Física Contemporánea

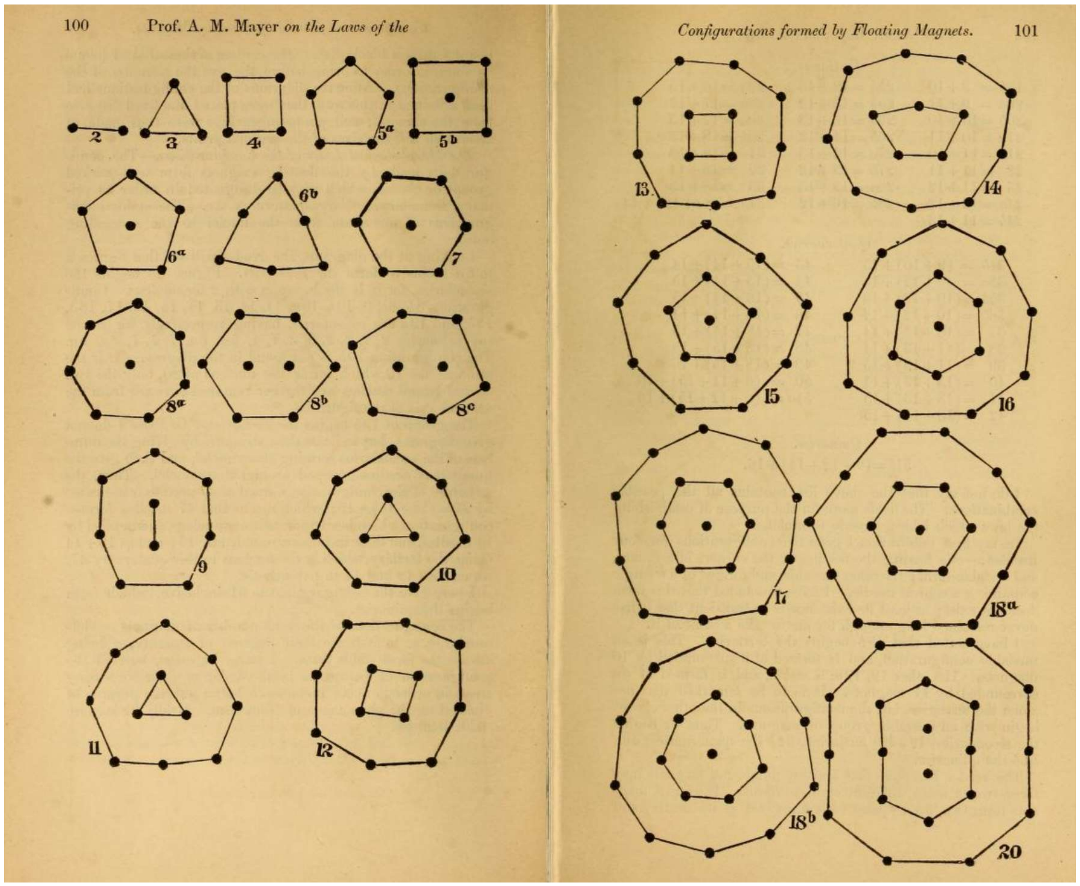
Dr. Víctor H. Cárdenas
Instituto de Física y Astronomía
Universidad de Valparaíso

13. Pre-cuántica

- Átomos
- Rutherford

Modelos de átomos

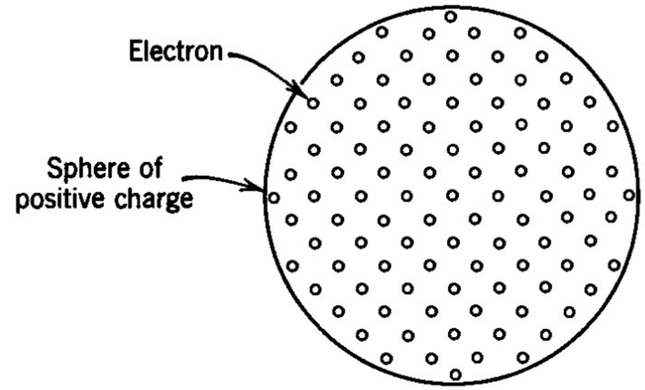
En 1878 Alfred Mayer: magnetos flotantes



