



## Ayudantía 12

MAT1620 Cálculo II – Temporada Académica de Verano 2018

Ayudante: Nicolás Morales ([nvmorale@uc.cl](mailto:nvmorale@uc.cl))

24 de Enero de 2018

---

Cambios de variable, coordenadas cilíndricas y esféricas

---

1. Considere  $R$  la región del espacio limitada al primer octante, tal que  $x^{1/3} + y^{1/2} + z \leq 1$ . Calcule el volumen de  $R$ .
2. Calcule el volumen bajo  $z = \frac{xy}{1+x^2y^2}$  y sobre  $z = 0$ , en la región limitada por  $xy = 1$ ,  $xy = 5$ ,  $x = 1$  y  $x = 5$ .
3. Use coordenadas cilíndricas para calcular la integral:

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz dx dy$$

4. Considere un cuerpo cargado eléctricamente con densidad de carga  $\rho(x, y, z) = z$ , este cuerpo se extiende por la región limitada por  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$  y  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Calcule la carga total del cuerpo.
5. Determine el volumen del sólido encerrado por las superficies

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad z = \sqrt{3(x^2 + y^2)} \quad , \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad , \quad z = 2$$

6. Considere  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$

a) Calcule la masa del cuerpo definido por  $\Omega$  si su densidad está dada por:

$$\rho(x, y, z) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}}$$

b) Calcule el centro de masa del sólido