit der Sonne, sondern nach vorwärts von dieser abweichend träfe, wonach seine Bewegung so erfolgen müßte, wie wenn außer dem nach der Sonne gerichteten Antriebe noch eine störende Kraft senkrecht zum Radiusvektor vorhanden wäre, die man der Bahngeschwindigkeit des Planeten direkt und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation umgekehrt proportional zu rechnen hätte. Die Anziehung selbst brachte Laplace unverändert dem Newtonschen Gesetze gemäß in Ansatz.

Hierzu ist folgendes zu bemerken. Zwei ihrer Gravitation völlig frei überlassene, sich mithin zueinander bewegende Massen würden sich nach Laplace genau so verhalten, wie wenn es gar keine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit gäbe; was nach den vorigen Betrachtungen falsch ist. Und wenn die für einen gewissen Abstand des Planeten von der Sonne nach dem Newtonschen Gesetze stattfindende Anziehung sich bei diesem Abstande wirklich betätigte, nur daß sie es in einer veränderten Richtung täte, so würde dies auf eine reine Fernkraft deuten, d. h. auf eine Kraft, die zugleich mit dem Abstande aufträte; wobei der Begriff der sukzessiven Fortpflanzung nicht mehr bestehen kann. Freilich sind es wohl eigentlich nicht diese Widersprüche, worin Laplace irrt, sondern er stellt sich das Gravitationsfeld der Sonne relativ ruhend vor und läßt sich als nur von ihm abhängig die Bewegung des Planeten vollziehen. Aber weder ruht die Sonne, weshalb sich ihr Gravitationsfeld immer von neuem von ihr aus bildet, sich nicht, wie bei reiner Fernwirkung und darum unendlich großer Fortpflanzungsgeschwindigkeit, als Ganzes verschiebt; noch beeinflußt sie den Raum, den der Planet durchmißt, allein, vielmehr setzt sich ihr Gravitationsfeld mit dem übrigen ebenfalls veränderlichen Gravitationsfelde des Planeten zusammen. Daraus erwächst im Laplaceschen Falle sogar eine besondere Schwierigkeit. Denn sobald man den Einfluß der Geschwindigkeit der Gravitation in ein allgemeines, das Newtonsche Gesetz mit umfassendes Bewegungsgesetz aufgehen läßt, kommt es für ihn nicht weiter in Betracht, ob unter Umständen die Massen noch eine anderswoher, d. h. nicht von der Anziehung stammende, z. B. bei dem Umlaufe der Planeten und der Monde quer gerichtete Bewegung haben; sobald man aber ein solches Gesetz nicht vorweg entwickelt, ist immer im einzelnen zu untersuchen, wie sich in der räumlichen Umgebung, in die die bewegte Masse gelangt, die von ihr und der anderen Masse ausgegangenen und hervorgerufenen gerichteten Wirkungsgrößen, die dem Zwangszustande angehören, mit der Bewegung und Richtung der Masse selbst kombinieren. Gerät Laplace schon in Irrtum, indem er die eine jener Wirkungsgrößen, die vom Planeten herrührt, gar nicht beachtet, so ist es ein fast noch größerer Fehler, daß er die von der Sonne kommende Wirkungsgröße fertig als die Anziehung ankommen läßt, die erst beim Zusammentreffen mit dem Planeten entsteht, ja eigentlich nur entstände, falls der Planet im Augenblicke des Zusammentreffens seine Bewegung anfinge. Man begreift übrigens, wie leicht dieser Fehler gemacht werden konnte, da Laplace und seine Zeitgenossen daran gewöhnt waren, die fernwirkende Anziehung, sozusagen, als etwas Greifbares zu verdinglichen. Es wurde daher übersehen, daß sich diese Auffassung mit der Annahme einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation nicht verträgt.

Etwa 40 Jahre später führte die weitere Ausbildung der Fernwirkungstheorie in der Elektrizitätslehre zu dem elektrodynamischen Grundgesetze von Weber. Die darin vorkommende neue Konstante konnte dem Ursprunge des Gesetzes gemäß nichts mit sukzessiver Fortpflanzung der elektrischen Anziehungen und Abstoßungen zu tun haben. Aber auf eine Anregung von Gauß hin versuchte man, aus der Voraussetzung, daß eine solche Fortpflanzung existiere, das Webersche oder ein anderes Grundgesetz abzuleiten. Dadurch gewann jene Konstante allmählich die Bedeutung der betreffenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Besonders bemerkenswert sind in dieser Beziehung das Gesetz von Riemann aus dem Jahre 1867 im 131. Bande der Poggendorffschen Annalen und die Untersuchung über das Webersche Gesetz von C. Neumann in der Schrift über die Prinzipien der Elektrodynamik vom Jahre 1868. Als man darauf in Erwägung zog, wie das Webersche Gesetz eine Erweiterung des dem Newtonschen Gravitationsgesetze analogen elektrischen Grundgesetzes von Coulomb sei, so könne es vielleicht auch die Bedeutung einer Erweiterung des Newtonschen Gesetzes selbst erhalten, fing man an, die elektrodynamischen Grundgesetze auf die Planetenbewegungen anzuwenden und zu erproben, ob sich nicht die charakteristische Konstante dieser Gesetze als die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation auffassen ließe. Den Anstoß dazu gab Holzmüller 1870 im 15. Bande der Zeitschrift für Mathematik und Physik; dann folgten Tisserand 1872 im 75. Bande der Comptes rendus, Servus 1885 in seiner Inauguraldissertation und Lévy 1890 im 110. Bande der Comptes rendus; schließlich führte Oppenheim in der schon genannten Abhandlung eine Rechnung nach dem elektrodynamischen Grundgesetze von Clausius aus.

