INTRODUCCIÓN

El pensamiento científico de la Física es el de una ciencia empírica, esto significa que las especulaciones teóricas deben ser comprobadas por el experimento y por tanto sólo usar conceptos que se puedan medir, ocurriendo una retroalimentación entre el experimento y teoría, proceso en el cual muchas veces se obtienen nuevas ideas.

Entendemos por experimento un conjunto de eventos diseñados de acuerdo con El Método Científico con la finalidad de comprobar, formular alguna teoría u obtener información sobre algún fenómeno de interés. En cuanto al método científico este cuenta de las siguientes etapas:

- Observación
- Elaboración de una hipótesis
- Toma de datos
- Análisis de los datos
- Conclusión

Sobre cada uno de estos pasos hablaremos más adelante, centrándonos ahora en el problema de la toma de los datos que es donde surge la dificultad en lo que se refiere a cuan confiables son, ya que siempre se presentan errores. Para aumentar la confiabilidad se han elaborados procedimientos, algunos de los cuales estudiaremos en el desarrollo del curso.

terraplanistaeuv@gmail.com

NOTACIÓN CIENTIFICA

POTENCIAS DE 10

Al trabajar en diferentes campos de la ciencia, es frecuente encontrar que las magnitudes físicas varían entre muy pequeñas y muy grandes, por ejemplo la distancia entre la Tierra y el Sol es aproximadamente de 150.000.000.000 de metros o que el radio del átomo de hidrogeno es aproximadamente de 0,000000000001 metros. Como esta forma de escribir es muy incomoda es que resulta conveniente usar las potencias de 10, algunas de las cuales se muestran continuación:

$1 = 10^0$ $\qquad$ $10.000 = 10^4$

$10 = 10^1$ $\qquad$ $100.000 = 10^5$

$100 = 10^2$ $\qquad$ $1.000.000 = 10^6$

$1000 = 10^3$ $\qquad$ mil millones $= 10^3 \cdot 10^6 = 10^9$

$0,1 = 1/10 = 10^{-1}$ $\qquad$ $0,01 = 1/100 = 10^{-2}$ $\qquad$ $0,001 = 1/\ 1000 = 10^{-3}$

$0,0001 = 1/10.000 = 10^{-4}$ $\qquad$ $0,00001 = 1/100.000 = 10^{-5}$ $\qquad$ $0,000001 = 1/\ 1.000.000 = 10^{-6}$

De esta manera el radio entre la Tierra y el Sol es $1,5 \cdot 10^{11}$ [m] y el radio del átomo de hidrogeno $1 \cdot 10^{-12}$ [m].

Consideremos las siguientes cantidades 5628 y 0,000386, usando diferentes potencias de 10 pueden anotarse:

$$5,628 \cdot 10^3 = 56,28 \cdot 10^2 = 562,8 \cdot 10^1$$

$$0,000386 = 0,00386 \cdot 10^{-1} = 0,0386 \cdot 10^{-2} = 0,386 \cdot 10^{-3} = 386 \cdot 10^{-6}$$

Para evitar estos diferentes modos de anotar cantidades usando potencias de 10, se acepta el siguiente convenio, llamado de **notación científica**

Se elige un valor entre 1 y 10 acompañado de su correspondiente potencia de 10

Así los números anteriores se anotan:

$$5.628 = 5,628 \cdot 10^3$$

$$0,000386 = 3,86 \cdot 10^{-4}$$

En la tabla mostrada a continuación se muestran las potencias de 10 más utilizadas en la literatura.

TABLA I

Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	mili	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10	Deca	De
10^2	hecto	H
10^3	kilo	K
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T

Operaciones aritméticas

Para efectuar operaciones aritméticas usando potencias de 10 usamos las reglas para operar con potencias, sí $n_1 = A \cdot 10^p$ y $n_2 = B \cdot 10^q$, se cumple :

$n_1 \cdot n_2 = (A \cdot B) \cdot 10^{p+q}$
$n_1 / n_2 = (A / B) \cdot 10^{p-q}$
$n_1^z = (A \cdot 10^p)^z = A^z \cdot 10^{p \cdot z}$

