

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Facultad de Matemática

Longitud de Arco

Dr. Claudio Rivera

Resumen: En este documento encontrará ejercicios de longitud de arco. Estos ejercicios fueron tomados en su mayoría del libro guía del curso MAT1620.

LONGITUD DE ARCO

Si f' es continua en $[a, b]$, en tal caso la **longitud de arco** de la curva $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, es

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

NOTA

Con la notación de Leibniz para derivadas, la fórmula de la definición anterior queda

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad \Leftrightarrow \quad L = \int_c^d \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

PREGUNTA 1

Determine la longitud de la curva $y = 2x - 5$, $-1 \leq x \leq 3$.

Respuesta.

PREGUNTA 2

Determine la longitud de la curva $y = 1 + 6x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 1$.

Respuesta.

PREGUNTA 3

Determine la longitud de la curva $y = \frac{x^5}{6} + \frac{1}{10x^3}$, $1 \leq x \leq 2$.

Respuesta.

PREGUNTA 4

Determine la longitud de la curva $x = \frac{1}{3}\sqrt{y}(y - 3)$, $1 \leq y \leq 9$.

Respuesta.

PREGUNTA 5

Determine la longitud de la curva $y = \ln(\sec(x))$, $0 \leq y \leq \pi/4$.

Respuesta.

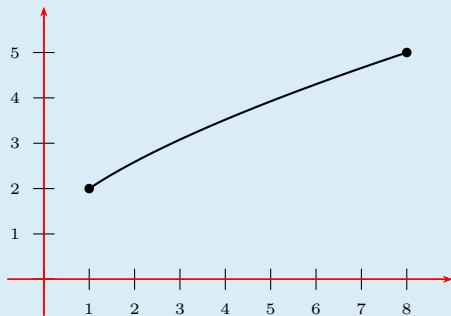
PREGUNTA 6

Determine la longitud de la curva $y = \ln \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right)$, $a \leq x \leq b$.

Respuesta.

PREGUNTA 7

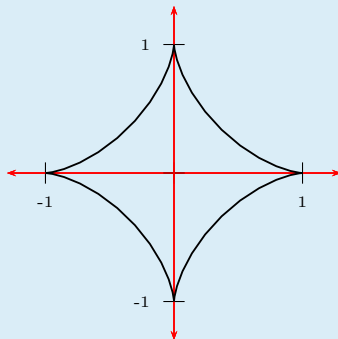
Determine la longitud de la curva $x^2 = (y-1)^3$ entre los puntos $A = (1, 2)$ y $B = (8, 5)$.



Respuesta.

PREGUNTA 8

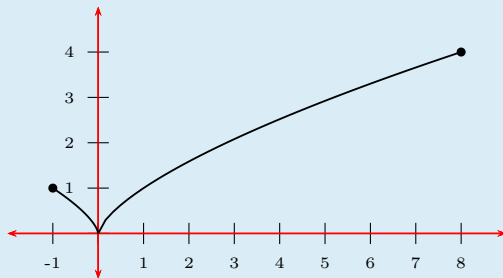
Use la simetría de la curva $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ para determinar su longitud.



Respuesta.

PREGUNTA 9

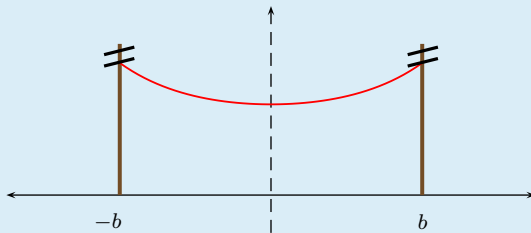
Determine la longitud de la curva $y^3 = x^2$ entre los puntos $A = (-1, 1)$ y $B = (8, 4)$. Tenga presente la simetría de la curva en torno al eje Y .



Respuesta.

PREGUNTA 10

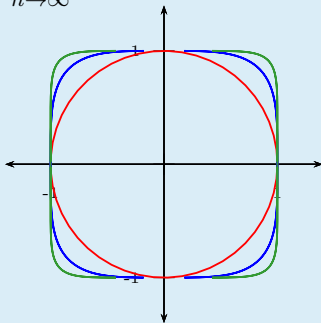
En la figura se muestra un cable de teléfono que cuelga entre dos postes en $x = -b$ y $x = b$. El cable toma la forma de una **catenaria** de ecuación $y = c + a \cosh(x/a)$. Determine la longitud del cable.



Respuesta.

PREGUNTA 11

Las curvas de ecuación $x^{2n} + y^{2n} = 1$, $n = 1, 2, 3, \dots$, se denominan **círculos gordos**. Plantee la integral para la longitud L_n del círculo gordo de grado $2n$ y, sin evaluar la integral, determine el valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$.

■ $n = 2$ ■ $n = 4$ ■ $n = 6$

Respuesta.