



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
SEMESTRE 2017-2

Curso: MAT1620 - Calculo II
Profesor: Vania Ramirez
Ayudante: Ignacio Castañeda
Mail: ifcastaneda@uc.cl

AYUDANTÍA 13

Cambio de variables y aplicaciones de las integrales multiples

2 de noviembre de 2017

1. Utilizando coordenadas polares, calcule:

$$\iint_D \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$$

siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 2\}$.

2. Utilice la sustitución $u = x^2/y$, $v = xy$ para encontrar el área de la región Ω en el plano xy dada por:

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2/y \leq 2, 0 \leq xy \leq 1\}$$

$$\iint_D xy dx dy$$

3. Resuelva

$$\iint_R \frac{y \sqrt{x^2 + y^2}}{x} dA$$

siendo $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq x\}$.

4. Considere la región R del plano xy delimitada por $x = 1$, $x = 4$, $y = x^2$, $y = -x$. Calcule las coordenadas de su centroide.

5. Considere el semianillo $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ con densidad

$$\sigma(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$$

- a) Determine la masa M de R
b) Determine la coordenada x del centro de masa, \bar{x}