

Relación entre C_p y C_v

Felipe Ortiz, Fabián Trigo
Universidad de Valparaíso, Valparaíso
(Dated: Junio 19, 2020)

El calor que absorbe un gas posee una relación lineal con su masa, el calor específico y el aumento de su temperatura. Sin embargo el calor específico varía para distintas condiciones de este, por ello es útil conocer el calor específico para presión constante y para volumen constante. Por medio de la altura de una columna de aceite, una botella con válvula de tres pasos, con aire dentro de esta, se midió la relación entre C_p y C_v o sea γ (o coeficiente de dilatación adiabática). De este modo, tras el adecuado análisis de los datos, se consiguió un valor de la constante buscada de $\gamma = 1.46 \pm 0.04$, el cual, comparando con un valor teórico, cuenta con un error del 4.20%.

I. TEORIA

Un gas ideal viene dado por la ecuación (1)

$$PV = nRT \quad (1)$$

para una temperatura y n (numero de partículas) constantes, esta relación se puede trabajar como $PV = C_{te}$

Podemos escribir la diferencial de energía interna (1) y la entalpía (2) como función de cambios infinitesimales de Volumen, Temperatura y Presión.

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad (2)$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP \quad (3)$$

definiendo $\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ y $\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$ como C_v y C_p respectivamente y para un gas ideal $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$ y $\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = 0$ de esa manera (4) y (5):

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT = C_v dT \quad (4)$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT = C_p dT \quad (5)$$

Las cantidades C_p y C_v comparten relación con el calor específico pero a presión constante y volumen constante respectivamente.

Téngase un gas encerrado a presión conocida $P_0 = P_a + h$ siendo P_a y h la presión atmosférica y la diferencia de alturas en nuestro aparato respectivamente.

Al abrir una válvula parte del gas escapa y este se expandirá, esta expansión no posee transferencia de calor por tanto es una expansión adiabática, la cual sigue la relación (6), donde $P = P_a + h$

$$P_0 V_0^\gamma = P V^\gamma \quad (6)$$

Luego de la expansión se observará un cambio de presión el cual al haber abierto tendrá una presión igual a la externa P_a . Aproximando a un gas ideal en el caso de la expansión adiabática se ha de llegar a (7)

$$P_0 V_0 = P_a V \quad (7)$$

dividiendo por P_0 y V luego elevando a γ , aplicando la ecuación (6) para reemplazar los V y V_0 por presiones y luego aplicando el logaritmo natural para bajar el exponente γ

$$\ln \frac{P_a}{P_0} = \gamma \ln \frac{P}{P_0} \quad (8)$$

utilizando los valores de P y P_a en referencia al caso inicial y despejando γ

$$\gamma = \ln(1 - \frac{h_0}{P_0}) / \ln(1 - \frac{h_0 + h}{P_0}) \quad (9)$$

Donde para valores $x \ll 1$ el Logaritmo natural se aproxima

$$\ln(1 - x) = -x \quad (10)$$

de tal forma γ puede expresarse mediante las alturas y presión inicial

$$\gamma = \frac{h_0}{h_0 - h} \quad (11)$$

II. METODOLOGÍA

Para la realización del experimento fueron utilizados los siguientes materiales:

- Un recipiente de vidrio con una llave de tres vías que dirige a dos salidas distintas.
- Una jeringa.
- Un manómetro de aceite.

El montaje del sistema simplemente consiste en conectar la jeringa extendida a una de las salidas del recipiente de vidrio, y el manómetro de aceite a la otra. El recipiente solo se encuentra lleno de aire.

A. Procedimiento

El sistema originalmente está abierto al ambiente. Luego se cierra con la llave de tres vías, conservando la presión atmosférica y su volumen original como una condición inicial; este volumen no se conoce, pero tampoco es importante. Después de esto, un experimentador presiona lentamente la jeringa, lo que disminuye el volumen en el interior del recipiente y aumenta la presión, cuya variación es mostrada por el manómetro como un cambio en la altura del aceite. Ya que el aceite se mueve constantemente hasta que la temperatura en el sistema se nivela, se debe esperar a que el sistema esté lo más estático posible y entonces tomar la lectura del cambio de altura. Posteriormente a esto se quiere hacer una expansión adiabática, entonces, como una aproximación, se abrirá la llave y se volverá a cerrar muy rápidamente. Esto vuelve a causar, naturalmente, una variación en el volumen y la presión del aire dentro del recipiente, por lo que nuevamente se espera a que la temperatura se nivela y se toma la lectura que entrega el manómetro de aceite.

Este proceso es repetido otras dos veces, volviendo a tomar datos en los mismos puntos.

III. DATOS Y ANALISIS

Los datos de la altura del aceite tomados del manómetro se muestran en la tabla 1 con sus respectivos errores sistemáticos, donde h_0 corresponde a la altura del aceite al realizar la compresión con la jeringa, y h es la altura luego de la expansión adiabática.

$h_0 \pm 0.1$ [cm]	$h \pm 0.1$ [cm]
5.7	1.8
6.	1.8
6.7	2.2

TABLE I: Datos de altura del aceite.

0 °C	Aire seco	1,403
20 °C		1,40
100 °C		1,401

FIG. 1: valores de tabla para γ

Estos datos se aplican a la ecuación (11), así obteniendo tres valores para la constante buscada, cada uno con su error, obtenido propagando los errores sistemáticos.

γ	$\Delta\gamma$
1.46	0.039
1.42	0.036
1.49	0.035

TABLE II: Valores obtenidos del coeficiente de dilatación adiabática.

Entonces, se toma la media de estos valores y el error más grande de la tabla, obteniendo así un valor teórico para γ .

$$\gamma = 1.46 \pm 0.04 \quad (12)$$

El aire, a unos 20 °C tiene un coeficiente de dilatación adiabática de acuerdo a 1:

$$\gamma_t = 1.40 \quad (13)$$

El cual varía solo en la milésima para cambios de varios cientos de grados Celsius. Por lo tanto, se tomará este valor como referencia para comprar los resultados obtenidos. Así, el valor del coeficiente de dilatación adiabática del aire que se consiguió en el experimento tiene un error relativo porcentual del 4.26

IV. CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN

A través del análisis que se detalló en dicha sección, se consiguió un resultado para el coeficiente de dilatación adiabática de $\gamma = 1.46 \pm 0.04$, el cual, como se ve, tiene un error relativamente pequeño originado en la propagación de los errores sistemáticos de los instrumentos. Además, este valor obtenido cuenta con un error relativo porcentual del 4.20% al compararlo con un valor teórico.

Este supone un buen resultado, pues se acerca bastante a lo esperado y tiene una incertidumbre muy reducida (aproximadamente tres órdenes de magnitud por debajo del valor de la constante hallada).

Como es usual, los resultados podrían mejorarse con instrumentos más precisos y, principalmente, con condiciones ambientales más controladas. Pero debido a la buena calidad del resultado estas mejoras no entregaría más precisión de la que se requiere en este laboratorio.

Finalmente, puede verse que el objetivo del experimento se ha cumplido satisfactoriamente, pues se han conseguido buenos resultados, lo que indica a su vez que los datos se trataron de la manera adecuada.

[1] Serway, R. A., Jewett, J. W., & Serway, R. A. (2004). Physics for scientists and engineers. Belmont, CA: Thomson-Brooks/Cole.

[2] https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_dilataci%C3%B3n_adiab%C3%A1tica