

Prueba 1
Mecánica
Licenciatura en Física - 2015
IPGG

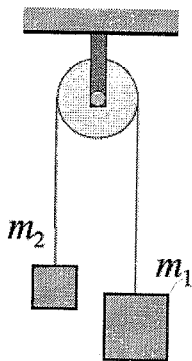
Conservación del momentum

Problema I : Un patinador de masa M esta parado sobre un estanque congelado cercano a un muro. Dicho sujeto sostiene una bola de masa $m \ll M$ y que posteriormente lanza contra el muro con una rapidez V_0 (velocidad medida respecto al suelo). Considere que los rebotes en la pared son de tipo elástico:

- ¿Con que rapidez se mueve el patinador después de atrapar la bola la primera vez?.
- ¿Cuál es la velocidad del patinador después de la n -ésima atrapada?. (Suponga que siempre lanza la bola con velocidad V_0 respecto al suelo).

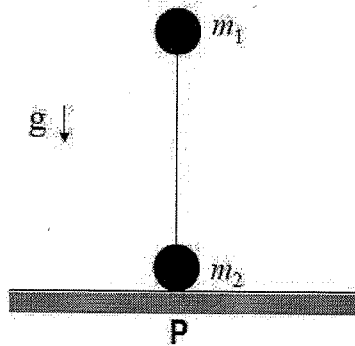
Aceleración del CM

Problema II : Dos bloques, de masas m_1 y m_2 , con $m_1 > m_2$, están unidos mediante un hilo flexible y ligero que pasa por una polea lisa, tal como se muestra en la figura. Hallar la aceleración y la velocidad del centro de masa del sistema de dos bloques cuando este parte del reposo.



Dinámica del CM

Problema III : Dos esferas de masas m_1 y m_2 están unidas por una barra de masa despreciable y longitud L . Inicialmente el sistema se halla en equilibrio inestable, estando la barra en posición vertical y m_2 en contacto con una superficie horizontal, libre de rozamiento (ver figura). Se aparta el sistema de la posición de equilibrio inclinando levemente la barra. El sistema evoluciona de modo que en el estado final las dos bolas están en contacto con la superficie.



- Hallar la posición del centro de masa en el estado inicial.
- Hallar la componente horizontal de la velocidad del centro de masa.
- ¿A qué distancia de P quedará cada esfera en el estado final?

Sistemas de referencia

Problema IV : Dos masas m_1 y m_2 , penden de los extremos de un hilo inextensible que pasa a través de una polea ideal fija al techo de un ascensor. Halle la aceleración de las masas para un observador que se halla dentro del ascensor y para otro que se halla quieto afuera del ascensor si:

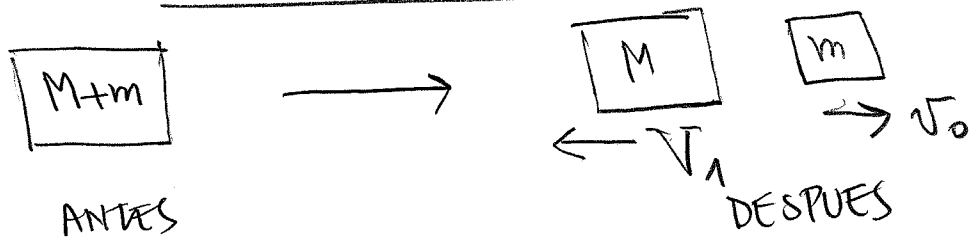
- El ascensor sube con velocidad constante.
- El ascensor sube con aceleración a .
- El ascensor baja con aceleración a .
- Se corta el cable del ascensor.

< CERTAMEN I >

21

PROBL 1

a) INICIO : LANZAMIENTO 1.

