Pontificia Universidad Católica de Chile
MAT1620-2 2019-1
Profesor: Harold Bustos
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantia N 12

Problema 1
Calcular las siguientes integrales, utilizando coordenadas polares.

- $\iint_D x^2 y dA$ donde D es la mitad superior del disco con centro en el origen y radio 5.
- $\iint_R \arctan(\frac{y}{x}) dA$ donde $R = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$
- $\iint_D x dA$ donde D es región en el primer cuadrante localizada entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 2x$.

Problema 2
Calcule el volumen del sólido mediante coordenadas polares.

- Bajo el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y arriba del disco $x^2 + y^2 \leq 4$.
- Dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ y fuera del cilindro $x^2 + y^2 = 4$.
- Acotado por el paraboloide $z = 1 + 2x^2 + 2y^2$ y el plano $z = 7$ en el primer octante.

Problema 3
Encuentre la masa y el centro de masa de la lámina que ocupa la región D y tiene la función de densidad dada ρ.

- $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4\}; \rho(x, y) = ky^2, \quad k \in \mathbf{R}$.
- D es la región triángular con vértices $(0, 0), (2, 1), (0, 3)$; $\rho(x, y) = x + y$.
- D está acotada por las parábolas $y = x^2$ y $x = y^2$; $\rho(x, y) = \sqrt{x}$.

Problema 4
La función de densidad conjunta para un par de variables aleatoria X e Y es:

$$f(x, y) = \begin{cases} Cx(1 + y) & si \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

1. Encuentre el valor de la costante C.
2. Determine $P(X \leq 1, Y \leq 1)$.
3. Determine $P(X + Y \leq 1)$.