Über die Größe der etwa vorhandenen endlichen Geschwindigkeit der Gravitation oder über die Frage, ob es eine solche Geschwindigkeit gebe, ist aus allen diesen Versuchen nichts herausgekommen. Und zwar aus drei Gründen. Erstens scheint man übersehen zu haben, daß, wenn auf dem eingeschlagenen Wege eine Übereinstimmung in der räumlichen Übertragung der Gravitation und der elektrodynamischen Wirkungen konstatiert werden sollte, sich für die fragliche Konstante nicht die Lichtgeschwindigkeit selbst, sondern ihr $\sqrt{2}$faches hätte ergeben müssen, da wenigstens in dem Weberschen Gesetze die Konstante diesen Wert hat; so daß schon deswegen die von Lévy erfundene, ganz willkürliche, weil nicht zu begründende Kombination aus dem Weberschen und dem Riemannschen Gesetze, durch die man mit Hilfe des Wertes der Lichtgeschwindigkeit die unerklärte Perihelbewegung des Merkur den Beobachtungen entsprechend erhält, hinfällig wird. Zweitens bieten die Abweichungen, die man im übrigen für die Konstante von der Lichtgeschwindigkeit und von der Konstanten des Weberschen Gesetzes findet, keinen Anhalt, um beurteilen zu lassen, ob man wirklich darin die Geschwindigkeit der Gravitation anzuerkennen habe. Drittens fehlt es allen Berechnungen an bestimmten, aus der Gravitation selbst folgenden Vorstellungen, die die Anwendung des einen oder des anderen der elektrodynamischen Grundgesetze auf sie auch nur annähernd rechtfertigten; im allgemeinen wird die Anwendbarkeit sogar zu beanstanden sein, da sich die Massenanziehung von der elektrischen Anziehung und Abstoßung in mehreren Eigenschaften, z. B. durch diese Doppelheit ihrer Natur, unterscheidet, wozu noch kommt, daß die Geltung der herangezogenen Gesetze in ihrem eigenen Bereiche mindestens zweifelhaft ist.

Trotzdem sind die Bemühungen, die elektrodynamischen Grundgesetze auf die Bewegungen im Sonnensystem anzuwenden, nicht ganz vergeblich gewesen. Sie haben das seit Laplace durch Jahrzehnte von niemand in Angriff genommene Problem erst in rechten Fluß gebracht und haben dem Gedanken Geltung verschafft, daß sich die sukzessive Fortpflanzung der Gravitation, wenn es sie gibt, in einem Bewegungsgesetze der Massen verraten müsse, das eine Modifikation des Newtonschen Gesetzes und bei der Ruhe der Massen mit ihm identisch ist. Ihnen hat man es wohl mit zu verdanken, daß das wichtige Problem wieder auf dem Boden der Gravitation selbst behandelt und ein besseres, wenn auch noch nicht genügendes Fundament zu seiner Lösung gelegt wurde.

Dies geschah 1885 durch Lehmann-Filhés im 110. Bande der Astronomischen Nachrichten unter dem Titel: Über die Bewegung eines Planeten unter der Annahme einer sich nicht momentan fortpflanzenden Schwerkraft, — und 1888 durch J. von Hepperger im 97. Bande der Sitzungsberichte der K. K. Akademie in Wien unter dem Titel: Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation. Das Endergebnis von Lehmann-Filhés ist nur ein negatives und lautet, daß sich die Perihelbewegung des Merkur aus der aufgestellten Annahme nicht erklären lasse. Heppergers Untersuchung zielt darauf ab, die geringste mit den astronomischen Tatsachen verträgliche Gravitationsgeschwindigkeit zu berechnen. und gelangt dahin, daß diese etwa 500mal so groß wie die Lichtgeschwindigkeit anzunehmen sei. Beide Forscher gehen von der Vorstellung aus, daß ein von der Sonne kommender und einen Planeten treffender Antrieb zu einer Zeit von dort abging, zu der der Abstand ein anderer als der augenblickliche war. Sie bestimmen daher den Antrieb zwar nach dem Newtonschen Gesetze, aber für den Abstand des Planeten von dem Orte, den die Sonne beim Abgange des Antriebes einnimmt. Die Bewegungsgleichungen des Planeten behalten danach ihre sich aus dem Newtonschen Gesetze ergebende Form, doch erscheinen darin die Koordinaten der Sonne nach Maßgabe der Zeit, die die Gravitation braucht, um die Entfernung zwischen Sonne und Planet zurückzulegen, und der Geschwindigkeit, mit der die Sonne im Raume fortschreitet, verändert. Entsprechendes gilt dann natürlich für den vom Planeten her bei der Sonne anlangenden Antrieb, weshalb in deren Bewegungsgleichungen die Koordinaten des Planeten durch die Werte vertreten werden, die sie hatten, als der Antrieb von ihm ausging.

