

Guía de ejercicios N° 5

Vectores en el plano \mathbb{R}^2 y en el espacio \mathbb{R}^3

Vectores en el plano

1. (a) Representar en el plano cartesiano los puntos $A(2,5)$, $B(4,2)$, $C(6,7)$.
 (b) Hallar los vectores \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BA}
 (c) Relacionar los vectores anteriores mediante operaciones o equivalencias.
2. (a) Dado el punto inicial $A(1,5)$ y el punto final $B(2,-7)$, hallar el vector $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$.
 (b) Siendo $O(0,0)$, hallar un punto D tal que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OD}$.
3. Sean los vectores $\vec{a} = \langle 5, -3 \rangle$ $\vec{b} = \langle 3, 4 \rangle$ $\vec{c} = \langle -2, 7 \rangle$,
 (a) Hallar $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ $3\vec{a} + 4\vec{b}$ $(3\vec{a} + 4\vec{b}) - 2\vec{c}$
 (b) Escribir todos los vectores anteriores en la forma $v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ y hallar el módulo de cada uno de ellos.
4. Hallar el producto escalar o producto punto $\vec{a} \bullet \vec{b}$ siendo \vec{a} y \vec{b} respectivamente los siguientes vectores:
 (a) $\langle 2, 3 \rangle$ y $\langle 3, 4 \rangle$
 (b) $\langle 1, -5 \rangle$ y $\langle 2, 3 \rangle$
 (c) $\langle -3, 4 \rangle$ y $\langle 8, 6 \rangle$ ¿Qué se concluye en este caso?
5. Hallar el ángulo que forman los vectores $\langle 7, 0 \rangle$ y $\langle 3, 3 \rangle$.
6. ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores son perpendiculares?
 (a) $\langle 3, 2 \rangle$ y $\langle -3, 2 \rangle$
 (b) $\langle 2, 1 \rangle$ y $\langle -1, -2 \rangle$
 (c) $\langle a, 0 \rangle$ y $\langle 0, b \rangle$ con $a, b \neq 0 \in \mathbb{N}$
7. Dados $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ y $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j}$, encontrar "k" e "y" para que
 $\vec{c} = 3\vec{i} + y\vec{j} = k(\vec{a} - \vec{b})$
8. Hallar una ecuación vectorial para la recta que pasa por los puntos $A(1,3)$ y $B(2,4)$.
9. Dada la recta de ecuación $3x - 4y + 5 = 0$, hallar k para el vector $\langle -8, k \rangle$ sea perpendicular a ella.

10. ¿Qué valor debe tener k para que el vector $\vec{v} = \langle 12k, -5k \rangle$ sea unitario?
11. Dada la recta $r: (x, y) = (4, 8) + \lambda \langle 3, 4 \rangle$
 - (a) Hallar la abscisa x de un punto $P \in r$ si se sabe que su ordenada $y = 0$.
 - (b) Escribir la ecuación de la recta r en su forma general, $Ax + By + C = 0$.
12. Hallar un vector que siendo colineal con el vector $\langle 3, -4 \rangle$ tenga módulo 20 y sentido opuesto.
13. Hallar un vector que siendo perpendicular al vector $\langle 2, -1 \rangle$ tenga módulo 5 (dos soluciones).

Vectores en el espacio

14. (a) Dada la recta $l: (x, y, z) = (4, 8, -3) + \lambda \langle 2, 3, 4 \rangle$, decidir si los puntos $A(12, 20, 13)$ y $B(-1, 5, -3)$ pertenecen a ella.
15. Hallar z para que los vectores $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ y $\vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + z\vec{k}$ sean perpendiculares.
16. (a) Hallar el producto vectorial de los vectores $\langle 1, 3, 5 \rangle$ y $\langle -2, 3, -4 \rangle$.
(b) Comprobar que dicho resultado es un vector perpendicular a los dos vectores dados.
17. Siendo $\vec{a} = \langle 1, 0, 0 \rangle$ y $\vec{b} = \langle \sqrt{3}, 1, 0 \rangle$ comprobar que el módulo del producto vectorial $\vec{a} \times \vec{b}$ es igual numéricamente al área del paralelogramo que tiene a esos vectores como lados sobre el plano XY .
18. Recordando la definición del momento de una fuerza $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$, calcularlo en el caso de que $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ y $\vec{r} = -\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$

