



Figure 1: Esquema para pregunta 2.

### Termodinámica - Guía 9 (Potencial químico, termodinámica estadística)

1. Considerar un vapor en equilibrio con su fase líquida. Usar la ecuación de Gibbs-Duhem para llegar a la ecuación de Clausius-Clapeyron.
2. En un sistema de dos componentes utilizar la ecuación de Gibbs-Duhem para demostrar que

$$x \left( \frac{\partial \mu_a}{\partial x} \right)_{T,P} + (1-x) \left( \frac{\partial \mu_b}{\partial x} \right)_{T,P} = 0$$

donde  $x = n_a/(n_a + n_b)$ . [Ayuda: expresar  $\mu$  en función de  $P$ ,  $T$  y  $x$  y observar que  $(\partial \mu_a / \partial P)_{T,x} = v_a$  etc.]

3. (a) Tabular los valores de los números cuánticos  $n_x, n_y, n_z$  para los doce niveles de energía más bajos de una partícula libre en un recipiente de volumen  $V$ .  
 (b) ¿Cuál es el orden de degeneración  $g$  de cada nivel?  
 (c) Determinar la energía de cada nivel en unidades de  $h^2/8mV^{2/3}$ .  
 (d) ¿Están los niveles de energía igualmente espaciados?
4. Ésta pregunta se refiere a la Figura 1. 5 partículas indistinguibles están distribuidas entre los 4 niveles de energía, sin restricción en el número de partículas en cada estado. La energía total es  $12\epsilon_1$ .  
 (a) Determinar todos los conjuntos de números de ocupación consistentes con la energía total.  
 (b) Determinar el número de microestados  $\mathcal{W}^{(a)}$  en cada conjunto  $a$  de números de ocupación.  
 (c) Determinar el número total de microestados.  
 (d) Determinar los valores promedios de los números de ocupación  $\bar{N}_j$ .
5. Obtener la función de distribución para la estadística de Fermi-Dirac.

6. Considerar un sistema de  $N$  partículas distinguibles, cada una con un momento magnético  $\mu$ , distribuidas en 2 niveles no degenerados de energías  $\mu\mathcal{H}_0/2$  y  $-\mu\mathcal{H}_0/2$ , cuando la intensidad del campo magnético es  $\mathcal{H}_0$ . Las partículas del nivel superior poseen sus momentos magnéticos antiparalelos al campo y las del nivel inferior están alineadas paralelamente al campo. El sistema está preparado para tener un tercio de todas las partículas en el nivel superior y está aislado.
- (a) Determinar la energía y el momento magnético neto del sistema.
  - (b) Calcular la variación de energía y la variación del momento magnético neto del sistema aislado que se produce cuando la intensidad del campo magnético se reduce reversiblemente a  $\mathcal{H}_0/2$ .
  - (c) Calcular la variación del momento magnético neto del sistema cuando la intensidad del campo magnético se reduce reversiblemente a  $\mathcal{H}_0/2$ , pero permanece constante la energía del sistema.
7. El sistema del problema anterior se encuentra en equilibrio térmico con un recinto a temperatura  $T$ .
- (a) Demostrar que la función de partición viene dada por

$$Z = 2 \cosh \frac{\mu\mathcal{H}_0}{2k_B T}.$$

- (b) Deducir expresiones para  $U$ ,  $E$  (energía interna más energía potencial),  $S$ ,  $F^* = E - TS$  y  $M$  para este sistema y representar gráficamente las curvas de estas propiedades en función de  $T$  para un valor fijo de  $\mathcal{H}_0$ .
- (c) Utilizar la ecuación

$$\bar{N}_j = -Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \epsilon_j} \right)_T$$

para determinar como varía con  $\mathcal{H}_0$  y  $T$  el número de partículas de cada nivel.