Trabajo Práctico 2: Recorridos y Árboles

Compilado: 18 de septiembre de 2023

Fecha de entrega: 18 de octubre de 2023 (antes de las 23:59)

Fecha de reentrega: 4 de diciembre de 2023 (antes de las 23:59)

Este trabajo práctico consta de tres ejercicios que pueden ser resueltos mediante la aplicación de las técnicas algorítmicas vistas en clase. Para cada uno de ellos se deberá diseñar e implementar un algoritmo que lo resuelva, y es necesario que dicha implementación supere una prueba de eficiencia (tanto temporal como espacial) en un juez online.

En todos los ejercicios la instancia se leerá de la entrada estándar y la solución se imprimirá en la salida estándar. Junto a los enunciados se incluyen algunos casos de test que sirven como ejemplo tanto del formato de salida como del problema en cuestión. Está **terminantemente prohibida** la copia de código, ya sea de otro grupo o de internet. La detección de plagio puede resultar en la desaprobación directa de la materia o en otras medidas más graves.

El trabajo práctico se debe realizar en grupos de a 3. Para aprobarlo es necesario aprobar cada ejercicio en forma individual, ya sea en la primera entrega o en el recuperatorio. No es necesario reentregar aquellos ejercicios que sean aprobados en la primera entrega. Asimismo, para aprobar cada ejercicio es necesario que la implementación del algoritmo propuesto pase la prueba del juez online y que este sea entregado a los docentes para su revisión.

Formato de entrega La entrega se realizará por medio del Campus, llenando un cuestionario que se habilitará a tal efecto. El código se tomará de las entregas que el grupo haga en el sistema SPOJ (se pedirá el usuario correspondiente al grupo en el cuestionario).

Ejercicio 1: Malvinas

Pablo Lamponne fue héroe de guerra en Malvinas. En la guerra estuvo a cargo de las telecomunicaciones. En Malvinas el ejército argentino tenía N bases distribuidas por el territorio. Algunos pares de bases podían comunicarse entre sí. Si bien no necesariamente una base podía comunicarse con todas las demás vía uno de estos enlaces directos, sí es cierto que cualquier par de bases puede comunicarse entre sí utilizando 0 o más otras bases como intermediarias.

Decimos que el sistema de comunicación es **frágil** si existe algún enlace entre un par de bases tal que, si sacásemos ese enlace, en el sistema resultante quedan bases que ya no tienen manera de comunicarse entre sí. Si el sistema no es **frágil**, entonces decimos que es **robusto**.

El problema que necesitaba resolver Lamponne consiste en, dada la descripción de un sistema de comunicaciones **robusto**, decir cuáles de sus enlaces son **importantes**. Decimos de un enlace que es importante si al quitarlo nos queda un sistema **frágil**.

Descripción de una instancia

La entrada contiene múltiples casos de test. La primera línea consiste de un número $c \leq 20$ indicando su cantidad.

Luego siguen c casos de test. Cada uno comienza con dos enteros N y M, denotando la cantidad de bases y la cantidad de enlaces de la red, respectivamente. Se garantiza que $3 \leq N \leq 10^3$ y que $3 \leq M \leq 2 \times 10^3$.

Después siguen M líneas describiendo los enlaces. Cada línea contiene dos enteros U, V $(0 \leq U, V \leq N-1)$. Se garantiza que no hay enlaces uniendo el mismo par de bases y que cada uno conecta dos bases diferentes.

Es válido asumir que la red descrita es **robusta**.

Descripción de la salida

Para cada caso de test se deben indicar en la primera línea el valor K, la cantidad de enlaces **importantes**. Luego se esperan K líneas con enteros U, V indicando los enlaces. Se requiere que $U < V$ y que los enlaces estén ordenados lexicográficamente.