Ejemplo:
La ley de la gravitación Universal determina con que fuerza se atraen dos masas que se encuentran a una distancia d entre si. Siendo

$$F = G\frac{m_1 \bullet m_2}{d^2}$$

donde $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ [$N \cdot m^2/ kg^2$] llamada cte. de gravitación universal. Usando está fórmula, calcular con que fuerza se atraen dos masas de 200 [kg]. 1000 [kg]. Separadas por una distancia de 0,2 [m] se obtiene

$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10^{-1})^2$ [N]

$F = (6,67 \cdot 2 \cdot 1 / 2^2) \cdot (10^{-11} \cdot 10^2 \cdot 10^3 / 10^{-2})$ [N] $= 3,335 \cdot 10^{-4}$ [N]

Cifras significativas

Supongamos que usted desea conocer el perímetro de un circulo, determina su radio y resulta ser 25,4 [cm], aplicando la fórmula $2 \pi r$ se obtiene 159,5929068 [cm] la pregunta es ¿Cuántos decimales realmente deben anotarse? En ciencias solo podemos expresar las cantidades por números cuyas cifras tengan real significado y confiabilidad, a estas cifras las llamamos **Cifras Significativas**. Cuando se dice que una cantidad tiene tres cifras significativas (3 cs) quiere decir que el último dígito es la última cifra que el experimentador se atreve a darle un valor , por ejemplo decir que el largo de un madero es 1,2 [m] no es lo mismo que decir 1,20 [m] , si bien tienen el mismo valor aritmético no tienen el mismo significado.

Definición. En un número cualquiera, el número de cifras significativas es el número de dígitos sin contar los ceros en el extremo izquierdo (si es que los hay).

Cuando al final de un número se coloca una coma (80,) indica que la cantidad no es realmente un entero, si no que se ha obtenido experimentalmente mediante una aproximación.

Ejemplos:

1,2...................... ....2 cs
1,20..3 cs
0,430..3 cs
0,000430.....................................3 cs
0,00043.......................................2 cs
20,..2 cs
5,431..4 cs
5,4310..5 cs
$5,4310 \cdot 10^4$ ....5 cs
$4,30 \cdot 10^{-4}$ ....3 cs

Aproximación o redondeo de números.

Regla:
a) Si la cifra que se descarta es mayor que 5 ó 5 seguido de cualquier dígito distinto de cero, entonces la cifra adyacente aumenta en una unidad.

Ejemplo. Las siguientes cantidades están aproximadas a 4 cifras sin contar los ceros a la izquierda,

67,2582 → 67,26 67,2552 → 67,26
67, 2651 → 67,27 67, 23501 → 67,24

b) Si la cifra que se descarta es 5 ó 5 seguido de ceros , la cifra adyacente retenida si es impar aumenta en una unidad y si es par permanece sin alterar

Ejemplos: 67,2550 → (4 c) → 67,26
67,2650 → (4 c) → 67,26
67,2500 → (3 c) → 67,2
67,1500 → (3 c) → 67,2

Si la cifra que se descarta es menor que 5 seguido de cualquier dígito, la cifra retenida no se altera.

Ejemplos: 62,254 → (4 c) → 62,25
62,24499 → (4 c) → 62,24

Orden de magnitud.

Cuando se aproxima un número a la potencia de 10 más representativa se llama orden de magnitud. (O.M)

Ejemplos:

$1,758 \cdot 10^{11} \sim 10^{11}$ $6,67 \cdot 10^{-8} \sim 10^{-7}$ $3,74 \cdot 10^{-8} \sim 10^{-8}$ $5,05 \cdot 10^{-27} \sim 10^{-26}$

La cantidad 6,45019 se aproxima al número de cifras significativas indicadas en el paréntesis:

(5) ....6,4502 (4) .... 6,450 (3).........6,45

(2) ....6,5 (1) ....6, O.M 10

Nota: La coma después del seis indica que este viene de una aproximación.

Operaciones con cifras significativas.-

Suma:

Para sumar se deben aproximar todos los sumandos de manera que tengan el mismo número de decimales que el sumando con el menor número de decimales.

