Universidad de Valparaíso
CHILE

Miniprueba IV (Repaso)

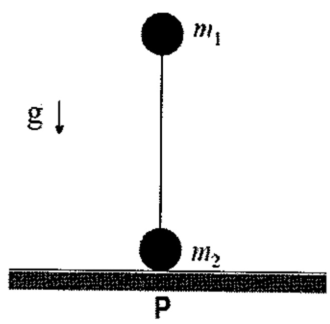
Mecánica Intermedia (FIS 311)

Licenciatura en Física mención Astronomía

IPGG[1]

Contenido : Dinámica del centro de masas

Problema 1 : Dos esferas de masas m_1 y m_2 están unidas por una barra de masa despreciable y longitud L. Inicialmente el sistema se halla en equilibrio inestable, estando la barra en posición vertical y m_2 en contacto con una superficie horizontal, libre de rozamiento (ver figura). Se aparta el sistema de la posición de equilibrio inclinando levemente la barra. El sistema evoluciona de modo que en el estado final las dos esferas están en contacto con la superficie.



- Hallar la posición del centro de masa en el estado inicial.
- Hallar la componente horizontal de la velocidad del centro de masa.
- ¿A qué distancia de P quedará cada esfera en el estado final?.

Problema 2 : Dos partículas, cuyas masas son m_1 y m_2, se mueven bajo la influencia de un campo de fuerzas externo y de las fuerzas (newtonianas) de interacción mutua (internas), de modo que sus vectores de posición con relación a un sistema coordenado inercial vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\vec{r}_1 = At^2\,\hat{\imath} - Bt\,\hat{\jmath} \quad , \quad \vec{r}_2 = Ct^n\,\hat{\imath}$$

donde t es el tiempo y A, B, C y n son ctes.

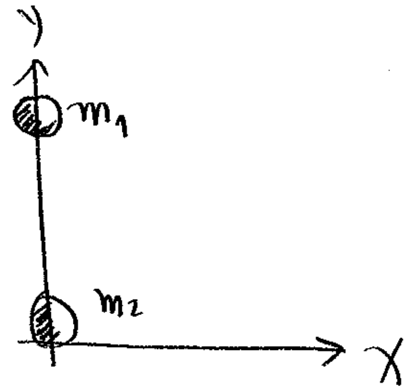
- Calcular la fuerza total que actúa sobre el sistema y la fuerza total sobre cada partícula del sistema. De acuerdo al resultado previo ¿podemos saber que fracción de dichas fuerzas es de origen interno y cuál de origen externo?.
- Determine la variación del momentum del sistema (impulso) en el intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$.

---

[1] **Fecha de entrega :** *Martes 24/04/2012*
No se recibirán tareas después de esta fecha.

< Soluciones Mini IV >

PROBL. 1) Para el sistema de referencia de la figura:



a) Se deduce de inmediato que $x_{CM}=0$ e $y_{CM}=\frac{m_1 L}{m_1+m_2}$

$\therefore \vec{r}_{CM_{inicial}} = 0\hat{\imath} + \left(\frac{m_1 L}{m_1+m_2}\right)\hat{\jmath}$ //

b) DCL del sistema

$$F_{SIST_x} = 0 \qquad F_{SIST_y} = N - (m_1+m_2)g$$

$$\Downarrow$$

$$a_{CM_x} = 0$$

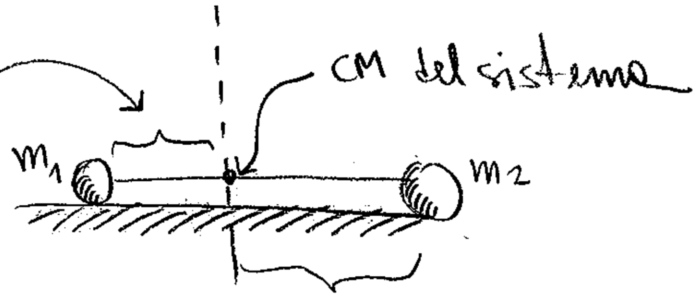
$$\Downarrow$$

$v_{CM_x} = cte. \Longrightarrow$ Dado que $v_{CM_x}=cte.$ esta debe ser la misma que al inicio del mov. $v_{CM_x} = 0$ //

c) Si $v_{CM_x}=0 \Longrightarrow x_{CM}=cte.$ Por elección del sist. de ref.

$x_{CM} = 0$

$\therefore$



$$\left(L - \frac{m_1 L}{m_1+m_2}\right) = \left(\frac{m_2 L}{m_1+m_2}\right) \quad X=0 \;//$$

$$\left(\frac{m_1 L}{m_1+m_2}\right) \;//$$

PROBL. 2)

$$\left.\begin{array}{l} \vec{r}_1 = At^2\,\hat{\imath} - Bt\,\hat{\jmath} \\ \vec{r}_2 = Ct^n\,\hat{\imath} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v}_1 = \dfrac{d\vec{r}_1}{dt} = 2At\,\hat{\imath} - B\,\hat{\jmath} \\ \vec{v}_2 = nCt^{n-1}\,\hat{\imath} \end{array}\right\}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}_1}{dt} = 2A\,\hat{\imath}$$

$$\vec{a}_2 = n(n-1)Ct^{n-2}\,\hat{\imath}$$

$$\therefore \quad \vec{a}_{CM} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1+m_2} = \left[\frac{2Am_1 + n(n-1)Cm_2t^{n-2}}{m_1+m_2}\right]\hat{\imath}$$

$$\text{y} \quad \vec{F}_{ext} = (m_1+m_2)\,\vec{a}_{cm} \;// \quad (\text{Sobre el sistema})$$

$$\vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1 = 2Am_1\,\hat{\imath} \;//$$

$$\vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2 = n(n-1)Cm_2t^{n-2}\,\hat{\imath} \;// \quad \Rightarrow$$

No es posible tener información de las fuerzas internas !!!

La variación del momentum del sistema viene dado por el impulso:

$$\Delta\vec{P}_{SIST} = \int_{t_0}^{t_f} \vec{F}_{ext}\, dt = \left[2Am_1 \int_{t_0}^{t_f} dt + n(n-1)Cm_2 \int_{t_0}^{t_f} t^{n-2}\, dt\right]\hat{\imath}$$

$$= \left[2Am_1(t_f - t_0) + n\cancel{(n-1)}Cm_2 \frac{\left(t_f^{n-1} - t_0^{n-1}\right)}{\cancel{n-1}}\right]\hat{\imath}$$

$$\Delta\vec{P}_{SIST} = \left[2Am_1(t_f - t_0) + nCm_2\left(t_f^{n-1} - t_0^{n-1}\right)\right]\hat{\imath}$$