Números Reales

ALUMNO(A):…………………………………………CURSO: 2° …….

Los números reales son **el conjunto que incluye los números naturales, enteros, racionales e irracionales**. Se representa con la letra $\Re$.

Características de los números reales

Además de las características particulares de cada conjunto que compone el conjunto de los números reales, mencionamos las siguientes características.

Orden

Todos los números reales tienen un orden:

7 < 8 < 9 < 10 < 11

0 > -2 > -13 > -40 > -51 > -67

En el caso de las fracciones y decimales:

0,550 < O,6 < 0,655 < 0,8

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{9}{10}$$

Densidad

La característica de densidad de los números reales es que no hay espacios vacíos en este conjunto de números. Esto significa que entre dos números reales por próximos que estén siempre existen infinitos números reales. Por ejemplo:

0,1001 y 0,1002; entre ellos está por ejemplo el 0,10011

Infinitud

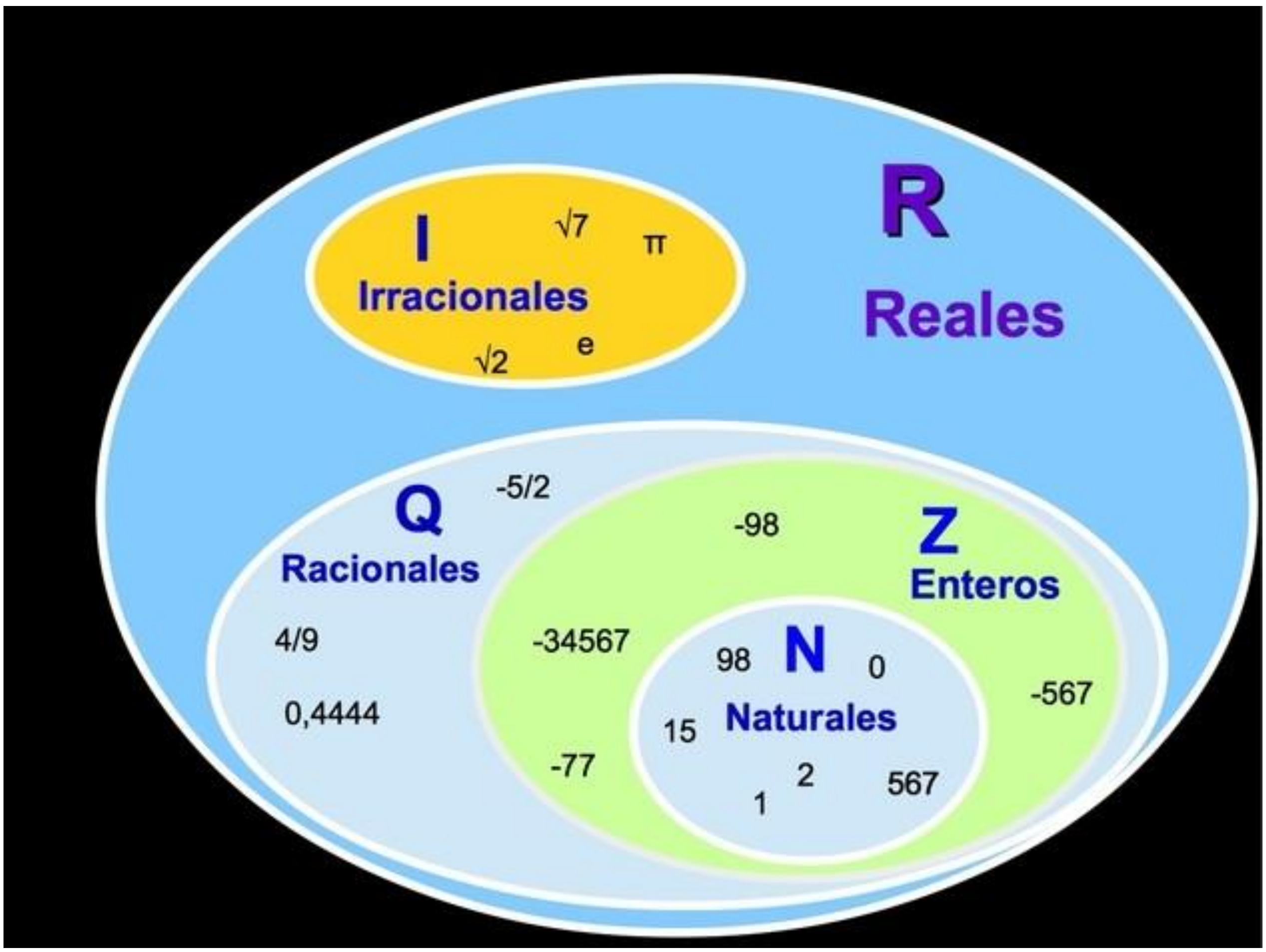
Los números irracionales y racionales son infinitamente numerosos, es decir, no tienen final, ya sea del lado positivo como del negativo.

