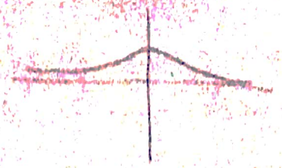
Tarea 1 - Física Contemporánea

Fabián Trigo

1) a) $E_1 = \dfrac{5E_0}{(4x-3t)^2+2}$

Sketch



$t=0$

E_0, x

$E_2 = \dfrac{-5E_0}{(4x+3t-6)^2+2}$

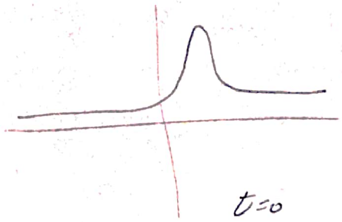
$t=0$

E_0, x

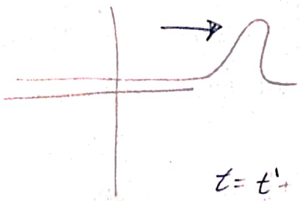
mientras t aumenta

E_1) con $\dfrac{dE_1}{dt} = \dfrac{15E_0 \cdot 2}{((4x-3t)^2+2)}(4x-3t)$

al aumentar t se mueve hacia la derecha



$t=0$



$t=t'$ $\quad t'>0$

algebraicamente ocurre debido a que el polo de la función cambia

el polo ocurre cuando

$E_1 = \dfrac{5E_0}{(4x-3t)^2+2}$ $\qquad (4x-3t)^2=0$

al incrementar t también ha de hacerlo X para producir el polo o nuestra onda como lo tratamos. Por ello se corre a la derecha

E_2) $E_2 = \dfrac{-5E_0}{(4x+3t-6)^2+2}$ $\qquad$ el polo ocurre en $(4x+3t-6)^2=0$

al incrementar t, para producir el polo x debe de ser más negativo. por ello la onda avanzará a la izquierda

$t=0$ $\qquad t>0$

1b) corrección

1) b) $E_1+E_2 = 5E_0\left(\frac{1}{(4x-3t)^2+2} - \frac{1}{(4x+3t-6)^2+2}\right) = E_s$

c)

$$E_s = 5E_0\left(\frac{(4x+3t-6)^2+2-(4x-3t)^2 - 2}{\left((4x-3t)^2+2\right)\left(4x+3t-6)^2+2\right)}\right) = 0$$

$$(4x+3t-6)^2+2-(4x-3t)^2-2 = 0$$

$$(4x+3t-6)^2 = (4x-3t)^2 \quad /\sqrt{\ }$$

Caso ①
signos opuesto

$$4x+3t-6 = -4x+3t$$
$$8x-6=0$$
$$\boxed{x = -\tfrac{3}{4}} \text{ nodo}$$

la superposición es siempre 0

Caso ②
signos iguales

$$4x+3t-6 = 4x-3t$$
$$6t = 6$$
$$\boxed{t=1}$$

tiempo donde la superposición es 0 en todos lados.

Escaneado con CamScanner

a) en fase $\epsilon = \epsilon_i = \epsilon_j$

γ = amplitud original

E_0 = amplitud resultante

$$\boxed{E_0^2 = n\gamma^2 + 2\gamma^2\left(\sum_{j>i}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left(c(\epsilon_j)\,c(\epsilon_i) + s(\epsilon_j)\,s(\epsilon_i)\right)\right)}$$

expresión para superposición de ondas de igual amplitud y frecuencia para diferentes fases n = n° fuentes

$\Downarrow$

$$E_0^2 = \gamma^2\left[n + 2\sum_{j>i}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left(c^2(\epsilon) + s^2(\epsilon)\right)\right]$$

$$E_0^2 = \gamma^2\left[n + 2\sum_{j>i}^{n}\sum_{i=1}^{n}(1)\right]$$

/ para $n = 100$

$$\sum_{j>i}^{n}\sum_{i=1}^{n}(1) = 333\,300$$

$$|E_0| = \left|\sqrt{100 + 2\,(333\,300)}\;\gamma\right| \quad / \gamma = 0{,}02$$

$$|E_0| = 16{,}33 \;//$$

b) fases aleatorias

$$\sum_{j>i}^{n}\sum_{i=1}^{n} c(\epsilon_j)\,c(\epsilon_i) + s(\epsilon_j)\,s(\epsilon_i) = 0$$

