Pontificia Universidad Catolica de Chile
Facultad de Matemáticas
Semestre 2017-2

Curso: MAT1620 - Calculo II
Profesor: Vania Ramirez
Ayudante: Ignacio Castañeda
Mail: `ifcastaneda@uc.cl`

Ayudantía 8

Vector gradiente y derivada direccional.

28 de septiembre de 2017

1. Sea la función
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^6}{x^2 - y + x^6} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Determinar las derivadas parciales de f en $(0,0)$, en caso de que existan.
   b) Determinar si f es continua en $(0,0)$.

2. Determine la gradiente de f, evalúela en el punto P y encuentre la razón de cambio de f en P en la dirección del vector u.
   a) $f(x,y) = sen(2x+3y)$ $\quad P = (-6,4), u = \left(\sqrt{3}i - j\right)$
   b) $f(x,y) = \dfrac{y^2}{x}$ $\quad P = (1,2), u = \left(2i + \sqrt{5}j\right)$
   c) $f(x,y,z) = xe^{2yz}$ $\quad P = (3,0,2), u = \langle 2,-2,1\rangle$
   d) $f(x,y,z) = \sqrt{x+yz}$ $\quad P = (1,3,1), u = \langle 2,3,6\rangle$

3. Suponga que $f(x,y)$ es una función con derivadas parciales continuas en el punto $(1,1)$. Asumir que la derivada direccional en $(1,1)$ en la dirección $\langle 3,4\rangle$ es 1 y en la dirección $\langle 5,12\rangle$ es -1.
   a) Encontrar la ecuación cartesiana del plano tangente en $(1,1,f(1,1))$.
   b) Encontrar la derivada direccional de $f(x,y)$ en $(1,1)$ en dirección al origen.

4. La temperatura en el punto (x,y) de una lamina metálica viene dada por la función $T(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}$. Hallar la razón de crecimiento máximo de la temperatura en el punto $(3,4)$ y la dirección en que ella ocurre.

5. Si $z^3 - xz - y = -2$, encuentre $\dfrac{\delta^2 z}{\delta x \delta y}$ cuando $(x,y,z) = (-1,0,-1)$.