

Ayudantia N 10

Problema 1

Encuentre los máximos y mínimos de la función sujeta a la restricción dada:

1. $f(x, y) = x^2 + y^2$; $xy = 1$
2. $f(x, y, z) = yz + xy$; $xy = 1$; $y^2 + z^2 = 1$
3. $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$; $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$

Problema 2

Encuentre los puntos sobre el cono $z^2 = x^2 + y^2$ más cercano al punto $(4, 2, 0)$

Problema 3

Maximice $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ sujeta a las restricciones $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ y $\sum_{i=1}^n y_i = 1$. Luego, plantee

$$x_i = \frac{a_i}{\sqrt{\sum a_j^2}}, \quad y_i = \frac{b_i}{\sqrt{\sum b_j^2}}$$

para demostrar que

$$\sum_{i=1}^n a_i b_i \leq \sqrt{\sum a_j^2} \sqrt{\sum b_j^2}$$

Problema 4

El plano $x + y + 2z = 2$ al intersectar al paraboloide $z = x^2 + y^2$ determina una elipse. Encuentre los punto de la elipse que se encuentran más cercano y más lejanos del origen.

Problema 5

Calcule las siguientes integrales.

1. $\int_0^2 \int_0^4 y^3 e^{2x} dy dx$
2. $\int \int_{\mathbf{R}} \frac{1+x^2}{1+y^2}, \quad \mathbf{R} = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$
3. $\int \int_{\mathbf{R}} \frac{x}{1+xy}, \quad \mathbf{R} = [0, 1] \times [0, 1]$

Problema 5

Encuentre el valor promedio de $f(x, y) = e^y \sqrt{x + e^y}$ en la región $R = [0, 4] \times [0, 1]$