$c(\epsilon_j) = \cos(\epsilon_j)$

$s(\epsilon_i) = \sin(\epsilon_i)$ rango $[-1, 1]$

de ser aleatorios y muchas fuentes la suma tiende a ser la sumatoria de todos los elementos dentro del rango

$$-1 - 0{,}9 - 0{,}8 - 0{,}88 - \ldots + 1 + 0{,}9 + 0{,}8 + 0{,}88 + \ldots = 0$$

se cancelan

$$\therefore E_0^2 = n\gamma^2 = 100 \cdot (0{,}02)^2$$

$$|E_0| = 0{,}2 \;//$$

3) a) amplitud | $A = |y|_{max} = 3$ //

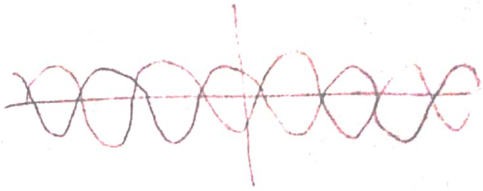
frecuencia | $\frac{\partial}{\partial t} y = 0$ no hay dependencia temporal
no existe frecuencia //

longitud onda | $y = 3\sin(Kx)$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $k = \frac{\pi}{10}$

$\boxed{\frac{2}{10} = \lambda}$ [m] //

dirección onda
con tal resultado |

para producir una onda estacionaria
con nodos definidos
se requieren dos ondas identicas
pero en direcciones opuestas.



b) nodo | $y = 0$

$\sin(\pi \frac{x}{10}) = 0$ / $\sin(\varphi) = 0$ $\varphi \in \{0, \pi, 2\pi\}$
$\therefore \varphi \in \{2\pi + 2k\pi, \pi + 2k\pi\}$ $k \in$

$\frac{\pi}{10} x = \pi + 2k\pi$ & $\frac{\pi}{10} x = 2\pi + 2k\pi$

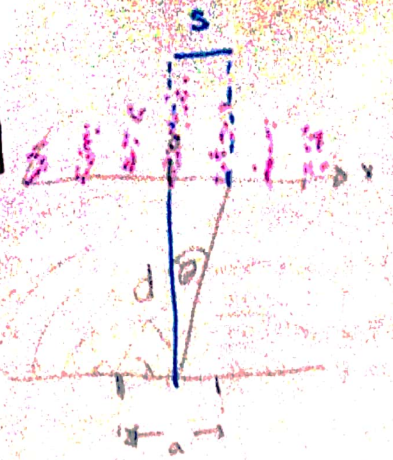
$x_1 = 10 + 20k$ [m] $x_2 = 20 + 20k$ [m]

distancia internodal $k=1$; $x_2 - x_1 = 10$ [m] // distancia internodal

c) no habria ninguna $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$
es estatica

4)

a)



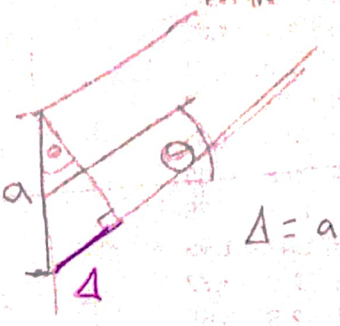
d espaciado

$x = d\tan\theta \approx d\sin\theta$ θ pequeño

Condición de brillo en franja

$\Delta = m\lambda$

diferencia de camino entre haces



$\Delta = a\sin\theta$

So:

$$\Delta = m\lambda$$

$$\boxed{a\sin\theta = m\lambda} \qquad m \in \mathbb{N}^{+0}$$

Condición luz (interf. constructiva)

y para distancia entre franjas hacemos la diferencia entre 2 m's consecutivas $(m = 0, 1)$

espaciad

$X_0 = d\sin\theta_0 \qquad a\sin\theta_0 = m_0\lambda \qquad /+(1)$

$X_1 = d\sin\theta_1 \qquad a\sin\theta_1 = m_1\lambda \qquad /-(0)$

$X_1 - X_0 = d(\sin\theta_1 - \sin\theta_0)$ donde $\sin\theta_0 = \dfrac{m_0\lambda}{a}$

