Ayudantía 1: Integrales impropias tipo 1 y 2

Ayudante: Mónica Pérez maperez15@uc.cl

Problema 1. Determine si las siguientes integrales convergen.

(a)
$$\int_{1}^{2} \ln(x-1) \, dx$$

(b)
$$\int_0^1 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$$

(c)
$$\int_0^2 z^2 \ln(z) dz$$
 (Propuesto)

Problema 2. Use criterios de comparación y comparación al límite para determinar si las integrales convergen o divergen.

(a)
$$\int_0^\infty \frac{1}{x^2} dx$$

(b)
$$\int_0^\infty \frac{x}{x^3 + 1} \, dx$$

(c)
$$\int_{1}^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^4-x}} dx$$

(d)
$$\int_0^\pi \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x}} dx$$

Problema 3. Determine valores de "p" para los cuales las siguientes integrales convergen.

(a)
$$\int_{e}^{\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^p} dx$$

(b)
$$\int_0^\infty \frac{x}{x^2+1} - \frac{p}{3x+1} dx$$
 (Propuesto, muy parecido a una pregunta de l1 2017-1)

Problema 4. Demuestre que si a > -1 y b > a + 1, la siguiente integral converge.

$$\int_0^\infty \frac{x^a}{1+x^b} dx$$

Problema 5. (I1 2017-TAV) Estudie la convergencia de las siguientes integrales impropias.

(a)
$$\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{8-x^3}} dx$$

(b)
$$\int_{1}^{\infty} \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{(|x|+1)x} dx$$