FACULTAD DE MATEMÁTICAS
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Ayudantía 11

Calculo II - MAT1620

<u>Jacobiano:</u> Dada una transformación T en que $x = g(u, v)$ y $y = h(u, v)$, el jacobiano es

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

<u>Cambio de variables en una Integral Doble:</u> dado un cambio de variable en que $x = g(u, v)$ y $y = h(u, v)$. Al integran en una región R se tiene

$$\iint_R f(x,y)dA = \iint_S f\big(g(u,v), h(u,v)\big) * \left|\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right| * dudv$$

1. Evalúe la integral

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dA$$

donde D es la región acotada por el semicírculo $x = \sqrt{4-y^2}$ y el eje y.

2. Sea D la región del plano que se encuentra dentro del círculo $x^2+y^2=2y$ pero fuera de $x^2+y^2=1$. Calcule

$$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

3. Sea D la región acotada por las rectas

$$y-x=-2, y+x=2, y-x=1, y+x=0.$$

Calcule

$$\iint_D (y^2-x^2)dxdy$$

4. Use la transformación $u = x - y$, $v = x + y$ para evaluar la integral

$$\iint_R \frac{x-y}{x+y} dA$$

Donde R es el cuadrado con vértices $(0,2), (1,1), (2,2)\ y\ (1,3)$.

5. Calcule

$$\iint_D e^{x+y} dA$$

Donde D está dada por la desigualdad $|x|+|y| \leq 1$.

6. Sea f continua en $[0,1]$ y sea R la región triangular con vértices $(0,0), (1,0), (0,1)$. Demuestre que

$$\iint_R f(x+y)dA = \int_0^1 uf(u)du$$