Ein erheblicher Fortschritt ist hierdurch über Laplace hinaus vollzogen. Während der berühmte Verfasser der Himmelsmechanik nur die Richtung, nicht die Größe des den Planeten erreichenden Antriebes durch die sukzessive Fortpflanzung der Gravitation beeinflußt sein läßt, erkennen Lehmann-Filhés und Hepperger, daß die Bewegung der Sonne zusammen mit dem Zeitverbrauch bei der Fortpflanzung der Gravitation die auf den Planeten wirkende Anziehung und die Bewegung des Planeten zusammen mit jenem Zeitverbrauch die auf die Sonne wirkende Anziehung gegen ihren Ausfall bei der Ruhe beider Massen verändern. Es bedarf freilich keines Nachweises mehr, daß damit die Bewegung der Sonne und des Planeten nicht schon bestimmt sind, obgleich Lehmann-Filhés und Hepperger es annehmen; denn es liegt hier, in den Bezeichnungen der vorangegangenen Betrachtungen gesprochen, der Fall vor, daß der von der Sonne herrührende Zwangszustand $s—1$ nicht mit einem vom Planeten herrührenden Zustande 1 zusammentreffen kann, sondern sich teilweise mit einem von ihm stammenden Zustande 1 und teilweise mit einem eben daher gekommenen Zustande 2 vereinigen muß, und daß, selbst wenn jene Zustände $s—1$ und 1 zusammenträfen, es immer noch mindestens zweifelhaft wäre, ob sie an dem in Bewegung begriffenen Planeten dieselbe beschleunigende Kraft hervorbrächten, die sie an ihm bewirken würden, falls er und die Sonne bis dahin in Ruhe verharrt hätten und ihre Bewegung erst anfingen. Dennoch möchte ich hier auf diese Ergebnisse der vorigen Betrachtung nicht nur an sich, sondern auch deshalb zurückweisen, weil gerade die von Lehmann-Filhés und Hepperger angebahnte Auffassung in ihnen erst ihren notwendigen Abschluß findet. Wenn nämlich die Differenzen zwischen den rechtwinkligen Koordinaten der Sonne in ihrer augenblicklichen Stellung und des Planeten zu der Zeit, als die jetzt zur Sonne gelangende Wirkung von ihm ausging, x_1, y_1 und z_1 sind und die augenblickliche Entfernung der Sonne von dem Orte, den der Planet zu jener Zeit einnahm, r_1 beträgt, so sind nach Lehmann-Filhés und Hepperger die sich an der Sonne betätigenden Kraftkomponenten proportional x_1/r_1^3, y_1/r_1^3 und z_1/r_1^3; und wenn man die Differenzen zwischen den gegenwärtigen rechtwinkligen Koordinaten des Planeten und denen, die die Sonne hatte, als die bei dem Planeten ankommende Wirkung von ihr ausgesandt wurde, gleich x_2, y_2 und z_2 setzt und die gegenwärtige Entfernung des Planeten von jenem früheren Orte der Sonne r_2 nennt, so sind die an dem Planeten wirksamen Kraftkomponenten in dem gleichen Maße proportional x_2/r_2^3, y_2/r_2^3 und z_3/r_2^3. Es ist nun leicht einzusehen, daß nicht

$$\frac{x_1}{r_1^3} = -\frac{x_2}{r_2^3}, \quad \frac{y_1}{r_1^3} = -\frac{y_2}{r_2^3} \quad \text{und} \quad \frac{z_1}{r_1^3} = -\frac{z_2}{r_2^3}$$

sein kann; denn wenn man dies annähme, würde man durch Quadrieren und Addieren der drei Gleichungen unter Berücksichtigung, daß $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = r_1^2$ und $x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = r_2^2$ ist, $r_1 = r_2$, mithin $x_1 = -x_2$, $y_1 = -y_2$, $z_1 = -z_2$ und daraus gleiche Wege für die Sonne und den Planeten erhalten. Also haben nach Lehmann-Filhés und Hepperger die Kraftkomponenten der Sonne andere Werte als die des Planeten, d. h. es findet keine Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung statt; was nicht etwa auf irgendwelche von außen auf die Sonne und den Planeten ausgeübten Kräfte zurückzuführen ist, da die Brüche x_1/r_1^3 usw. ihre Bedeutung behalten, auch wenn äußere Kräfte nicht existieren. Für ein freies mechanisches System muß aber jene Gleichheit bestehen, weil sie daraus folgt, daß der Schwerpunkt des Systems entweder ruht oder geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit fortschreitet. Fragt man nun, warum der Rechenansatz von Lehmann-Filhés und Hepperger dem nicht genügt, so lautet die Antwort: da für den den Planeten treffenden Antrieb die Stellung der Sonne und für den die Sonne treffenden Antrieb die Stellung des Planeten richtig in Anschlag gebracht ist, muß im ersten Falle wohl auch die Bewegung des Planeten und im zweiten Falle die Bewegung der Sonne von Einfluß sein. Dieser Schluß zieht aber die Forderung nach sich, die Beschaffenheit und die Veränderung des die Massen umgebenden Raumes zu erwägen; denn es wäre nicht zu verstehen, wie es in einer indifferenten Umgebung einen Unterschied ausmachen sollte, ob ein aus ihr bei einer Masse ankommender Antrieb diese in größerer oder geringerer Bewegung oder in Ruhe vorfindet. Hierdurch ergeben sich dann die Überlegungen, die in den beiden ersten in der zweiten Nummer besprochenen Hauptpunkten gipfeln.