Ejemplo:

2,1 + 13,187 + 2,22 puede anotarse 2,1 + 13,2 + 2,2 = 17,5

Multiplicación , División y Potenciación

Se recomienda aproximar todas las cantidades al mismo número de cifras significativas, pero en todo caso el resultado debe aproximarse a la cantidad que tenga el menor número de cifras significativas (a lo sumo una más)

Ejemplo: 9,14600 x 0,0853 = 0,7801538 debe anotarse 0,780 ó a lo más 0,7802

Ejercicios:

Calcular haciendo las aproximaciones adecuadas

1.- 543,2 + 234,550 +17,4501 =

2.- 1089,45 - 189,675 -20,4501 =

3.- 63,72 x 23,2 =

4.- 852,352 ÷ 4,25 =

5.- (120,382 - 10,23) x 5,8 =

6.- (532,58 x $6,70 \cdot 10^3$ - 500) ÷ $1,85 \cdot 10^2$

7.- 434,28 x 30,50 ÷ 2,82 =

Nota: Cuando los cálculos se realizan con calculadora, se recomienda sólo aproximar el resultado de acuerdo con las reglas.

MEDICIONES

Para que una cantidad sea medible debe permitir una comparación del tipo “igual que”, “mayor que” o “menor que”, al mismo tiempo que admitir el concepto de suma.

En física se pueden medir muchas cantidades, pero de las más conocidas es la longitud la que puede medirse con un mayor número de instrumentos diferentes como: el tornillo micrométrico, el pie de metro (palmer), el esferómetro, etc. alguno de los cuales veremos más adelante. Para comenzar usaremos el más simple que es nuestra conocida regla.

A un grupo de 6 alumnos se les pide que midan el largo de una hoja de cuaderno, con una regla graduada en [mm], entregando los siguientes resultados:

1.- 21,42 [cm]	2.- 21,4118 [cm]	3.- 21,418 [cm]
4.- 21, [cm]	5.- 21,4 [cm]	6.- 21,40000 [cm]

¿Cuál es a su parecer la respuesta más acertada?

Regla:

Cuando se realiza una medición, siempre se acepta como correcto considerar a la décima de la unidad más pequeña de la graduación del instrumento

¿Cuál es la correcta?

Para el caso de la regla de medir se consideran resultados precisos hasta 0,2 [mm].

1.2.- Correcto uso de la regla.

Se a dicho que una regla puede dar resultados correctos hasta dentro de 0,2 [mm], pero para obtener estos resultados deben evitarse ciertos errores como el de paralaje y error de cero.

Error de paralaje, este es el error que se comete cuando hay cierta distancia entre la regla y el objeto que se quiere medir, la cantidad medida depende de donde se encuentre el observador como se muestra en la figura 1.

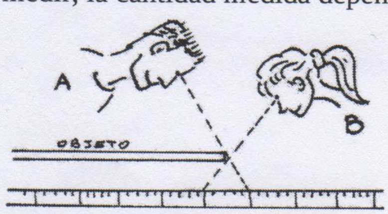


Fig.1 Error de paralaje, los observadores A y B leen distintos valores dependiendo de sus posiciones.

Este error puede reducirse colocando el objeto a medir lo más próximo posible a la escala de la regla, o bien colocando un espejo paralelo a la escala, como se muestra en la fig.2, la medición debe hacerse de manera que la imagen quede tapada por el objeto. Si tiene un espejo practique esto.

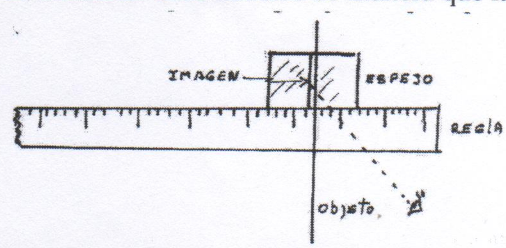
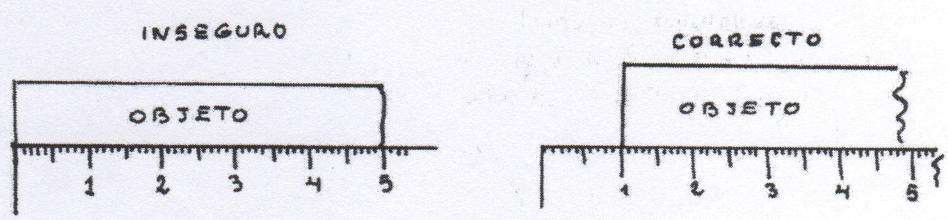


Fig.2. Como evitar el error de paralaje usando un espejo

Error de cero .

