PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
PRIMER SEMESTRE DE 2017
Profesor: Gabriela Fernández - Ayudante: Rubén Soza - Constanza Barriga

Cálculo II - MAT1620
Ayudantía 8

1. Sea $w = f(x, y, z) = 2xy^2 + x^2z$. Demostrar que es diferenciable. Determine, además, la diferencial dw.

2. La temperatura en cada punto de una lámina está dada, en grados celsius, por:

$$T(x, y) = x^2 + y^2 - x + 4y$$

donde x e y se miden en metros. Calcule la tasa de cambio de T en el punto $(1, 1)$ en la dirección hacia el punto $(2, 3)$.

3. Encuentre $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ para $z = z(x, y)$ definida implícitamente por las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

b) $yz = \ln(x + z)$

4. Sea $f(x, y) = x^2 + xy^3$, deonde $x = x(u) = \cos(u)$ e $y = y(u) = e^u$.

a) Derivar $f(x(u), y(u))$ respecto de u aplicando regla de la cadena.

b) Hallar explícitamente la función compuesta $f(u)$ y derivarla. ¿Cómo se relaciona este resultado con le anterior?

5. Determine una ecuación del plano tangente a la superficie $z = y\cos(x - y)$ en el punto $(2, 2, 2)$.

6. Hallar las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ que sean paralelos al plano $x + 4y + 6z = 0$.

7. Demuestre, mediante linealización en $(0, 0)$, que $\frac{2x+3}{4y+1} \approx 3 + 2x - 12y$.

8. Sea f una función de dos variables con derivadas parciales continuas y considere los puntos $A(1, 3)$, $B(3, 3)$, $C(1, 7)$ y $D(6, 15)$. La derivada direccional de f en A en la dirección del vector $\vec{AB}$ es 3 y la derivada direccional de A en la dirección de $\vec{AC}$ es 26. Cacule la derivada direccional de f en A en la dirección del vector $\vec{AD}$.

9. Sea f una función diferenciable tal que sus derivadas direccionales en el punto $(1,2)$ en las direcciones de los vectores $(1,1)$ y $(1,-3)$ son $\sqrt{2}$ y $\sqrt{10}$, respectivamente. Hallar el valor de las derivadas parciales $f_x(1,2)$ y $f_y(1,2)$.