FACULTAD DE MATEMÁTICAS
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Ayudantía 8

Calculo II - MAT1620

Francisco Salinas (fvsalinas@uc.cl)

Regla de la cadena:

<u>Caso 1:</u> z es una función de x e y y a su vez x e y son funciones de t. Entonces:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$$

<u>Caso 2:</u> z es una función de x e y y a su vez x e y son funciones de s y t. Entonces:

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$$

1. Si las derivadas parciales de segundo orden de $z = f(x, y)$ son continuas y $x = r^2 + s^2$ $y = 2rs$, Calcule

$$\frac{\partial^2 z}{\partial r^2}$$

2. Sea $\gamma(t) = \big(x(t), y(t)\big)$ con $\gamma(0) = (0,0)$. Si se sabe que

$$\frac{\delta f}{\delta x}(0,0) = 1, \frac{\delta f}{\delta y}(0,0) = 2, \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(0,0) = 0, \frac{\delta f}{\delta x \delta y}(0,0) = -3, \frac{\delta^2 f}{\delta y^2}(0,0) = -2,$$

$$x'(0) = 3, y'(0) = 0, x''(0) = 2, y''(0) = 4$$

Calcule $\varphi''(0)$ donde $\varphi(t) = f\big(\gamma(t)\big)$.

3. Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0, \forall\, (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

y considere

$$z(u, v) = e^u \cos(v) + f(u + v, u - v)$$

Determine el valor de $z_{uu} + z_{vv}$.

4. Si $\cos(xyz) = 1 + x^2y^2 + z^2$, encuentre

$$\frac{\partial z}{\partial x} \text{ y } \frac{\partial z}{\partial y}$$

5. Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función diferenciable que satisface $g(0) = 2a$, $g'(0) = b$. Determine la ecuación del plano tangente a la superficie

$$z = f(x, y) = \frac{g(2x - y)}{y}$$

en el punto $(1,2, a)$.

6. **Propuesto.** Determine valores de $p \in \mathbb{R}$ para los cuales $w(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^p$ satisface

$$w_{xx} + w_{yy} + w_{zz} = 0$$