

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
 FACULTAD DE MATEMÁTICAS.
 PROFESOR: MIRCEA ALEXANDRU PETRACHE
 AYUDANTE: ÁLVARO OLIVARES OLIVARES (aolivares996@uc.cl)
 SEGUNDO SEMESTRE 2019.

AYUDANTÍA 3 CALCULO II ★ MAT1620

1. Sea $a_n = \frac{3n}{2n+1}$ para todo $n \geq 1$. Analice la convergencia de $\sum_{n \geq 1} a_n$.
2. Analice la convergencia de las siguiente serie. En caso que exista calcule su respectivo límite.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}}.$$

3. Analice la convergencia de las siguientes series numéricas.

$$\sum_{n \geq 1} \frac{e^n}{n^2}, \quad \sum_{n \geq 1} \ln \left(\frac{n}{n+1} \right), \quad \sum_{n \geq 2} \frac{1}{n \ln(n)}.$$

4. Analice la convergencia de las siguientes series,

$$\sum_{n \geq 1} \frac{2 + (-1)^n}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n \geq 1} \frac{n + 4^n}{n + 6^n}, \quad \sum_{n \geq 1} \sin(1/n).$$

5. Considere la representación decimal del número

$$0, d_1 d_2 d_3 \dots = \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \frac{d_3}{10^3} + \dots$$

donde d_i es cualquiera de los dígitos $0, 1, 2, \dots, 9$. Pruebe que la serie anterior es siempre convergente.

6. Estudie el comportamiento de las siguientes integrales

$$\sum_{n \geq 1} \frac{e^{-\arctan(n)}}{1 + n^2}, \quad \sum_{n \geq 2} \frac{1}{n \ln(n)(1 + \ln(x))}, \quad \sum_{n \geq 1} n e^{-n^2}$$

7. Demuestre que si $a_n > 0$ y $\sum a_n$ es convergente, entonces $\sum \ln(1 + a_n)$ también lo es.