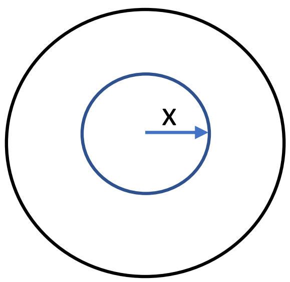
Lord Kelvin sugirió que los electrones
Debían cumplir un role en este modelo

J.J. Thomson propone el modelo del
pudding

Modelo de J.J. Thomson



En este modelo se tiene una relación entre el tamaño y la frecuencia de oscilación (color).



La carga encerrada es ex^3/r_0^3

Luego

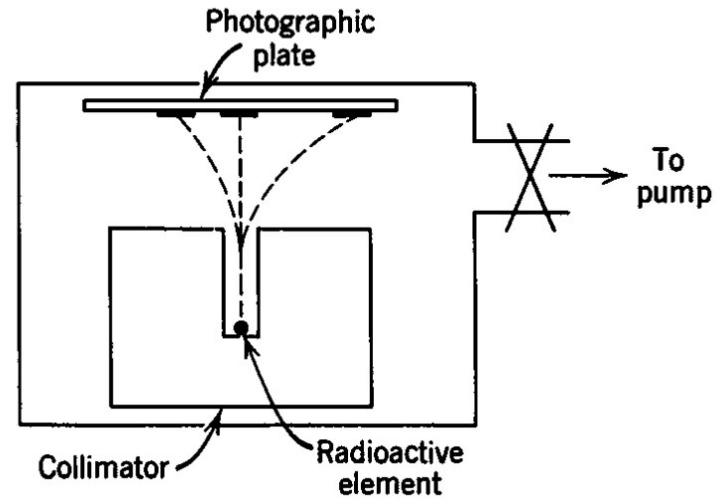
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^3}x$$

Integrando, el electrón oscila alrededor del centro con frecuencia $\omega^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{mr_0^3}$

Luz visible $\omega \simeq 4 \times 10^{15}\mathrm{rad/s}$ entonces r_0 es del orden 2.10^{-10} m.

Radiación alfa

Son núcleos de Helio doblemente ionizados.