No es buena práctica alinear un extremo del objeto con el cero de la regla, ya que este puede estar falseado por diferentes motivos. Este error puede evitarse usando la técnica mostrada en la fig 3

Fig.3



Clase de medidas

Se llaman medidas directas aquellas que realizan con una sola lectura del aparato calibrado; por el contrario se entiende por medida indirecta las que exigen varias medidas directa y posterior cálculo, como por ejemplo el cálculo del área de un rectángulo.

Actividad 1

Usando una regla graduada en [cm]. y otra graduada en [mm], mida el largo y el ancho de su cuaderno.

Actividad 2

Mida el área de un rectángulo dibujado en una hoja de su cuaderno

ERRORES

Como es sabido cuando se realiza un experimento el resultado se parece poco al esperado debido fundamentalmente a los diferentes errores cometidos en el proceso de experimentación. A medida que el experimento se repite y se refina el resultado se hace cada vez más confiable.

En esta parte no se pretende dar un curso sobre teorías de errores, si no más bien dar algunos elementos sobre errores y como aplicarlos a diferentes situaciones en el marco del nivel matemático del curso. Para aquellos alumnos que estén interesados en el tema se recomiendan algunos libros en la bibliografía al final de la unidad.

El error se define como la diferencia entre el valor observado y el valor considerado como verdadero

Note que hemos hablado de un valor considerado como verdadero , esto es así ya que el valor verdadero no es conocido, sin embargo es sospechado debido a experimentos anteriores o a especulaciones teóricas.

Dada la naturaleza de los errores, variada e impredecible, es posible clasificarlos de acuerdo a sus características específicas en dos grandes grupos, el de lo errores sistemáticos y el de los errores aleatorios.

Errores Sistemáticos

Estos errores se deben a causas señalables que se repiten, principalmente se encuentran en los equipos y en su mal uso, en la incorrecta aplicación de fórmulas y en la planificación del experimento. Este tipo de errores se puede disminuir usando buenos equipos y bien calibrados.

Errores aleatorios (casuales)

Estos errores se deben a la suma de una gran número de perturbaciones individuales pequeñas y fluctuantes, imposibles de predecir y que combinadas dan resultados altos en un momento (o lugar) y bajos en otros . Este tipo de errores no se pueden eliminar y cuando todos los errores sistemáticos han sido eliminados o reducidos a un mínimo, los errores aleatorios serán la mayor fuente de la imprecisión. Afortunadamente la mayor parte de los errores casuales siguen una ley llamada de distribución normal o Gaussiana de errores. Cuando los errores se distribuyen de este modo, se pueden tratar estadísticamente de manera que aumente la confiabilidad en los resultados. Por ahora nos limitaremos a dar algunas reglas sencillas para manejar los datos que están afectados de errores aleatorios.

Actividad 3

Error en la medición de una longitud.

Suponga que 11 alumnos han medido el largo de un objeto, usando una regla graduada en [cm]. y [mm], obteniendo los valores dados a continuación que constituyen la muestra *.

L [cm]:	21.23	21.25	21.21	21.23
	21.24	21.26	21.24	21.25
	21.22	21.23	21.22	

Con el fin de considerar todos los valores sacamos el promedio o valor medio de la muestra, que constituye el valor más probable dado por,

$$\overline{L} = \frac{\Sigma L_i}{n}$$

donde L_i es cada uno de los valores de la muestra y n el número de valores.
El resultado para nuestro problema es,

$\overline{L}$ = 21.23 [cm] (comprobar)

Si graficamos las mediciones podemos apreciar cuanto difiere cada una de las medidas del promedio.

			x			
	x	x	x	x		
x	x	x	x	x	x	
21.21	21.22	21.23	21.24	21.25	21.26	21.27

A cada medida se le puede calcular el error aparente o desviación con respecto al promedio dado por,

$$e.p_i = L_i - \overline{L}$$

Pero es mucho más práctico usar el error porcentual respecto del promedio, definido como

$$Ep_i = \frac{L_i - \overline{L}}{\overline{L}} * 100$$

Para los tres primeros valores se obtiene:

E_{p1} = 0 % E_{p2} = 0.05 % E_{p3} = -0.05 % (comprobar)

note que se han echo aproximaciones y que algunos valores pueden ser negativos

- *La muestra es una parte de la población. La población o universo está formado por todos los valores posibles.*

DESVIACIÓN STANDARD

Es razonable pensar que mientras menos dispersos estén los datos más confiables serán, de aquí que resulte conveniente hallar una forma de representar cuantitativamente la dispersión de un conjunto de datos.

