Física Contemporánea

Dr. Víctor H. Cárdenas
Instituto de Física y Astronomía
Universidad de Valparaíso

9. Relatividad Especial

- Sistemas inerciales
- Experimento de Michelson-Morley
- Transformaciones de Lorentz

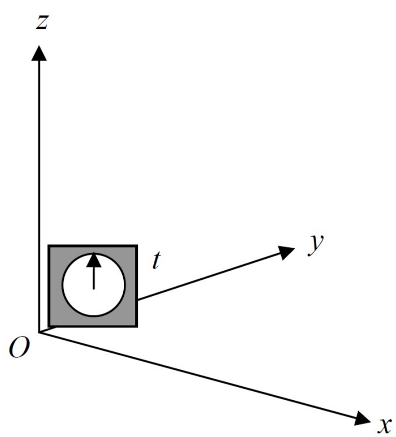
9. Relatividad Especial

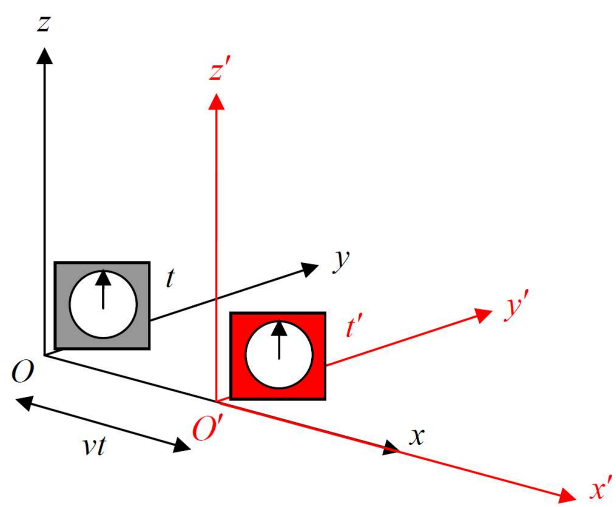
Sistemas inerciales y Leyes de Newton

Principio de Relatividad

The Laws of Physics are the same in all inertial frames of reference.

Un sistema inercial es aquél definido por la primera ley de Newton.





$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t.$$

Transformadas de Galileo

Coordenadas

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t.$$

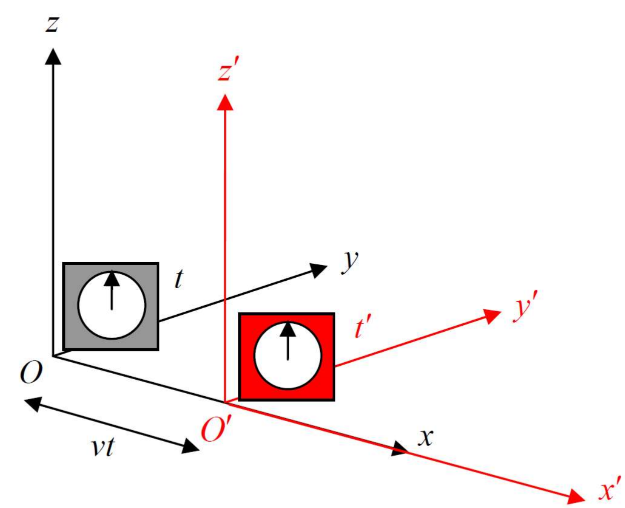
Velocidades

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x - vt\right) = \frac{dx}{dt} - v = u_x - v.$$

$$u_x = u'_x + v.$$

Aceleración

$$\frac{du'_x}{dt'} = \frac{du'_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(u_x - v\right) = \frac{du_x}{dt} \qquad a'_x = a_x$$



Ejemplo: ley de Gravitación (trabajo 1)

$$m_1\vec{a} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

Y el electromagnetismo? (trabajo 2)