Expansión decimal

Un número real es una cantidad que puede ser expresada como una expansión decimal infinita. Se usan en mediciones de cantidades continuas, como la longitud y el tiempo.

Cada número real se puede escribir como un decimal. Los números irracionales tienen cifras decimales interminables e irrepetibles, por el ejemplo, el número pi π es aproximadamente 3,14159265358979...; en cambio los números racionales pueden ser los decimales finitos como 0.25 ó los decimales infinitos periódicos como 3,2626262626…. ó los decimales infinitos semiperiódicos como 3,61818181818……

Clasificación de los números reales



Conjuntos de los números reales.

Números naturales

De la necesidad de contar objetos surgieron los números naturales. Estos son los números con los que estamos más cómodos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...hasta el infinito. El conjunto de los números naturales se designa con la letra mayúscula **N**.

Todos los números están representados por los diez símbolos : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 7, 8, y 9, que reciben el nombre de **dígitos**.

Ejemplo

Los números naturales nos sirven para decir cuántos compañeros tenemos en clases, la cantidad de flores que hay en un ramo y el número de libros que hay en una biblioteca.

Números enteros

El conjunto de los números enteros comprende los números naturales y sus números simétricos. Esto incluye los enteros positivos, el cero y los enteros negativos. Los números negativos se denotan con un signo "menos" (-). Se designa por la letra mayúscula **Z** y se representa como:

$$Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1,2,3,4,5 \dots\}$$

Un número simétrico u opuesto es aquel que sumado con su correspondiente número natural da cero. Es decir, el simétrico de *n* es -*n*, ya que:

n + (-n) = 0

12 + (-12) = 0

300 + (-300) = 0

Los enteros positivos son números mayores que cero, mientras que los números menores que cero son los enteros negativos.
Los números enteros nos sirven para:

- representar números positivos: ganancias, grados sobre cero, distancias a la derecha;
- representar números negativos: deudas, pérdidas, grados bajo cero y distancias a la izquierda.

Ejemplos

En el polo Norte la temperatura está por debajo de 0ºC durante casi todo el año, entre -43 ºC y -15ºC en invierno.
Una persona compra un vehículo por 10.000 pesos pero solo tiene 3.000 pesos.
3.000 – 10.000 = - 7.000 Esto significa que queda debiendo 7.000 pesos.

Números racionales

Los números fraccionarios surgen por la necesidad de medir cantidades continuas y las divisiones inexactas. Medir magnitudes continuas tales como la longitud, el volumen y el peso, llevó al hombre a introducir las fracciones. El conjunto de números racionales se designa con la letra Q:

$$\boldsymbol{Q = \left\{ \frac{p}{q}, \quad p, q \in Z, q \neq 0 \right\}}$$

Ejemplos: Un pastel dividido entre tres personas se representa como 1/3 un tercio para cada persona; una décima parte de un metro es 1/10 m= 0,1m.

Números irracionales

Los números irracionales comprenden los números que no pueden expresarse como la división de enteros en el que el denominador es distinto de cero. Se representa por la letra mayúscula **I**.

Aquellas magnitudes que no pueden expresarse en forma entera o como fracción que son inconmensurables son también irracionales. Por ejemplo, la relación de la circunferencia al diámetro el número **π = 3,141592…**

Las raíces que no pueden expresarse exactamente por ningún número entero ni fraccionario, son números irracionales:

$\boldsymbol{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}}$, ….

Propiedades de los números reales

1. La suma de dos números reales es cerrada, es decir, si a y $b \in \Re$, entonces a+b ∈ $\Re$.
2. La suma de dos números reales es conmutativa, entonces a+b=b+a.
3. La suma de números reales es asociativa, es decir, (a+b)+c= a+(b+c).
4. La suma de un número real y cero es el mismo número; a+0=a.
5. Para cada número real existe otro número real simétrico, tal que su suma es igual a 0: a+(-a)=0
6. La multiplicación de dos números reales es cerrado: si a y $b \in \Re$, entonces a·b ∈ $\Re$.
7. La multiplicación de dos números reales es conmutativa, entonces $a \cdot b = b \cdot a$
8. El producto de números reales es asociativo: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
9. En la multiplicación, el elemento neutro es el 1: entonces, $a \cdot 1 = a$
10. Para cada número real a diferente de cero, existe otro número real llamado el inverso multiplicativo, tal que: $a \cdot a^{-1} = 1$
11. Se cumple la distributividad, si $a, b\ y\ c \in \Re$, entonces $a \cdot (b + c)$= $(a \cdot b) + (a \cdot c)$

Origen de los números reales

El descubrimiento de los números reales se atribuye al matemático griego Pitágoras. Para él no existía un número racional cuyo cuadrado sea dos:

$$n^2 = 2 \rightarrow n = \sqrt{2}$$

Entonces, los antiguos griegos vieron la necesidad de llamar a estos **números irracionales**.

