

Ayudantia N 14

Problema 1

Bosqueje el sólido cuyo volumen esta dado por la integral y evalúela.

$$\int_0^{\pi/6} \int_0^{\pi/2} \int_0^3 \rho^2 \sin(\phi) d\rho d\theta d\phi$$

Problema 2

Evalúe las siguientes integrales utilizando coordenadas esféricas.

- $\iiint_B (x^2 + y^2 + z^2)^2 dV$ donde B es la bola con centro en el origen y radio 5.
- $\iiint_B (x^2 + y^2) dV$ donde B está entre las esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
- $\iiint_B x e^{x^2+y^2+z^2} dV$ donde B es la porción de la esferas unitaria $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ que está en el primer octante.

Problema 3

Demuestre

$$\iiint_B \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} e^{-(x^2+y^2+z^2)} dV = 2\pi$$

donde $B = \mathbf{R}^3$.

Problema 4

Utilice las transformaciones dadas para evaluar la integral

- $\iint_R x - 3y dA$ donde R es la región triangular con vértices $(0, 0), (2, 1), (1, 2)$ $x = 2u + v, y = u + 2v$.
- $\iint_R x^2 dA$ donde R es la región acotada por a elipse $9x^2 + 4y^2 = 36$ $x = 2u, y = 3v$.
- $\iiint_E dV$ donde E es el sólido encerrado por el elipsoide $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$. Use la transformación $x = au, y = bv, z = cw$. (Se puede estimar el volumen de la tierra, tomando $a = b = 6378\text{km}$ y $c = 6356\text{ km}$)

Problema 5

- Evalúe $\iint_R e^{x+y} dA$ donde R está dada por la desigualdad $|x| + |y| \leq 1$.
- Sea f continua sobre $[0, 1]$ y R la región triangular con vértices $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$. Demuestre que

$$\iint_R f(x+y) dA = \int_0^1 u f(u) du$$