

## MAT1620 – Cálculo II

## Interrogación N° 1

Revise su sección en MiPortalUC y envíe su desarrollo al link correspondiente antes de las 20:45 hrs.

1. Determine si la integral  $\int_{-\infty}^1 \frac{e^{-\sqrt{1-x}}}{\sqrt{1-x}} dx$  es convergente o divergente. En caso de convergencia, calcule el valor numérico de la integral.

2. a) Sean  $c > 0$  y  $\{a_n\}$  una sucesión definida por  $a_n = \frac{c^n}{n!}$ . Demuestre que la sucesión  $\{a_n\}$  es convergente.

b) Determine si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$  es convergente o divergente.

3. a) Sea  $S_n = \frac{n-3}{n+1}$  la  $n$ -ésima suma parcial de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Determine  $a_n$  para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$  y

calcule el valor numérico de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

b) Determine si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{5 + 11^n}$  es convergente o divergente.

4. a) Utilice la prueba de la integral para demostrar la convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$ .

b) Del teorema del valor medio, se puede demostrar que para cada  $n$  natural, existe  $\alpha_n \in \left] \frac{1}{n+1}, \frac{1}{n} \right[$  tal que  $e^{\alpha_n} = \frac{e^{\frac{1}{n}} - e^{\frac{1}{n+1}}}{\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}}$ . Usando esto, calcule el valor numérico de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\alpha_n}}{n(n+1)}$ .

**Nota:** No es necesario demostrar la proposición del teorema del valor medio.

5. Determine el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{3^n (n+1)^3}.$$

Toda respuesta debe ir acompañada con un desarrollo que justifique su solución. En caso contrario la respuesta será evaluada con puntaje mínimo