Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
MAT1620 Cálculo II
Profesor: Vania Ramírez
Ayudante: Benjamín Domb (bidomb@uc.cl)

Ayudantía 12 - Integrales Triples

Problema 1

a) [15.4.11] $\iint_R e^{-x^2-y^2} dA$, donde R es la región acotada por el semicírculo $x = \sqrt{4-y^2}$ y el eje y.

b) [15.4.13] $\iint_R \arctan \frac{y}{x} dA$, donde $R = \{(x,y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$.

c) [15.4.25] Encuentre el volumen arriba del cono $z = \sqrt{x^2+y^2}$ y debajo de la esfera $x^2+y^2+z^2 = 1$

d) [15.4.35] $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1} \int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} xydydx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x xydydx + \int_{\sqrt{2}}^{2} \int_0^{\sqrt{4-x^2}} xydydx$

Problema 2

Resuelva usando cambio de variable.
a) [15.9.20] $\iint_R \cos\left(\frac{y-x}{x+y}\right) dA$, donde R es la región trapezoidal con vértices $(1,0)$, $(2,0)$, $(0,1)$, $(0,2)$.

b) [15.9.21] $\iint_R (x+y)e^{x^2-y^2} dA$, donde R es el rectángulo encerrado por las rectas $x-y=0$, $x-y=2$, $x+y=0$, $x+y=3$.

Problema 3

[15.5.15] Hallar el centro de masa de una lámina en la forma de un triángulo isósceles rectángulo con lados iguales de longitud a, si la densidad en cualquier punto es proporcional al cuadrado de la distancia desde el vértice opuesto a la hipotenusa.

Problema 4

a) [15.6.3] $\int_0^1 \int_0^z \int_0^{x+z} 6xzdydxdz$

b) [15.6.11] $\iiint_E 6xydV$, donde E yace bajo el plano $z = 1+x+y$ y arriba de la región en el plano xy acotado por las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ y $x = 1$.

c) [15.6.19] Hallar el volumen del tetraedro encerrado por los planos coordenados y el plano $2x + y + z = 4$.