PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
Primer semestre del 2019
Profesor: Rodrigo Vargas (rsvargas@mat.puc.cl)
Ayudante: Odette Ríos (ovrios@uc.cl)

# Cálculo II - MAT1620

## Ayudantía 9

*Derivadas direccionales, planos tangentes a superficies, máximos y mínimos*

## Ejercicio 1

Determine la derivada direccional de $f$ en el punto dado en la dirección que indica el ángulo de $\theta$:

a) $f(x,y) = x^3y^4 + x^4y^3$, $(1,1)$, $\theta = \pi/6$

b) $f(x,y) = e^x \cos y$, $(0,0)$, $\theta = \pi/4$

c) $f(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$, (1,2), $\vec{v} = \langle 3,5 \rangle$

d) $g(r,s) = \tan^{-1} rs$, (1,2), $\vec{v} = 5\hat{i} + 10\hat{j}$

e) $f(x,y,z) = \sqrt{xyz}$, (3,2,6), $\vec{v} = \langle -1,-2,2 \rangle$

## Ejercicio 2

Suponga que en una cierta región del espacio el potencial eléctrico $V$ está definido por $V(x,y,z) = 5x^2 - 3xy + xyz$.

a) Determine la razón de cambio del potencial en $P(3,4,5)$ en la dirección del vector $\vec{x} = \hat{i} + \hat{j}$ - $\hat{k}$.

b) ¿En qué dirección cambia $V$ con mayor rapidez en P?

c) ¿Cuál es la razón máxima de cambio de P?

## Ejercicio 3

Hallar las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ que sean paralelos al plano $x + 4y + 6z = 0$.

## Ejercicio 4

Demuestre que el elipsoide $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$ son tangentes entre sí en el punto $(1,1,2)$. (Hint : Esto significa que tienen un plano tangente común en ese punto.)

## Ejercicio 5

¿En qué puntos la recta normal que pasa por el punto $(1,2,1)$ sobre la elipsoide $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 12$ intersecta la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 102$?

## Ejercicio 6

Demuestre que la suma de las intersecciones con los ejes x,y y z de cualquier plano tangente a la superficie $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{c}$ es una constante.