Ejemplo de entrada y salida Se presenta un ejemplo de entrada y su correspondiente salida:

Entrada de ejemplo	**Salida esperada de ejemplo**

`3`
`3 3`
`0 2`
`2 1`
`1 0`
`4 6`
`0 1`
`0 2`
`0 3`
`1 2`
`1 3`
`2 3`
`6 8`
`0 2`
`2 1`
`1 0`
`2 3`
`3 4`
`4 2`
`2 5`
`5 3`
	`3`
	`0 1`
	`0 2`
	`1 2`
	`0`
	`7`
	`0 1`
	`0 2`
	`1 2`
	`2 4`
	`2 5`
	`3 4`
	`3 5`

Explicación de los casos de ejemplo: En el primer caso tenemos K_3. Al sacar cualquiera de los tres enlaces, sacando un segundo enlace nos queda alguna base aislada de las demás. En el segundo caso tenemos K_4, no hay enlaces importantes.

Ejercicio 2: Ambulancia

En Buenos Aires, luego de la guerra, Lamponne manejó durante muchos años una ambulancia.

En este ejercicio Pablo tiene que ir desde el hospital a buscar a un paciente y llevarlo de regreso al hospital. Obviamente quiere hacerlo en el menor tiempo posible. Para elegir el recorrido, tiene que tener en cuenta, no sólo las distancias, si no que además en algunas esquinas van a empezar manifestaciones que le impedirían el paso.

Asumamos que la Ciudad de Buenos Aires se puede representar como una grilla de N filas y M columnas, donde cada celda representa una esquina. Lamponne se puede mover desde cada esquina a las que están justo arriba/abajo o a la izquierda/derecha tardando 1 minuto. Para cada esquina sabemos si habrá en ella una manifestación y, en caso de que haya, dentro de cuántos minutos empieza. Una vez que empieza una manifestación, nunca termina. Si en una esquina hay manifestación empezando en x minutos, y la ambulancia llega en $y \geq x$ minutos, esta queda varada.

Pablo necesita saber cuál es la mínima cantidad de minutos que le puede tomar llegar al paciente y volver al hospital. El tiempo que toma levantar al paciente es despreciable.

Descripción de una instancia

La entrada contiene múltiples casos de test. La primera línea consiste de un número $c \leq 20$ indicando su cantidad.

Cada caso de test comienza con una línea con dos enteros N, M con $N \times M \leq 10^6$, indicando la cantidad de filas y columnas. Luego siguen N filas con M valores $t_{i,j}$, con $0 \leq t_{i,j} \leq 10^7$, indicando en cuántos minutos se inicia una manifestación en la esquina (i, j), un valor 0 significa que nunca habrá.

Por último dos líneas con valores x_1, y_1 y x_2, y_2, indicando las esquinas en las que se encuentran el hospital y el paciente, respectivamente. $0 \leq x_1, x_2 \leq N - 1$, $0 \leq y_1, y_2 \leq M - 1$. Se garantiza que no hay manifestación en estas dos esquinas.

Descripción de la salida

Para cada caso de test se deben imprimir dos enteros. El primero indicando el tiempo que toma buscar al paciente, el segundo, cuánto toma el recorrido total ida y vuelta.

Si no es posible hacer el recorrido ida y vuelta, imprimir `IMPOSIBLE`.

Ejemplo de entrada y salida Se presenta un ejemplo de entrada y su correspondiente salida.

Entrada de ejemplo	**Salida esperada de ejemplo**

`3`
`2 3`
`0 3 0`
`0 0 0`
`0 0`
`0 2`
`1 3`
`0 1 0`
`0 2`
`0 0`
`1 3`
`0 1 0`
`0 2`
`0 2`
	`2 6`
	`IMPOSIBLE`
	`0 0`

En el primer caso de test se puede ir a buscar al paciente por el camino más corto, haciendo dos pasos a la derecha. Ese camino no sirve para volver, ya que se quedaría varado en la esquina $(0, 1)$. Debe volver haciendo un desvío: abajo, izquierda, izquierda y arriba.

