



Ayudantía 5

MAT1620 Cálculo II – Temporada Académica de Verano 2018

Ayudante: Nicolás Morales (nvmorale@uc.cl)

11 de Enero de 2018

Límites, continuidad y diferenciabilidad de funciones de varias variables

1. Estudie los siguientes límites:

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

$$d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(y^2 - x)^2}{x^2 + y^2}$$

$$e) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^2 y + y z^2}{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$$

$$c) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3 \sin(x)}{x^4 + y^2}$$

2. Demuestre que la siguiente función no es continua en \mathbb{R}^2 :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Considere la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2 y}{\sqrt{x^4 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Calcule $f_x(0, 0)$ y $f_{xy}(0, 0)$.

4. Considere la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x(1 - \cos(y))\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estudie la diferenciabilidad de f en $(0, 0)$.