FACULTAD DE MATEMÁTICAS
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Ayudantía 9

Calculo II - MAT1620

Francisco Salinas (fvsalinas@uc.cl)

1. Sea $f(x,y) = \frac{2x-y}{8x^3-y}$ excepto en los puntos de la cubica de ecuación $y = 8x^3$ donde se define $f(x,y) = 1$. Establecer que $f(x,y)$ no es continua en $P_0(\frac{1}{2}, 1)$.

2. Estudiar el siguiente límite:

$$\lim_{(x,y)\to(0.0)} \frac{3(1-\cos(2xy^2))}{4(x^2+y^4)^2}$$

3. Considere la función real f definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xsen(y) - ysen(x)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Demuestre que $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$.

4. Demostrar que el plano tangente a la superficie de ecuación $z = x^2 + y^2$ en el punto $P_0(5,-12,169)$ corta al plano coordenado XOY según la recta de ecuaciones $10x - 24y - 169 = 0, z = 0$.

5. Si $x = u + v$ e $y = \frac{u-v}{a}$ y $g(u,v) = f(x,y)$ donde f posee derivadas parciales de segundo orden continuas, demostrar que

$$a^2 f_{xx} - f_{yy} = a^2 g_{uv}$$

6. Considere la función $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x,y,z) = x^3 + y^2 + xy + xz + yz + 4y + z - 3$$

   Determine (si los hay) los extremos locales de f.

7. Considere la región A de $\mathbb{R}^3$ limitada por abajo por el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y por arriba por el plano $z = 1$ (incluyendo los bordes). Determine los extremos globales de $f(x,y,z) = x + y + z$ sabiendo que los puntos (x,y,z) pertenecen a la región A.