PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
Primer semestre del 2019
Profesor: Rodrigo Vargas (rsvargas@mat.puc.cl)
Ayudante: Odette Ríos (ovrios@uc.cl)

Cálculo II - MAT1620

Ayudantía 15

Poutpurri: Repaso para examen

Ejercicio 1

Sea $f(x,y)$ una función continua. Escriba las siguientes integrales cambiando el orden de integración:

a) $\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dydx$.

b) $I = \int_0^1 \int_0^{2y} f(x,y)dxdy + \int_1^3 \int_0^{3-y} f(x,y)dxdy$

Ejercicio 2

Demuestre que la siguiente función es continua sobre todo $\mathbb{R}^2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3y-xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases} \tag{1}$$

a) Analice a cotinuidad de f en $\mathbb{R}^2$

b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$

c) ¿Es continua, $\frac{\partial f}{\partial x}$ en (0,0) ?

Ejercicio 3

Determine el límite, si es que existe, o demuestre que el límite no existe.

a)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(\cos y)xy}{3x^2+y^2}$$

b)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2}-1}{x^2+y^2}$$

Ejercicio 4

Evalúe $\int\int_H \int (9-x^2-y^2)dV$ donde H es la semiesfera $x^2+y^2+z^2 \leq 9$ y z$\geq$ 0.

Ejercicio 5

Evalúe la integral $\int\int_E \int (x^3+xy^2)dV$, donde E es el sólido en el primer octante $(x,y,z \geq 0)$ que se encuentra bajo el paraboloide $z = 1-x^2-y^2$

Ejercicio 6

Use coordenadas esféricas para evaluar:

$$\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-y^2}}\int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} y^2\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dzdxdy$$

Ejercicio 7

Determine los puntos del hiperboloide $x^2+4y^2-z^2=4$ donde el plano tangente es paralelo al plano $2x+2y+z=5$.

Ejercicio 8

Considere la gráfica de la función $z=3(x-1)^2+2(y+3)^3+7$. Determine los puntos P, sobre la gráfica dada, de modo que el plano tangente en P sea perpendicular a la recta de ecuación $l(t)=(1,2,3)+t(6,4,-1)$

Ejercicio 9

Calcular $\int_R\int(x+y)e^{x^2-y^2}dA$, donde R es el rectángulo encerrado por $x-y=0$, $x-y=2$, $x+y=0$, $x+y=3$.