



Ayudantía 12

Calculo II - MAT1620

Región Tipo I: Es una región donde la coordenada y está acotada por dos funciones de x .
Si f es continua en una región D tipo I tal que

$$D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}$$

entonces

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx$$

Región Tipo II: Es una región donde la coordenada x está acotada por dos funciones de y .
Si f es continua en una región D tipo I tal que

$$D = \{(x, y) \mid h_1(y) \leq x \leq h_2(y), c \leq y \leq d\}$$

entonces

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) dx dy$$

Cambio a coordenadas polares en una Integral Doble: Si f es continua en un rectángulo polar R dado por $0 \leq a \leq r \leq b, \alpha \leq \theta \leq \beta$, donde $0 \leq \beta - \alpha \leq 2\pi$, entonces

$$\iint_R f(x, y) dA = \int_\alpha^\beta \int_a^b f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$$

1. Sea D la región limitada por las curvas $y = x^2, x = y^2$. Calcule

$$\iint_D (x^2 + 2y) dy dx$$

2. Evalúe las siguientes integrales cambiando el orden de integración.

$$\int_0^1 \int_x^1 e^{\frac{x}{y}} dy dx$$

3. Sea D la región limitada por las curvas $2y = 1 + x, x - y = 1, y = x^2 - 1$. Calcule

$$\iint_D 5x dA$$

4. Escriba la siguiente integral como una sola integral.

$$\int_{-2}^0 \int_0^{(x+2)^2} f(x, y) dy dx + \int_0^2 \int_0^{(x-2)^2} f(x, y) dy dx$$

5. Calcule las siguientes integrales:

$$\iint_D xy dA$$

donde D es la región en el primer cuadrante, limitada por abajo por el círculo con centro en $(0,1)$ y radio 1, y por abajo la recta $y = \sqrt{3}x$.

6. Calcule

$$\iint_D x dA$$

Donde D es la región en el primer cuadrante localizada entre los círculos $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 2x$.