

Ayudantia N 7

Problema 1

Analice la existencia, calcule en caso que sea posible, de los siguientes límites.

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

3. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy - y}{(x - 1)^2 + y^2}$

2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin^2(x)}{x^4 + y^4}$

4. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$

Problema 2

Analice si es posible definir $f(0, 0)$ de modo que la función resulte ser continua en $(0, 0)$ para

$$f(x) = \frac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2}$$

Problema 3

Considere la función

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad f(0, 0) = 0.$$

Calcule $f_x(x, y)$. Es f_x continua en $(0, 0)$.

Problema 4

Considere la función

$$f(x, y) = \frac{x^3 y - xy^3}{x^2 + y^2}, \quad f(0, 0) = 0.$$

Calcule $f_x(x, y)$ y $f_{xy}(0, 0)$.

Problema 5

Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}\right) + 3 & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ A & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Calcule el valor de A para que la función f sea continua en $(0, 0)$.

Problema 6

Considere la superficie dada por la ecuación.

$$x^3 + 2y^3 + z^3 + 6xyz = -17$$

Determine la ecuación del plano tangente en el punto $(1, 1, -2)$.

Hint: considere $z = z(x, y)$.

Problema 7

Considere $u(r, s) = f(r^2 + s^2, 2rs)$, donde f es una función dos veces derivable. Calcule $\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial s}$, en términos de las derivadas parciales de f .