Pauta corrección

Curso

Universidad de Valparaíso
CHILE

Miniprueba III (Repaso)

Mecánica Intermedia (FIS 311)

Licenciatura en Física mención Astronomía

IPGG

Contenido : *Conservación del momentum lineal*

Problema 1 : Un bloque de masa M es lanzado con velocidad inicial $\vec{V}_0$ en una dirección que forma un ángulo de α con la horizontal. En el punto más alto de la trayectoria se divide en dos partes iguales. Una de ellas cae verticalmente, comenzando con una velocidad de $\vec{v}_a$ hacia abajo.

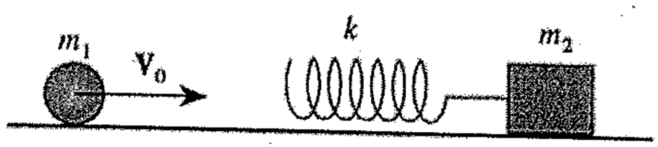
Calcule las distancias entre el punto de lanzamiento y cada uno de los puntos de impacto de los fragmentos con la superficie.

Problema 2 : Demuestre el siguiente teorema

"*En colisiones elásticas unidimensionales, la velocidad relativa de dos partículas después de la colisión es el negativo de la velocidad relativa antes del choque*".

Hint : Para demostrar el teorema suponga dos masas, m y M, con velocidades iniciales $\vec{v}_i$ y $\vec{V}_i$ respectivamente y con velocidades finales $\vec{v}_f$ y $\vec{V}_f$.

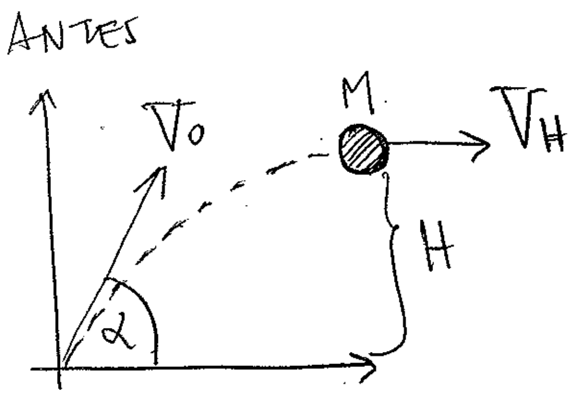
Problema 3 : Un masa m_1, con velocidad inicial V_0, golpea un sistema masa resorte de masa m_2, inicialmente en reposo. El resorte es ideal y tiene constante k. Considere que la fricción es despreciable.

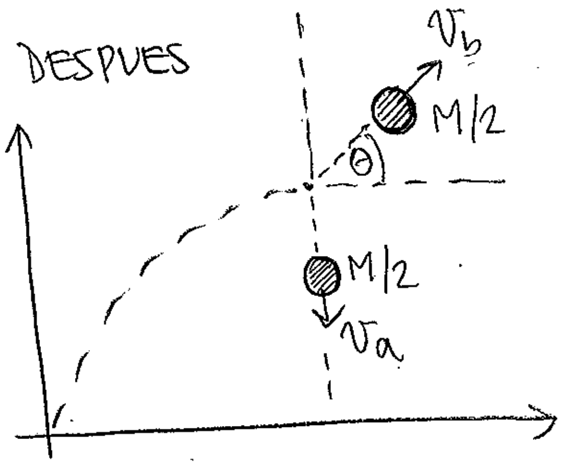


a).- ¿Cuál es la máxima compresión del resorte?

b).- Si después de un tiempo muy largo, ambos objetos se mueven en la misma dirección ¿cuál es la velocidad final V_1 y V_2 de m_1 y m_2 respectivamente?

<PROBLEMA 1>





Si H s la altura máx. $\Longrightarrow$ $V_H = V_0 \cos\alpha$ (horizontal)

Por cons. de la energía obtenemos H (Antes de la explosión)

$$\frac{1}{2} M V_0^2 = \frac{1}{2} M V_H^2 + MgH$$

$$\Downarrow$$

$$H = \frac{1}{2g}\left(V_0^2 - V_H^2\right) = \frac{1}{2g}\left(V_0^2 - V_0^2\cos^2\alpha\right)$$

$$= \frac{V_0^2}{2g}\left(1-\cos^2\alpha\right) = \frac{V_0^2\,\text{sen}^2\alpha}{2g} \;//$$

DURANTE EL CHOQUE

$$\vec{P}_{\substack{SIST\\ANTES}} = \vec{P}_{\substack{SIST\\DESPUES}}$$

<u>Eje X</u> : $M V_H = \frac{M}{2} v_b \cos\theta$ $\Longrightarrow$ $2 V_H = v_b \cos\theta$ (*)

