

Ayudantía 1 - MAT1620

1. Determine si las siguientes integrales son convergentes o divergentes. Evalúe las que sean convergentes.

(a) $\int_3^{\infty} \frac{1}{(x-2)^{3/2}} dx.$

(b) $\int_{-\infty}^0 5^t dt.$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\pi x) dx.$

(d) $\int_0^9 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx.$

2. Use el criterio de comparación para determinar si las siguientes integrales convergen o divergen.

(a) $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^3+1} dx.$

(b) $\int_0^1 \frac{\sec^2(x)}{x\sqrt{x}} dx.$

3. Determine si las siguientes sucesiones convergen o divergen, en caso que converjan, encuentre el límite.

(a) $a_k = \frac{3+5k^2}{k^2+k}.$

(b) $a_k = \frac{3^{k+2}}{5^k}.$

(c) $a_k = \frac{e^k + e^{-k}}{e^{2k} - 1}.$

(d) $a_k = \frac{(-3)^k}{k!}.$

4. Demuestre que la sucesión definida por

$$a_1 = 1 \quad a_{k+1} = 3 - \frac{1}{a_k}$$

es creciente y acotada superiormente por 3. Deduzca que $\{a_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ es convergente y determine su límite.