



# Ayudantía 8

Cálculo 2

---

## Problema 1

Determine y grafique el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$

b)  $g(x, y) = \ln(9 - x^2 - 9y^2)$

c)  $h(x, y) = \frac{\sqrt{y-x^2}}{1-x^2}$

## Problema 2

Dibuje un mapa de contorno (curvas de nivel) para las siguientes funciones:

1.  $f(x, y) = (y - 2x)^2$

2.  $f(x, y) = x^2 + y^2$

## Problema 3

Determine si los siguientes límites existen. En caso de existir, determine su valor.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 4y^2}{x^2 + 2y^2}$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^4}{x^4 + y^4}$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

## Problema 4

Grafique las curvas de nivel de la función  $f(x, y) = x^2 - 4y^2$ , para  $c = -1$ ,  $c = 0$  y  $c = 1$ .

## Problema 5

Sea  $n \in \mathbb{N}$ . Muestre que una función lineal  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es continua y tiene la forma  $f(x) = v \cdot x$  para algún vector  $v \in \mathbb{R}^n$  y todo  $x \in \mathbb{R}^n$ .

## Problema 6

Encuentre una función continua  $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que, en coordenadas polares, para cada  $t \in [0, 1]$ , existe  $\theta \in [0, 2\pi)$  para el cual  $\lim_{r \searrow 0} f(r, \theta) = t$ . Vale decir, una función para la cual, dependiendo del rayo desde el cual nos acercamos a 0, su límite puede dar cualquier número entre 0 y 1.