Der dritte der dort behandelten Hauptpunkte ist weder von Laplace noch von Lehmann-Filhés oder von Hepperger berücksichtigt worden. In den völlig unvermittelten Anwendungen der elektrodynamischen Grundgesetze auf die Planetenbewegungen kann natürlich von einer solchen Berücksichtigung ebenfalls keine Rede sein. Man sieht aber, daß auch abgesehen davon die älteren Versuche, die Geschwindigkeit der Gravitation zu erweisen und zu berechnen, mißglückt sind. Die mechanischen Theorien der Gravitation von Hooke an, wie sie 1897 von Drude in dem Referat über Fernwirkungen für die 69. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zusammengestellt worden sind, und die elektrische Theorie, die 1900 H. A. Lorentz in seinen Betrachtungen über die Schwerkraft in den Verhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam mitgeteilt hat, gehen teils auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation gar nicht ein, teils setzen sie sie von vornherein gleich der Lichtgeschwindigkeit. Sie kommen daher für die Frage, ob es eine endliche Gravitationsgeschwindigkeit gebe, nicht in Betracht. Eher könnte umgekehrt die Entscheidung dieser Frage für sie von Bedeutung werden. Z. B. ergibt sich vom Standpunkte meiner früheren Abhandlung und der vorliegenden Untersuchung, daß die Theorie von Lorentz entweder falsch ist oder einer Änderung bedarf, da nach ihr der Zeitverlust bei Ausbreitung der Gravitation nicht imstande ist, die Perihelbewegung des Merkur hervorzubringen. Übrigens können die mechanischen Theorien das Problem der Gravitationsgeschwindigkeit überhaupt nicht lösen. Sie sind ja nur mechanische Bilder für das, was an den Gravitationsvorgängen nicht mechanisch ist, und enthalten daher immer Untatsächliches, dessen Tragweite auf die Schlüsse aus ihnen sich niemals vollkommen ermessen läßt. Würden sie zu entscheidenden

Versuchen und Beobachtungen anregen, so würden sie sich dadurch als nützlich bewähren; aber das Endergebnis wäre nicht ihnen, sondern den Versuchen und Beobachtungen zu verdanken. Anders sind Theorien wie die Lorentzsche zu beurteilen. Sie bezwecken die Feststellung eines Zusammenhanges zwischen verschiedenen Arten physikalischer Vorgänge, der durchaus rein tatsächlich sein kann. Doch ist bis jetzt derartiges über die Gravitation nicht gefunden, geschweige denn, daß auf solchem Wege über ihre Geschwindigkeit etwas zu ermitteln gewesen wäre.

IV.

Es ist nun zu zeigen, wie man durch die in der zweiten Nummer aufgestellten Hauptpunkte für die Bestimmung des Einflusses der sukzessiven Fortpflanzung der Gravitation auf die Massenbewegung zu dem in meiner früheren Abhandlung abgeleiteten Potential und der daraus folgenden Modifikation des Newtonschen Gesetzes gelangt. Zur Vervollständigung möge der Gang der Rechnung am Merkur in den Grundzügen hinzugefügt werden.

Im Punkte A befinde sich die Masse m und im Punkte B die Masse m', beide von beliebig kleiner Ausdehnung; ihr Abstand sei $r - \Delta r$, wo Δr, weil r infolge der Anziehung abnimmt, negativ ist. Die Massen sollen zunächst ruhen, so daß das Potential von m auf m' gleich $\frac{\mu'}{r - \Delta r}$ wird, wenn μ' das Produkt aus m und der Gravitationskonstante bedeutet. Die Masse m' werde auch ferner im Punkte B festgehalten, die Masse m aber losgelassen, so daß sie im ersten Zeitelement $d\,t$ gegen m' hin die Strecke $A\,C = -d\,r$ zurücklegt. Wir wissen nun: das Gravitationsfeld von m' bleibt unverändert, doch von m aus wird inzwischen eine neue Anordnung der Zwangszustände in den Raum hinausgesandt, und deshalb ist der Zwangszustand in der Umgebung von m bei der Ankunft in C ein anderer, als er wäre, wenn diese Masse in demselben Punkte in Ruhe verharrte. Es ist daher unmöglich, das Potential, das der Zwangszustand an m hervorzubringen strebt, anzugeben. Aber der von m beim Anlangen in C ausgesandte Zwangszustand kommt nach der Zeit $\Delta\,t - d\,t$ bei m' an und bewirkt hier genau eine solche augenblickliche Verteilung, wie sich dauernd bildete, wenn m in C in Ruhe bliebe. Daher muß das Potential von m auf m', das der Zwangszustand zu erzeugen fähig ist, gleich dem sein, das in der Ruhe für den Abstand $r - \Delta r + d r$ bestehen würde, d. h. gleich

$$\frac{\mu'}{r - \Delta r + d r} .$$

Nur der dazu gehörige Abstand zwischen m und m' ist jetzt, da m von A aus, also in der Zeit Δt, die Strecke $A D = -\Delta r$ zurückgelegt hat, ein anderer, nämlich gleich r. Außerdem aber geht der Zwangszustand nicht wie im Falle der Ruhe von m mit der Geschwindigkeit c, mit der er sich an und für sich durch den Raum fortpflanzt, sondern noch mit der Geschwindigkeit $-\frac{d r}{d t}$, die m in C hat, also im ganzen mit der Geschwindigkeit $c - \frac{d r}{d t}$ an m' vorüber. Die Zeit zur Mitteilung des Potentials an m' verkürzt sich dadurch im Verhältnis von c zu $c - \frac{d r}{d t}$, weshalb das an m' zur Betätigung kommende Potential, dem gemäß sich die Masse m' zu bewegen anfinge, falls sie im Augenblick frei würde, gleich

