

---

Prueba Módulo IV FORMA A  
Mecánica

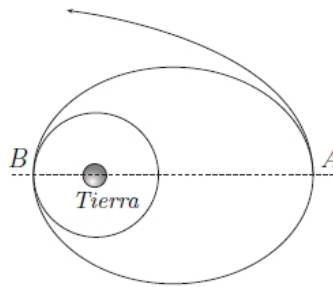
Licenciatura en Física - 2020<sup>1</sup>

---

Problema I : Diversas órbitas y 3<sup>a</sup> ley Kepler

---

Desde la tierra se desea lanzar un satélite en órbita parabólica (es decir que la energía mecánica sea  $E = 0$ ) y para ello se procede como sigue. Primero se coloca en una órbita circular de radio  $R$ . En un punto B de esta órbita se dispara sus cohetes tangencialmente por un tiempo muy breve, quedando luego en una órbita elíptica cuyo radio mínimo es  $R$ . Al alcanzar su radio máximo  $r_A$  en el punto A (**este no es un dato conocido**), se dispara nuevamente en forma tangencial sus cohetes, alcanzando como condición la misma rapidez que obtuvo en B después del primer impulso, esto finalmente deja al satélite en una órbita parabólica.



Se pide determinar:

1. (20%) La rapidez  $V_0$  del satélite en su órbita circular y su correspondiente período  $T_0$ .
2. (15%) La velocidad  $V'_A$  del satélite después del segundo impulso en función de  $r_A$ .
3. (20%) Halle la velocidad  $V_B$  cuando el satélite está en la órbita elíptica como una función de  $r_A$ .
4. (10%) Ahora utilizando la condición dada en el enunciado y utilizando los resultados de los ítemes (2) y (3) halle una ecuación que permita calcular  $r_A$ .
5. (20%) El tiempo  $t_{AB}$  que demora la nave en ir de B a A.

---

<sup>1</sup>Hora de INICIO: 14:00 hrs.

Hora de TÉRMINO: 17:30 hrs.

Enviar a e-mail: [ivan.gonzalez@uv.cl](mailto:ivan.gonzalez@uv.cl)

6. (15%) Si el satélite tiene masa  $m$ , determine el momentum angular  $L$  cuando el satélite está a mitad de camino en el trayecto BA.

**Obs.:** Considere la masa  $M$  de la Tierra y el radio  $R$  de la órbita como datos conocidos.

**Obs.:** Puede ser útil revisar la sesión online 37.

---

### Problema II : Un sistema ternario

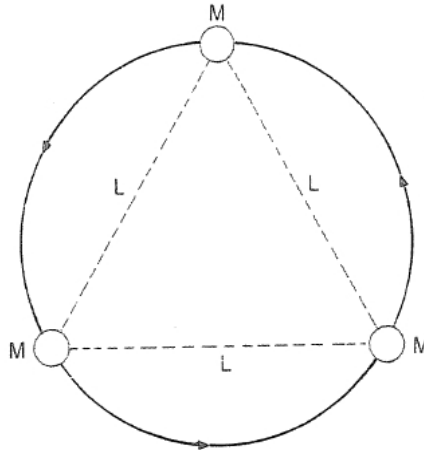
---

Tres cuerpos celestes idénticos, de masa  $M$  cada uno, están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $L$  (ver figura). El conjunto está girando con un movimiento circular uniforme en torno a su CM y sobre cada cuerpo actúan solamente las fuerzas gravitacionales ejercidas por los otros dos cuerpos.

**Obs.:** Para normalizar la notación etiquetaremos a las masas de la siguiente manera:  $M_1$  la masa inferior izquierda,  $M_2$  la masa inferior derecha. Al final de algún cálculo puede hacer el reemplazo  $M_1 = M_2 = M_3 = M$ .

**Obs.:** Recuerde que:  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , etc.

**Obs.:** Para responder a las preguntas a continuación, considere un sistema coordenado cartesiano (con signatura estándar) con origen coincidente con la masa  $M_1$ .



Determine:

1. (10%) Los vectores posición de cada masa.
2. (15%) La posición del CM  $\vec{r}_{CM}$  del sistema y evalúe su magnitud. ¿Qué ángulo forma con el eje horizontal?.
3. (20%) Determine la fuerza total sobre la masa  $M_1$ , llamemos a esta fuerza  $\vec{F}_1$ . Luego, halle  $|\vec{F}_1|$  y evalúe el producto interno  $\vec{F}_1 \times \vec{r}_{CM}$ . ¿Tiene algún significado este último resultado?.
4. (25%) La magnitud de la velocidad  $\vec{V}$  de cada cuerpo y el período de la órbita.

5. (10%) El tiempo que demora  $M_1$  en ocupar la posición de  $M_2$ .
6. (20%) El vector velocidad de la masa ubicada en el origen.

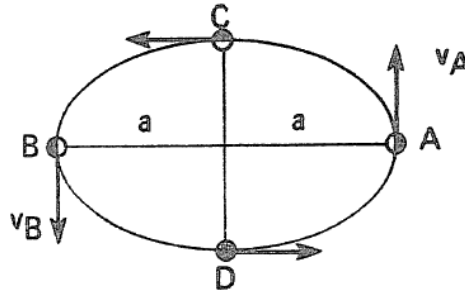
**Obs.:** La circunferencia de la figura indica la órbita que cada cuerpo tiene.

---

### Problema III : Trayectoria de Marte

---

La figura representa la trayectoria del planeta Marte en torno al Sol. Dicha trayectoria es elíptica y AB y CD representan, respectivamente, el eje mayor y el eje menor de la elipse:



**Obs.:** Cabe decir que para este ejercicio dos respuestas erradas anulan una respuesta correcta.

Es **VERDADERO/FALSO** afirmar que:

1. El Sol está localizado exactamente en el punto de concurrencia de las rectas AB y CD (centro de la elipse).
2. Siendo  $\vec{V}_A$  y  $\vec{V}_B$  las velocidades de Marte en A y B respectivamente, se tiene entonces que  $V_A = V_B$ . Demuestre su respuesta.
3. Siendo  $\vec{F}_C$  y  $\vec{F}_D$  las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en C y D, es cierto que  $\vec{F}_C$  y  $\vec{F}_D$  son iguales, colineales, pero de sentidos contrarios. Argumente.
4. Siendo  $a$  el valor del semieje mayor de la elipse, la aceleración de Marte,  $a_{Marte}$  en el punto A vale  $a_{Marte} = \frac{GM_{Sol}}{a^2}$ . Argumente.
5. Siendo  $F_A$  y  $F_B$  las magnitudes de las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en A y B, tenemos que  $F_A$  es diferente de  $F_B$ . Argumente.
6. Las velocidades  $\vec{V}_C$  y  $\vec{V}_D$  son iguales.
7. La energía cinética en D es menor que en el perihelio. Argumente.