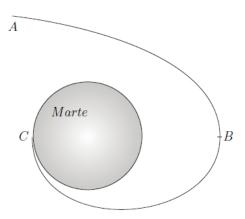


## Prueba Módulo IV FORMA B Mecánica

Licenciatura en Física - 2020<sup>1</sup>

## Problema I: Parábolas, elipses y Marte

Una nave de masa m se aproxima a Marte (de masa M) en una órbita AB parabólica (es decir que su energía mecánica es E=0). Cuando la nave alcanza el punto B de mínima distancia a Marte, frena usando sus cohetes por un tiempo muy pequeño, disminuyendo su energía y pasando a una órbita elíptica tan bien calculada que amartiza en un punto C en forma tangencial a la superficie marciana y opuesto al punto B:



Considere como datos conocidos los siguientes: m, M,  $r_B$  (distancia del centro de Marte al punto B) y el radio  $R_M$  de Marte. Obtenga para m:

- 1. (15%) La velocidad  $V_B$  de la nave en B justo antes de frenar.
- 2. (20%) El momentum angular en algún punto de la trayectoria AB.
- 3. (25%) La energía mecánica cuando la nave está en su orbita elíptica y la velocidad  $V_B'$  en B justo después de frenar.
- 4. (15%) La velocidad<br/>  $V_C'$  con que llega a C.

 $^{1}$ Hora de INICIO: 14:00 hrs. Hora de TËRMINO: 17:30 hrs.

Enviar a e-mail: ivan.gonzalez@uv.cl

5. (25%) Suponiendo que la razón entre los ejes geométricos de la trayectoria elíptica es 2:1, ¿cuál es la rapidez angular de m cuando está a la mitad del camino BC?.

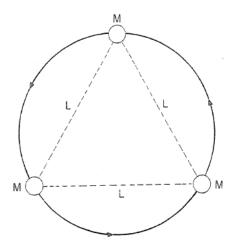
**Obs.:** Puede ser útil revisar la sesión online 37.

## Problema II: Un sistema ternario

Tres cuerpos celestes idénticos, de masa M cada uno, están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado L (ver figura). El conjunto está girando con un movimiento circular uniforme en torno a su CM y sobre cada cuerpo actúan solamente las fuerzas gravitacionales ejercidas por los otros dos cuerpos.

**Obs.:** Para normalizar la notación etiquetaremos e las masas de la siguiente manera:  $M_1$  la masa inferior izquierda,  $M_2$  la masa inferior derecha. Al final de algún cálculo puede hacer el reemplazo  $M_1 = M_2 = M_3 = M$ .

**Obs.:** Recuerde que:  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , etc. **Obs.:** Para responder a las preguntas a continuación, considere un sistema coordenado cartesiano (con signatura estándar) con origen coincidente con la masa  $M_1$ .

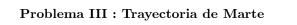


## Determine:

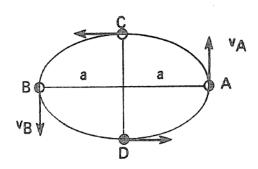
- 1. (10%) Los vectores posición de cada masa.
- 2. (15%) La posición del CM  $\overrightarrow{r}_{CM}$  del sistema y evalúe su magnitud. ¿Qué ángulo forma con el eje horizontal?.
- 3. (20%) Determine la fuerza total sobre la masa  $M_1$ , llamemos a esta fuerza  $\overrightarrow{F}_1$ . Luego, halle  $|\overrightarrow{F}_1|$  y evalúe el producto interno  $\overrightarrow{F}_1 \times \overrightarrow{r}_{CM}$ . ¿Tiene algún significado este último resultado?.
- 4. (25%) La magnitud de la velocidad  $\overrightarrow{V}$  de cada cuerpo y el período de la órbita.

- 5. (10%) El tiempo que demora  $M_1$  en ocupar la posición de  $M_2$ .
- 6. (20%) El vector velocidad de la masa ubicada en el origen.

Obs.: La circunferencia de la figura indica la órbita que cada cuerpo tiene.



La figura representa la trayectoria del planeta Marte en torno al Sol. Dicha trayectoria es elíptica y AB y CD representan, respectivamente, el eje mayor y el eje menor de la elipse:



**Obs.:** Cabe decir que para este ejercicio dos respuestas erradas anulan una respuesta correcta. Es **VERDADERO/FALSO** afirmar que:

- 1. El Sol está localizado exactamente en el punto de concurrencia de las rectas AB y CD (centro de la elipse).
- 2. Siendo  $\overrightarrow{V}_A$  y  $\overrightarrow{V}_B$  las velocidades de Marte en A y B respectivamente, se tiene entonces que  $V_A=V_B$ . Demuestre su respuesta.
- 3. Siendo  $\overrightarrow{F}_C$  y  $\overrightarrow{F}_D$  las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en C y D, es cierto que  $\overrightarrow{F}_C$  y  $\overrightarrow{F}_D$  son iguales, colineales, pero de sentidos contrarios. Argumente.
- 4. Siendo a el valor del semieje mayor de la elipse, la aceleración de Marte,  $a_{Marte}$  en el punto A vale  $a_{Marte} = \frac{GM_{Sol}}{a^2}$ . Argumente.
- 5. Siendo  $F_A$  y  $F_B$  las magnitudes de las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en A y B, tenemos que  $F_A$  es diferente de  $F_B$ . Argumente.
- 6. Las velocidades  $\overrightarrow{V}_C$  y  $\overrightarrow{V}_D$  son iguales.
- 7. La energía cinética en D es menor que en el perihelio. Argumente.