



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

MAT1620 - Sección 1

Profesor: Héctor Pastén

Ayudante: Vicente Castro Solar (vvcastro@uc.cl)

Primer Semestre 2019

Ayudantía 1

Convergencia

1. Analice la convergencia de las siguientes integrales.

(a) $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^2+x} dx$

(b) $\int_2^{\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$

(c) $\int_0^1 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$

(d) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2-6x+5}$

(e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

2. Trompeta de Torricelli.

Estudiar la convergencia de la superficie y volumen de la llamada *Trompeta de Torricelli*, que se consigue al rotar la curva $y = \frac{1}{x}$, $x \geq 1$ en torno al eje X.

3. Valores de r para la convergencia de integrales.

(a) $\int_a^b \frac{a}{(b-x)^r} dx$, $a < b$

(b) $\int_1^{\infty} \left[1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right]^r dx$

4. Función Gamma de Euler.

Considere la *Función Gamma de Euler*, definida para $x > 0$ de la siguiente forma:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

- (a) Pruebe que la función converge absolutamente para todo $x > 0$.
- (b) **Propuesto.** Demuestre que $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ y relacione esto con el concepto de los factoriales.