Métodos Matemáticos I

Guía II

Licenciatura en Física

IPGG

---

1).- Encuentre el centro y radio de el círculo:

$$|z - 1 - i| = 2\,|z - 5 - 2i|$$

---

2).- Demuestre que:

$$\overline{e^{z}} = e^{\overline{z}}$$

Ayuda: Utilice la serie de McLaurin de la función exponencial.

---

3).- Si $z_1 = c_1 \exp(i\theta)$ y $z_2 = c_2 \exp(i\phi)$ son dos números complejos cualesquiera, probar que el triángulo de vértices $z_1, 0$ y z_2 tiene área A, dada por:

$$A = \frac{c_1 c_2 \sin(\theta - \phi)}{2}$$

---

4).- Demuestre que:

$$\sin^4(\theta) = \frac{\cos(4\theta) - 4\cos(2\theta) + 3}{8}$$

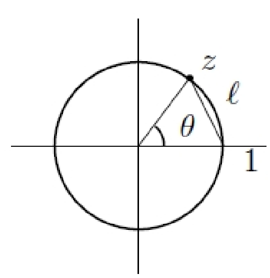
---

5).- Demuestre que un polígono regular de n lados, inscrito en un círculo de radio a tiene área dada por:

$$A_n = \frac{na^2}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

---

6).- Sea $z = \exp(i\theta)$ un número complejo en el círculo unitario:



Probar que la distancia ℓ desde z hasta 1 es igual a:

$$\ell = \sqrt{2}\sqrt{1 - \cos(\theta)}$$

7).- Demuestre que:

$$(1+i)^{4n}-(1-i)^{4n}=0$$

para un n entero positivo.

---

8).- Halle la menor potencia de $n \in \mathbb{N}$ para que $\left(\sqrt{3}+i\right)^{n}$ sea:

- Real.
- Imaginario puro.

---

10).- Sea $z=-1+i\sqrt{3}$. Halle el valor del número real q tal que:

$$Arg\left(z^{2}+qz\right)=\frac{5\pi}{6}$$

---

11).- Evalúe:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos\left(n\theta\right)}{2^{n}}$$

si $\cos\left(\theta\right)=\dfrac{1}{5}$.

---

12).- Grafique los lugares geométricos especificados por la siguiente desigualdad:

$$a \leq |z-z_{0}| < b$$

---

13).- Suponga que z satisface que $|z-1| \leq |z+1|$. Pruebe que entonces se satisface que $|\overline{z}-1| \leq |\overline{z}+1|$.

---

14).- Mostrar que si $z_1+z_2+z_3=0$ y $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$, entonces z_1, z_2 y z_3 son los vértices de un triángulo equilátero inscrito en la circunferencia unitaria.

---

15).- Sea w un número complejo tal que $|w|=3$. Encuentre el valor más grande posible que puede asumir de $|i+1-w|$.
