

Ayudantía 2

Criterio de comparación, convergencia de series

Ejercicio 1. Analice la convergencia.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}.$$

Ejercicio 2. Determine si las siguientes integrales son convergentes o divergentes. Evalúe las integrales en el caso que sean convergentes.

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)(x^2+4)}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$$

Ejercicio 3. Calcule el límite de las sucesiones cuyo término general se da a continuación.

- $a_n = \frac{3+5n^2}{n+n^2}.$
- $a_n = \frac{(-1)^n n}{n^3+4}.$
- $a_n = \frac{\cos^2(n)}{3^n}.$
- $a_n = \ln(n+1) - \ln(n).$
- $a_n = \sqrt[n]{2^{1+3n}}.$

Ejercicio 4. Considere una sucesión cuyo término general a_n verifica:

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}.$$

Demuestre que esta sucesión es convergente, para ello demuestre que es creciente y está acotada por 3.

Ejercicio 5. Considere la sucesión cuyo término general, a_n satisface,

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n}.$$

Demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ existe y calcule su valor.

Ejercicio 6. Demostrar que la siguiente sucesión converge a cero.

$$a_n = \int_1^2 (\ln(x))^n dx$$