

## MAT1620

# Ayudantía 1

### 1. Integrales impropias tipo I y II

1. Verifique si las siguientes integrales son convergentes o divergentes. En caso de que sean convergentes, calcule su valor:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$

b)  $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$

c)  $\int_{-2}^{14} \frac{dx}{\sqrt[4]{x+2}}$

d)  $\int_{-2}^3 \frac{dx}{x^4}$

e)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (1+x)} dx$

2. Determine el valor de “p” para que la integral  $\int_1^2 \frac{dx}{x \cdot (\ln x)^p}$  Sea convergente

3. Determine si las siguientes resoluciones son verdaderas o falsas:

a)  $\int_{-\infty}^{\infty} x dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-t}^t x dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2} \Big|_{-t}^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{t^2}{2} - \frac{(-t)^2}{2} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} 0 = 0.$

b)  $\int_{-\infty}^{\infty} x dx = \int_{-\infty}^0 x dx + \int_0^{\infty} x dx = - \int_0^{\infty} x dx + \int_0^{\infty} x dx = 0.$

## 2. Comparación

1. Demuestre la convergencia o divergencia de:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\cos^2(x)}{x^2} dx$$

$$b) \int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 1} dx$$

$$c) \int_1^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^4-x}} dx$$

2. Demuestre que si  $a > 1$  y  $b > a + 1$  entonces, la siguiente integral es convergente:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^a}{1+x^b} dx$$

## 3. Sucesiones

1. Determine si la sucesión converge o diverge. Si converge, encuentre su límite:

$$a) a_n = \frac{3 + 5n^2}{n + n^2}$$

$$b) a_n = \sqrt{\frac{n+1}{9n+1}}$$