Guía de ejercicios N° 2

Más sistemas de ecuaciones lineales (ahora con matrices)

1. Considera el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 15y = 12 \end{cases}$$

(a) Exprésalo como una ecuación matricial de la forma $A.X = B$.
(b) Mediante transformaciones de las ecuaciones, llévalo a la forma $U.X = C$ donde U es una matriz triangular superior.
(c) Termina de resolverlo de forma análoga al procedimiento de **subir la escalera.**
(d) Halla la matriz A^{-1}, inversa de la matriz A. Comprueba que $X = A^{-1}.B$

2. Consideremos la evolución del sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ -x + 3y + 4z = 14 \\ 2x + y - 2z = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ y + 7z = 16 \\ 5y - 8z = -6 \end{cases}$$

(a) Escribe la transformación de ecuaciones realizada.
(b) Expresa dicha transformación como una matriz de transformación por filas.

$$\begin{pmatrix} F'_1 \\ F'_2 \\ F'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}$$

(c) Continúa el procedimiento hasta resolver el sistema por el método de Gauss-Jordan.
(d) Multiplica las matrices obtenidas y comprueba que aplicándola a la matriz ampliada $(A|B)$ se obtiene el resultado.

3. Encuentra todos los valores de x, y, z para que las siguientes dos matrices sean idénticas:

$$\begin{pmatrix} x - 3y + 9 & y - z \\ 0 & 2x + y + z + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x - 5z & z - x - y + 7 \\ 0 & -3x + 3y - 2z \end{pmatrix}$$

4. Determina los valores de a y/o b para que los siguientes sistemas tengan:
I) Solución única
II) Infinitas soluciones
III) No tengan solución

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + 3y + az = b \end{cases} \qquad \begin{cases} (b-1)x - 2y + 2z = 0 \\ -x + by - 2z = 0 \\ -x - y + (b-1)z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} ax + bz = 2 \\ ax + ay + 4z = 4 \\ ay + 2z = b \end{cases}$$

5. Expresa la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$ como **combinación lineal** de las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Consideremos la llamada **Matriz de orden 4 de Pascal** y su pasaje a la **matriz de orden 3 de Pascal**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Escribe la matriz E_{43}de la transformación lineal que permite el cambio.
(b) Escribe las matrices E_{32} y E_{21} de las transformaciones subsiguientes que llevan de la matriz P_3 a la matriz identidad I.
(c) Halla una nueva matriz $E = E_{43}.E_{32}.E_{21}$
(d) Aplica la transformación dada por E a la matriz original para ver que se obtiene el mismo resultado.