



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

MAT1640 - Cálculo 2

Profesor: Hector Pastén

Ayudante: Vicente Castro Solar (vvcastro@uc.cl)

Primer Semestre 2019

Ayudantía 8

Derivadas direccionales

1. Derivadas direccionales y puntos críticos.

1. Sea f :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Pruebe que, en el punto $(0, 0)$, f posee derivada direccional en todas las direcciones posibles del plano. Determine la dirección de mayor derivada direccional.

2. Demuestre, por definición, que $g(x, y) = \sin(x + y)$ es diferenciable en $(0, 0)$.

3. Sea \vec{n} un vector normal unitario en un punto cualquiera a una superficie de ecuación $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 8$. Si $f(x, y, z) = xyz$, calcule la derivada direccional de f en la dirección \vec{n} .

4. Halle los valores de c que hacen que, en los puntos de intersección de las esferas

$$\begin{cases} (x - c)^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

sus planos tangentes sean perpendiculares entre sí.

5. Clasifique los puntos críticos de la función $f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$.

6. Dada la función $h(x, y) = ax^2y + bxy^2 + \frac{a^2y^2}{2} + 2y$ determine los valores a, b de modo que la función tenga un punto silla en $(1, 1)$.

7. Determine los puntos críticos y naturaleza para
 $f(x, y, z) = x^3 - xz + yz - y^3 + 2z^3$.