Two-point angular correlation function

Profesor Eloy Alfaro
Estudiantes Nicolás Collipal - Saulo Bernal

¿Qué es una función de correlación angular?

La función de correlación angular se puede definir mediante la probabilidad condicional de encontrar una galaxia entre los ángulos sólidos separados por θ.

$$\delta P = \zeta^2[1 + \omega(\theta)]\delta\Omega_1\delta\Omega_2$$

Probabilidad condicional

Densidad superficial de los objetos

Correlación angular de theta

Ángulos sólidos de 2 objetos

Ventajas función correlación angular

La función correlación angular tiene muchas ventajas como estadístico de agrupamiento tales como:

- Es fácil y rápido de medir y su simplicidad hace que sea fácil de interpretar.
- Se adapta directamente al área de estudio con formas inusuales , límites complicados y regiones ocultas internas.
- Se puede relacionar con el agrupamiento espacial a través de la distribución radial de los objetos.

En conclusión la función correlación angular $\omega(\theta)$ es una estadística conveniente para proporcionar una comparación entre datos, la predicción teórica y entre los diferentes conjuntos de datos observacionales.

Desventajas función de correlación angular

La función correlación angular $\omega(\theta)$ no es una descripción completa del agrupamiento.

- Se pierde la información de fase.
- Dos campos de densidad de objetos diferentes pueden tener función de correlación idénticas.
- La función correlación es muy sensible al ruido de disparo y solo puede medirse con precisión en ángulos pequeños .
- El error en la medición de $\omega(\theta)$ es difícil de calcular para áreas de estudio pequeñas.
- $\omega(\theta)$ sufre defectos en los errores correlacionados entre contenedores $\Delta(\theta)$ adyacentes, lo que dificulta notoriamente la evaluación de la verdadera incertidumbre en su determinación.

Por lo tanto, ajustarle una función parametrizada es complicado desde el punto de vista de la minimización y la determinación del error .

Estimadores y errores

Si tenemos una distribución de n objetos, podemos estimar $\omega(\theta)$ con los siguientes pasos:

- Medimos Θ de cada par de objetos
- Contamos la cantidad de pares con separación de Θ a Θ + dΘ, DD(Θ) (D de data)
- Contamos la cantidad de pares con separación de Θ a Θ + dΘ, en una distribución aleatoria, RR(Θ) (R de random)

De esta manera se puede estimar $\omega(\theta)$ como:

$$\omega_0(\theta) = \frac{DD(\theta)}{RR(\theta)} - 1$$

Estimadores y errores

Sin embargo los efectos del borde de la muestra son importantes para este estimador, por lo que, usando el Método de Monte Carlo, se genera una comparación entre r puntos de una distribución aleatoria sobre los n de nuestra muestra:

$$\omega_1(\theta) = \frac{r(r-1)}{n(n-1)} \frac{DD(\theta)}{RR(\theta)} - 1$$

En este caso, este estimador también posee falencias, como lo es su varianza, por lo que se proponen 3 estimadores más para la función de correlación.

Estimadores y errores

$$\omega_2(\theta) = \frac{2r}{(n-1)}\frac{DD(\theta)}{DR(\theta)} - 1$$

$$\omega_3(\theta) = \frac{r(r-1)}{n(n-1)}\frac{DD(\theta)}{RR(\theta)} - \frac{r-1}{n}\frac{DD(\theta)}{DR(\theta)} + 1$$

$$\omega_4(\theta) = \frac{4nr}{(r-1)(n-1)}\frac{DD(\theta)\times RR(\theta)}{(DR(\theta))^2} - 1$$

Estos son los famosos estimadores de Peebles, Landy & Szalay y Hamilton, respectivamente

Estimadores y errores

Para reducir las fluctuaciones estadísticas se puede usar pocos conjuntos de muchos elementos aleatorios o muchos conjuntos de pocos elementos aleatorios.

En este caso la mejor solución es seleccionar m conjuntos de datos aleatorios, de esta manera si m>=10, el error se hace menor al 10% y puede ser despreciado.

Estos errores vienen la mayoría al tratar de estimar la función para ángulos grandes cuando los bordes de la muestra no están bien definidos.

Aun así el mejor estimador de $\omega(\theta)$ es el de Landy & Szalay

Efectos instrumentales

Hay dos efectos instrumentales que tienen un impacto serio en $\omega(\theta)$:

- Error de calibración a gran escala.
- Sobreresolucion.

Error de calibración: gradiente superficiales.

- Los errores de calibración a gran escala en los levantamiento producen gradiente o discontinuidad en la densidad de la superficie del objeto.
- Los problemas de calibración pueden deberse a errores de calibración de placa a placa en un estudio con telescopios o de calibración de intensidad de intensidad de área de un estudio de radio.
- Cambiar la densidad de superficie mejora falsamente los valores medidos de $\omega(\theta)$.

Esto se debe al a que el número de pares de galaxias cercanas en cualquier región depende de de la densidad de superficie local $(DD \propto \bar{\zeta}^2)$ pero el número de pares sobre el celo depende de la densidad superficial promedio $(RR \propto (\bar{\zeta})^2)$ las fluctuaciones sistemáticas significan que $\bar{\zeta}^2 > (\bar{\zeta})^2$ aumentando $\omega(\theta)$ por :

$$\Delta\omega(\theta) = \frac{\bar{\zeta}^2}{(\bar{\zeta})^2} - 1 = \bar{\delta}^2$$

Error de calibración: gradiente superficiales.

- Donde $\delta = (\zeta - \bar{\zeta})/\bar{\zeta}$ es la sobredensidad superficial.
- La ecuación anterior se aplica a escalas angulares menores que aquellas en que la superficie suele variar, en escalas más grandes, la estimación DD en este modelo es incorrecta.

hay tres maneras de ajustar los errores:

1. Volver al levantamiento y tratar de minimizar la fluctuación de la densidad superficial con mayor calibración y análisis.
2. Restringir el análisis a un flujo , magnitud o rango del cielo en el que tales efectos sean mínimos.
3. Modular conjuntos de comparación aleatorios para que tengan las mismas densidades de superficie que los datos.

Sobreresolucion: objetos de múltiples componentes.

- Si la resolución del telescopio es lo suficientemente alta como para dividir entidades individuales en una o más componentes, existe un gran peligro de que las mediciones del ángulo más pequeño de $\omega(\theta)$ estarán contaminadas por una contribución excesiva de pares cercanos aparentes debido al mismo objeto.

El agrupamiento espurio resultante en separaciones pequeñas necesita ser cuantificado antes de que la cosmología pueda resultar de tales análisis, para hacerlo se debe:

1. convertir algunos miembros de una distribuciones en n puntos en objetos de componentes múltiples, reemplazando puntos individuales por grupos de puntos apretados.
2. tomar ángulos θ lo suficientemente pequeños como para que el conteo de pares este dominados por pares dentro de grupos individuales.

La función de correlación angular en ángulos pequeños está compensado por:

$$\Delta\omega(\theta) = \frac{ef(\theta)}{(\bar{c})^2 \zeta \pi \theta}$$