

Cálculo II - MAT1620

Ayudantía 8

Regla de la cadena y repaso I2

Ejercicio 1

Considere la función $f(x, y) = bx^\alpha y^\beta$, donde b, α, β son constantes reales. Calcule el valor de:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} - (\alpha + \beta)f(x, y)$$

Ejercicio 2

Si $u = f(x, y)$, donde $x = e^s \cos t$ y $y = e^s \sin t$, demuestre que: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^{-2s} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right]$

Ejercicio 3

Encontrar dy/dx :

a) $y \cos x = x^2 + y^2$

b) $\cos xy = 1 + \sin y$

Ejercicio 4

a) Si $u = u(x, y, t)$ tiene derivadas de segundo orden continuas y $x = \alpha^2 \beta$, $y = \beta^2 \gamma$ y $t = \gamma^2 \alpha$. Calcule $\frac{\partial^2 u}{\partial^2 \alpha}$.

b) Si $u = xe^{ty}$. Calcule $\frac{\partial u}{\partial \beta}$.

Ejercicio 5

Hallar una expresión en serie para la función $f(x) = x \cos(\frac{1}{2}x^2)$.

Ejercicio 6

Calcule la aproximación lineal de la función $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ en $(3, 2, 6)$ y con ella aproxime el número $\sqrt{(3,02)^2 + (1,97)^2 + (5,99)^2}$

Ejercicio 7

Si $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 4^n$ es convergente. ¿Qué se infiere de las siguientes series?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (-2)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (-4)^n$