$$\frac{\mu' c}{(r - \Delta r + d r)\left(c - \frac{d r}{d t}\right)}$$

ist. Das Differential hiervon, multipliziert mit m', ergibt die unendlich kleine Zunahme der lebendigen Kraft der Massen im folgenden Zeitelement. Man kann daher aus dem Produkt jenes Potentials in die Masse m' ebenso wie aus der lebendigen Kraft nach den Lagrangeschen allgemeinen Bewegungsgleichungen die beschleunigende Kraft zwischen m und m' ableiten. Deshalb muß das Potential von m' auf m gleich

$$\frac{\mu c}{(r - \Delta r + d r)\left(c - \frac{d r}{d t}\right)} \text{ sein, wo } \mu = \frac{\mu' m'}{m}$$

ist; denn andernfalls würde man eine andere beschleunigende Kraft von m' auf m als von m auf m' erhalten, während doch aus dem früher angegebenen Grunde Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung stattfinden muß.

Jetzt stelle man sich vor, m werde in A festgehalten und m' bewege sich, so ergeben sich dieselben Betrachtungen, mithin dieselben Werte der Potentiale, nur daß die Strecken $-dr$ und $-\Delta r$ statt gleich AC und AD gleich BC' und BD' zu setzen sind. Natürlich ist es in diesem wie in dem vorigen Fall einerlei, wie lange die Masse m in A oder die Masse m' in B geruht hat, ehe sie losgelassen wird. Die Reihe der Schlüsse könnte daher sofort mit den Lagen der Massen in D und B oder in A und D' von neuem anheben und in derselben Art durchgeführt werden. Die gefundenen Ausdrücke der Potentiale gelten mithin für alle Entfernungen.

Es bleibt bloß noch die Frage, was herauskommt, wenn beide Massen frei gemacht werden. Die Verteilung des Zwangszustandes, die bei alleiniger Bewegung von m' in D' eintritt, stellt sich dann ebenfalls ein, aber D' selbst liegt etwas näher nach B hin, da der von m kommende Zwangszustand sich um den Betrag der Geschwindigkeit dieser Masse schneller herannaht. Das Potential von m auf m' muß deshalb durch denselben für die Ruhe der Massen nach dem Newtonschen Gesetze geltenden Ausdruck, wie wenn m festgehalten wird, bestimmt sein; d. h. es muß sich durch jenes Gesetz nach dem Abstande $CC' = AB - AC - BC'$ ergeben, wozu noch der Einfluß der Geschwindigkeit kommt, mit der der Zwangszustand an m' vorübergeht, und die jetzt gleich der Summe aus den drei Geschwindigkeiten der Gravitation, der Masse m und der Masse m' ist. AB kann wie vorhin mit $r - \Delta r$ bezeichnet werden, wenn $AD + BD' = -\Delta r$ gesetzt wird; $AC + BC'$ ist $-dr$; und die Summe der Geschwindigkeiten von m und m' beträgt $-\frac{dr}{dt}$. Man erhält daher für das Potential von m auf m' wieder

$$\frac{\mu' c}{(r - \Delta r + dr)\left(c - \frac{dr}{dt}\right)}.$$

Es bedarf keines weiteren Beweises, daß ebenso für das Potential von m' auf m bei der Bewegung beider Massen

$$\frac{\mu c}{(r - \Delta r + dr)\left(c - \frac{dr}{dt}\right)}$$

folgt.

Dieses Potential werde mit V bezeichnet. Man hat nach Division des Zählers und des Nenners durch c und nach Absonderung von r:

$$V = \frac{\mu}{r\left(1 - \frac{\Delta r - d r}{r}\right)\left(1 - \frac{1}{c}\frac{d r}{d t}\right)} \cdot$$

Da nun die Massen in der Zeit, in der der Zwangszustand die Entfernung $r - \Delta r + d r$ durcheilt, den Weg $-\Delta r + d r$ zurücklegen, müssen sich diese Strecken wie die zugehörigen Geschwindigkeiten verhalten, d. h. es muß:

$$\frac{\Delta r - d r}{r - \Delta r + d r} = \frac{1}{c}\frac{d r}{d t}$$

sein; worin $\Delta r - d r$ gegen r nur verschwindend wenig betragen kann, weil sich sonst das Newtonsche Gesetz an bewegten Massen nicht so zu bewahrheiten vermöchte, wie es dies tut. Folglich wird:

$$V = \frac{\mu}{r\left(1 - \frac{1}{c}\frac{d r}{d t}\right)^2} \cdot$$

Durch Entwicklung bis zur zweiten Potenz erhält man:

$$V = \frac{\mu}{r}\left[1 + \frac{2}{c}\frac{d r}{d t} + \frac{3}{c^2}\left(\frac{d r}{d t}\right)^2\right] \cdot$$

Wie schon in der zweiten Nummer bemerkt wurde, gibt diese Formel die Arbeit an, die zu leisten wäre, wenn die Einheit der Masse m mit der relativen Geschwindigkeit $d r/d t$ in unendliche Entfernung gebracht werden sollte, und ist deren mit m multiplizierte Änderung bei der Bewegung der Massen auf dem Wege $d r$ und in der Zeit $d t$ die Zunahme der lebendigen Kraft T. Daher erhält man nach den Lagrangeschen allgemeinen Bewegungsgleichungen für die Beschleunigung von m, wenn $d r/d t = r'$ gesetzt wird,

$$\frac{1}{m}\frac{d T}{d r} - \frac{1}{m}\frac{d}{d t}\frac{d T}{d r'} = \frac{d V}{d r} - \frac{d}{d t}\frac{d V}{d r'} = -\frac{\mu}{r^2}\left[1 - \frac{3}{c^2}\left(\frac{d r}{d t}\right)^2 + \frac{6 r}{c^2}\frac{d^2 r}{d t^2}\right] \cdot$$