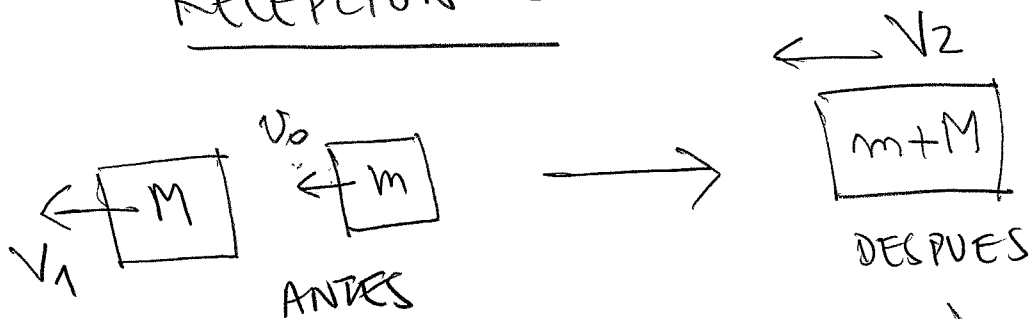


$$0 = MV_1 - mv_0$$

\Downarrow

$$V_1 = \left(\frac{m}{M} \right) v_0 //$$

RECEPCION 1.



$$MV_1 + mv_0 = (m+M)V_2$$

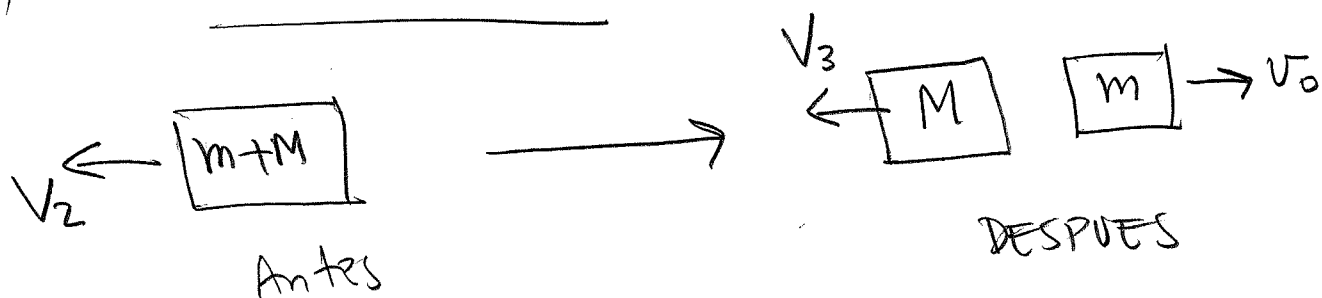
\Downarrow

$$M \left(\frac{m}{M} \right) v_0 + mv_0 = (m+M)V_2$$

\Downarrow

$$\frac{2mv_0}{M+m} = V_2 //$$

b)

