

## Calculo II - MAT1620

Ayudantia Extra Viernes

### Ejercicio 1

Suponga que  $z = f(x, y)$ , donde  $x = g(s, t)$  y  $y = h(s, t)$ . Demuestre que:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

### Ejercicio 2

Suponga que en una cierta región del espacio el potencial eléctrico  $V$  está definido por  $V(x, y, z) = 5x^2 - 3xy + xyz$

- Determine la razón de cambio del potencial en  $P(3, 4, 5)$  en la dirección del vector  $\vec{x} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ .
- ¿En qué dirección cambia  $V$  con mayor rapidez en  $P$ ?
- ¿Cuál es la razón máxima de cambio en  $P$ ?

### Ejercicio 3

Determine las ecuaciones del plano tangente y de la recta normal a la superficie dada en el punto:

a)  $y = x^2 - z^2, (4, 7, 3)$

b)  $xy + yz + zx = 5, (1, 2, 1)$

### Ejercicio 4

Demuestre que el elipsoide  $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$  y a esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$  son tangentes entre sí en el punto  $(1, 1, 2)$ .

### Ejercicio 5

Hallar las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$  que sean paralelos al plano  $x + 4y + 6z = 0$