Termodinámica (LFIS 224)

Licenciatura en Física

Profesor: J.R. Villanueva e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 5

1. (a) Demuestre el teorema de Clausius: *Para cualquier ciclo cerrado*

$$\oint \frac{đQ}{T} \leq 0,$$

donde la igualdad necesariamente representa un ciclo reversible.

(b) Demuestre que la *entropía* es una función de estado.

2. Haciendo uso del teorema de Clausius, demostrar que la eficiencia de cualesquiera de los ciclos con iguales temperaturas máximas $T_{\rm max}$ y temperaturas mínimas $T_{\rm min}$, es menor que la del ciclo de Carnot a dichas temperaturas ($T_{\rm max}$ y $T_{\rm min}$).

3. Demostrar con ayuda del teorema de Carnot que para una sustancia homogénea físicamente, cuyo estado se caracteriza mediante los parámetros T y V,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P,$$

donde $U(T, V)$ es la energía interna de la sustancia.
Observación: Hacer uso del ciclo infinitesimal de Carnot en el diagrama $P - V$.

4. Determinar la eficiencia de un ciclo que se compone de dos isocoras y dos adiabatas (ciclo de Otto), si en los límites del ciclo el volumen del gas ideal varía $n = 10$ veces. La sustancia de trabajo es el nitrógeno.

5. Calcule la eficiencia de los dos motores reversibles mostrados en la figura 1. ¿Cuál de los dos motores es más eficiente?. (Note que estos no son ciclos de Carnot. La eficiencia de un motor es $\eta = \Delta W_{total}/\Delta Q_{abs}$.)

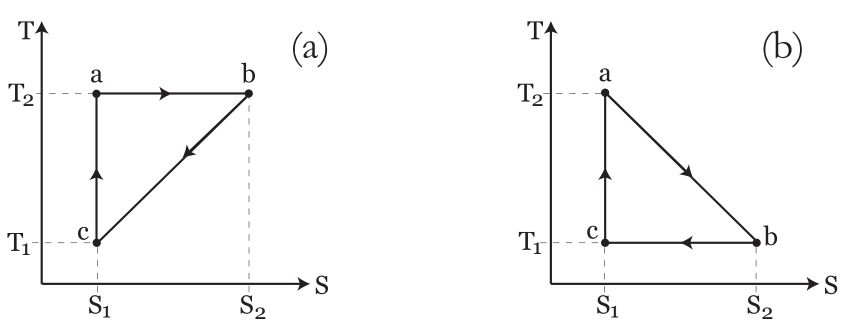

FIG. 1: Esquemas para el problema 12.

6. Un gas ideal efectúa un ciclo que se compone de

   (a) Una isocora, una adiabata y una isoterma;

   (b) Una isobara, una adiabata y una isoterma, con la particularidad de que el proceso isotérmico tiene lugar a la temperatura *mínima* del ciclo.

   Hallar la eficiencia de cada ciclo si la temperatura absoluta en sus límites varía n veces.

7. Un gas ideal cuyo exponente adiabático es γ efectúa un ciclo que se compone de dos isocoras y de dos isobaras. Determinar la eficiencia de este ciclo si la temperatura absoluta del gas crece n veces tanto durante el calentamiento isocoro como durante la expansión isobárica.

8. Un gas ideal realiza un ciclo que se efectúa según una isoterma, una línea politrópica y una adiabata, con la particularidad de que el proceso isotérmico transcurre a la temperatura *máxima* del ciclo. Determinar la eficiencia de este ciclo, si la temperatura absoluta en sus límites varía n veces.

9. Los calores específicos principales $\mathcal{C}_P$ y $\mathcal{C}_V$ de cualquier sustancia pueden ser expresados en términos de su temperatura T, el volumen V, la compresibilidad adiabática $\kappa_S \equiv -V^{-1}(\partial V/\partial P)_S$, la compresibilidad isotermal $\kappa_T \equiv -V^{-1}(\partial V/\partial P)_T$, y la expansividad termal $\alpha \equiv V^{-1}(\partial V/\partial T)_P$. Obtenga estas expresiones como sigue:

   (a) Escriba la entropía S como una función de T y V, y muestre que

   $$T\ dS = \mathcal{C}_V\ dT + \frac{\alpha T}{\kappa_T}\ dV.$$

   (b) Escriba la entropía S como una función de T y P, y muestre que

   $$T\ dS = \mathcal{C}_P\ dT - \alpha T V\ dP.$$

   (c) Usando estos resultados, pruebe que

   $$\mathcal{C}_P - \mathcal{C}_V = \frac{T V \alpha^2}{\kappa_T}.$$

   (d) Exprese $\mathcal{C}_P$ y $\mathcal{C}_V$ en términos de T, V, α, κ_T y κ_S.

