

# CÁLCULO HONORS

## 1. DESCRIPCIÓN

El curso aborda conceptos básicos del Cálculo Diferencial y sus principales aplicaciones. Se estudian nociones de límites tanto para sucesiones como para funciones. Se tratan en detalle las nociones de continuidad y de derivada. Los principales resultados se demuestran de manera rigurosa.

## 2. OBJETIVOS

- (a) Conocer y aplicar el concepto de convergencia de sucesiones.
- (b) Comprender el concepto de límite de función.
- (c) Entender y aplicar el concepto de continuidad.
- (d) Comprender las principales propiedades de las funciones continuas en un intervalo.
- (e) Comprender y aplicar el concepto de derivada.
- (f) Comprender las principales propiedades de las funciones derivables en un intervalo.

## 3. CONTENIDOS

- (a) Teoría de Conjuntos y funciones (conjuntos numerables y no numerables) (1 sesión).
- (b) Números Reales (2,5 sesiones).
  - (1) Cota superior e inferior, Axioma del supremo
  - (2) Propiedad Arquimediana
  - (3) Teorema de los intervalos encajados.
- (c) Límite de sucesiones (4,5 sesiones).
  - (1) Definición y manipulación
  - (2) Unicidad del límite, Sucesiones convergentes son acotadas, Sucesiones monótonas y acotadas convergen.
  - (3) Álgebra de límites y teoremas básicos (Sándwich, Monotonía).
  - (4) Subsucesiones (límite superior e inferior, Sucesiones acotadas poseen subsucesiones convergentes).
  - (5) Sucesiones de Cauchy (Sucesión es convergente si y sólo si es de Cauchy).
  - (6) Límites infinitos.
- (d) Límites de funciones (2 sesiones).
  - (1) Definición. Unicidad del Límite y propiedades (ej. Monotonía).
  - (2) Teorema de enlace. Demostración de álgebra de límites.
  - (3) Ejemplo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .
  - (4) Límites laterales.
  - (5) Ejemplo no existencia de límites (función de Dirichlet).
  - (6) Límites infinitos.
- (e) Continuidad (3 sesiones).

- (1) Definición de continuidad. Propiedades (álgebra de funciones continuas, compuesta de funciones continuas).
- (2) Funciones continuas en el intervalo. Teorema del valor intermedio (consecuencias: teorema punto fijo y teorema fundamental del álgebra). Teorema de valores extremos.
- (3) Continuidad uniforme (continuidad en compacto).
- (f) Derivadas (3 sesiones)
  - (1) Definición. Aproximación lineal de una función.
  - (2) Regla de la cadena. Derivada de la función inversa.
  - (3) Funciones derivables en el intervalo. Teorema de Darboux, Teorema de Rolle, Teorema del Valor Medio.
  - (4) Derivadas de Orden superior. Regla de L'hôpital.

#### 4. BIBLIOGRAFÍA

- (a) T. M. Apostol *Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra, 2nd Edition*. Wiley, 1991.
- (b) R. Courant, J.F. John *Introduction to Calculus and Analysis, Vol. I*, Springer-Verlag, 1999.
- (c) E. Lima. *Curso de Análise, Vol I*. IMPA 1976.
- (d) G. Iommi. *Cálculo Real* (disponible en <http://www.mat.uc.cl/~giommi/>) 2011.
- (e) J. Kitchen *Calculus of One Variable*. Addison-Wesley 1968.

##### 4.1. Bibliografía complementaria.

- (a) L. Dissett, I. Mickenberg *Pensamiento Lógico-matemático* Apuntes UC. 2009.
- (b) P. Eccles. *An Introduction to Mathematical Reasoning* Cambridge U. Press, 1998.
- (c) E. Goles. *Algebra*. Dolmen 1993.

#### 5. METODOLOGÍA

Clases expositivas. Se realizará una clase por semana y habrá una hora de consultas con el ayudante.

#### 6. HORARIO

- (a) **Horario Cáterda:** Martes módulo 6, es decir 17:00 a 18:20.
- (b) **Horario Ayudantía:** Martes módulo 5, es decir 15:30 a 16:50 y Jueves módulo, 6 17:00 a 18:20

#### 7. EVALUACIÓN

Este curso no tiene nota. Solo se establecerá si el alumno aprobó o reprobó. El desempeño de los alumnos en este curso no tendrá efecto alguno en su promedio global acumulado. En caso de reprobación los alumnos no se atrasarán en el progreso de su carrera.

Los alumnos deberán entregar tareas una vez cada dos semanas. Se obtendrá una nota calculando el promedio de las notas tareas,  $T_i$ , eliminando la peor entre

ellas, es decir:

$$NF = \frac{1}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N T_i - \min_j T_j \right).$$

En caso que NF sea mayor o igual a 4,0 el alumno obtendrá calificación: *aprobado*.  
Caso contrario, obtendrá calificación: *reprobado*.