

Ayudantía 7

FUNCIONES EN VARIAS VARIABLES, LÍMITES Y DERIVADAS PARCIALES

Mónica Pérez Reyes - maperez15@uc.cl

Problema 1

Determine y grafique el dominio de la función.

(a) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$

(b) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 1}$

Problema 2

Dibuje en un mapa las curvas de nivel de la siguiente función:

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$$

Problema 3

Determine el límite si es que existe o demuestre que no existe.

(a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \cos y}{3x^2 + y^2}$$

(b)

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz^2 + xz^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

(c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Problema 4

Mediante polares determine el límite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

Problema 5

Verifique que la función $z = \ln(e^x + e^y)$ es una solución de las ecuaciones diferenciales

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

Problema 6

Calcule las primeras derivadas parciales de la función.

(a) $f(x, y) = \int_x^y t \cos(t^2) dt$

(b) $w = \ln(x + 2y + 3z)$