Guía 2

Licenciatura en Física - 2015
Métodos Matemáticos II

Propiedades de la Delta Dirac : $\boldsymbol{\delta}(x)$

- Suponiendo que $f(\infty) \to 0$ utilice integración por partes para demostrar que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta(x-a)\,dx = f(a)$$

- Demuestre que:

a).- $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta'(x)\,dx = -f'(0)$

b).- $x\delta(x) = 0$

c).- $f(x)\,\delta(x-a) = f(a)\,\delta(x-a)$

d).- $\delta(-x) = \delta(x)$

e).- $\delta(ax) = \dfrac{1}{|a|}\delta(x)$

f).- $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-\beta)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\,dx$

g).- $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x)\,dx = 0$

h).- $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(n)}(x-a)\,f(x)\,dx = (-1)^n f^{(n)}(a)$

i).- $\delta^{(n)}(-x) = (-1)^n\,\delta^{(n)}(x)$

j).- $x\delta^{(n)}(-x) = -n\delta^{(n-1)}(x)$

k).- $\delta^{(n)}(x) = (-1)^n\,n!\dfrac{\delta(x)}{x^n}$

l).- $\int_{-1}^{1} \delta\left(\frac{1}{x}\right) dx = 0$

Representaciones de $\boldsymbol{\delta}(\cdot)$ en otros sistemas coordenados

---

En coordenadas cartesianas se tenía que $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0) = \delta(x_1 - x_{10})\,\delta(x_2 - x_{20})\,\delta(x_3 - x_{30})$, en un sistema coordenado diferente y con variables (ξ_1, ξ_2, ξ_3) se tiene que:

$$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0) = \frac{\delta(\xi_1 - \xi_{10})\,\delta(\xi_2 - \xi_{20})\,\delta(\xi_3 - \xi_{30})}{J}$$

siendo J el Jacobiano de la transformación.

$$J = \det(T)$$

siendo los elementos de la matriz T descritos como:

$$T_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$$

Determine la representación de la delta Dirac en coordenadas esféricas, cilíndricas y elípticas.