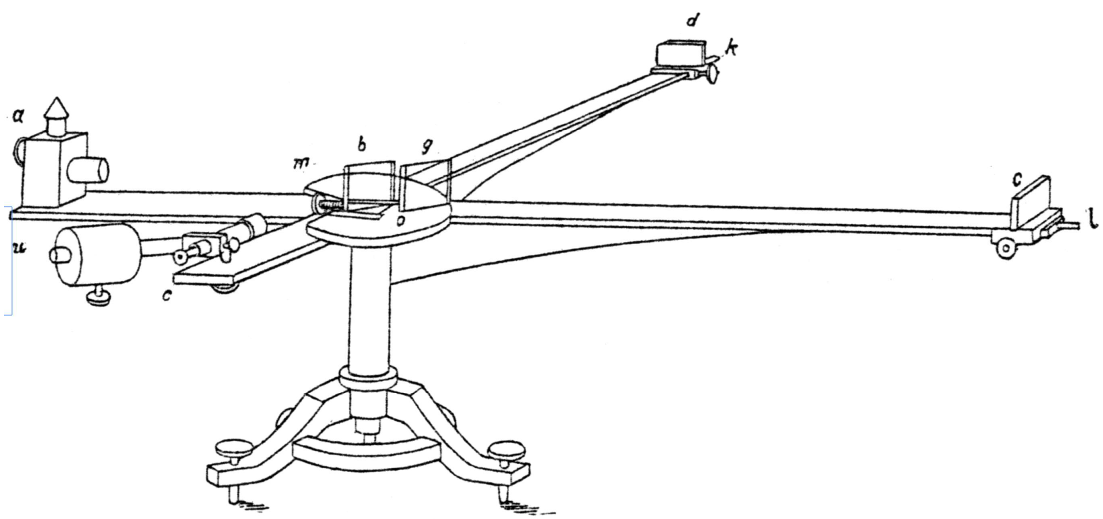
Experimento de Michelson-Morley

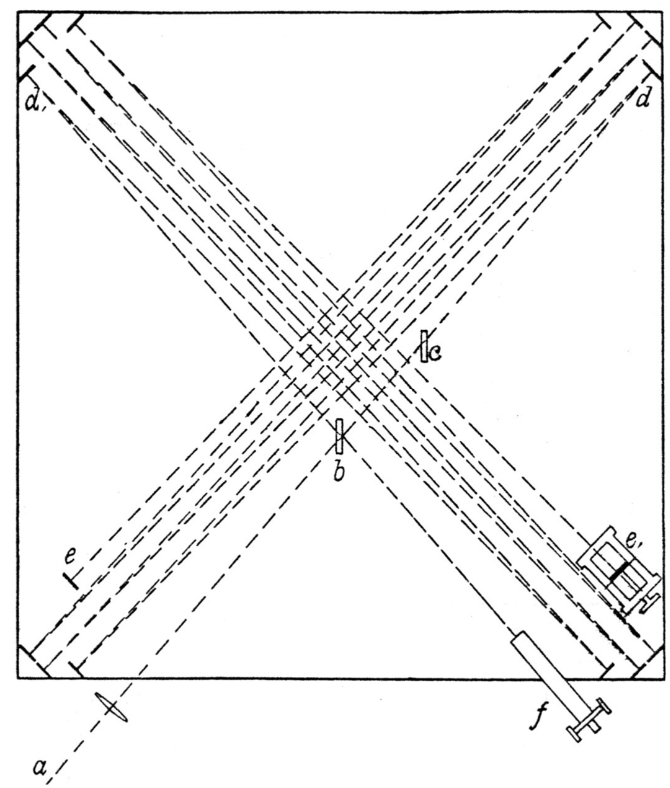
<u>Mediciones de la velocidad de la luz</u>

1676, Ole Roemer (eclipse de *Io* en Júpiter; Trabajo 3)

1728, James Bradley (aberración estelar; Trabajo 4)

1850, Fizeau y Foucault (trabajo 5 y 6)

