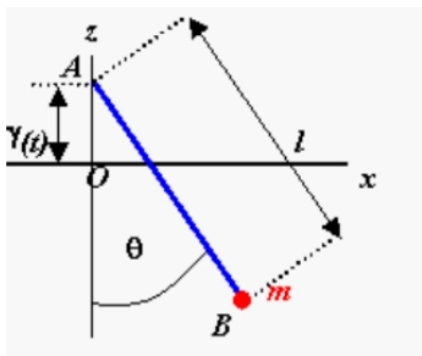

Prueba Módulo I - Forma B
Mecánica Intermedia
Licenciatura en Física - 2021¹

Problema I

Encontrar el Lagrangiano y el Hamiltoniano de un péndulo que consta de una masa m unida a una vara rígida y sin masa AB de longitud l , libre de moverse en el plano vertical. El extremo A de la vara sólo puede moverse en la dirección vertical y de modo que su desplazamiento respecto al origen de coordenadas O esta fijado por una función conocida del tiempo $\gamma(t)$. La gravedad actúa verticalmente y hacia abajo.

1. (20%) Halle el lagrangiano del sistema.
2. (20%) Halle la ecuación de movimiento para $\theta(t)$.
3. (35%) ¿Se conserva el Hamiltoniano?.
4. (25%) ¿Es el Hamiltoniano igual a la energía total del sistema?. Explique.



Problema II

¹**Hora de inicio:** 15:00 hrs.
Hora de término: 19:00 hrs.

Un cuerpo, de masa $m = 1$, se mueve en un campo en el cual la energía potencial es $gf(x)$, siendo g la aceleración de la gravedad. Se sabe que la ecuación del movimiento es:

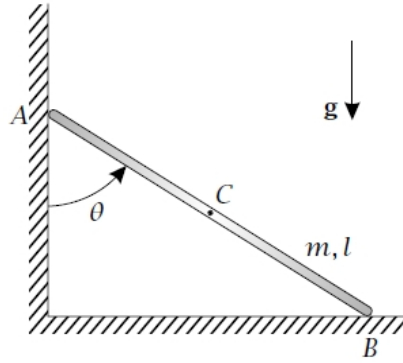
$$A(x)\ddot{x} + B(x)\dot{x} + gC(x) = 0$$

siendo $A(x)$, $B(x)$ y $C(x)$ funciones continuas. Si $A(x) = 1 + 4a^2e^{-2ax} - 8a^2e^{-3ax} + 4a^2e^{-4ax}$. Determine:

1. (50%) La energía potencial. Grafíquela (aproximadamente).
2. (50%) El hamiltoniano del sistema.

Problema III

Un extremo de una varilla delgada uniforme de masa m y longitud l se desliza a lo largo de una superficie vertical sin fricción, mientras que el otro extremo de la varilla se desliza a lo largo de una superficie horizontal también sin fricción. El ángulo θ formado por la varilla se mide a partir de la vertical:



Sabiendo que la gravedad actúa verticalmente hacia abajo:

1. (20%) ¿Cuáles son las ligaduras que condicionan el movimiento del sistema?. ¿Qué rol cumple cada una de ellas?.
2. (20%) Halle el lagrangiano del sistema.
3. (30%) Halle la ecuación de movimiento para $\theta = \theta(t)$ mientras la varilla mantiene contacto con la pared.
4. (20%) Determine la fuerza normal que ejerce la pared sobre el extremo de la varilla en contacto con el punto A en cualquier instante.
5. (10%) Determine la ecuación (no la resuelva) que permite hallar el ángulo θ_f en el que la varilla pierde contacto con la pared vertical.