Ejercicios II
Física Contemporánea
Pre-cuántica

1. Demuestre, usando la fórmula de radiación de Planck, la ley de Stefan, $P = \sigma T^4$.
2. Demuestre, usando la fórmula de radiación de Planck, la ley de desplazamiento de Wien, $f_{max} \propto T$.
3. Repita la derivación de la ley de Stefan usando termodinámica (llene los pasos intermedios que nos saltamos en clase).
4. Repita la derivación de la ley de desplazamiento de Wien usando argumentos termodinámicos (llene los pasos intermedios que nos saltamos en clase).
5. Muestre que la densidad de radiación (el número de modos posibles de radiación electromagnética) con frecuencia entre f y $f + df$ es
$$N(f)df = \frac{8V\pi f^2}{c^3}df$$
Es decir, repita el cálculo de Lord Rayleigh.
6. Completar el detalle que llevó a la derivación (bosquejada en clases) de la relación entre la densidad de radiación $\rho(f, T)$ y la energía de los osciladores $U(f, T)$
$$\rho(f, T) = \frac{8\pi f^2}{c^3}U(f, T) \tag{1}$$
encontrada por Planck.
7. Muestre que usando (1) y la fórmula de radiación de Wien $\rho(f, T) = \alpha f^3 e^{-\beta f/T}$, se encuentra para la entropía
$$S = -\frac{\alpha c^3 f}{8\pi}e^{-\beta f/T},$$
donde se usó la relación $TdS = dU$.
8. En clase vimos que la probabilidad de dar m pasos a la derecha de un total de N es
$$W_N(m) = \frac{N!}{m!(N-m)!}p^m q^{N-m},$$
y que de forma natural la suma $\sum_m W_N(m) = (p+q)^N = 1$.
   (a) muestre que $\overline{m} = \sum_{m=0}^{N} W(m)m = Np$
   (b) muestre además que $\overline{(\Delta m)^2} = \overline{(m - \overline{m})^2} = Npq$
   (c) muestre que para N (y m) muy grande, la probabilidad se puede escribir
$$W(m) = (2\pi Npq)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(m - Np)^2}{2Npq}\right]$$
   es decir, la aproximación normal (Hint: recuerde usar la aproximación de Stirling, $\ln N! \simeq N \ln N - N$).
9. A partir de la energía (interna) para un gas ideal $U = (3/2)k_B T$ y la definición de temperatura demuestre que
$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = -\frac{3k_B}{2}\frac{1}{U^2}.$$
10. Muestre que la sección transversal diferencial $D(\theta) = d\sigma/d\Omega$ para una esfera dura (bola de billar) es igual a $R^2/4$.
11. Asumiendo que el momentum se cuantiza, $L = Knh$, y que n es muy, pero muy grande (que lleva a una órbita del electrón de un tamaño clásico ($\simeq 1$ m)), obtenga el valor $K = 1/2\pi$.