Für die Berechnung der Perihelbewegung des Merkur kommt die Ausdehnung der Sonne und des Planeten nicht in Betracht. Außerdem ist es bequem, den Lauf des Planeten auf die Sonne als Anfangspunkt der Koordinaten zu beziehen. Dann muß μ im Verhältnis der Summe der Sonnen- und der Planetenmasse zur Sonnenmasse vergrößert werden. Setzt man:

$$\frac{3}{c^2}\left(\frac{d r}{d t}\right)^2 - \frac{6 r}{c^2}\frac{d^2 r}{d t^2} = F,$$

so lauten die Bewegungsgleichungen des Planeten:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = -\frac{\mu x}{r^3}(1 - F),$$

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = -\frac{\mu y}{r^3}(1 - F).$$

Durch Multiplikation der ersten Gleichung mit y und der zweiten mit x und durch Subtraktion erhält man:

$$x \frac{d^2 y}{d t^2} - y \frac{d^2 x}{d t^2} = 0.$$

Aus der Ableitung der Planetenbewegung nach dem Newtonschen Gesetze ist bekannt, daß hieraus, wenn ϑ der Winkel zwischen dem Radiusvektor und der positiven Abszissenachse und L eine Konstnate ist,

$$r^2 \frac{d \vartheta}{d t} = L$$

folgt. Setzt man daher in den Bewegungsgleichungen:

$$d t = \frac{r^2 d \vartheta}{L},$$

$$\frac{x}{r} = \cos \vartheta,$$

$$\frac{y}{r} = \sin \vartheta,$$

so lauten sie:

$$d \frac{d x}{d t} = -\frac{\mu}{L}(1 - F) \cos \vartheta \, d \vartheta,$$

$$d \frac{d y}{d t} = -\frac{\mu}{L}(1 - F) \sin \vartheta \, d \vartheta.$$

Die Integration liefert mit den Konstanten M und N:

$$\frac{d x}{d t} = -\frac{\mu}{L} \sin \vartheta + \left(M + \int \frac{\mu}{L} F \cos \vartheta \, d \vartheta\right),$$

$$\frac{d y}{d t} = \frac{\mu}{L} \cos \vartheta + \left(N + \int \frac{\mu}{L} F \sin \vartheta \, d \vartheta\right).$$

Daher wird:

$$r = \frac{L}{\frac{\mu}{L} - \left(M + \int \frac{\mu}{L} F \cos \vartheta \, d \vartheta\right) \sin \vartheta + \left(N + \int \frac{\mu}{L} F \sin \vartheta \, d \vartheta\right) \cos \vartheta}$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse. Bezeichnet man deren halbe große Achse mit a, die halbe kleine Achse mit b, die numerische Exzentrizität mit ε und den Winkel zwischen a und der positiven Abszissenachse mit ω, so findet man, wenn man die drei Gleichungen für $r = a(1-\varepsilon)$, $r = a(1+\varepsilon)$ und $r = \frac{b^2}{a}$ bildet,

$$L = b\sqrt{\frac{\mu}{a}},$$

$$M + \int \frac{\mu}{L} F \cos\vartheta \, d\vartheta = -\frac{\varepsilon}{b}\sqrt{a\mu}\sin\omega,$$

$$N + \int \frac{\mu}{L} F \sin\vartheta \, d\vartheta = \frac{\varepsilon}{b}\sqrt{a\mu}\cos\omega.$$

Die beiden letzten Gleichungen differenziere man nach ϑ, wobei die Unveränderlichkeit von $\frac{b}{\sqrt{a}}$ zu beachten ist; ferner setze man den Wert von L ein und dividiere die eine Gleichung durch $\frac{\sqrt{a\mu}}{b}\cos\vartheta$, die andere durch $\frac{\sqrt{a\mu}}{b}\sin\vartheta$. Dann kommt:

$$F = -\frac{\sin\omega}{\cos\vartheta}\frac{d\varepsilon}{dt}\frac{dt}{d\vartheta} - \varepsilon\frac{\cos\omega}{\cos\vartheta}\frac{d\omega}{dt}\frac{dt}{d\vartheta},$$

$$F = \frac{\cos\omega}{\sin\vartheta}\frac{d\varepsilon}{dt}\frac{dt}{d\vartheta} - \varepsilon\frac{\sin\omega}{\sin\vartheta}\frac{d\omega}{dt}\frac{dt}{d\vartheta}.$$

Aus der Gleichsetzung beider Ausdrücke folgt, indem $\alpha = \vartheta - \omega$ eingeführt wird:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\varepsilon \operatorname{tang}\alpha \frac{d\omega}{dt}$$

und daraus:

$$F = -\frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\frac{dt}{d\vartheta}\frac{d\omega}{dt}.$$