<u>Eje Y</u> : $\frac{M}{2} v_b\,\text{sen}\theta = \frac{M}{2} v_a$ $\Longrightarrow$ $v_a = v_b\,\text{sen}\theta$ (**)

haciendo $\frac{(**)}{(*)}$: $\frac{v_b}{2V_H} = tg\theta$

$$\Downarrow$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{v_b}{2V_0\cos\alpha}\right)$$

Elevando al cuadrado (*) y (**) y luego sumando ambas expresions tenemos:

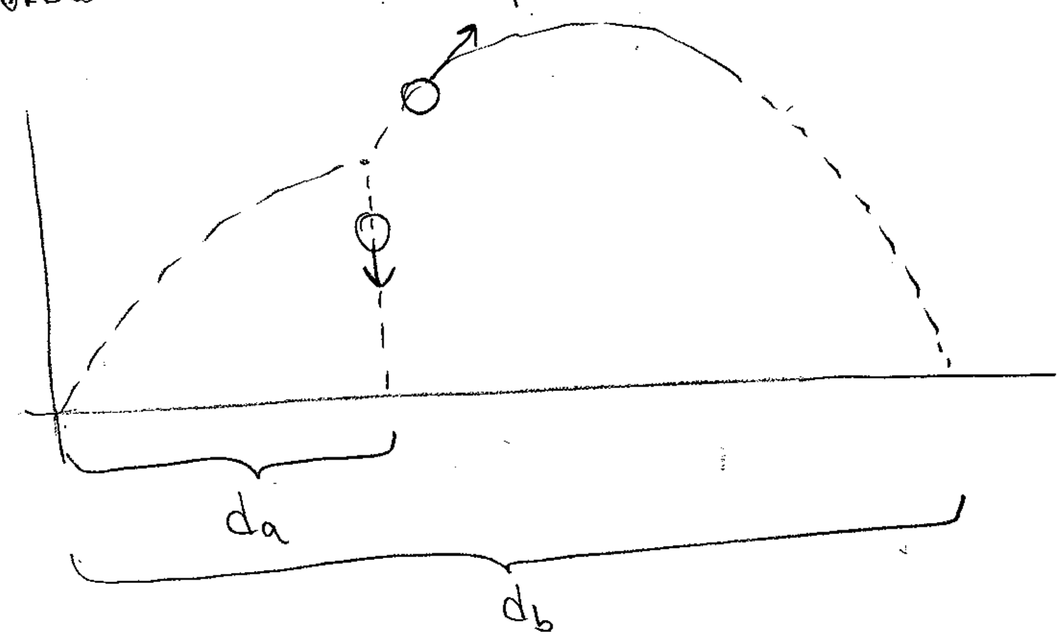
$$4V_H^2 + v_a^2 = v_b^2$$

$$\Downarrow$$

$$v_b = \sqrt{4V_0^2\cos^2\alpha + v_a^2}$$

Alcances

La masa de rapidez "v_a" cae a la mitad del alcance de la partícula inicial:



$$d_a = X_{alcance}/2$$

$\Downarrow$

utilicemos los sgtes. fórmulas para determinar $\frac{X_{alcance}}{2}$

$\Downarrow$

$$X_{alcance} = V_0 \cos\alpha \, \tilde{t}$$

$$0 = V_0 \operatorname{sen}\alpha \, \tilde{t} - \frac{1}{2} g \tilde{t}^2$$

$\Downarrow$

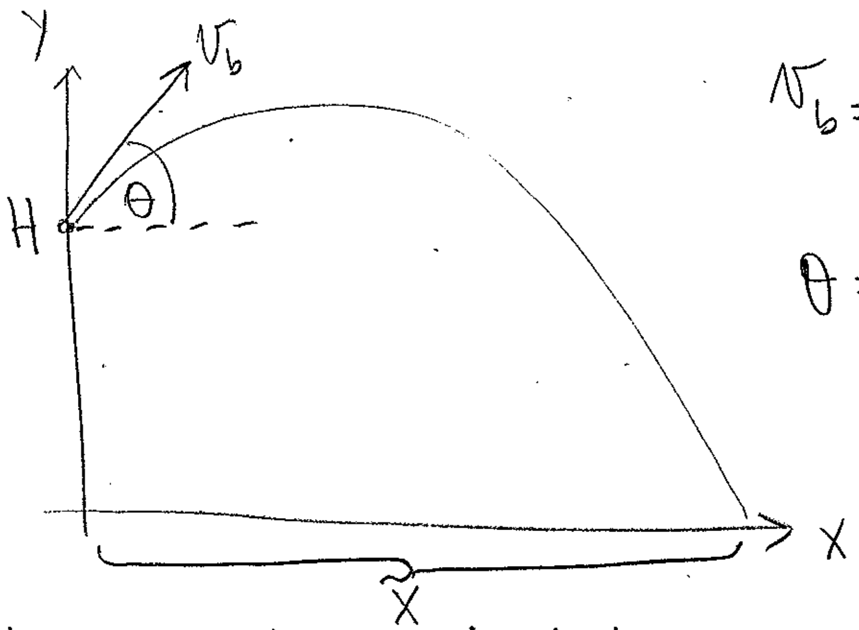
$$\tilde{t} = \frac{2V_0 \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