$X_1 - X_0 = d\left(\dfrac{m_1\lambda}{a} - \dfrac{m_0\lambda}{a}\right) \quad / \begin{matrix} m_0 = 0 \\ m_1 = 1 \end{matrix}$ $\sin\theta_1 = \dfrac{m_1\lambda}{a}$

$X_1 - X_0 = d\left(\dfrac{\lambda}{a}\right) \quad /\cdot\dfrac{a}{\lambda}$

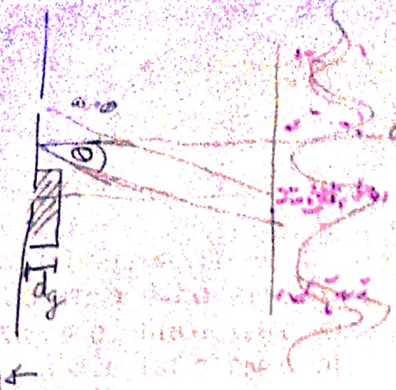
Se pide $X_1 - X_0 = 1 \text{ mm} = 1\times10^{-3} \text{ [m]}$

$\dfrac{a}{\lambda}\, 1\times10^{-3} \text{ [m]} = d \quad / \begin{matrix} a = 0{,}5 \text{ mm} \\ \lambda = 600 \text{ nm} \end{matrix}$

$\Rightarrow$ a) $\left[\, d = \dfrac{5}{6} \text{ [m]} \right]$

distancia a la que debe estar la pantalla

4) b



$\rightarrow d_g \leftarrow$

$n = 1{,}5$

la diferencia de camino al atraviesa un medio con índice refracción n y ancho d_g

$$OPL = \underbrace{\int_0^{x} n\,dl}_{\text{general}} = n d_g$$ ← aproximación con distancia a pantalla $\gg d_g$

So: la condición de luz del centro $\Delta = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}^{+0}$

el centro saca $m=0$

$$\Delta = \Delta_p + OPL = \underline{a\sin\theta + n d_g} = 0$$

en el caso anterior $m=0 \rightarrow \theta = 0$ osea que la línea central estaba en el centro. aquí vemos que $\theta \neq 0$ tendrá un desplazamiento

$$a\sin\theta = -n d_g$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(-\frac{n d_g}{a}\right) = \sin^{-1}\left(-\frac{1.5 \cdot 100 \times 10^{-6}\,[m]}{5 \times 10^{-4}\,[m]}\right)$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(-\frac{1{,}5 \cdot 1}{5}\right)$$

$$\theta = -17{,}45°$$

así que la franja del medio y por ende todas se correrán:

$$x = d\tan(-17{,}45°) \qquad / d = \frac{5}{6}\,m$$

$$x = -0{,}26\ [m]$$

$$|x| = 0{,}26\ [m] \;//$$ desplazamiento lateral de la franja

Escaneado con CamScanner

4c) ¿Que Δr provoca $+|X|$ de franjas de un max a un minimo?

$$\Delta_{Tm} = |\underbrace{m\lambda}_{max} - \underbrace{(m+\tfrac{1}{2})\lambda}_{min}| = \tfrac{1}{2}\lambda \quad //$$

← condicion ~~(?)~~ que provocaria desplzmto de un max a un minimo

$|x| = d\tan\theta$

$a\sin(\theta) = \Delta_{Tm}$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta_{Tm}}{a}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)$$

$d = \frac{5}{6}$ m

$a = 5\times10^{-4}$ m

$\lambda = 6\times10^{-7}$ (m)

$$|x| = d\tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)\right) = 5\times10^{-4}\,[m]$$

↑ distancia que debe moverse

¿Que Δr provoca eso?

$a\sin\theta + \Delta r = 0$ (move ~~rejilla~~ franja central $m=0$)

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta r}{a}\right)$$

$$|x| = 5\times10^{-4}\,(m) = \frac{5}{6}\,(m)\tan\left(\sin^{-1}\left(-\frac{\Delta r}{a}\right)\right)$$

$$\tan^{-1}\left(6\times10^{-4}\right) = \sin^{-1}\left(-\frac{\Delta r}{a}\right)$$

$$-a\sin\left[\tan^{-1}\left(6\times10^{-4}\right)\right] = \Delta r$$

$$\Delta r = -3\times10^{-7}\,(m) \quad ///$$

$$\boxed{\Delta r = 3\times10^{-7}\,(m)}$$

diferencia de camino que provoca eso