

PROFESOR: NIKOLA KAMBUROV

AYUDANTE: CARLA LEPE PÉREZ - MAIL: CDLEPE@UC.CL

# Ayudantía 3: Series y criterios de convergencia

#### Pregunta 1

Estudie la convergencia de las siguientes series:

a) b) c) d) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(-9)^{n-1}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{3n+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}}$$

e) Calcule el valor de  $\alpha$  de modo que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{n\alpha} = 10$$

## Pregunta 2

a) Determine la convergencia de la serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1}$$

b) Sea  $a_n$  una sucesión tal que  $a_n \neq 0$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Demuestre que si  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge, entonces  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$  diverge.

#### Pregunta 3

a) Determine la convergencia de la siguiente serie utilizando la prueba de la integral:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$$

b) Encuentre los valores de p para los cuales la siguiente integral converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(1+n^2)^p$$

## Pregunta 4

a) Determine la convergencia de la siguiente serie, utilizando

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$$

.

- I) Criterio de comparación
- II) Criterio de comparación al límite
- b) Determine la convergencia de las siguientes series, escogiendo el criterio de comparación adecuado

I) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$