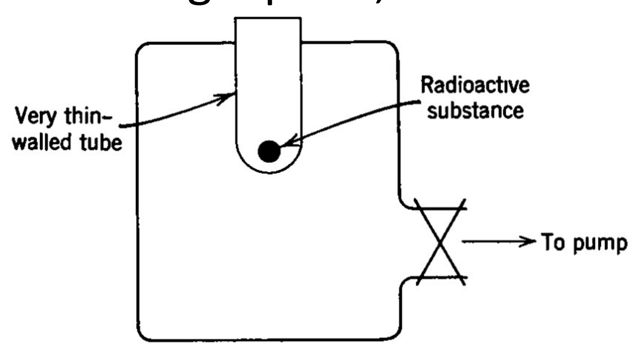


Se determinó la velocidad de las alfas

v = 20.000 km/s

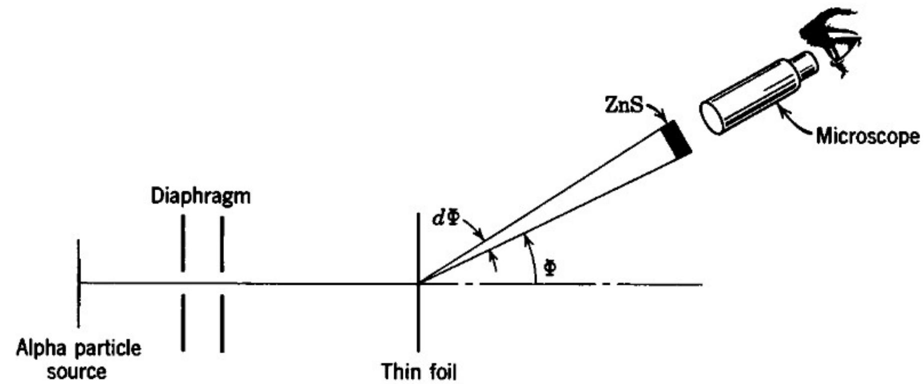
Thomson encontró que la razón carga masa de las alfas era la mitad del valor de un átomo de hidrógeno ionizado.

- si la carga es igual, la masa de las alfa seria el doble del átomo de Hidrogeno, o
- Si las alfas tienen el doble de carga que H, sus masas serian 4 veces la de H.

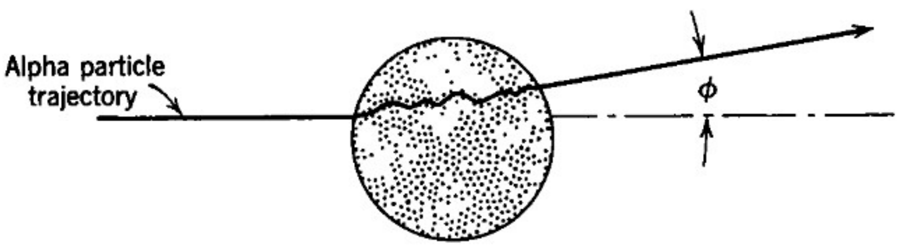


Radiación alfa

Scattering de alfas



El modelo de Thomson



http://galileoandeinstein.phys.virginia.edu/more_stuff/Applets/rutherford/rutherford2.html

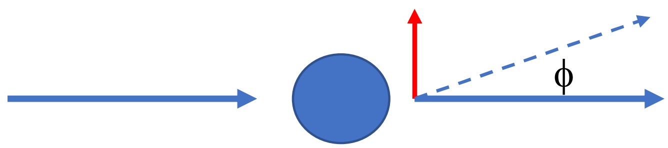
https://phet.colorado.edu/sims/html/rutherford-scattering/latest/rutherford-scattering_en.html

La fuerza máxima se siente en la superficie

$$E \cdot 2e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{79e \cdot 2e}{r_0^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{158 \cdot \left(1.6 \cdot 10^{-19}\right)}{10^{-20}} = 3.64 \cdot 10^{-6} \text{ Newtons}$$

Radiación alfa

Una buena estimación de la desviación máxima es calcular $\Delta p / p,$



El tiempo estimando de colisión

$$t_0 = 2r_0/v = 2 \times 10^{10}/1.6 \times 10^7 = 1.25 \times 10^{-17} \text{ sec}$$

De la segunda ley $F = ma,$ y sabiendo la masa de una alfa es 6.7×10^{-27} kg,

La aceleración que experimenta la alfa es 1.25×10^{-17}

Se determinó la velocidad de las alfas

v = 20.000 km/s

Luego, el cambio de velocidad es

$$1.25 \times 10^{-17} \times 5.4 \times 10^{20} = 6750 \text{ m /sec.}$$

entonces

$$\phi = \arctan(6750/20.000.000) = 0.0003375 \text{ rad}$$

Experimentos (Marsden, Geiger, and Rutherford)

Se encontró que algunas alfas *retrocedían* casi en 180 grados!!!