En el segundo caso, a la única esquina que se puede mover quedaría varado en el minuto 1.

Ejercicio 3: Edificios

Las misiones que tuvo que realizar Lamponne fueron sumamente variadas, algunos dirian que eran casi inverosímiles. En una mision en particular se encargó establecer una red entre routers dispuestos en distintos edificios. El objetivo era poder propagar un mensaje a todos los edificios lo más rápido posible. En las redes de este tipo es importante que haya un camino entre todo par de edificios y que no se forme un ciclo en la red.

No todos los edificios se podían conectar entre si por que pueden ocurrir distintos obstaculos, pero Lamponne ya sabia cuáles si podían conectarse y a que distancia d_i se encontraban.

Además de requerir metros de cable para realizar el tendido, también debía utilizar r_i repetidoras para conectar dos edificios. La cantidad de repetidoras dependia de cuestiones de geográficas, tránsito, interferencia electrónica, etc.

Para justificar la compra y uso de las repetidoras, Lamponne debía asegurarse de que, en terminos generales, se estuvieran utilizando de la mejor manera posible. Es decir, si alguien observara la cantidad total de repetidoras utilizadas $R = \sum r_i$, y la distancia total del tendido $D = \sum d_i$, desearía que $\frac{D}{R}$ fuera lo más grande posible.

Ante una obra de expansión y mantenimiento, lo llaman para recablear todos los edificios, pero la cantidad de edificios y conexiones posibles lo están superando. Por lo tanto, nos pide ayuda para desarrollar un algoritmo capaz de resolver el problema de elegir las conexiones que maximicen el uso de las repetidoras.

Descripción de una instancia

La entrada contiene múltiples casos de test. La primera línea consiste de un número c indicando la cantidad de casos.

La primera línea de cada caso contiene dos números: un entero N indicando la cantidad de edificios y M la cantidad de conexiones posibles, con $1 \leq N \leq 10^4$ y $1 \leq M \leq 10^5$. Luego siguen M lineas, la i-ésima de ellas con cuatro enteros u_i, v_i, d_i y r_i que indican que es posible conectar el edificio a_i con el b_i que estan a distancia d_i y requieren r_i repetidoras. Sabemos que $1 \leq d_i, r_i \leq 10^6$, siempre su usa una reptidora y no hay dos edificios en el mismo lugar. Se puede suponer que siempre es posible cablear una red.

Descripción de la salida

Para cada caso de test se debe imprimir una línea con dos enteros D y R separadas por un espacio, que representen la distancia total y la cantidad de repetidoras que utiliza una solución óptima.

Ejemplo de entrada y salida Se presenta un ejemplo de entrada y su correspondiente salida.

Entrada de ejemplo	**Salida esperada de ejemplo**

`3`
`3 3`
`1 2 3 1`
`2 3 3 2`
`1 3 6 4`
`3 3`
`1 2 2 1`
`2 3 3 2`
`1 3 7 4`
`3 3`
`1 2 3 1`
`2 3 45 30`
`1 3 11 8`
	`6 3`
	`9 5`
	`14 9`

El primer ejemplo tiene 3 edificios y todas las conexiones son posibles.

- Si usamos las dos primeras conexiones el resultado nos da $D = 6$ y $R = 3$ que nos da $D/R = 2$.
- Si usamos la primer conexion con la tercera el resultado nos da $D = 9$ y $R = 5$ que nos da $D/R = 1{,}8$.
- Si usamos las dos últimas conexiones el resultado nos da $D = 9$ y $R = 6$ que nos da $D/R = 1{,}5$.

Por lo tanto, las dos primeras conexiones maximizan el uso de las repetidoras.

Ayuda: Considere hacer búsqueda binaria para encontrar el valor óptimo de $C = \frac{D}{R}$ ¿De qué forma se puede comprobar si existe un árbol T tal que $\frac{\sum_{e \in T} d_e}{\sum_{e \in T} r_e} \geq C$?