



## Ayudantía 8

Calculo II - MAT1620

Francisco Salinas ([fvsalinas@uc.cl](mailto:fvsalinas@uc.cl))

1. Estudiar los siguientes límites:

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3(1 - \cos(2xy^2))}{4(x^2 + y^4)^2}$$

$$b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \arctan\left(\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}\right)$$

2. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x - y}{8x^3 - y} & y \neq 8x^3 \\ 1 & y = 8x^3 \end{cases}$$

Estudiar la continuidad en el punto  $(\frac{1}{2}, 1)$ .

3. Considere la función real  $f$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^6}{x^6 + y^6} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de  $f$  en el origen.

b) Calcular  $\nabla f(0, 0)$ .

c) En caso de que existan, calcule las derivadas parciales mixtas en  $(0, 0)$ .

4. Considere la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Demuestre que la función no es diferenciable en  $(0, 0)$ .

5. Sea  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable definida tal que  $g(4) = 3$ ,  $g'(4) = -3$ .

Encuentre la ecuación del plano tangente al grafico de  $g \circ f$  en el punto  $x = 2$  e  $y = 0$  siendo  $f(x, y) = x^2 e^y$ .

6. Sea  $w(u, v) = h(u, v, g(u, v))$ . Calcule  $\frac{\partial^2 w}{\partial u^2}$ .

7. Discutir, según el valor del parámetro  $a$ , la naturaleza de los puntos críticos de
- $$f(x, y) = (ax^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$$
8. Considere la región  $A$  de  $\mathbb{R}^3$  limitada por abajo por el paraboloide  $z = x^2 + y^2$  y por arriba por el plano  $z = 1$  (incluyendo los bordes). Determine los extremos globales de  $f(x, y, z) = x + y + z$  sabiendo que los puntos  $(x, y, z)$  pertenecen a la región  $A$ .
9. Mediante multiplicadores de Lagrange, encuentre los valores máximo y mínimo de la función  $f(x, y, z) = yz + xy$  sujeta a las restricciones  $xy = 1, y^2 + z^2 = 1$ .