Rutherford imaginó que la carga positiva estaba concentrada en una región más pequeña, de esa forma aportando una fuerza suficiente para explicar los resultados

http://galileoandeinstein.phys.virginia.edu/more_stuff/Applets1/rutherford/rutherford.html

https://phet.colorado.edu/sims/html/rutherford-scattering/latest/rutherford-scattering_en.html

Un núcleo de 10^{-10} m logra una deflexión de $4\text{x}10^{-4}$ rad

La desviación total se incrementa con el inverso del radio. Para lograr desviaciones de 90 grados, el radio debe ser al menos

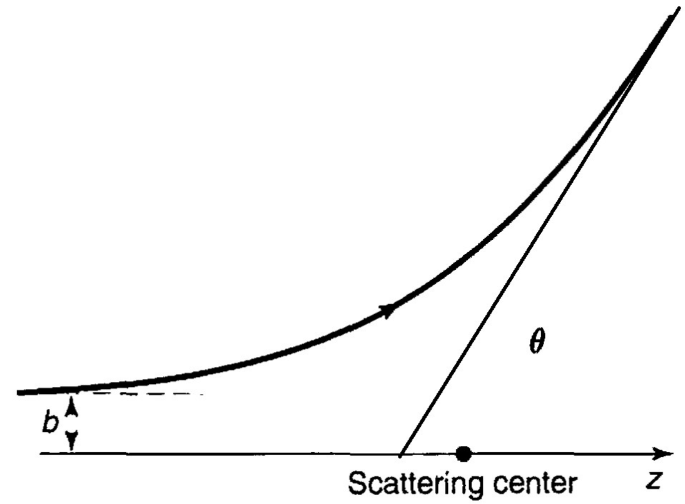
$$10^{-13} \text{ m}$$

Scattering de Rutherford

Una partícula se acerca a un centro de dispersión

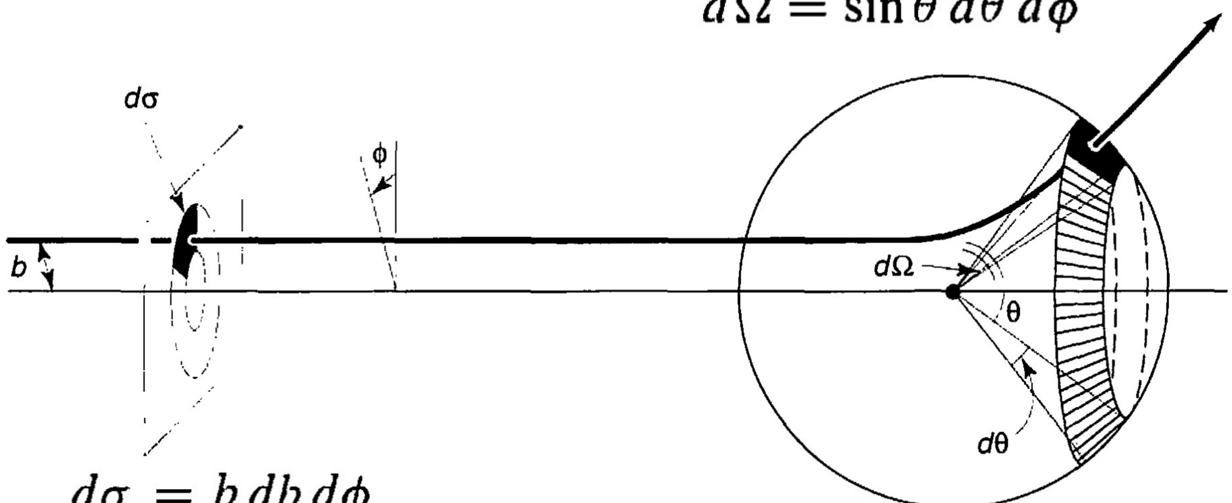
La distancia lateral b se llama parámetro de impacto

$\boldsymbol{\theta}$ es el ángulo de dispersión.



