Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
MAT1620 Cálculo II
Profesor: Vania Ramírez
Ayudante: Benjamín Domb (bidomb@uc.cl)

Ayudantía 4 - Series de Potencias y Taylor

Problema 1

Determine el intervalo de convergencia de las siguientes series.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n+1}(x-3)^n \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} a^{n^2} x^n \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^k}{(kn)!} x^n$$

Problema 2

Demuestre que:
a) Si $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n} = c$ ó $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{c_{n+1}}{c_n}\right| = c$, donde $c \neq 0$, entonces, el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ es $\frac{1}{c}$.
b) El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ es R, entonces, el radio de convergencia de $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{2n}$ es $\sqrt{R}$.

Problema 3

Encuentre una representación de estas funciones como series de potencias y encuentre su radio de convergencia.

$$a)\ \frac{1+x}{1-x} \qquad b)\ \frac{x}{2x^2+1} \qquad c)\ ln(5-x)$$

Problema 4

Utilizando series de potencias, calcular el valor de las siguientes series.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

$$c)\ 1 - ln(2) + \frac{(ln(2))^2}{2!} - \frac{(ln(2))^3}{3!} + \dots \qquad d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n}}{6^{2n}(2n)!}$$

Problema 5

Determine las series de Taylor para las siguientes funciones, centradas en $x = a$.

$$a)\ \cosh(x)\quad a=0 \qquad b)\ \cos(x)\quad a=\frac{\pi}{3} \qquad c)\ \sin^2(x)\quad a=0$$

Problema 6

Calcule usando series de Maclaurin.

$$a)\ \int_0^x \frac{\sin u^2}{u} du \qquad b)\ \int_0^x \frac{1-e^{-u^2}}{u^2} du \qquad c)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x + \frac{1}{6}x^3}{x^5}$$