Y por lo tanto, los NUMEROS REALES son la Unión de los Números Racionales y los Números Irracionales.

$$\mathfrak{R} = \mathbb{Q}\ \boldsymbol{U}\ \boldsymbol{I}$$

EJERCICIOS: ¡¡¡Qué debes saber!!!

1) En relación a los números racionales(Q), es falso que:
I) Corresponden sólo a las fracciones positivas
II) Siempre existe un número racional entre otros dos
III) Su expresión decimal siempre es infinita
a) Sólo I
b) Sólo II
c) I y II
d) I y III
e) II y III
2) ¿Qué ecuación tiene solución en Q, pero no en Z?
a) x + 2 = 5
b) 5x – 12 = -7
c) 22 + 5x = -3
d) 13 – 2x = 20
e) 2x + 16 = 4
3) Si m = $-\frac{7}{2}$ n = $\frac{9}{5}$ y q = $\frac{1}{2}$, entonces es cierto que:
a) m < n < q
b) m < q < n
c) n < m < q
d) q < m < n
e) q < n < m

4) El racional $1,\overline{3}$, equivale a:
a) $1/3$
b) $4/3$
c) $13/10$
d) $13/99$
e) $1/9$

5) Una torre tiene agua hasta los $\frac{3}{8}$ de su capacidad. Si se le agregaran 1600 litros de agua, se llenaría. ¿Qué capacidad tiene la torre?
a) 600 litros
b) 960 litros
c) 1320 litros
d) 1|860 litros
e) 2560 litros

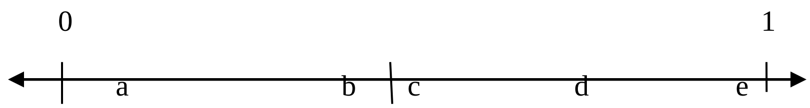
6) El valor de 1 + $\frac{1}{3} - 0,\overline{3}$, es:
a) 1
b) -1
c) $\frac{1}{3}$
d) 0
e) 3

7) El resultado de: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \div \frac{1}{2} - \frac{7}{15}$, es:
a) $2/3$
b) $1/15$
c) $11/5$
d) $3/5$
e) $1/3$

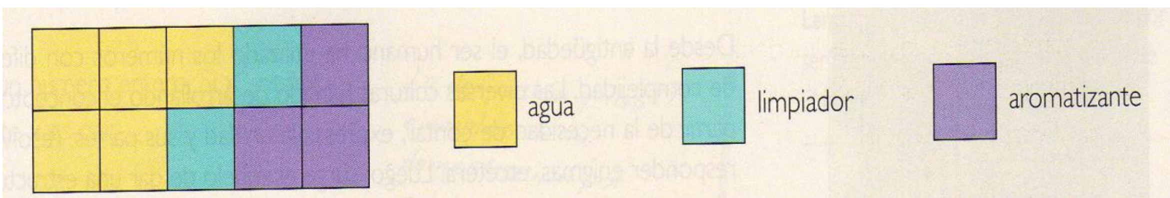
8) Al aproximar $0,\overline{36}$ a la milésima, resulta:
a) 0,363
b) 0364
c) 0,37
d) 0,362
e) 0,36

9) Al aproximar el racional m = $1,\overline{7}$ es siempre verdadero que:
a) Su aproximación es siempre menor a m
b) Su aproximación es siempre mayor a m
c) Al aproximarlo a cualquier cifra decimal, es menor a m
d) Al truncarlo a cualquier cifra decimal es menor a m
e) Ninguna de las anteriores

10) En la recta numérica, ¿cuál es la mejor ubicación de $\frac{29}{56}$?



11) Para obtener una solución de limpieza, se debe mezclar agua, limpiador y aromatizante en partes proporcionales al siguiente esquema.

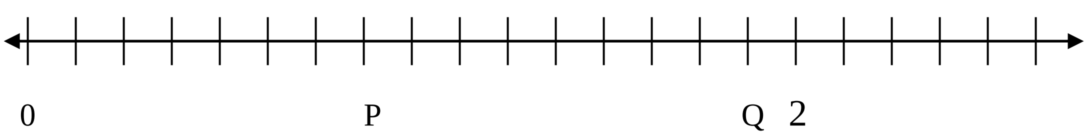


Considera los datos , y expresa en su forma decimal cada una de las fracciones correspondientes a cada uno de los componentes de la mezcla.

12) Si en un balde hay 2 litros de esa solución y por error se agregan 0,4 litros más de agua, ¿qué fracción de la solución corresponde ahora a cada componente de la mezcla?

13) Si otro balde tiene una capacidad de $4\frac{1}{2}$ litros y tiene solución de limpieza hasta los $\frac{5}{6}$ de capacidad, ¿cuántos litros más se deberían agregar para llenarlo?

14) P y Q representan la ubicación de dos racionales en la recta numérica.
Expresa el valor de “P” redondeado a la centésima y el valor de “Q” truncado a la décima.



15) En la recta numérica, ¿cuál será la mejor ubicación del resultado de $P \cdot Q$?