LANZAMIENTO 2 α_2 

$$(m+M)v_2 = Mv_3 - mv_0$$

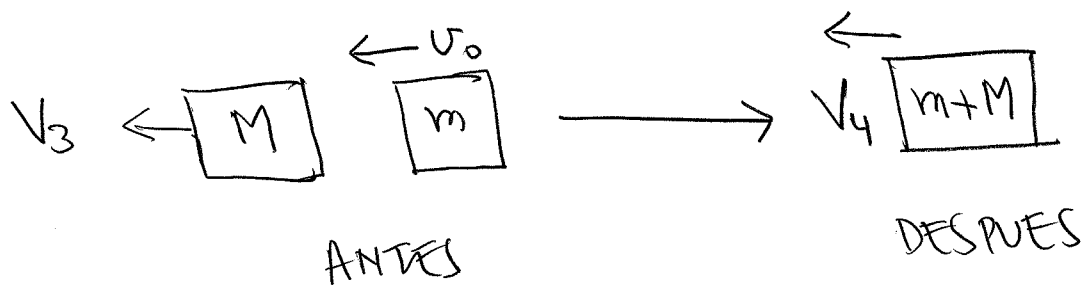
$$\Downarrow$$

$$\cancel{(m+M)} \frac{2mv_0}{\cancel{M+m}} = Mv_3 - mv_0$$

$$\Downarrow$$

$$3mv_0 = Mv_3$$

$$v_3 = \frac{3mv_0}{M}$$

RECEPCION 2

$$Mv_3 + mv_0 = (m+M)v_4$$

$$\cancel{M} \frac{3m}{\cancel{M}} v_0 + mv_0 = (m+M)v_4$$

$$\Downarrow$$



x_3

$$4m v_0 = (m+M) V_4$$



$$V_4 = 4 \left(\frac{m}{m+M} \right) v_0$$

Se deduce la segte. regla.

1^a atropada $V_2 = 2 \left(\frac{m}{m+M} \right) v_0$

2^a atropada $V_4 = 4 \left(\frac{m}{m+M} \right) v_0$

\vdots

3^a atropada $V_6 = 6 \left(\frac{m}{m+M} \right) v_0$

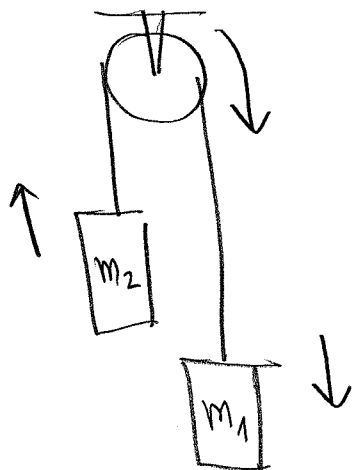
\vdots

2n-ésima atropada $V_{2n} = 2n \left(\frac{m}{m+M} \right) v_0$

PROBL. 2

dy

Evaluemos la aceleración del sistema.



DCL p/m1

$$m_1 g - T = m_1 a \quad (a)$$

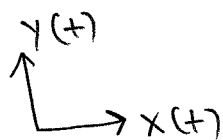
DCL p/m2

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (b)$$

Si sumamos $\rightarrow (a) + (b) \Rightarrow m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2) a$

$$a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

Por otro lado



$$\vec{a}_{cm} = \frac{\vec{a}_1 m_1 + \vec{a}_2 m_2}{m_1 + m_2} ; \text{ pero } \begin{aligned} \vec{a}_1 &= -a \hat{j} \\ \vec{a}_2 &= a \hat{j} \end{aligned}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{(-a m_1 + a m_2) \hat{j}}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore \vec{a}_{cm} = \frac{(m_2 - m_1)a}{m_1 + m_2} \hat{j}$$

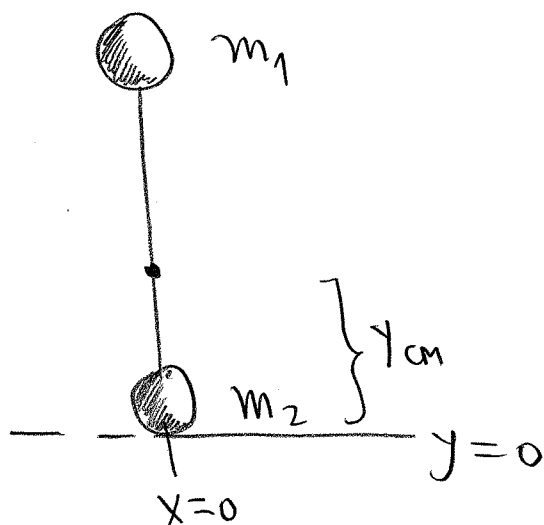
$$\vec{a}_{cm} = - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g \hat{j} //$$

→ CM está acelerado hacia abajo.