10. Hallar, calculando para un mol, el incremento de la entropía del gas carbónico con el aumento de la temperatura absoluta en $n = 2$ veces, si el proceso de calentammiento es:

    (a) isocórico;

    (b) isobárico.

    Considere el gas como ideal.

11. La entropía de n moles de un gas ideal monoatómico es

    $$S = \frac{5}{2}nR + nR\ln\left[\left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{n_0}{n}\right)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\right],$$

    donde V_0, n_0, y T_0 son constantes (esta es la llamada ecuación de *Sackur - Tetrode*). La ecuación de estado es $PV = nRT$.

    (a) Calcule la energía interna.

    (b) Calcule el potencial químico.

(c) Escriba la ecuación fundamental para un gas ideal monoatómico y muestre que ésta es función homogénea de primer orden de las variables de estado extensivas.

(d) Calcule la entalpía.

12. Muestre que

$$T\mathrm{d}s = c_x \left(\frac{\partial T}{\partial Y}\right)_x \mathrm{d}Y + c_Y \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_Y \mathrm{d}x,$$

donde $x = X/n$ es la cantidad de variable extensiva, X, por mol, c_x es la capacidad calorífica por mol a x constante, y c_Y es la capacidad calorífica por mol a Y constante.

13. Considere un material paramagnético que obedece la ley de Curie

$$m = \frac{D}{T}H,$$

donde D es una constante, y cuya capacidad calorífica a magnetización constante es

$$C_m = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_m = \frac{A}{T^2},$$

donde A es una constante.

(a) Determine el trabajo realizado durante un cambio isotérmico de magnetización desde m_i hasta m_f.

(b) Encuentre la entropía en función de T y m.

(c) Demuestre que la capacidad calorífica a campo magnético constante H está dada por

$$C_H - C_m = D\left(\frac{H}{T}\right)^2.$$

(d) Demuestre que

$$\left(\frac{\partial C_H}{\partial H}\right)_T = \frac{2DH}{T^2}.$$

14. La ecuación de estado de cierta sustancia viene dada por

$$P = A\frac{T^3}{V},$$

donde P, V y T son la presión, volumen y la temperatura absoluta, respectivamente, y A es una constante. La energía interna de la sustancia viene dada por

$$U = BT^n \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + f(T),$$

donde B, n y V_0 son constantes y $f(T)$ es una función que depende sólo de la temperatura. Determine los valores de B y n.

15. Un mol de gas ideal efectúa un proceso en el transcurso del cual la entropía del gas varía en función de la temperatura T según la ley

$$S = aT + C_V \ln T,$$

donde a es una constante positiva, C_V, la capacidad calorífica molar del gas a volumen constante. Hallar la dependencia entre la temperatura del gas y su volumen en este proceso, si cuando $V = V_0$ la temperatura $T = T_0$.

16. ¿Cuál es el incremento de la entropía de un mol de gas de Van der Waals ante la variación isotérmica de su volumen desde V_1 hasta V_2? Considere conocidas las correcciones de Van der Waals.

17. Un mol de gas de Van der Waals que tenía un volumen V_1 y una temperatura T_1 pasó a otro estado de volumen V_2 y temperatura T_2. Hallar el incremento correspondiente de la entropía del gas, considerando conocida su capacidad calorífica molar C_V.

18. A muy bajas temperaturas la capacidad calorífica de los cristales es $C = aT^3$, donde a es una constante. Determinar la entropía de un cristal en función de la temperatura en esta zona.

19. La temperatura de una sustancia en cierto proceso depende de su entropía S según la ley $T = aS^n$, donde a y n son constantes. Hallar la capacidad calorífica correspondiente C de la sustancia en función de S. ¿Bajo que condición $C < 0$?

20. Un mol de gas ideal con capacidad calorífica C_V conocida efectúa un proceso en el que la entropía S depende de la temperatura T según la ley $S = \alpha/T$, donde α es una constante. La temperatura del gas cambio desde T_1 hasta T_2. Hallar:
    (a) la capacidad calorífica molar del gas en función de su temperatura;
    (b) la cantidad de calor comunicado al gas;
    (c) el trabajo realizado por el gas.

21. Determinar el rendimiento de un ciclo que se compone de dos isocoras y de dos isotermas, si durante éste el volumen varía ν veces, y la temperatura absoluta, τ veces. La sustancia de trabajo es un gas ideal cuyo exponente adiabático es γ. Dibuje el ciclo mostrando claramente donde hay absorción y cesión de calor.