Man kann aber für F seiner ursprünglichen Bedeutung gemäß noch einen anderen Ausdruck entwickeln. Mit Benutzung der Formeln:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\varepsilon \operatorname{tang}\alpha \frac{d\omega}{dt},$$

$$r^2\frac{d\vartheta}{dt} = L,$$

$$L = b\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{a}}$$

findet man:

$$r = \frac{\frac{b^2}{a}}{1 + \varepsilon \cos\alpha},$$

$$\begin{aligned}
\frac{dr}{dt} &= -\frac{a r^2}{b^2}\left(\cos\alpha \frac{d\varepsilon}{dt} - \varepsilon \sin\alpha \frac{d\vartheta}{dt} + \varepsilon \sin\alpha \frac{d\omega}{dt}\right) \\
&= -\frac{a r^2}{b^2}\left(-\varepsilon \cos\alpha \operatorname{tang}\alpha \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \sin\alpha \frac{d\vartheta}{dt} + \varepsilon \sin\alpha \frac{d\omega}{dt}\right) \\
&= \frac{a \varepsilon r^2}{b^2} \sin\alpha \frac{d\vartheta}{dt} \\
&= \frac{\varepsilon \sqrt{a\mu}}{b} \sin\alpha,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{\sqrt{a\mu}}{b} \sin\alpha \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \cos\alpha \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \cos\alpha \frac{d\omega}{dt} \\
&= -\frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \sin\alpha \operatorname{tang}\alpha \frac{d\omega}{dt} + \frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \cos\alpha \frac{d\vartheta}{dt} \\
&\qquad - \frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \cos\alpha \frac{d\omega}{dt} \\
&= -\frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \sin\alpha \operatorname{tang}\alpha \frac{d\omega}{dt} + \frac{\varepsilon\mu}{r^2} \cos\alpha - \frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b} \cos\alpha \frac{d\omega}{dt} \\
&= -\frac{\varepsilon\sqrt{a\mu}}{b\cos\alpha} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\varepsilon\mu}{r^2} \cos\alpha.
\end{aligned}$$

Danach ist:

$$F = \frac{3\varepsilon^2 a\mu}{b^2 c^2} \sin^2\alpha + \frac{6\varepsilon r\sqrt{a\mu}}{b c^2 \cos\alpha} \frac{d\omega}{dt} - \frac{6\varepsilon\mu}{r} \cos\alpha.$$

Die sich durch Gleichsetzung dieses und des vorigen Ausdruckes von F ergebende Gleichung für $d\omega/dt$ lautet nun, indem man $dt/d\vartheta$ durch $\frac{r^2\sqrt{a}}{b\sqrt{\mu}}$ ersetzt,

$$\frac{\varepsilon r^2\sqrt{a}}{b\sqrt{\mu}\cos\alpha} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{3\varepsilon^2 a\mu}{b^2 c^2} \sin^2\alpha - \frac{6\varepsilon r\sqrt{a\mu}}{b c^2 \cos\alpha} \frac{d\omega}{dt} + \frac{6\varepsilon\mu}{r} \cos\alpha,$$

wofür sich nach Einführung von

$$r = \frac{b^2}{a(1 + \varepsilon\cos\alpha)} \quad \text{und} \quad b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

und nach Division durch

$$\frac{\varepsilon r^2 \sqrt{a}}{b\sqrt{\mu}\cos\alpha}$$

ergibt:

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{dt} = &- \frac{6\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha)\frac{d\omega}{dt} \\ &- \frac{3\varepsilon\mu^{3/2}}{a^{5/2}(1-\varepsilon^2)^{5/2}c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha)^2\sin^2\alpha\cos\alpha \\ &+ \frac{6\mu^{3/2}}{a^{5/2}(1-\varepsilon^2)^{5/2}c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha)^3\cos^2\alpha\,.\end{aligned}$$

Man multipliziere diese Gleichung mit dt und setze im zweiten und dritten Gliede der rechten Seite:

$$dt = \frac{r^2}{L}\,d\vartheta = \frac{a^{3/2}(1-\varepsilon^2)^{3/2}}{\mu^{1/2}(1+\varepsilon\cos\alpha)^2}(d\alpha + d\omega)\,.$$

Durch passende Ordnung und Division ergibt sich:

$$d\omega = \frac{\frac{6\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha)\cos^2\alpha - \frac{3\varepsilon\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}\sin^2\alpha\cos\alpha}{1+\frac{6\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha) - \frac{6\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}(1+\varepsilon\cos\alpha)\cos^2\alpha + \frac{3\varepsilon\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2}\sin^2\alpha\cos\alpha}\,d\alpha\,.$$

Dividiert man Zähler und Nenner durch:

$$\frac{3\mu}{a(1-\varepsilon^2)c^2} = \frac{\gamma}{c^2}\,,$$

ordnet man nach steigenden Potenzen von $\cos\alpha$, und setzt man:

$$\begin{aligned}-\varepsilon\cos\alpha + 2\cos^2\alpha + 3\varepsilon\cos^3\alpha &= v\,,\\ 3\varepsilon\cos\alpha - 2\cos^2\alpha - 3\varepsilon\cos^3\alpha &= w\,,\end{aligned}$$

so wird:

$$d\omega = \frac{v}{\frac{c^2}{\gamma}+2+w}\,d\alpha = \left[\frac{v}{\frac{c^2}{\gamma}+2} - \frac{v\,w}{\left(\frac{c^2}{\gamma}+2\right)^2}\right]d\alpha\,.$$