Como hemos visto el error con respecto al promedio puede ser negativo, al igual que el error porcentual, por lo tanto al considerar todos los errores sacando el promedio este podría ser cero, motivo por el cual consideraremos los cuadrados de las desviaciones respecto del promedio.

$$(L_i - \overline{L})^2$$

Para tomar en cuenta todas las medidas calculamos el promedio de las desviaciones al cuadrado,

$$\frac{\sum (L_i - \overline{L})^2}{n}$$

Como estamos interesados en calcular largos y no largos al cuadrado sacamos la raíz, al valor que resulta se le da el nombre de **Desviación Standard**,

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \overline{L})^2}{n}}$$

La desviación standard nos indica la precisión con que se efectuaron las mediciones, para tener esto presente se acostumbra a anotar el resultado de la siguiente manera,

$$L = \overline{L} \pm \sigma_n$$ y con una cifra significativa

Esto significa que el valor de la longitud L (u otra magnitud) está entre la suma y la diferencia, esto es

$$\bar{L} - \sigma_n < L < \bar{L} + \sigma_n$$

Para nuestro caso tenemos L = 21.23454545 y σ_n = 0.014374
como el error debe anotarse con una cifra significativa , resulta

$$L = 21.23 \pm 0.01 \text{ [cm]}.$$

Esto significa que el resultado puede estar entre 21.22 y 21.24 [cm] ambos extremos incluidos.

Actividad 4
Hallar el promedio con su correspondiente error para los datos de la tabla dada a continuación.

5.38 - 5.319 - 5.35 - 5.37 -5.40 - 5.39 - 5.328 - 5.34 - 5.35 - 5.38 - 5.339 - 5.365

Precisión y Exactitud

Se ha mencionado en varias oportunidades la palabra " precisión " sin aclarar su significado . A continuación aclararemos los conceptos de precisión y exactitud y como están relacionados con los errores aleatorios y sistemáticos, para esto nos basaremos en las figuras mostradas a continuación , donde A representa el valor considerado como verdadero* de la magnitud X en cuestión , y M su promedio experimental.

La fig.a representa mediciones con una gran dispersión esto es σ es grande y por tanto la precisión es pequeña, como M está próximo a A la exactitud es buena, lo que significa que el error sistemático es pequeño.

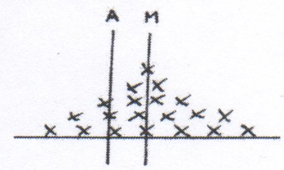


Fig.a

** El valor considerado como verdadero es el valor más probable obtenido de una cantidad muy grande de mediciones (sobre 100)*

En la fig.b, la precisión es buena , σ es pequeño, y la exactitud es mala porque el valor medio está lejos del valor considerado como verdadero, esto es el error sistemático es grande.

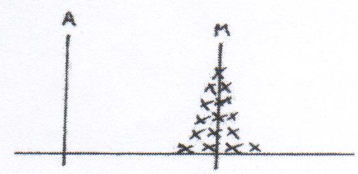


Fig.b

En la fig.c , La precisión es buena y la exactitud también.

