Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Primer Semestre de 2017
Profesor: Gabriela Fernández – Ayudante: Rubén Soza - Constanza Barriga

Cálculo II - MAT1620

Ayudantía 1

9 de Marzo de 2017

1. Evalúe las siguientes integrales.

   a) $\displaystyle\int_0^{\infty} \cos^2 x \, dx$

   b) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$

   c) $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^8}$

   d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

   e) $\displaystyle\int_{-2}^{14} \frac{dx}{\sqrt[4]{x+2}}$

   f) $\displaystyle\int_0^{4} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx$

2. Estudie la convergencia de las siguientes integrales.

   a) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^6}} \, dx$

   b) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{sen}\sqrt{x}}{(x+1)x} \, dx$

   c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^4}} \, dx$

   d) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sec^2 x}{x\sqrt{x}} \, dx$

3. Pruebe que la integral $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} \, dx$ es convergente, y luego calcule su valor.

4. Determine el valor de $p \in \mathbb{R}$ que hace que las siguiente integral sea convergente:

$$\int_0^1 x^p \ln x \, dx$$

5. Encuentre todos los valores de $C \in \mathbb{R}$ para los cuales converge la integral:

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{2x}{1+x^2} - \frac{C}{x+1} \right)$$

6. Sea f continua en $[0, \infty)$. Se define su transformada de Laplace como

$$\mathcal{L}_f(x) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-xt} \, dt$$

   Demuestre que si existen constantes M y a tales que $0 \leq f(t) \leq M e^{at} \; \forall \; t \geq 0$, entonces la transformada de Laplace existe para $x \geq a$.