Für die Perihelbewegung ψ während eines Umlaufes des Planeten ergibt sich daraus:

$$\psi = \int_0^{2\pi} \left[\frac{v}{\frac{c^2}{\gamma} + 2} - \frac{v\, w}{\left(\frac{c^2}{\gamma} + 2\right)^2} \right] d\alpha = \frac{2\pi}{\frac{c^2}{\gamma} + 2} + \frac{3\pi\,(8 - \varepsilon^2)}{8\left(\frac{c^2}{\gamma} + 2\right)^2}\,.$$

Mithin ist:

$$\frac{c^2}{\gamma} + 2 = \frac{\pi}{\psi} + \sqrt{\frac{\pi^2}{\psi^2} + \frac{3\pi\,(8 - \varepsilon^2)}{8\,\psi}}\,.$$

Wegen der Kleinheit von ψ verschwindet unter der Wurzel das zweite Glied gegen das erste, daher bleibt übrig:

$$\frac{c^2}{\gamma} + 2 = \frac{2\pi}{\psi},$$

$$c^2 = \frac{2\pi\gamma}{\psi} - 2\gamma\,.$$

Wieder kann 2γ gegen $2\pi\gamma/\psi$ vernachlässigt werden, so daß man erhält:

$$c^2 = \frac{6\pi\mu}{a\,(1 - \varepsilon^2)\,\psi}\,.$$

Man hat hierin zu setzen, wenn τ die Umlaufszeit des Planeten bedeutet:

$$\mu = \frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2},$$

$$a = 0{,}3871\,.\,149\,.\,10^6\ \text{km},$$

$$\varepsilon = 0{,}2056,$$

$$\tau = 88\ \text{Tage},$$

$$\psi = 4{,}789\,.\,10^{-7}.$$

Danach kommt heraus:

$$c = 305\,500\,\frac{\text{km}}{\text{sec}}\,.$$

V.

Daß die verschiedenen Arten von physikalischen Vorgängen zu ihrer räumlichen Ausbreitung Zeit brauchen, gehört zu den physikalischen Grunderscheinungen. Denn von dem Vorhandensein oder Nichtvorhandensein und der Größe des Zeitverbrauches hängt es ab, ob die Vorgänge als Fern- oder Nahwirkungen aufzufassen sind, und welches das Medium ist, in dem sie sich abspielen. Man wird daher immer danach streben, für jede Art von Vorgängen den fraglichen Zeitverbrauch an mehreren Betätigungsgelegenheiten zu zeigen; außerdem wird man möglichst einfache, leicht zu übersehende Fälle unter diesen Gelegenheiten auswählen. In beiden Beziehungen steht z. B. vorläufig die Lehre von der Fortpflanzung der elektrischen Schwingungen hinter der von der Fortpflanzung des Lichtes zurück. Auch für die Gravitation leistet das in meiner früheren Abhandlung und hier Gegebene noch nicht alles, was man zu wünschen berechtigt ist. Freilich kann man der räumlichen Ausbreitung der Gravitation nicht ohne Anwendung der mitgeteilten Modifikation des Newtonschen Gesetzes nachspüren. Aber es ist denkbar, daß es Fälle gibt, in denen das allgemeine Gesetz eine einfachere und dann für die besonderen Umstände leichter ableitbare Form annimmt. Die Kenntnis des allgemeinen Gesetzes kann gerade solche Fälle finden helfen.

Auf eins möge noch ausdrücklich hingewiesen werden. Die von mir gegebene Ableitung der allgemeinen Ausdrücke für das Potential und die beschleunigende Kraft bei der Gravitationsbewegung gilt, solange die Geschwindigkeit der Massen im Vergleich zur Geschwindigkeit der Gravitation klein ist. Und sie gilt auch, falls jene Geschwindigkeit bei hinreichender Kleinheit durch äußere Eingriffe geleitet wird, wenn nur streng oder sehr angenähert dafür gesorgt ist, daß dadurch nicht der Schwerpunkt der sich anziehenden Massen in ungleichförmige Bewegung gerät. Diese Bedingung ist z. B. erfüllt, sobald man einen Körper gleichmäßig zur Erde herabläßt oder ihn ebenso hebt. Hierbei ergeben sich aus dem allgemeinen Gesetze besondere Folgerungen, die zu entsprechenden Versuchen und Beobachtungen leiten können. Nur das eine Bedenken bleibt, ob nicht wegen der beträchtlichen Größe der Gravitationsgeschwindigkeit die zu erwartenden Wirkungen zu gering ausfallen, um sich bemerkbar zu machen.

Sollte aber an dieser Klippe die Hoffnung, die Gravitationsgeschwindigkeit noch auf anderem Wege zu ermitteln, scheitern, so ist mit dem vorliegenden Nachweise wenigstens soviel erreicht, daß man das Medium der Massenanziehung als identisch mit dem des Lichtes, der Wärmestrahlen, der elektrischen und der magnetischen Anziehung und Abstoßung, der elektrischen Wellen usw. ansehen und darauf eine Nahwirkungstheorie der Gravitation gründen darf, ohne sich dem Vorwurfe einer zweifelhaften Hypothese auszusetzen. Ich denke selbstverständlich nur an eine Theorie, die nicht eine sogenannte mechanische Erklärung der Erscheinungen geben will, sondern zur tatsachenmäßigen Feststellung von Zusammenhängen der Gravitation mit anderen physikalischen Vorgängen führt.

Stargard i. Pomm., den 16. Februar 1902.

(Eingegangen 16. Januar 1917.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.