PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2024

Ayudantía 12- MAT1620

1. Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar los valores máximos y mínimos de la función sujeto a ambas restricciones:

   a) $f(x, y, z) = 3x - y - 3z; x + y - z = 0, x^2 + 2z^2 = 1.$

   b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2; x - y = 1, y^2 - z^2 = 1$

2. El plano $x + y + 2z = 2$ al intersectar el paraboloide $z = x^2 + y^2$ forma una elipse. Encuentre los puntos de la elipse más cercanos y más lejanos al origen.

3. Una empresa produce un bien utilizando dos insumos: capital (K) y trabajo (L). La función de producción (Q) de la empresa se describe mediante una función de elasticidad de sustitución constante (CES), que tiene la siguiente forma:

   $$Q(K, L) = (\alpha K^\rho + (1 - \alpha)L^\rho)^{\frac{1}{\rho}}\ .$$

   El costo total del capital y el trabajo no debe exceder un presupuesto total C. Los precios de los insumos son r para el capital y w para el trabajo. Por lo tanto, la restricción presupuestaria es:

   $$rK + wL = C.$$

   a) Formule el problema de maximización para $\rho = \alpha = 0{,}5$, $r = 3w = 1$ y $C = 10{,}000$ pesos.

   b) Utilice el método de multiplicadores de Lagrange y resuelva el sistema.

   c) Determine el valor de máxima producción ¿cuántas unidades de capital y trabajo son necesarias?