

Calculo II - MAT1620

Ayudantia 5

Ejercicio 1

- a) Determine la ecuación de una recta que pase por el punto $(1,0,-1)$ y que sea perpendicular al plano de ecuación $2x - y + 5z = 12$
- b) Determine la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto $(3, 1, 2)$ y es perpendicular al plano que contiene a los puntos: $(8, 2, 4)$ y $(-1, -2, -3)$.

Ejercicio 2

Determinar el límite o demuestre que no existe:

- a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin^2(x)}{x^4 + y^4}$
- b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy - y}{(x-1)^2 + y^2}$
- c) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + z}{x^2 + y^2 + z^2}$
- d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x^3 - y}$
- e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 + y^2} - 1}{x^2 + y^2}$
- f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (5x^3 - x^2y^2)$

Ejercicio 3

Determinar C tal que la función sea continua:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + xy + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ C & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{(x-y)}{(x^3-y)} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ C & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Ejercicio 4

Encuentra las derivadas de las siguientes funciones según se indique:

- a) $f(x, y, z) = \ln(x + 2y + 3z)$, de primer orden.
- b) $f(x, y) = x^3 + x^2y^3 - 2y^2$, de segundo orden y comprobar la regla de Clairaut.
- c) $u(r, \theta) = \sin(r \cos \theta)$, de primer orden.
- d) $u(x, y) = e^{xy} \sin y$

Ejercicio 5

Considere la función $z = \ln(e^x + e^y)$. Verifique que sea una solución de la ecuación:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial^2 y} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$$

Ejercicio 6

Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x^3 y - xy^3)}{(x^2 + y^2)} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Calcular $f_x(x, y)$ y $f_{xy}(0, 0)$