



# Ayudantía 11

Cálculo 2

---

## Problema 1

Calcule la derivada direccional de:

- (a) la función  $f(x, y) = e^x \sin(y)$  en el punto  $(0, \pi/3)$  en la dirección del vector  $\vec{v} = (-6, 8)$ .
- (b) la función  $f(x, y) = x^3 y^4 + x^4 y^3$  en el punto  $(1, 1)$  en la dirección del ángulo  $\theta = \pi/6$ .

## Problema 2

Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función con derivadas parciales continuas. Consideremos los puntos

$$A(1, 3), \quad B(3, 3), \quad C(1, 7), \quad D(6, 15).$$

La derivada direccional de  $f$  en  $A$  en la dirección del vector  $\overrightarrow{AB}$  es 3 y la derivada direccional de  $f$  en  $A$  en la dirección del vector  $\overrightarrow{AC}$  es 26. Determine la derivada direccional de  $f$  en  $A$  en la dirección del vector  $\overrightarrow{AD}$ .

## Problema 3

Determine y clasifique los puntos críticos de la función  $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

## Problema 4

Determine el máximo y mínimo absoluto de  $f(x, y) = 3 + xy - x - y$  sobre la región triangular cerrada con vértices en  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  y  $(0,1)$ .

## Problema 5\*\*

Considere la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \text{ o } y \geq x^2; \\ \left(\frac{y}{x^2} \left(1 - \frac{y}{x^2}\right)\right)^2, & 0 < y < x^2; \\ 0, & y \geq x^2. \end{cases}$$

Pruebe que

- a)  $f$  es continua en todo punto  $(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ .
- b) Todas las derivadas direccionales de  $f$  en  $(0, 0)$  existen y son iguales a 0.
- c)  $f$  no es diferenciable en  $(0, 0)$ .