

Guía Apoyo Mecánica Intermedia (FIS 310)

Licenciatura en Física mención Astronomía

Daniel Salinas A.

Contenidos : Notación indicial y convención de suma de Einstein

1 Para recordar

(a) Producto escalar (\bullet)

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_i B_i$$

(b) Producto vectorial (\times)

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$$

(c) Delta de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases}$$

(d) Tensor Levi-Civita

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & , \{\epsilon_{123}, \epsilon_{231}, \epsilon_{312}\} \\ -1 & , \{\epsilon_{321}, \epsilon_{213}, \epsilon_{132}\} \\ 0 & , \text{en otro caso ej. } \epsilon_{121}, \dots \end{cases}$$

Obs. : Intercambio de índices (tensor Antisimétrico)

$$\epsilon_{ijk} = -\epsilon_{jik}$$

Obs. : Identidad útil

$$\epsilon_{kij} \epsilon_{klm} = \delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}$$

2 Utilizando notación indicial y convención de suma demuestre las siguientes identidades:

a. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

b. $\vec{A} \bullet (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \bullet (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \bullet (\vec{A} \times \vec{B})$

c. $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \bullet \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \bullet \vec{B})$

d. $\vec{A} \bullet (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \epsilon_{ijk} a_i b_j c_k$

e. $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \bullet \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A}$

f. $\vec{\nabla} \bullet (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \bullet \vec{B} - (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \bullet \vec{A}$

g. $\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \bullet \vec{B})\vec{A} - (\vec{\nabla} \bullet \vec{A})\vec{B} + (\vec{B} \bullet \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \bullet \vec{\nabla})\vec{B}$