FACULTAD DE MATEMÁTICAS
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Ayudantía 1

Calculo II - MAT1620

Francisco Salinas (fvsalinas@uc.cl)

Integral impropia tipo I: Estas integrales se evalúan desde un número finito hasta el $\pm\infty$.

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{t\to\infty}\int_a^{\infty} f(x)dx$$

Si los límites existen, se dice que la integral es **convergente**. En caso contrario es **divergente.** Aplica de la misma forma para el límite en $-\infty$.

Integral impropia tipo II: Estas integrales se evalúan desde un punto en que la función tiene una discontinuidad hasta un número finito (sin discontinuidad).

$$\int_a^{b} f(x)dx = \lim_{t\to b^-}\int_a^{t} f(x)dx \ \ o \ \int_c^{a} f(x)dx = \lim_{t\to c^+}\int_t^{a} f(x)dx$$

Si los límites existen, se dice que la integral es **convergente**. En caso contrario es **divergente.**

Teorema de comparación: Si consideramos dos funciones: $f(x) \geq g(x) \geq 0$, para $x \geq a$.

Si $\int_a^{\infty} f(x)dx$ es convergente, entonces $\int_a^{\infty} g(x)dx$ es convergente.
Si $\int_a^{\infty} g(x)dx$ es divergente, entonces $\int_a^{\infty} g(x)dx$ es divergente.

Teorema de comparación al límite: Si consideramos dos funciones: $f(x) \geq g(x) \geq 0$, para $x \geq a$ y se supone que

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = K$$

Si $K \neq 0$, entonces **ambas** integrales divergen o convergen.
Si $K = 0$, entonces si $\int_a^{\infty} g(x)dx$ **converge**, $\int_a^{\infty} f(x)dx$ **converge**.
Si $K = \infty$, entonces si $\int_a^{\infty} g(x)dx$ **diverge**, $\int_a^{\infty} f(x)dx$ **diverge**.

Los mismos criterios se pueden utilizar para integrales de tipo II.

1. Evalué la siguiente integral.

$$a) \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$$

$$b) \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{1-x}\right) dx$$

2. Decida si las siguientes integrales son convergentes o divergentes.

$$a) \int_2^\infty \frac{(x+1)}{\sqrt{x^4-x}}$$

$$b) \int_1^\infty \frac{\sin(\sqrt[3]{x})}{(|x|+1)x} dx$$

$$c) \int_2^\infty \frac{x}{(lnx)^4} dx$$

$$d) \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)(x^2+4)}$$

$$e) \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$$

$$f) \int_0^1 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x+7}} dx$$

3. Para que valores de "p" las siguientes integrales convergen.

$$a) \int_1^\infty \frac{1-e^{-x}}{x^p} dx$$

$$b) \int_e^\infty \frac{1}{x(lnx)^p} dx$$

4. Determine todos los valores de C para que la integral converja.

$$\int_0^\infty \left(\frac{2x}{x^2+1} - \frac{C}{x+1}\right) dx$$