Aproximación post-Newtoniana.

La corrección a primer orden, de origen relativista, a las órbitas keplerianas de la teoría Newtoniana, puede ser deducida a partir de la ecuación de movimiento general (obtenida en Clase 17)

$$\left(\frac{d\chi}{d\phi}\right)^2 = 1 - 2\mu(3 + e\cos\chi) \quad (*)$$

Notemos que en el sistema solar, $R = l$ es el latus rectum, y la cantidad

$$\mu = \frac{r_s}{2l}$$

puede ser estimada: $r_s \simeq 3$ km $l \simeq 10^6 - 10^8$ km, lo que escencialmente indica $\mu \ll 1$. Así, (*) puede ser escrita

$* \; (1+x)^m \approx 1 + mx + \ldots$

$$-d\phi = \frac{d\chi}{(1-2\mu(3+e\cos\chi))^{1/2}} \simeq d\chi\left(1+3\mu+\mu e\cos\chi\right)$$

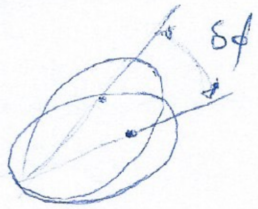
Integrando

$$-\phi = (1+3\mu)\int dx + \mu e\int \cos x\, dx + cte.$$

$$\boxed{-\phi = (1+3\mu)x + \mu e \sin x + cte.}$$

En una revolución, el cambio de ϕ durante un cambio de x en 2π, es

$$\Delta\phi = (1+3\mu)\cdot 2\pi$$



$$\rightarrow \boxed{\Delta\phi = 2\pi + 6\pi\mu}$$

donde $\delta\phi = 6\pi\mu$ es la corrección relativista.

$$\delta\phi = 3\pi\frac{r_s}{l} \quad \leftarrow \text{Está en radianes.}$$

Para poder usar los datos consideremos Mercurio. (Pero ver papers)

· $l_M = 55,3\times10^9$ [m].

Para obtener el valor $\tilde{\delta\phi}$ en arcseg/siglo, se debe multiplicar $\delta\phi$ por un factor que depende de cada planeta:

$$\tilde{\delta\phi} = f \times \delta\phi\,,$$

donde

$$f = (m N) \times \left(\frac{3600}{\underbrace{2\pi}_{\text{TRANSF. DE RAD} \to \text{GRAD}}} \times \overbrace{\underbrace{360}_{\text{TRANSF. A SEG.}}}^{\text{una vuelta.}} \right)$$

donde $m N$ es el número de órbitas por siglo.

Para Mercurio, cuyo periodo es 88 días, tenemos

$$m N = \frac{365}{88} \times 100 = 414{,}77.$$

Al computador!!

$$f = 8{,}5 \times 10^{7}$$

con esto, obtenemos

$$\boxed{\tilde{\delta\phi} \simeq 43 \left(\frac{\text{Arcseg}}{\text{siglo}} \right)}$$