PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE FACULTAD DE MATEMATICAS DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Segundo semestre 2023

Ayudantía 7- MAT1620

1. Determine si los siguientes límites existen.

(a)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4-4y^2}{x^2+2y^2}$$
.

(b)
$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{xy-y}{(x-1)^2+y^2}$$
.
(c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

(c)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

(d)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2)$$
.

2. Determine el conjunto donde la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{2x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

es continua.

3. Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Encuentre, en caso que existan, $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$.

4. Calcule las primeras derivadas parciales de las siguientes funciones:

a)
$$f(x,y) = y^5 - 3xy$$
.

b)
$$f(x,y) = \frac{x}{y}$$
.

c)
$$f(x,y) = x^2 y e^{3xy}$$

d)
$$f(x, y, z) = x^2 y \cos(z/x)$$
.