MMF I

COMPLEMENTO CLASE 5

Raíces de un complejo:
(Resumen)

Sea la ecuación: $\boxed{w^n = z}$ (con z conocido)

Las raíces de w son:

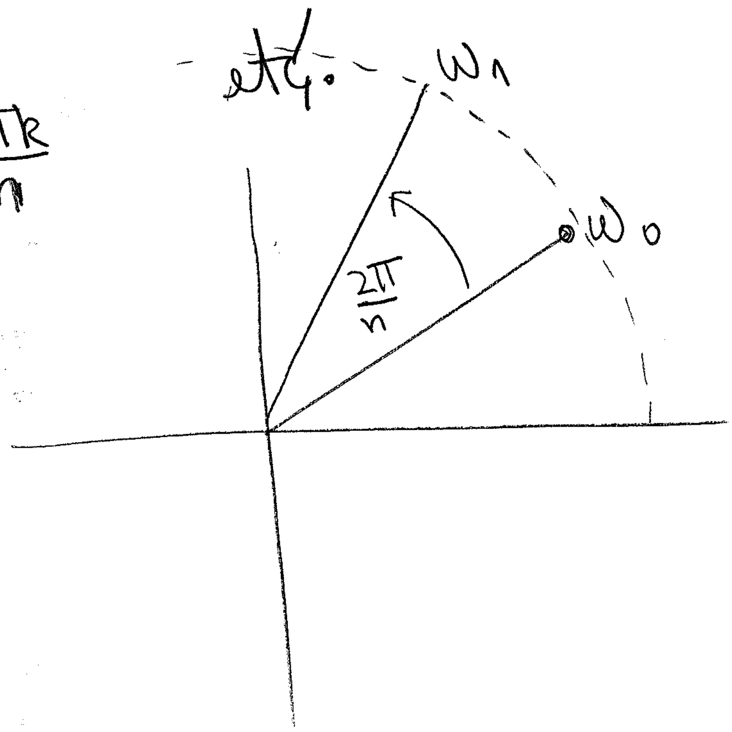
$$w_k = |z|^{1/n} e^{i \frac{\mathrm{Arg}(z) + 2\pi k}{n}}$$

con $k = 0, \ldots, n-1$

Obs. $w_0 = |z|^{1/n} e^{i \frac{\mathrm{Arg}(z)}{n}}$; $\mathrm{Arg}(z)$ = Argumento Principal de z.

$$\Downarrow$$

$$w_k = w_0 e^{i \frac{2\pi k}{n}}$$



<TAREAS>

α_1

1) Sea $n \in \mathbb{N}$ y $\omega = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

Evalúe:

a) $1 + \omega^m + \omega^{2m} + \dots + \omega^{(n-1)m}$

b) $1 - \omega^m + \omega^{2m} - \dots + (-1)^{n-1} \omega^{(n-1)m}$

2) Demuestre que

$$\big||z| - |w|\big| \leq |z - w|$$

3) Se conoce que $|z + w| \leq |z| + |w|$.
Demuestre por inducción que:

$$\left|\sum_{i=1}^{n} z_i\right| \leq \sum_{i=1}^{n} |z_i|$$

4) Pruebe que

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right)$$

α_2

5) Utilizando el teorema del binomio demuestre que $z = (1+ia)^n + (1-ia)^n$ es una cantidad real y donde $n \in \mathbb{N}$ y $a \in \mathbb{R}$.

6) Si la suma y el producto de dos complejos arbitrarios es real, demuestre entonces que estos son reales o complejos conjugados.