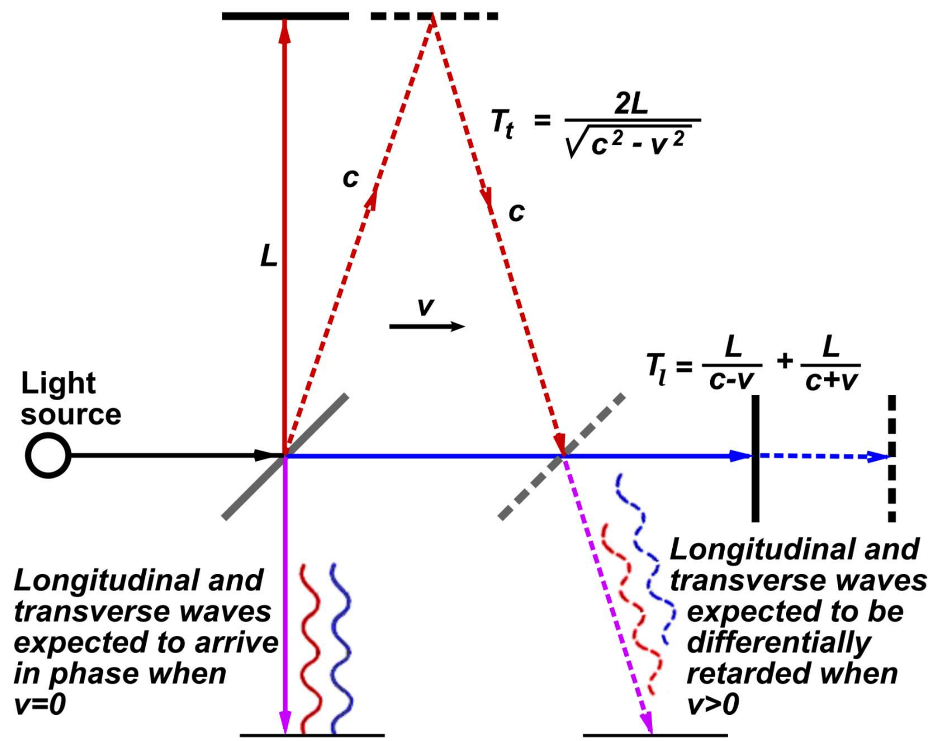




Experimento de Michelson-Morley (trabajo 7)

$$T_\ell = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2L}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$T_t = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{2L}{c}\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)$$



La diferencia de camino

$$\Delta_1 = 2\left(\frac{L}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right),$$

$$\Delta_2 = 2\left(\frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{L}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$$

El numero de franjas que se correría

$$n = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\lambda} \approx \frac{2Lv^2}{\lambda c^2}.$$

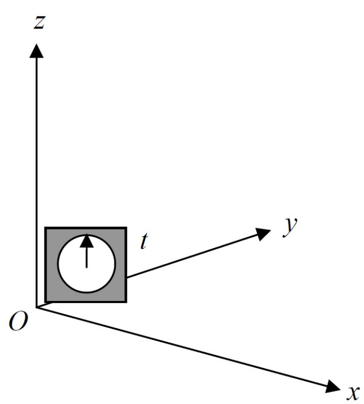
Relatividad

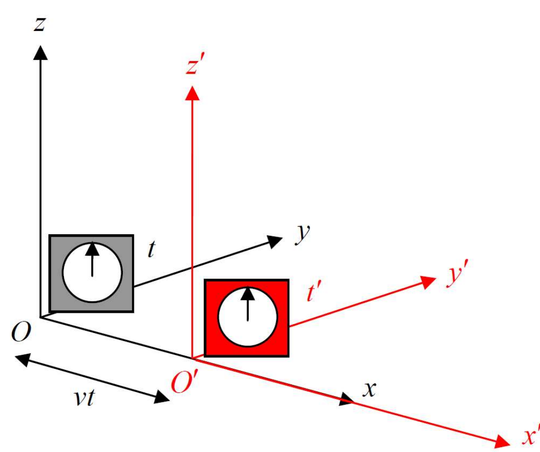
❖Principio de relatividad

> *The Laws of Physics are the same in all Inertial Frames.*

❖Constancia de la velocidad de la luz *c*

El resultado del experimento de MM queda claro: la velocidad de la luz es *c* relativo al observador





https://lab.eldiario.es/diadelamujer/mileva-maric/

Transformaciones de Lorentz

$$
\begin{aligned}
x' &= Ax + Bt, \\
t' &= Cx + Dt,
\end{aligned}
\qquad
\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}
$$