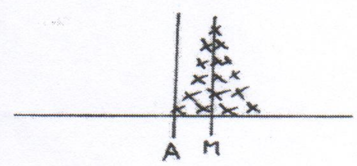


Fig.c

En la fig.d, la precisión y la exactitud son malas

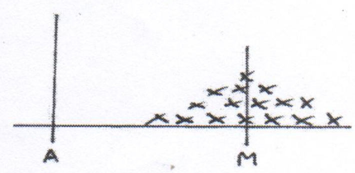


Fig.d

La Teoría de Errores en los Experimentos

Las definiciones dadas anteriormente pueden aplicarse con toda confianza cuando el número de mediciones n es lo suficientemente grande, el problema es que no hay un acuerdo sobre cual es el mínimo valor de n, muchos autores piensan que es del orden de 100. Sin embargo en la práctica rara vez el número de medidas superan las 10 o 20, por lo que nosotros adoptaremos el convenio de que si las medidas superan las 10 usaremos el criterio estadístico, en caso contrario usaremos alguno de los métodos sugeridos a continuación.

Criterios sobre el error en una medición

Cuando se hace sólo una medición se puede considerar como error (Δa) el error del instrumento o el error en una medición que el observador honestamente estime (en todo caso se tomará el mayor de los dos). Por ejemplo si se está midiendo con una regla milimétrica el error puede ser de 0.5 [mm]., sin embargo si medimos con la misma regla una longitud de 2 [cm]. y otra de 10 [cm]. el sentido común nos dice que el error de 0,5 milímetros es más significativo en la medición de los 2 [cm] que en los 10 [cm], debido a esto es que resulta más conveniente usar el error relativo e_r , el cual se determina como el cuociente entre el error absoluto y el valor medido, el que puede expresarse porcentualmente multiplicando por 100.

$a = a_o \pm\pm \Delta a$, $\quad e_r = \Delta a / a_o$ $\quad a_o$ = valor medido

Δa = error absoluto

Ejemplo 1

Supongamos que un observador comete un error de 0.2 [mm] en una medición con una regla graduada en [cm] y [mm] ¿Cuál es el error relativo cuando se mide una longitud de 4 [cm], 20 [cm]?

Para el primer caso $L_1 = 4.00 \pm 0{,}02$ [cm], con $e_r = 0{,}02 / 4 = 0{,}005 \Rightarrow 0.5\ \%$

Para el segundo caso $L_2 = 20{,}00 \pm 0.02$ [cm], con $e_r = 0{,}02 / 20 = 0{,}001 \Rightarrow 0{,}1\%$

El estudiante debe notar que las unidades deben ser las mismas, en este caso [cm] o [mm]. Además queda claro que la precisión en la medida de L_2 es 5 veces mayor

Es importante tener en cuenta que mientras menor sea el error relativo mayor es la precisión, por lo tanto esta es una buena manera de saber cual es la precisión de una medida.

> Ejercicio
>
> Un observador usa una regla graduada en mm, si es capaz de apreciar honestamente hasta 0,5 [mm]. Determine el error absoluto y el error relativo en $L_1 = 15$ [cm] y en $L_2 = 30$ [cm].

Ejemplo

Una de las mejores mediciones de la velocidad de la luz c es,

$$c = (2.997925 \pm 0.000001) * 10^8 \text{ [m/s]}$$

Cuál es su precisión en %

En primer lugar el error absoluto es $\Delta c = 0.000001 * 10^8$ [m/s] = 100 [m/s]

y el error relativo $\quad e_r = \dfrac{0.000001*10^8 \text{[m/s]}}{2.997925 * 10^8 \text{ [m/s]}} = 0.00000033$

$= 3{,}3 * 10^{-5}\ \%$

> Ejercicios
>
> Calcular el error relativo, a los siguientes valores:
>
> a) $4{,}32 \pm 0{,}02$ Resp. 0,5%
> b) $2043{,}6 \pm 0{,}3$
> c) $0{,}18 \pm 0{,}01$
> d) $(3{,}825 \pm 0{,}004) * 10^{-9}$

Nota: En todos los casos el error se escribe con una cifra significativa, y eso determinará en donde se deberá aproximar el valor promedio.

Errores para el caso n es mayor que 1 y menor que 10

Para saber cual es el error cometido en la determinación de una cierta cantidad A se puede proceder de la siguiente manera. De todos los valores a_i medidos se toma el máximo y el mínimo, se hace la diferencia y se divide por dos.

$$\Delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{2} \quad , \text{ luego } \quad a = \bar{a} \pm \Delta a$$

Si cada una de las medidas tiene su propio error (siempre lo tiene), el error que debe usarse es el obtenido mediante la fórmula anterior.

