Luz y Materia

Como sabemos, una onda electromagnética que atraviesa materiales dieléctricos, cambiará su velocidad, ya que

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

y con esto se define el índice de refracción

$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$$

Experimentalmente se sabe que n depende de la frecuencia. A éste fenómeno se le conoce como dispersión.
Físicamente, los fotones se pueden "esparcir" (scatter) o absorver. Si la energía del fotón no alcanza a excitar el átomo, sí puede hacer oscilar la nube de electrones, haciendo que éstos re-emitan a la misma frecuencia.

Dispersión

El campo eléctrico oscilante de una O.E.M. hará que los electrones se vean forzados a oscilar a su frecuencia. Los electrones a su vez, tienen frecuencias de oscilación natural, dados por su estructura y temperatura. Podemos modelar entonces este proceso como un oscilador forzado.

$$F_e = q\vec{E} = q_e E_0 \cos\omega t \qquad \text{(forzamiento)}$$

y la ec. del electrón

$$m_e \ddot{x} = q_e E_0 \cos\omega t - m_e \omega_0^2 x$$

Usando el ansatz $x(t) = x_0 \cos\omega t \implies x_0 = \dfrac{q_e/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2}$

El índice de refracción se puede calcular

$$n \simeq \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

luego, como la polarización del medio $P = (\epsilon - \epsilon_0)E$, entonces podemos relacionar n con ω !!

La polarización P la estimamos como el momento dipolar total por el número de electrones N por unidad de volumen

$$P = q_e x N$$

así

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{N q_e^2}{\epsilon_0 m_e}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \qquad (\text{hacer!})$$

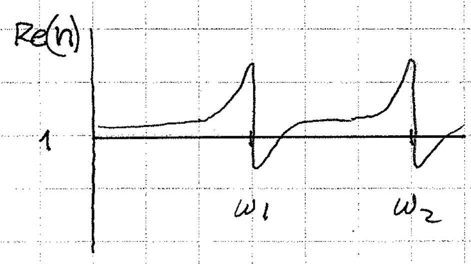
llamada ec. de dispersión.
Para $\omega^2 > \omega_0^2$ (frec. por encima de la resonancia) el índice de refracción será menor que 1. Para $\omega^2 < \omega_0^2$, n^2 será mayor que 1.
Por lo general, existen varias frecuencias de resonancia y por tanto varios cambios de $n < 1$ a $n > 1$. En general

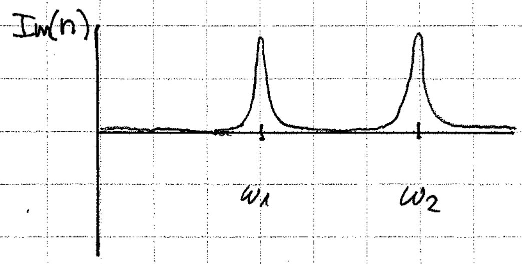
$$n^2(\omega) = 1 + \frac{N q_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \left(\frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}\right)$$

donde los f_j osciladores tienen frecuencias naturales ω_{0j}. Aquí $\sum f_j = 1$, así cada uno son "pesos" de c/ oscilador.
Agregando el término $m_e \gamma \dot{x}$ en la ec. de movimiento (amortiguamiento) el índice de refracción

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{N q_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}$$

Para sustancias transparentes (aire, vidrio, etc...) sus frec. naturales estan en el UV ($\omega_0^2 >> \omega$) para luz visible $\Rightarrow n \simeq$ const. A medida que ω aumenta, n aumenta lentamente con ω, así n es mayor para azul que para el rojo.
Las partes reales e imaginarias de n tienen la forma





Absorción

¿Como es que n es complejo? ¿Qué significa?
Escribamos

$$n = n' - in''$$

donde n', n'' son reales. Supongamos que sólo existe una frec. de resonancia. Entonces

$$E(z,t) = E_0 \exp\left[i\left(\omega t - (n_{real} + i n_{im})\omega \frac{z}{c}\right)\right]$$

$$= E_0 \exp\left[i\left(\omega t - n_{real}\frac{\omega z}{c}\right)\right] \exp\left[-n_{im}\frac{\omega z}{c}\right]$$

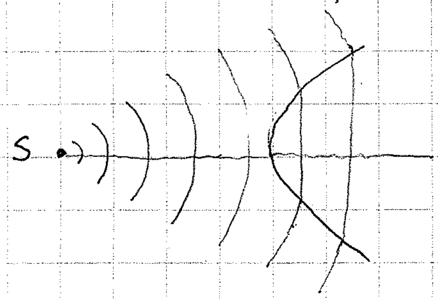
$\Rightarrow$ En un medio la onda oscila con ω, pero experimenta un cambio en su velocidad aparente a $v = c/n_{real}$. El cambio de velocidad se puede ver como un cambio de fase espacial por $(n_{real}-1)z/c$ comparado al haz viajando en el vacío. Tambien se ve que la amplitud del campo decae exponencialmente a medida que avanza por z por una ctd proporcional a n_{im}.

