PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
PRIMER SEMESTRE DE 2017
Profesor: Gabriela Fernández - Ayudante: Rubén Soza - Constanza Barriga

Cálculo II - MAT1620
Ayudantía 6

1. Calcular los siguientes límites si existen. Si no, probar que no existen.

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^4+y^2}$ *b)* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3y-4x}{5x-7y}$ *c)* $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{xy+yz^2+xz^2}{x^2+y^2+z^4}$

d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)-\sin(y)}{\tan(x)-\tan(y)}$ *e)* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^3\sin(x)}{x^4+y^2}$ *f)* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}$

g) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{xy}}{x+1}$ *h)* $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}$ *i)* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$

2. Sea

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x-y}{x^3-y} & y\neq x^3 \\ \\ 1 & y=x^3 \end{cases}$$

Evaluar los límites de $f(x,y)$ cuando $(x,y)\to(1,1)$ primero a través de la recta de ecuación $x=1$ y posteriormente a través de la recta de ecuación $y=1$. ¿Qué se deduce en relación con la continuidad de $f(x,y)$ en $(1,1)$?

3. Demostrar que la función

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y)\neq(0,0) \\ \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

es continua en todo punto.

4. Determine el valor de la constante α de modo tal que f sea continua:

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{\sin(x^2+y^4)}{1-\cos(\sqrt{x^2+y^4})} & (x,y)\neq(0,0) \\ \alpha & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$