

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Facultad de Matemática

Área de Superficie

Dr. Claudio Rivera

Resumen: En este documento encontrará ejercicios de longitud de arco. Estos ejercicios fueron tomados en su mayoría del libro guía del curso MAT1620.

ÁREA DE SUPERFICIE

Si f' es continua en $[a, b]$, el **área de superficie** de la superficie obtenida al rotar la curva $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, en torno al eje X es

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

NOTA

Con la notación de Leibniz para derivadas, la fórmula de la definición anterior queda

$$A = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad \Leftrightarrow \quad A = 2\pi \int_c^d y \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

ÁREA DE SUPERFICIE

Si f' es continua en $[a, b]$, el **área de superficie** de la superficie obtenida al rotar la curva $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, en torno al eje Y es

$$A = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

NOTA

Con la notación de Leibniz para derivadas, la fórmula de la definición anterior queda

$$A = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad \Leftrightarrow \quad A = 2\pi \int_c^d x \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

PREGUNTA 1

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $y = x^3$, $0 \leq x \leq 2$, en torno al eje X .

Respuesta.

PREGUNTA 2

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $9x = y^2 + 18$, $2 \leq x \leq 6$, en torno al eje X .

Respuesta.

PREGUNTA 3

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $x = \frac{1}{3}(y^2+2)^{3/2}$, $1 \leq y \leq 2$, en torno al eje X .

Respuesta.

PREGUNTA 4

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $y = 1 - x^2$, $0 \leq x \leq 1$, en torno al eje Y .

Respuesta.

PREGUNTA 5

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $x = \sqrt{a^2 - y^2}$, $0 \leq y \leq a/2$, en torno al eje Y .

Respuesta.

PREGUNTA 6

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $x = \sqrt{a^2 - y^2}$, $0 \leq y \leq a/2$, en torno al eje Y .

Respuesta.

PREGUNTA 7

Determine el área de la superficie obtenida al rotar la curva $y = e^{-x}$, $x \geq 0$, en torno al eje X .

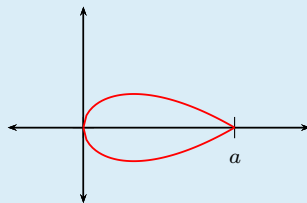
Nota. Calcule la longitud de la curva en el intervalo $[0, n]$ y luego calcule el límite cuando $n \rightarrow \infty$.

Respuesta.

PREGUNTA 8

Para todo $a > 0$ se define el **bucle** $3ay^2 = x(1-x)^2$.

1. Determine el área de la superficie que resulta al rotar el *bucle* en torno al eje X .
2. Determine el área de la superficie que resulta al rotar el *bucle* en torno al eje Y .



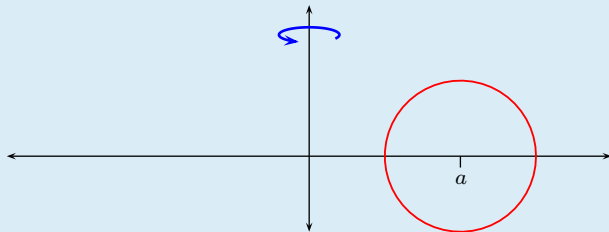
Respuesta.

1.

2.

PREGUNTA 9

Determine el área de la superficie resultante al rotar la curva $(x - a)^2 + y^2 = r^2$, $a > r$, en torno al eje Y .



Respuesta.