GUIA DE AUTOAPRENDIZAJE N°2 MATEMATICA SEGUNDO MEDIO

Objetivo de Aprendizaje:

OA1 Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales.

OA 2 Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos.

*Deducir propiedades de la multiplicación de raíces

Tema: Multiplicación de raíces y algunas de sus propiedades

Recuerda que las raíces están definidas como potencias de exponente racional fraccionario, por lo que podemos asegurar que las propiedades que se cumplen en las potencias también se cumplen para las raíces.

Cantidad subradical o radicando

Le llamaremos **raíz enésima** a aquella raíz que tenga índice "n"

Antes de iniciar revisemos algunos casos de raíces especiales:

a) $\sqrt[n]{1} = \frac{1}{2}$?

Prueba con distintos valores para n:

n	2	3	6	10
$\sqrt[n]{1}$				

Conclusión: Para cualquier valor del ______, toda raíz ______ de ____ resulta 1.

b) $\sqrt[n]{0} = .?$

Prueba con distintos valores para n:

n	2	3	6	10
$\sqrt[n]{0}$				

Conclusión: Para cualquier valor del ______, toda raíz ______ de _____ de _____.

En la guía anterior aprendimos a sumar y restar raíces, ¿Qué pasa si multiplicamos raíces? ¿Se podrá usar algún procedimiento que nos ayude a facilitar nuestros cálculos?

Analizando...

Caso 1: Raíces con distinto índice e igual subradical

$$\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3} =$$



Observaciones:

- A pesar de que ambas raíces tienen igual subradical, las dos tienen distinto índice; la primera es una raíz cuarta (índice cuatro), y la segunda es una raíz cuadrada (índice dos).
- Ya que recién estamos conociendo el tema de las raíces, quizás es mejor convertir cada una en potencias... ¡probemos!

$$3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} =$$

- Ahora el procedimiento se transformó en multiplicación de potencias de igual base. ¿Recuerdas cómo resolver? (sino, te dejo el link → https://www.youtube.com/watch?v=U8LGr4loYo8)

Entonces: $3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \circ 3^{\frac{3}{4}}$

Para multiplicar potencias de igual base, se mantiene la base y se suman los exponentes.

- En conclusión, podemos decir que cuando multiplicamos raíces de igual subradical, pero distinto índice, podemos aplicar propiedades de las potencias.
- Más adelante aprenderemos otra forma de realizar este procedimiento...

Ahora iInténtalo!

1. Multiplica las siguientes raíces con igual subradical:

a)
$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2} =$$

b)
$$\sqrt[5]{3^4} \cdot \sqrt[3]{3^2} =$$

c)
$$\sqrt[6]{10^2} \cdot \sqrt[3]{100} =$$

d)
$$\sqrt[7]{27} \cdot \sqrt[3]{81} =$$

e)
$$\sqrt[6]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x} =$$

Sugerencia: Si te encuentras con algunos productos de raíces que no tienen igual subradical, intenta escribirlos como potencias de igual base. ¡Tú puedes!

Caso 2: Raíces con distinto subradical pero igual índice.

$$\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{6} =$$

Observaciones:

- Ambas son raíces cuadradas pero con distinto subradical.
- Convertiremos nuevamente en potencias:

Por propiedades de las potencias, deberíamos agrupar el producto entre 10 y 6 y elevar al exponente en común.

$$10^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{1}{3}} =$$

$$(10 \cdot 6)^{\frac{1}{3}} =$$

$$60^{\frac{1}{3}} =$$

$$\sqrt[3]{60} =$$

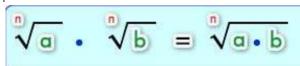
- ¡Qué simple! Entonces quizás no es necesario convertir en potencias. Observa:

$$\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{60}$$

Entonces:

Para multiplicar raíces que tengan igual ______,
debes conservar el _____ y multiplicar los ______,

Es decir:



En caso existir coeficientes en las raíces, debes obtener el producto entre coeficientes y raíces por separado.

$$2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10} = 8\sqrt{50} = 8 \cdot 5\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$$

Nota: Recuerda que en la guía anterior, aprendimos que algunas raíces se pueden descomponer y así poder calcularlas de manera más fácil. Por lo tanto, un óptimo resultado del ejemplo anterior es:

$$\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{60} = 2\sqrt[3]{15}$$

Ahora ¡Inténtalo!

- 2. Multiplica las siguientes raíces con igual índice, recuerda descomponer el resultado, si es posible.
 - a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} =$
 - b) $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{18} =$
 - c) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{10} =$
 - d) $\sqrt[10]{10} \cdot \sqrt[10]{25} =$
 - e) $\sqrt[3]{ab^4} \cdot \sqrt[3]{b} =$

Caso 3: Raíces con distinto subradical y distinto índice.

$$\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{4^2} =$$

En este caso, se podría hacer una estimación de los valores de ambas raíces totalmente distintas y calcular un valor aproximado de su producto, pero en lugar de eso, aprenderás un método que simplificara dicho proceso:

Método para igualar índices (o reducción a común índice):

<u>Paso 1</u>: Hallamos el mínimo común múltiplo entre los índices.

<u>Paso 2</u>: Dividimos el común índice por cada uno de los índices y cada resultado obtenido se multiplica por sus exponentes correspondientes.

