PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
**MAT1640** - Cálculo 2
**Profesor:** Hector Pastén
**Ayudante:** Vicente Castro Solar (`vvcastro@uc.cl`)
Primer Semestre 2019

# Ayudantía 7

*Repaso I2*

## 1. Series.

1. Para todos los valores de $c \in \mathbb{R}$, determine el radio de convergencia de la serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(c^n - 1)x^n$$

Para qué valores de $c$ la serie es convergente para todo $x \in \mathbb{R}$.

## 2. Limites y Continuidad.

1. Dada la siguiente función:

$$f(x, y) = \frac{xy^6}{x^6 + y^6},\ si\ (x, y) \neq (0, 0)$$

$$f(x, y) = 0,\ si\ (x, y) = (0, 0)$$

(a) Estudiar la continuidad de $f$.

(b) Calcular $\nabla f(0, 0)$.

(c) En caso de que existan, calcule las derivadas parciales mixtas $f_{xy}(0, 0)$ y $f_{yx}(0, 0)$.

2. Encuentre si es que existen, todos los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ de modo que la función:

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2 + axy + y^2},\ si\ (x, y) \neq (0, 0)$$

$$f(x, y) = b,\ si\ (x, y) = (0, 0)$$

## 3. Derivadas de varias variables.

1. Verifique que la función $z = \ln(e^x + e^y)$ satisface las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0$$

2. Considere la función $f(x,y) = bx^\alpha y^\beta$, donde $b$,$\alpha$,$\beta$ son constantes reales. Calcule el valor de:

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} - (\alpha + \beta)f(x,y)$$

3. Determine los puntos del hiperbole $x^2 + 4y^2 - z^2 = 4$ donde el plano tangente es paralelo al plano $2x + 2y + z = 5$.

4. Determine una ecuación del plano tangente a la superficie $z = y\cos(x - y)$ en el punto $(2, 2, 2)$.

5. Dada la funció:

$$f(x,y) = \frac{xy^k}{x^2 + y^2},\ \ si\ (x,y) \neq (0,0)$$

$$f(x,y) = 0,\ \ si\ (x,y) = (0,0)$$

Encuentra las condiciones para k si se quiere que la función sea continua y, luego, las restricciones para que sea diferenciable (en el origen).