FACULTAD DE MATEMÁTICAS
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

# Ayudantía 3

Calculo II - MAT1620

*Francisco Salinas (fvsalinas@uc.cl)*

**Prueba por Comparación:** Si $\sum a_n$ y $\sum b_n$son series con términos positivos:
Si $\sum a_n \leq \sum b_n$ y $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$es convergente, entonces $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es convergente.
Si $\sum a_n \geq \sum b_n$ y $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$es divergente, entonces $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es divergente.

**Prueba por Comparación al límite:** Si $\sum a_n$ y $\sum b_n$son series con términos positivos:
Si $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$ = c, siendo c un numero finito y $c > 0$, ambas series divergen o convergen.

**Prueba de la serie Alternante:** Si la serie alternante $\sum_{i=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ cumple con:
i) $a_{n+1} < a_n$
ii) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
La serie converge.

**Teorema:** Si una serie es absolutamente convergente, entonces es convergente

**Prueba de la razón:** Consideremos la prueba $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L$:
Si $L < 1$ entonces, $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es absolutamente convergente.
Si $L > 1$ o $L = \infty$ entonces, $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es divergente.
Si $L = 1$ no se puede concluir nada.

**Prueba de la raíz:** Consideremos la prueba $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = L$:
Si $L < 1$ entonces, $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es absolutamente convergente.
Si $L > 1$ o $L = \infty$ entonces, $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ es divergente.
Si $L = 1$ no se puede concluir nada.

1. Estudie la convergencia de la siguiente serie:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1} \qquad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2n+1}{n^3+4n^2-1}, \qquad c)\sum_{n=1}^{\infty} nsen(1/n)$$

2. Determine si las series alternantes convergen. ¿Son absolutamente convergente?

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n lnn}{\sqrt{n}} \qquad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^n}{n^n} \qquad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^n}{n!}$$

3. ¿Para cuales enteros positivos $k$ la siguiente serie es convergente'

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(kn)!}$$

4. Una serie está definida según las siguientes ecuaciones.

$$a_1 = 1;\ a_{n+1} = (2+\frac{\cos(n)}{\sqrt{n}})a_n$$

   Determine si la serie converge o diverge.

5. Encuentre el radio y el intervalo de convergencia de la siguiente serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-3)^n}{\sqrt{n+3}}$$