

▼ Fabian Trigo

Orbita al rededor de un agujero negro

De acuerdo a la literatura la expresion seria:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = E^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \frac{L^2}{r^2}$$

y donde el momento angular:

$$L = r^2 \frac{d\phi}{d\tau}$$

por tanto utilizando integraci3n numerica:

$$\frac{dr}{d\tau}_{r_n, \phi_n} = \sqrt{E^2 - \left(1 - \frac{2M}{r_n}\right) \frac{L^2}{r_n^2}}$$
$$\frac{d\phi}{d\tau}_{r_n, \phi_n} = \frac{L}{r_n^2}$$

```
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.patches import Circle
import numpy as np

# Masa del agujero negro
M = 1.0

r_s = 2.0 * M # radio schwarchild -> 2 G M / c^2 (pero usamos unidades naturales)
L = 1.0
# condicion dada por el parametro de impacto en la derivacion
E = 2 / (r_s * 3 * np.sqrt(3))

#funciones:
def dr_dtau(r, signo):
    return signo * np.sqrt( E*E - (1- 2 * M / r) * (L/r)**2 )

def dphi_dtau(r):
    return L / r**2

def integracion_rphi(r_0, phi_0, signo, N = 100000, dtau = 0.01, max_r = 10.0):
    # comienzo del loop
    r_n = r_0
    phi_n = phi_0

    r_arr = []
    phi_arr = []

    for i in range(100000):
        r_arr.append(r_n)
        phi_arr.append(phi_n)

        # comienza la iteracion
        r_n = r_n + dtau * dr_dtau(r_n, signo)
        phi_n = phi_n + dtau * dphi_dtau(r_n)

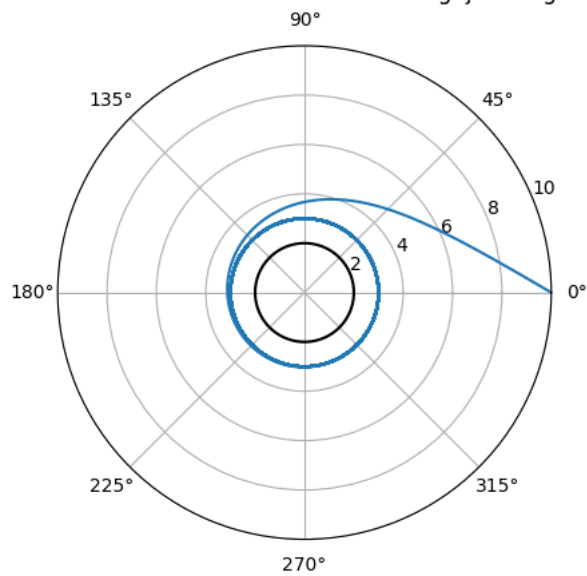
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111, projection='polar')
    # dibujamos un black hole
    angulo_bh = np.linspace(0, 2*np.pi, 100)
    linea_bh = np.array( [r_s for i in range( len(angulo_bh))] )
    ax.plot(angulo_bh, linea_bh, '-', color="black")
    ax.plot(phi_arr, r_arr, '-')
    ax.set_rlim([0, max_r])
    ax.set_title("Orbita de un fot3n alrededor de un agujero negro")
    plt.show()
```

▼ Foton que viene desde el infinito

```
# desde el infinito  
r_0 = 10.0  
phi_0 = 0
```

```
integracion_rphi(r_0, phi_0, signo = -1, N = 100000, dtau = 0.05, max_r = 10.0)
```

Orbita de un fotón alrededor de un agujero negro

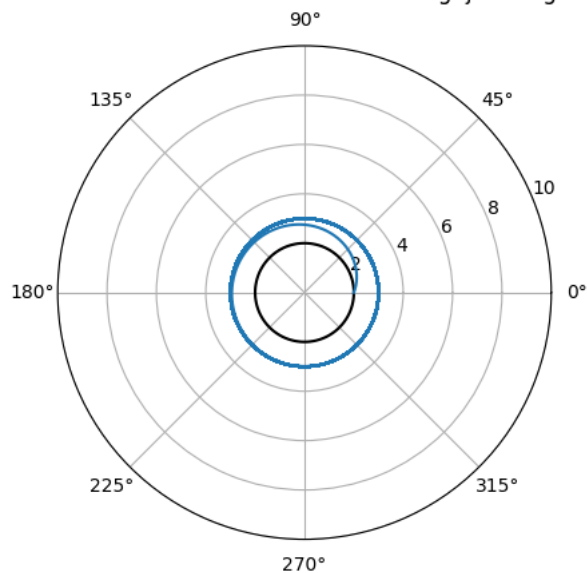


▼ Foton que viene cerca de la superficie

```
# desde el horizonte de eventos  
r_0 = r_s  
phi_0 = 0
```

```
integracion_rphi(r_0, phi_0, signo = +1, N = 100000, dtau = 0.05, max_r = 10.0)
```

Orbita de un fotón alrededor de un agujero negro



▶ Intentos previos

estos no me llevaron a mucho, ignorarse los dejo aqui para investigar en futuro como utilizar la integración simbolica

[] ↵ 2 celdas ocultas