$$\therefore \quad X_{alcance} = \frac{2V_0^2 \cos\alpha \operatorname{sen}\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g}$$

$$\boxed{d_a = \frac{V_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{2g}} \quad //$$

Hallando d_b

Resolvamos un nuevo problema de lanzamiento de proyectiles :



$$v_b = \sqrt{4 V_0 \cos^2\alpha + v_a^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{v_b}{2 V_0 \cos\alpha}\right)$$

Por separado no son útiles.

La ecs. de la velocidad son:

$$v_x = v_b \cos\theta = 2 V_H$$

$$v_y = v_b \,\text{sen}\,\theta - gt = v_a - gt$$

para la posición:

$$x = v_b \cos\theta \, t = 2 V_H t \qquad (*)$$

$$y = H + v_b \,\text{sen}\,\theta t - \frac{1}{2} g t^2 = H + v_a t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (**)$$

El alcance $\tilde{X}$ se da para $y = H$. Reemplaz. en $(**)$

$$H = H + v_a t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = 2\frac{v_a}{g}$$

en $(*)$

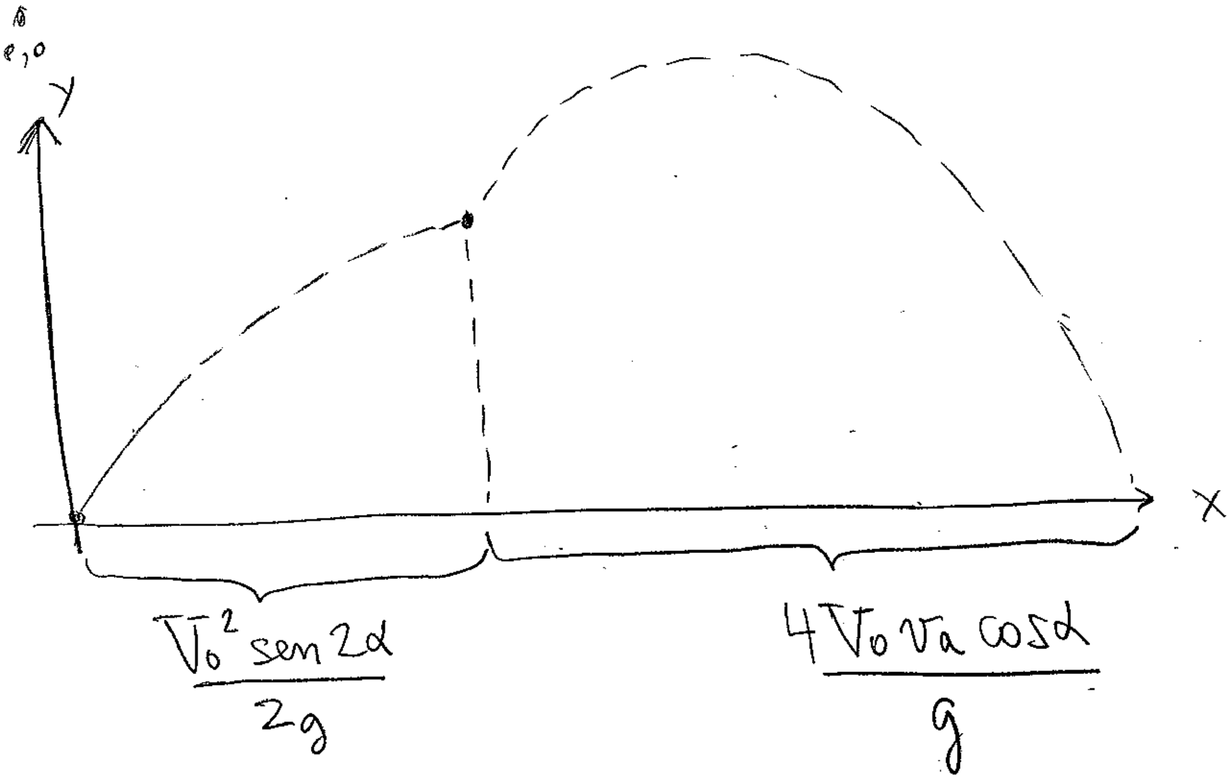
$$\tilde{X} = 2 V_H t = 2 V_H \cdot 2\frac{v_a}{g}$$

