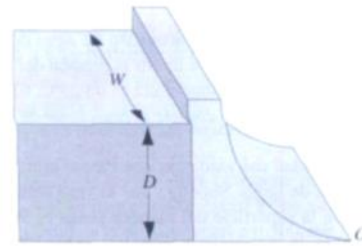
EFG, Represa Agua

Monday, June 12, 2023 10:13 PM

3.- Considere la represa mostrada en la figura.

(a) (40 %) Calcule la fuerza que el agua aplica sobre la represa.

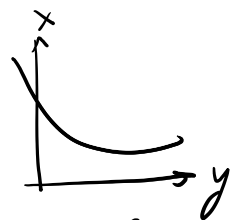


$P = P_0 + \rho g h \leftarrow$ profundidad del agua

P_0: atmosferic preassure

$F = \int P \, da = w \int_0^D P_0 + \rho g h \; dh = P_0 W D + W \rho g \frac{D^2}{2}$

por el aumento de presión tiene forma de parabola.



$y = x^2$

(b) (20 %) Si en el fondo de la represa se genera una burbuja de oxígeno que se desprende cuando tiene un radio de 0.1 mm, encuentre el radio que tendra cuando llegue a la superficie.

(c) (20 %) Si desde la superficie del agua se suelta una esfera de vidrio de 1 cm de diámetro, encuentre la velocidad con la que la esfera llega al fondo. Suponga que la bolita en cuestión alcanza la velocidad terminal a un metro de profundidad.

(d) (20 %) En relación con la parte (c), para cada una de las fuerzas que actúan sobre la bolita, realice un gráfico F v/s d, donde d es la profundidad a la que se encuentra la bolita.

b) $PV = nRT = cte \rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow P_1 \frac{4}{3}\pi r_1^3 = P_2 \frac{4}{3}\pi r_2^2$

$$P_1 r_1^3 = P_2 r_2^3$$

en el fondo la presión es: $P_1 = P_0 + \rho g D$; $P_2 = P_0$

$$\therefore \frac{P_0 + \rho g D}{P_0} (r_1)^3 = (r_2)^3 \leftarrow$$ radio al cubo de la burbuja en la superficie

c) se suelta una esfera de 1[cm]

c) se suelta una esfera de 1[cm]

$$\vec{F} = \underbrace{V(\rho_{agua} - \rho_{vidrio})g}_{\text{fuerza boyante y peso}} + \underbrace{\gamma |v|^2}_{\text{fuerza de roce.}}$$

$$m\frac{dv}{dt} = \underbrace{V(\rho_a - \rho_v)g}_{-B} + \gamma v^2$$

$$\boxed{\frac{m\,dv}{B + \gamma v^2} = dt}$$

$$\frac{1}{\gamma}\frac{m\,dv}{-\frac{B}{\gamma} + v^2} \quad \Big| \quad \beta^2 = \frac{B}{\gamma} \quad \Big\{ \quad \frac{m}{\gamma}\int_0^v \frac{dv}{-\beta^2 + v^2} = \int_0^t dt = t$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\tanh^2 x - 1 = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\frac{d\tanh x}{dx} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\beta^2 \tanh^2 x - \beta^2 = \beta^2 \operatorname{sech}^2 x$$

$$\boxed{v = \beta \tanh x} \qquad dv = \beta \operatorname{sech}^2 x \, dx$$

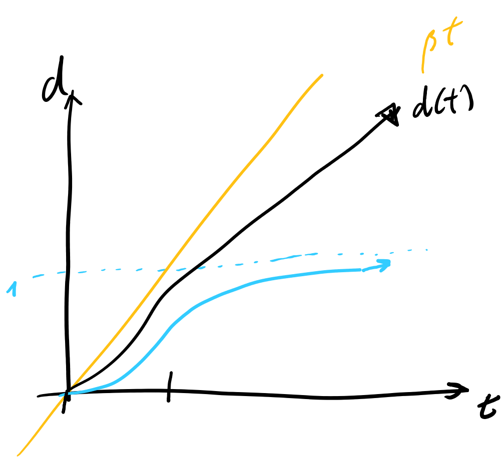
$$\frac{\gamma}{m} t = \int_0^v \frac{dv}{v^2 - \beta^2} = \frac{1}{\beta}\int dx = \frac{1}{\beta}\operatorname{arctanh}\left(\frac{v}{\beta}\right)$$

$$\lim_{t \to \infty} \operatorname{arctanh}\left(\frac{v}{\beta}\right) = \arctan(1) \rightarrow v = \beta = \sqrt{\frac{B}{\gamma}} \;//$$

o $\frac{dv}{dt} = B - \gamma v^2 = 0 \;\Big|\; V_{term} = \sqrt{\frac{B}{\gamma}}$ ← velocidad con la que llega al fondo //

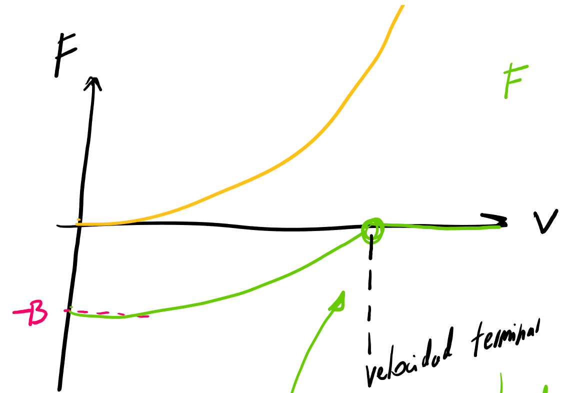
d) $$\boxed{v = \beta \tanh\left(\frac{\beta \gamma t}{m}\right)}$$

$$d(t) = t\,v(t) = \boxed{\beta t} \cdot \boxed{\tanh\left(\frac{\gamma}{m}\beta t\right)}$$



$$\vec{F} = -|V(\rho_{agua} - \rho_{vidrio})|g + \gamma|v|^2$$

$$\vec{F} = -B + \gamma|v|^2$$



ya que la velocidad no aumenta de este valor, allí se queda

necesita mas velocidad,

d)