Pontificia Universidad Católica Chile
Facultad de Matemáticas - Mat1620
Profesor: Natham Aguirre
Ayudante: Francisco Rubio (fvrubio@uc.cl)

Ayudantía 5

Series de potencia

1. Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}.$$
2. Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{4^n}.$$
3. Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n!(2x-1)^n.$$
4. Determine la representación en serie de potencias asi como el respectivo intervalo de convergencia, para la función.
$$f(x) = \frac{2}{3-x}.$$
5. Determine la representación en serie de potencias asi como el respectivo intervalo de convergencia, para la función.
$$f(x) = \frac{x}{2x^2+1}.$$
6. Exprese la siguiente función como una serie de potencias, para ello en primer lugar utilice la descomposición en fracciones parciales de la expresión.
$$f(x) = \frac{3}{x^2+x-2}.$$
7. (a) Utilice la propiedades relativas a la derivada, para obtener la representación en serie de potencia de,
$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}.$$
   (b) Utilice lo anterior para obtener la representación en serie de potencias de,
$$f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^3}$$
8. Considere la serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ donde $a_k = 2^k - (-1)^k$
   (a) Determine el intervalo de convergencia para esta serie.
   (b) Si R es el radio de convergencia de la serie, prueba que para todo $x \in (-R, R)$
$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = \frac{3x}{(1-2x)(1+x)}$$
   (c) Demuestre que para todo $x \in (-R, R)$ se tiene que
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{k+1} x^{k+1} = -\ln((1+x)\sqrt{1-2x})$$