PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2024

Ayudantía 3 - MAT1620

1. Determine si las siguientes series convergen o divergen

   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(\ln(k))^2}$.

   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^2+1}$.

   (c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{9^k}{3+10^k}$.

   (d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{k}}{\sqrt{k^3+4k+3}}$.

2. Determine si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente o divergen.

   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+3^k}$.

   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k^2+2}$.

   (c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k k^2}{k!}$.

   (d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k^2 e^{-k^3}$.

   (g) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k \operatorname{sen}\left(\frac{1}{k}\right)$.

   (h) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2}$.

3. Demuestre que si $a_k > 0$ y $\displaystyle\lim_{k\to\infty} k a_k \neq 0$, entonces $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es divergente.

4. Determine todos los valores de $k > 0$ para los que la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(kn)!}$$

   es convergente.

5. Demuestre que si $a_k > 0$ para todo $k \in \mathbb{N}$ y $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es convergente, entonces $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} (e^{a_k} - 1)$ es convergente.