Ejemplo

Supongamos las siguientes 5 mediciones de una cantidad A,

$a_1 = 9{,}83 \pm 0{,}02$ [cm]
$a_2 = 9{,}79 \pm 0{,}04$ [cm]
$a_3 = 9{,}67 \pm 0.03$ [cm]
$a_4 = 9{,}75 \pm 0{,}04$ [cm]
$a_5 = 9{,}69 \pm 0.04$ [cm]

El valor medio es $\bar{a} = 9{,}746$ [cm], el error absoluto $\Delta a = 0{,}08$ [cm], por lo tanto el valor más probable es 9,75 [cm] y debemos anotar

$$a = 9{,}75 \pm 0{,}08 \text{ [cm]},$$

y su error relativo de 0,8 % que es mayor que el más alto de los valores a_i . ¿de los valores a_i , cual es el más preciso?

Ejercicios

Para una magnitud P se han medido las cantidades dadas a continuación.

0,361 - 0,350 - 0,354 - 0,353 - 0,355 - 0.353 - 0.349.

Usándolas todas calcule el error y luego repita el cálculo pero sin usar los valores "disparados"

Errores para el caso n mayor o igual a 10

Para saber cuál es el error cometido en la determinación de una cierta cantidad A que ha sido medida diez o más veces, consideraremos su error igual a la desviación estandard de ese conjunto de datos.

$$\Delta a = \sigma \, , \quad \text{luego} \quad a = \bar{a} \pm \Delta a$$

Nuevamente si cada una de las medidas tiene su propio error, el error que debe usarse es el obtenido mediante el criterio anterior.

En el caso de mediciones indirectas se procederá de la siguiente forma:

El error en una suma (o resta)

El error en adición o sustracción es igual a la suma de los errores de los sumandos *

Ejemplo

si $a_1 = 40{,}2 \pm 0{,}2$ y $a_2 = 30{,}9 \pm 0{,}3$

$a_1 + a_2 = 71{,}1 \pm 0{,}5$

Como otro ejemplo veamos el siguiente caso,

(3,76 $\pm$ 0,06) + (4,876 $\pm$ 0,003),

la suma directa es 8,636 y el error 0,063 , como acordamos anotar con una cifra significativa queda,

8,64 $\pm$ 0,06

<u>Ejercicio</u> Hallar la suma y el error de las siguientes cantidades:

(6,39 $\pm$ 0,02) + (5,42 $\pm$ 0,01) =

(5,89 $\pm$ 0,01) + (6,231 $\pm$ 0,008) =

<u>CASO GENERAL</u>

Consideremos las siguientes cantidades $X = \overline{X} + \Delta X$, $Y = \overline{Y} + \Delta Y$ y $Z = \overline{Z} + \Delta Z$

Si la relación entre las cantidades que se quiere calcular es F tal que F es una función de X, Y y Z:

$$F\left(X, Y, Z\right)$$

El valor promedio de ella se calculara evaluando la función con los valores promedios de cada una de las variables:

$$F\left(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}\right)$$

donde las barras sobre las cantidades representan el valor promedio de cada una de ellas, la formula dada a continuación permitirá el calculo de □F,

$$\Delta F = \left|\frac{\partial F}{\partial X}\right| \Delta X + \left|\frac{\partial F}{\partial Y}\right| \Delta Y + \left|\frac{\partial F}{\partial Z} \Delta Z\right|$$

El estudiante podrá notar que esta fórmula contiene el caso del producto como el de la división entre muchos otros.

<u>Ejercicio</u>

Resolver el problema de Q = X / Y Considerando x = 9,04 $\pm$ 0,02 e y = 2,02 $\pm$ 0,03

Respuesta Q = 4,48 $\pm$ 0,08

<u>Ejercicio</u>

Determine el volumen de un pequeño cilindro de radio R = 6,06 $\pm$ 0,02 [cm]

y altura h = 12,24 $\pm$ 0,01 [cm] con su correspondiente error.

<u>Ejercicio</u>

Calcular F $\pm$ ΔF , si F = X·Y2 / Z con:

X = 40,63 $\pm$ 0,02; Y = 7,22 $\pm$ 0,01; Z = 20,34 $\pm$ 0,03