PROBL. 3

26

a)



$$x_{cm} = 0$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 L + m_2 \cdot 0}{m_1 + m_2} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) L //$$

b) (*) Análisis \Rightarrow sobre el sist. horizontalmente existen fuerzas externas, por lo tanto

$$P_{sist, x} = cte \Rightarrow v_{cm, x} = cte = 0 \text{ (Parte del reposo)}$$

(**) Análisis \Rightarrow verticalmente existen fuerzas no equilibradas sobre el sistema, por lo tanto $a_{cm, y} \neq 0$.

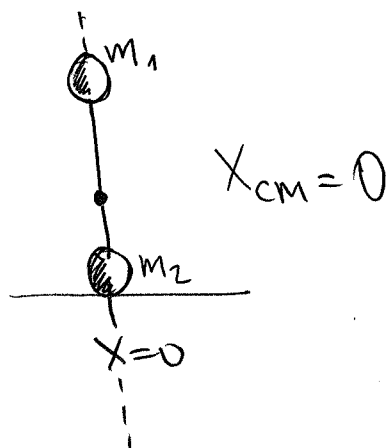
c) lungo

$$F_{\text{ext},x}=0 \Rightarrow v_{\text{cm},x}=0 \Rightarrow X_{\text{cm}}=\text{cte.}$$

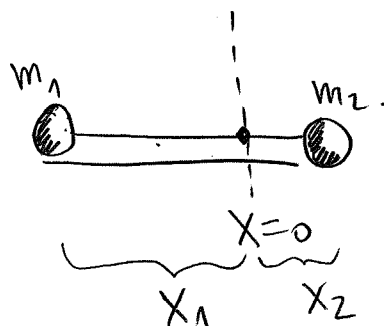
7

\therefore

Ante



Dopo



$$\square X_1 + X_2 = L.$$

\therefore

$$X_{\text{cm}}=0 = \frac{-m_1 X_1 + m_2 X_2}{m_1 + m_2}$$

però

$$0 = m_2 X_2 - m_1 X_1 \quad ; \quad X_1 = L - X_2$$

$$0 = m_2 X_2 - m_1 L + m_1 X_2$$

$$0 = (m_1 + m_2) X_2 - m_1 L$$

\Downarrow

$$X_2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) L //$$

\Downarrow

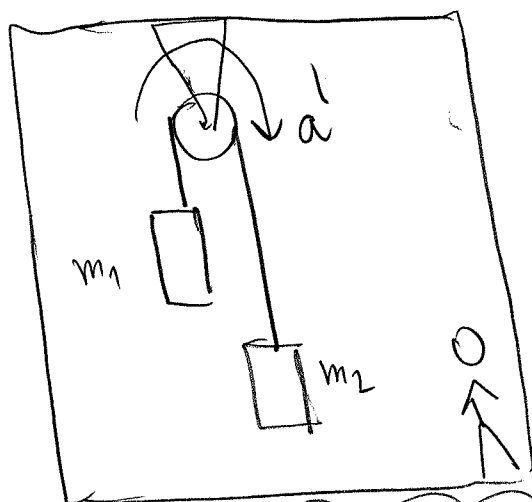
$$X_1 = L - X_2 = \frac{(m_1 + m_2)L - m_1 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} //$$

PROBL. 4

18

Analizamos el caso genérico con ascensor acelerado hacia arriba con aceleración " a "

- a) Desde el sist. de referencia de un observador dentro del ascensor se tiene que



DCL p/m₁

$$-m_1 g - m_1 a + T = m_1 a' \quad (i)$$

DCL p/m₂

$$m_2 g + m_2 a - T = m_2 a' \quad (ii)$$

a = aceleración del sistema vista por el observador en el ascensor

Si sumamos (i) + (ii)

$$\Downarrow$$
$$(m_2 - m_1)g + (m_2 - m_1)a = (m_1 + m_2)a'$$

$$\text{luego } a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) (g + a) //$$

b) La situación anterior con a hacia abajo

$$a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) (g - a)$$

c) Si mueve a velocidad cte . (subiendo o bajando) $a = 0$.

