MAT1620-4: Cálculo II - 2do Semestre 2017
Profesor: Vania Ramírez - vrramire@mat.puc.cl
Ayudante: Matías Henríquez - mjhenriquez@uc.cl

Ayudantía 7

Diferenciabilidad, Plano tangente, Aproximación Lineal y Regla de la Cadena

Problema 1. Encuentre una aproximación de primer orden para la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida por $f(x,y)=x\sin(xy)+e^{xy}$ cerca del punto $\mathbf{x}_0=(x_0,y_0)=(1,\pi)$.

Problema 2. Dada la función

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^k}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\[2ex] 0 & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(a) Determine los valores de k de modo que la función f sea continua en el origen.

(b) Determine los valores de k de modo que la función f sea diferenciable en el origen.

Problema 3. Considere las superficies en $\mathbb{R}^3$ dada por las ecuaciones:

$$y=f(x)\ ,\quad z^2+2xz+y=0$$

Determine la función $f(x)$ si se sabe que ambas superficies tienen el mismo plano tangente en todo punto donde se intersectan.

Problema 4. Demuestre que todos los planos tangentes al cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$ pasan por el origen.

Problema 5. Resuelva:

(a) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ tal que $f\in\mathcal{C}^1$. La sustitución:

$$u=x^2-y\quad\wedge\quad v=x+y^2$$

transforma la función $f(u,v)$ en $F(x,y)$. Encuentre expresiones para F_x y F_{xy}.

(b) Sea $f(u,v,w)$ una función con derivadas parciales continuas de orden 1 y 2 y sea $g(x,y)=f(x+y,x-y,xy)$. Calcule $g_{xx}+g_{yy}$ en términos de derivadas de $f(u,v,w)$.

(c) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una función de clase $\mathcal{C}^2$ y sea $\gamma:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ una función dos veces derivable, $\gamma(t)=(x(t),y(t))$ con $\gamma(0)=(0,0)$. Si se sabe que:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=1,\quad \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=2,\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=0,\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=-3,\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=-2$$
$$x'(0)=3,\quad y'(0)=0,\quad x''(0)=2,\quad y''(0)=4$$

Calcule $\phi''(0)$ en donde $\phi(t)=f(\gamma(t))$.