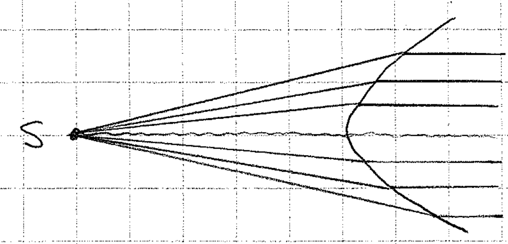
Optica Geométrica

Lentes. Es un dispositivo refractor que reconfigura la distribución de energía que la incide.

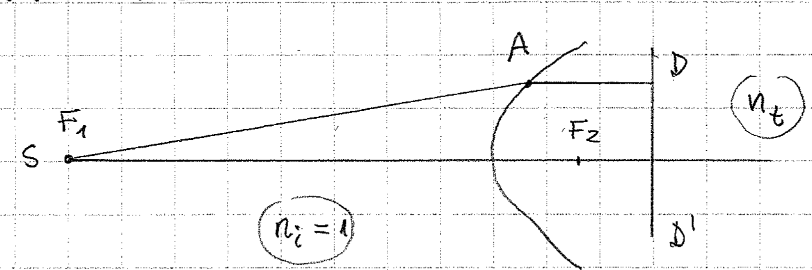
Podemos imaginar sus efectos pensando en un frente de ondas o tambien en rayos, que inciden sobre una interfaz.

Supongamos que queremos averiguar la "forma" de la interfaz que cambie nuestro frente de onda esférica a otro plano.





Esquemáticamente



De la figura

$$\frac{\overline{F_1A}}{\lambda_i} + \frac{\overline{AD}}{\lambda_t} = cte. \qquad (\text{indep. del pto. } A)$$

donde λ_i es la longitud de onda de la luz en la región incidende y λ_t la long. de onda de la luz en la región de transmisión.
La cantidad $\overline{F_1A}/\lambda_i$ es el número de long. de onda en el tramo $\overline{F_1A}$ y $\overline{AD}/\lambda_t$ es el número de long. de onda en el trazo $\overline{AD}$.

Entonces, como

$$n = \frac{c}{v} = \frac{fc}{fv} = \frac{c/f}{v/f} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

la relación se convierte en

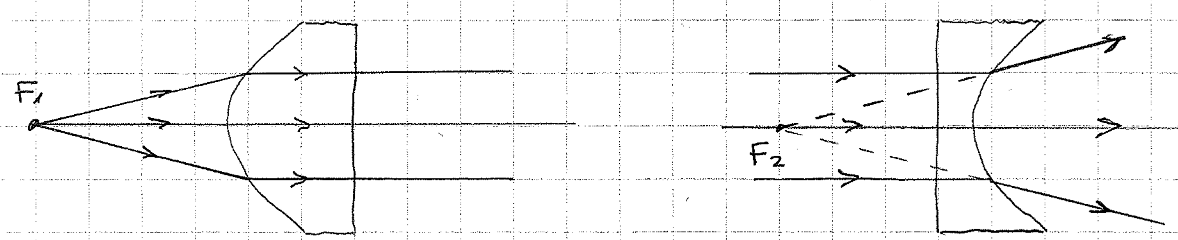
$$n_i \, \overline{F_1 A} + n_t \, \overline{AD} = \text{const.}$$

que sabemos corresponde a una hipérbola, con excentricidad $e = \frac{n_t}{n_i} > 1$.

∴ La forma de la interfaz que transforma un frente esférico en uno plano es una hipérbola.

Cuando $e = \frac{n_t}{n_i} < 1 \Rightarrow$ la forma de la interfaz es un elipsoide.

Ejemplo de combinaciones



convergente divergente

Un lente es convergente si es más ancho (grueso) en su parte media que en los extremos (forma convexa). Un lente es divergente si es más delgado en su parte media, teniendo forma cóncava.