$$\Downarrow$$
$$a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

d) si se corte el cable del ascensor $\Rightarrow a = g$

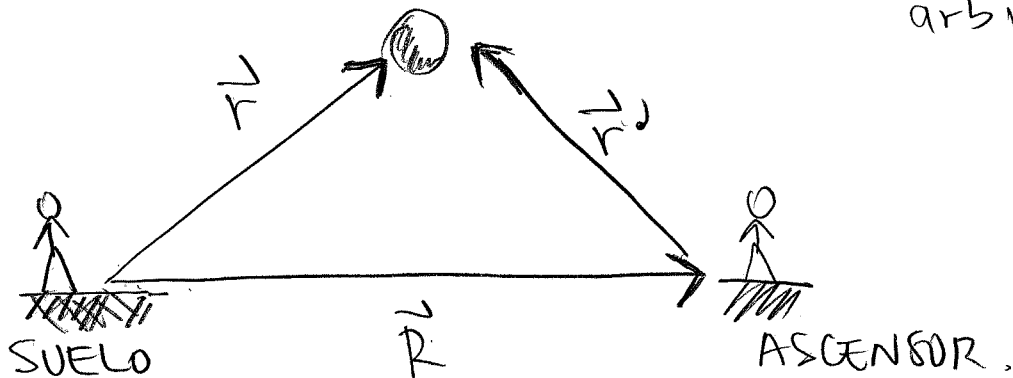
$$a' = 0 //$$

\rightarrow se deduce de item (b)

Para un observador en el suelo hacemos el siguiente análisis:

10

Análisis (para un cuerpo arbitrario m)



$$\vec{R} + \vec{r}' = \vec{r} \quad \left| \frac{d^2}{dt^2} \right.$$

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2 \vec{r}'}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

⇓
Aceleración
ascensor

⇓
Aceleración
de m respecto
al observador
en el ascensor

⇓
Aceleración de
 m respecto a
observador
en el
suelo.

$$\vec{a} + \vec{a}' = \vec{A} \quad \left| \frac{d^2}{dt^2} \right.$$

11

Se tiene que para el observador en el ascensor el sistema tiene la aceleración siguiente para cada masa:

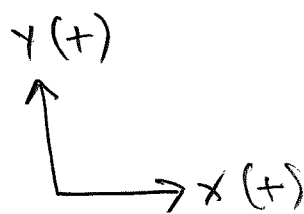
Para m_1

$$\vec{a}_1' = a' \hat{j}$$

↑ determinado

Para m_2

$$\vec{a}_2' = -a' \hat{j}$$



a) ascensor con $\vec{v} = cte$. ($\vec{a} = \vec{0}$)

$$\vec{A}_1 = \vec{a}_1' = a' \hat{j}$$

$$\vec{A}_2 = a_2' = -a' \hat{j}$$

$$\text{con } a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

b) ascensor con $\vec{a} = a \hat{j}$, luego

$$\vec{A}_1 = \vec{a} + \vec{a}_1' = (a + a') \hat{j}$$

$$\vec{A}_2 = \vec{a} + \vec{a}_2' = (a - a') \hat{j}$$

$$\text{con } a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) (g + a)$$

c) ascensor con $\vec{a} = -a \hat{j}$

$$\vec{A}_1 = \vec{a} + \vec{a}_1' = (-a + a') \hat{j}$$

$$\vec{A}_2 = \vec{a} + \vec{a}_2' = (-a - a') \hat{j}$$

con

$$a' = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) (g - a)$$

d) ascensor con $\vec{a} = \vec{g} = -g \hat{j}$

$$\vec{A}_1 = -g \hat{j} + \cancel{\vec{a}'_1}^0 ; a'_1 = 0.$$

$$\vec{A}_2 = -g \hat{j} + \cancel{\vec{a}'_2}^0 ; a'_2 = 0.$$