



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PRIMER SEMESTRE DE 2017

Profesor: Gabriela Fernandez – Ayudante: Constanza Barriga y Rubén Soza

## Calculo II - MAT1620

### Ayudantía 12

07 de Junio de 2017

1. Utilizando un cambio de variables adecuado, calcule las siguientes integrales triples.

a) 
$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xyz \, dz \, dx \, dy$$

b) 
$$\iiint_R (9 - x^2 - y^2) \, dV, R \text{ la porción de la semiesfera sólida } x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0 \text{ que queda por debajo del plano } z = 2.$$

c) 
$$\iiint_R (x^3 + xy^2) \, dV, R \text{ es el sólido en el primer octante que se encuentra bajo el paraboloide } z = 1 - x^2 - y^2.$$

d) 
$$\iiint_R z \, dV, R \text{ la región que se encuentra dentro de la esfera } x^2 + y^2 + z^2 = 4, \text{ del cilindro } (x-1)^2 + y^2 = 1 \text{ y arriba del plano } z = 0.$$

2. Calcule

$$\iint_D \cos(x - 2y)^2 \, dA$$

donde  $D$  es la región delimitada por  $x + 2y = 0$ ,  $x - 2y = 1$  e  $y = 0$ .

3. En el cuerpo sólido descrito por las ecuaciones  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$  y  $z \geq 0$  la densidad varía de forma proporcional a la distancia al plano  $XY$ . Encuentre las coordenadas del centro de masas en términos de  $a$ .
4. Use la transformación  $x = u^2$ ,  $y = v^2$ ,  $z = w^2$  para hallar el volumen de la región acotada por la superficie  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1$  y los planos coordenados.