

MAT1610

fb lazco

August 12, 2024

1 Clase 1

1.1 Fechas evaluaciones

1. I1 lunes 2 de Septiembre (hasta Clase 10). Bloque 7-8
2. I2 Martes 8 de Octubre (hasta Clase 20). Bloque 7-8
3. I3 Lunes 4 de Noviembre (hasta Clase 30). Bloque 7-8
4. Examen Lunes de Diciembre (toda la materia)

1.2 Ponderaciones

NF \equiv Interrogaciones 20% + Lab 10% + Ex 30%

1.3 Limite de Funciones

1. Consideremos esta funcion

$$f(x) = x^2 - 1/x - 1, Dom(f) = R - \{1\} \quad (1)$$

Que ocurre si me acerco a 1?

2. $x \rightarrow 1^-$ me acerco por la izquierda
 $x \rightarrow 1^+$ me acerco por la derecha
3. si $x \rightarrow 1 \equiv f(x) \equiv ?$
4. esto lo podemos escribir como

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \quad (2)$$

5. tecnicamente: "si x esta muy cerca de 1 entonces f(x) esta muyt cerca de 2"

$$f(x) = x^2 - 1/x - 1 = (x - 1)(x + 1) \div (x - 1) \equiv x + 1 \quad (3)$$

6.

$$f(x) = x + 1, x \neq 2 \quad (4)$$

7. Formalmente:

(a) Supongamos que $f(x)$ esta definida para todo x cerca de "a"

(b) Escribiremos:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad (5)$$

Si cuando x se aproxima a "a" entonces $f(x)$ se aproxima a "n"

8. Sea

$$f(x) \equiv (x + 2)^2 + 1, x < -1 \quad f(x) \equiv (x + 3), x > -1 \quad (6)$$

Grafique $f(x)$ y concluya el valor de

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad (7)$$

Si me acerco por + se acerca a 2 y si que acerco por - tambien me acerco a 2 (viendolo desde el grafico de la funcion) y eso es igual al grafico de $f(-1)$

2 Clase 2

2.1 Calculo de Algunos Limites

1.

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[2]{x} - 3}{x - 9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[2]{x} - 3 \cdot (\sqrt[2]{x} + 3)}{x - 9 \cdot (\sqrt[2]{x} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[2]{x} - 3}{x - 9} \equiv \frac{1}{6} \quad (8)$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} \equiv 3 \quad (9)$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)}{(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) \equiv 3 \quad (10)$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{x - 27} = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{(\sqrt[3]{x} - 3) \cdot (\sqrt[3]{x}^2 + 3\sqrt[3]{x} + 9)} = \quad (11)$$

5.

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt[2]{t^2 + 9} - 3}{t^2} \equiv \frac{1}{6} \quad (12)$$

2.2 Limites Laterales

1.

$$\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L2 \quad (13)$$

Limite lateral derecho y se da cuando x se acerca a "a" por la derecha

2.

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = L1 \quad (14)$$

Limite lateral izquierdo y se da cuando x se acerca a "a" por la izquierda

3.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \quad (15)$$

No existe

Teorema

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \equiv \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) \quad (16)$$

Obs: Limites laterales distintos implora que el limite no existe

Ejemplo:

1. Para

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} \quad (17)$$

Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (18)$$

$$y = |x-1| \begin{cases} (x-1) & , si \ x \geq 1 \\ -(x-1) & , si \ x < 1 \end{cases} \quad (19)$$

Veamos los limites laterales de f(x)

$$\lim_{x \rightarrow +1} f(x) = \lim_{x \rightarrow +1} \frac{x-1}{x-1} \equiv 1 \quad (20)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{-(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} -1 \equiv -1 \quad (21)$$

-i

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (22)$$

NO existe pues los laterales son distintos

2. Sea g(x) =

$$\begin{cases} 2x & , si \ x \geq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & , si \ x < 3 \end{cases} \quad (23)$$

3 Clase 3

4 Clase 4

1.

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) + 5 \lim_{x \rightarrow -2} g(x) \quad (24)$$

$$2 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) - 10 = -8 \quad (25)$$

Finalmente

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -8 \quad (26)$$

2.

$$\frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) &= 0 & \lim_{x \rightarrow 1} g(x) & \text{NO existe} \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) &= -2 \end{aligned} \quad (28)$$

Calculo de limites: Evaluar

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\liminf P(x)}{\liminf Q(x)} \quad (29)$$

1. numero ()

2.

$$\frac{c+0}{0} = (\pm\infty) \quad (30)$$

3.

$$\frac{0}{0} \quad (31)$$

Factorizar y Calcular (propiedades de limites)