El origen O' (*x' = 0*) se mueve a *v* desde el origen O, luego $B = -vA$

$$x' = A(x - vt),$$

El origen O (*x = 0*) se mueve a –*v* desde el origen O', así $x' = -vt'$

Entonces, combinando con las anteriores $D = A$

$$t' = Cx + At = A(Fx + t),$$

Usando $A = \gamma$

$$
\begin{aligned}
x' &= \gamma\,(x - vt), \\
t' &= \gamma\,(Fx + t),
\end{aligned}
\qquad
\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -v \\ F & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix},
$$

Transformaciones de Lorentz

$$\begin{aligned} x' &= \gamma\,(x - vt), \\ t' &= \gamma\,(Fx + t), \end{aligned} \qquad \begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -v \\ F & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix},$$

La velocidad de la luz debe ser la misma en ambos sistemas de referencia

$$c^2 t'^2 = x'^2, \qquad c^2 t^2 = x^2 \qquad\qquad c^2 F = -v$$

entonces

$$\boxed{x' = \gamma(x - vt) \quad t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})}$$

Trasformar de O a O' y luego de O' a O deberíamos obtener las coordenadas iniciales

$$\begin{aligned} x'' &= \gamma(x' + vt') = \gamma(\gamma(x - vt) + v(\gamma(t - \frac{vx}{c^2}))) \\ x'' &= \gamma^2(x - vt) + v\gamma^2(t - \frac{vx}{c^2}) \\ x'' &= \gamma^2(x - vt + vt - \frac{v^2 x}{c^2}) \\ x'' &= \gamma^2(1 - \frac{v^2}{c^2})x \end{aligned}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},}$$

Transformaciones de Lorentz

$$\boxed{x' = \gamma(x - vt) \quad t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})}$$

Podemos escribir

$$\begin{bmatrix} x'^0 \\ x'^1 \\ x'^2 \\ x'^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda^0{}_0 & \Lambda^0{}_1 & \Lambda^0{}_2 & \Lambda^0{}_3 \\ \Lambda^1{}_0 & \Lambda^1{}_1 & \Lambda^1{}_2 & \Lambda^1{}_3 \\ \Lambda^2{}_0 & \Lambda^2{}_1 & \Lambda^2{}_2 & \Lambda^2{}_3 \\ \Lambda^3{}_0 & \Lambda^3{}_1 & \Lambda^3{}_2 & \Lambda^3{}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

$$x'^\nu = \Lambda^\nu{}_\mu x^\mu,$$

Un vector *contravariante* transforma: $\boxed{A'^\nu = \Lambda^\nu{}_\mu A^\mu\,.}$

Vector *covariante* a partir del contravariante: $x_\nu = \eta_{\mu\nu} x^\mu,$

Así mismo: $x^\mu = \eta^{\mu\nu} x_\nu,$

La trasformación de un vector covariante: $A'_\nu = \eta_{\rho\nu} \Lambda^\rho{}_\sigma \eta^{\mu\sigma} A_\mu.$

$$\eta_{\rho\nu} \Lambda^\rho{}_\sigma \eta^{\mu\sigma} = \left(\Lambda^{-1}\right)^\mu{}_\nu \equiv \Lambda_\nu{}^\mu$$

Finalmente

$$\boxed{A'_\nu = \Lambda_\nu{}^\mu A_\mu.}$$

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Covarianza de la electrodinámica

Trabajo 8: mostrar que la ecuación de onda es invariante frente a las TL.

Trabajo 9: mostrar que las ecuaciones de Maxwell son invariantes frente a TL.

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{c}E_x & -\frac{1}{c}E_y & -\frac{1}{c}E_z \\ \frac{1}{c}E_x & 0 & -B_z & B_y \\ \frac{1}{c}E_y & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{1}{c}E_z & -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$F^{\mu'\nu'} = \Lambda^{\mu'}{}_{\mu}\Lambda^{\nu'}{}_{\nu}F^{\mu\nu}.$$