



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

MAT1640 - Cálculo 2

Profesor: Hector Pastén

Ayudante: Vicente Castro Solar (vvcastro@uc.cl)

Primer Semestre 2019

---

## Ayudantía 6

*Varias variables*

### 1. Repaso vectores y planos.

1. Ecuaciones de rectas y planos:

- (a) Determinar la ecuación de la recta que pase por el punto  $(1, 0, -1)$  y que sea perpendicular al plano de ecuación  $2x - y + 5z = 12$ .
- (b) Determinar la ecuación de una recta que pase por el punto  $(1, 0, -1)$  y que sea paralela a la recta  $\frac{1}{3}(x - 4) = \frac{y}{2} = z + 2$ .
- (c) Verifique que los planos de ecuaciones;  $x + y - z = 1$  y  $2x - 3y + 4z = 5$  no son paralelos ni perpendiculares.

### 2. Funciones en varias variables.

1. Determine y grafique los dominios de las siguientes funciones:

- (a)  $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - 9y^2)$
- (b)  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$
- (c)  $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$

2. Calcule, si es posible, los siguientes limites:

- (a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- (b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin^2(x)}{x^4 + y^4}$
- (c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy - y}{(x - 1)^2 + y^2}$

(d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$

3. Es posible definir  $f(0,0)$  tal que la función resulte continua en  $(0,0)$ ?

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2}$$

4. Considere la función

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad f(0,0) = 0$$

Calcule  $f_x(x, y)$ , es  $f_x$  continua en  $(0,0)$ ?

### Ejercicios Propuestos.

- Sean los puntos  $A = (2, 1, 1)$ ,  $B = (-1, -1, 10)$  y  $C = (1, 3, 4)$ :
  - Determinar la ecuación del plano que pasa por los puntos.
  - Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $B$  y que es perpendicular al plano de (a).
  - Un segundo plano pasa por el punto  $(2, 0, 4)$  y posee vector normal  $2, -4, -3$ . Probar que el ángulo entre este plano y el plano de (a) es aproximadamente  $43^\circ$ .
  - Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los dos planos anteriores.
- Una superficie consiste de todos los puntos  $P$  tal que su distancia al plano  $y = 1$  es el doble de la distancia al punto  $(0, -1, 0)$ . Determine e identifique la respectiva superficie.