El mcm entre los índices 5 y 3 es **15**

Al dividir el común índice (15) entre 5 y luego 3, se obtiene 3 y 5 respectivamente, luego se realiza la multiplicación

$$\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{4^2} =$$

$$\sqrt[5.3]{2^{1\cdot3}} \cdot \sqrt[3.5]{4^{2\cdot5}} =$$

Al quedar con índices iguales, se aplica la propiedad anterior, manteniendo el índice y multiplicando los subradicales.

$$\sqrt[15]{2^3} \cdot \sqrt[15]{4^{10}} =$$

Hasta acá esta lista la multiplicación!

$$\sqrt[15]{2^3 \cdot 4^{10}} =$$

Pero podemos reducir aun más aplicando propiedades de las potencias.

$$\sqrt[15]{2^3 \cdot (2^2)^{10}} =$$

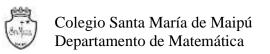
$$\sqrt[15]{2^3 \cdot 2^{20}} =$$

$$\sqrt[15]{2^{23}}$$

Para mayor explicación → https://www.youtube.com/watch?v=FXQapwnod7A

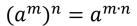
Ahora iInténtalo!

- 3. Resuelve las siguientes multiplicaciones, de forma muy ordenada, limpia y clara.
 - a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{5} =$
 - b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{7} =$
 - c) $\sqrt[5]{2} \cdot 3\sqrt[3]{4} =$
 - d) $\sqrt[3]{4a^2} \cdot \sqrt{ab^3} =$



Recuerdas esta propiedad de las potencias...

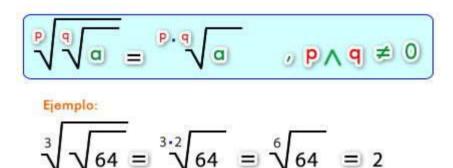
Analizando...





"La potencia de una potencia se obtiene conservando la base y dejando en el exponente el producto entre ellos"

¿Cómo sería la raíz de una raíz?



Redacta con tus propias palabras como enunciarías esta propiedad, raíz de una raíz:

Ahora ilnténtalo!

4. Aplica raíz de una raíz para calcular las siguientes expresiones, recuerda descomponer el resultado, si es posible.

a)
$$\sqrt[4]{\frac{3}{3}\sqrt{35}}$$
 -

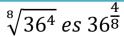
b)
$$\sqrt{\sqrt{200}} =$$

c)
$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{46}} =$$

Para terminar, analiza el siguiente procedimiento:

Dado que las raíces se pueden escribir como potencias, podemos decir que existen raíces equivalentes que se originan a partir de la simplificación del exponente fraccionario. Observa:

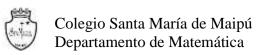
$$\sqrt[8]{36^4}$$
 es equivalente a $\sqrt{36}$



Dado que $\frac{4}{8}$ se puede simplificar por 4, resulta $\frac{1}{2}$



Lo que significa: $\sqrt{36}$ $\sqrt[8]{36^4}$ es equivalente a $\sqrt{36}$



ilnténtalo!

5. Simplifica las siguientes raíces:

a)
$$\sqrt[8]{5^2} = 5^{\frac{2}{8}} = 5^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5}$$

b)
$$\sqrt[6]{49^3} = \underline{} = \underline{} = \underline{}$$

c)
$$\sqrt[10]{32^2} = \underline{} = \underline{} = \underline{}$$

d)
$$\sqrt[6]{(0,2)^{16}} = \underline{} = \underline{} = \underline{}$$

Nota: A veces, usando este procedimiento, sólo reduciremos raíces para estimar su valor, como por ejemplo a) y d). Otras, podremos calcular raíces exactas sin problemas como es el caso de b) y c).

Con los siguientes ejercicios, revisaremos si aprendimos correctamente los procedimientos estudiados.

Instrucciones: Marca la alternativa correcta, resuelve clara y ordenadamente. (2 puntos cada uno)

- 1. $\sqrt[10]{1} =$
- a) 0
- b) 1
- c) 10
- d) 10^1
- e) Ninguna de las anteriores
- 2. $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[3]{3^4}$ resulta:
- a) $\sqrt[15]{3}$
- b) $\sqrt[15]{23}$
- c) $\sqrt[15]{3^{23}}$
- d) $\sqrt[5]{3^5}$
- e) Ninguna de las anteriores
- 3. Obtén el producto entre $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[7]{3} =$
- a) $\sqrt[21]{6}$
- b) $\sqrt[21]{6^{21}}$
- c) $\sqrt[10]{2^7 \cdot 3^3}$
- d) $\sqrt[21]{2^7 \cdot 3^3}$
- e) Ninguna de las anteriores



4. Reduce
$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} =$$

- a) 2
- b) $\sqrt[16]{2}$
- c) $\sqrt[8]{2}$
- d) 2^2
- e) $(\sqrt{2})^8$
- 5. Simplifica $\sqrt[10]{20^2}$
- a) $\sqrt{20}$
- b) $\sqrt[5]{20}$
- c) $\sqrt[10]{5}$
- d) 20
- e) Ninguna de las anteriores

Si has llegado hasta aquí sin problemas significa que has aprendido a seguir el procedimiento anterior correctamente. Tienes habilidades para repetir procesos lógicos y sistemáticos sin que te generen dificultad. iiiiFelicitaciones!!!!

Te propongo ahora el siguiente desafío:

$$\left(\sqrt[15]{-2+\sqrt{100}}\right)^{5} - \left(-1-\sqrt[3]{-27}\right)^{2} + \sqrt{\sqrt{256}} =$$