y recordando que

$$V_H = V_0 \cos\alpha$$

entonces:

$$\tilde{X} = \frac{4 V_0 v_a \cos\alpha}{g}$$



PROBLEMA 2

En un choque unidimensional se cumple que:

a) $$\underbrace{m v_i + M V_i}_{P_{ANTES}} = \underbrace{m v_f + M V_f}_{P_{DESPUES}}$$ (Cons. del momentum)

b) $$\frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} M V_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} M V_f^2$$ (Cons. de la energía cinética)

$$\Downarrow$$

a) $$-m(v_f - v_i) = M(V_f - V_i)$$

b) $$-\frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} M(V_f^2 - V_i^2)$$

c) $$-\frac{1}{2} m(v_f - v_i)(v_f + v_i) = \frac{1}{2} M(V_f - V_i)(V_f + V_i)$$

luego dividiendo (c) por (a) obtenemos:

$$v_f + v_i = V_f + V_i$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{(v_i - V_i) = -(v_f - V_f)}$$ QED.

⟨PROBLEMA 3⟩

En este caso la energía mecánica se conserva.

E_i = Energía disponible por el sistema (Inicial)

$$\Downarrow$$

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 V_0^2$$

Durante el impacto tb. se conserva el momentum Lineal (a cada instante).

- Evaluación de X_{max} $\Rightarrow$ m_1 y m_2 en ese instante van a la misma velocidad.

$$\therefore \begin{cases} E_i = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2 & \text{(Cons. de la energía)} \\ m_1 V_0 = (m_1+m_2)V_f & \text{(Cons. del momentum)} \end{cases}$$

$$V_f = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right) V_0 \quad / \; (\;)^2$$

$$V_f^2 = \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2} V_0^2$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2) V_f^2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{2} m_1 V_0^2\right) = \frac{m_1}{m_1+m_2} E_i$$

Reemplaz. en la ec. de energía:

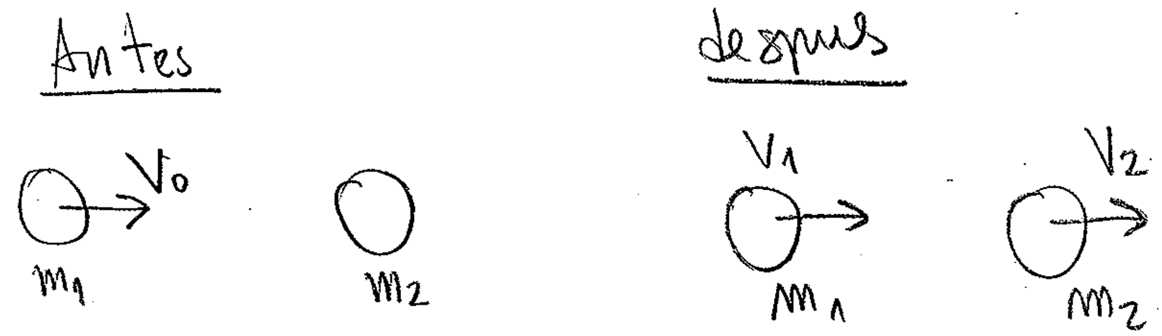
$$E_i = \frac{m_1}{m_1+m_2} E_i + \frac{1}{2} k X_{max}^2$$

$$\frac{2E_i}{k}\left(1 - \frac{m_1}{m_1+m_2}\right) = X_{max}^2$$

$$\Downarrow$$

$$X_{max} = \sqrt{\frac{2E_i}{k}\frac{m_2}{(m_1+m_2)}} = \sqrt{\frac{m_1 m_2 V_0^2}{k(m_1+m_2)}}$$

Para determinar las velocidades finales (después que ya no interactúan las masas)



La conservación de la energía nos da:

(*) $E_i = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = K_1 + K_2$

La conservación del momentum

(**) $m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2$

Los ecs. (*) y (**) son suficientes para hallar V_1 y V_2.

Algo de álgebra nos permite hallar que

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_0 \quad // \qquad m_1 > m_2$$

$$V_2 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_0 \quad //$$