En general

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$



$$d\sigma = b \, db \, d\phi$$

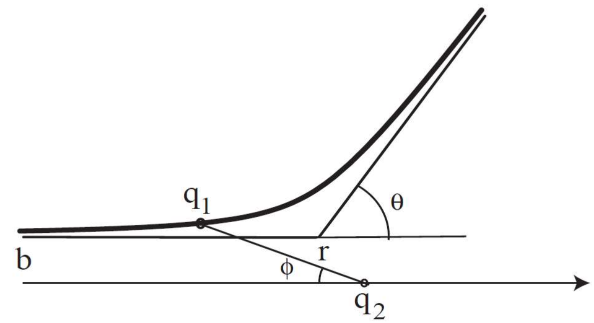
Sección diferencial transversal

$$d\sigma = D(\theta) \, d\Omega .$$

$$D(\theta) = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

Scattering de Rutherford

La clave es encontrar b como función del ángulo de dispersión



Energía: $E = \frac{1}{2}m(\dot{r} + r^2\dot{\phi}^2) + V(r),$ $\qquad V(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon}\frac{1}{r}.$

Momento angular: $J = mr^2\dot{\phi}.$ $\qquad \dot{\phi} = \frac{J}{mr^2}$

Luego

$$\dot{r}^2 + \frac{J^2}{m^2r^2} = \frac{2}{m}(E - V) \qquad u \equiv 1/r \qquad \left(\frac{du}{d\phi}\right)^2 = \frac{2m}{J^2}(E - V) - u^2$$

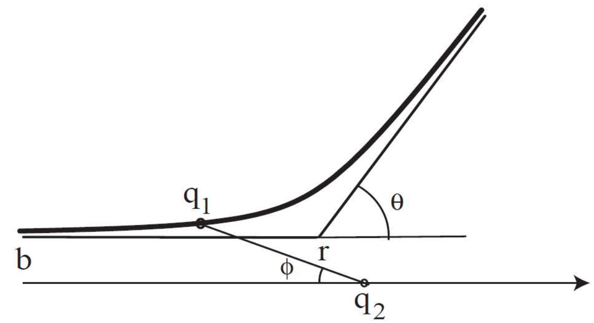
O bien

$$d\phi = \frac{du}{\sqrt{\frac{2m}{J^2}(E - V) - u^2}} = \frac{du}{\sqrt{I(u)}}$$

Como q_1 comienza $r = \infty$ $(u = 0)$, $\phi = 0$, y el punto de máximo acercamiento es $r_{\min}$ $(u_{\max}), \Phi :$ $\quad \Phi = \int_0^{u_{\max}} \frac{du}{\sqrt{I}}$ y al alejarse $\Phi + \Phi + \theta = \pi,$

$$\theta = \pi - 2\Phi. \quad \theta = \pi - 2\int_0^{u_{\max}} \frac{du}{\sqrt{I(u)}}.$$

Scattering de Rutherford



$$\theta = \pi - 2\Phi. \quad \theta = \pi - 2\int_0^{u_{\max}} \frac{du}{\sqrt{I(u)}}.$$

Para nuestro potencial

$$I(u) = \frac{2mE}{J^2} - \frac{2m}{J^2}\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\, u - u^2 = (u_2 - u)(u - u_1),$$

Una de las raíces es la distancia de máximo acercamiento, luego $u_2 > u_1,\ u_{\max} = u_2$

$$\theta = \pi - 2\int_0^{u_2} \frac{du}{\sqrt{(u_2 - u)(u - u_1)}} = \pi + 2\sin^{-1}\left(\frac{-2u + u_1 + u_2}{u_2 - u_1}\right)\Bigg|_0^{u_2} = -2\sin^{-1}\left(\frac{u_1 + u_2}{u_2 - u_1}\right).$$

$$-\,I(u) = u^2 + \frac{A}{b^2}\, u - \frac{1}{b^2} \qquad A \equiv \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 E}, \qquad \boxed{b = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E}\cot(\theta/2).}$$

$$D(\theta) = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|. \qquad \frac{db}{d\theta} = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E}\left(-\frac{1}{2\sin^2(\theta/2)}\right) \qquad D(\theta) = \boxed{\left[\frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0 E \sin^2(\theta/2)}\right]^2}.$$