



Ayudantía 2 - Sucesiones y Series

Problema 1

Encuentre el límite de las siguientes sucesiones.

$$a) a_n = \frac{(2n-1)!}{(2n+1)!}$$

$$b) a_n = \sqrt[n]{2^{1+3n}}$$

$$c) a_n = \frac{\cos^2 n}{2^n}$$

$$d) a_n = \frac{1 \times 3 \times 5 \cdots \times (2n-1)}{n!}$$

$$e) a_n = \frac{(-3)^n}{n!}$$

$$f) a_n = \left(\frac{n+5}{n+3}\right)^n$$

$$g) a_n = \frac{n!}{n^n}$$

$$h) a_n = \ln(2n^2 + 1) - \ln(n^2 + 1)$$

Problema 2

Encuentre el límite de las siguientes sucesiones, definidas recursivamente. (Se debe probar que son monótonas y acotadas).

$$a_1 = \sqrt{2}$$

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n + \sqrt{2}}$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n}$$

Problema 3

Demuestre la convergencia de la siguiente sucesión.

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}$$

Problema 4

Determine si las siguientes series convergen o divergen, si convergen, calcule su valor.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{2^n}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e^n} + \frac{1}{n(n+1)} \right)$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$$

$$d) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

Problema 5

Demuestre que:

- a) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, entonces, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ diverge.
- b) Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge y dado $k \neq 0$, entonces, $\sum_{n=1}^{\infty} kb_n$, diverge.

Problema 6

Si la n -ésima suma parcial de $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, es $s_n = \frac{n-1}{n+1}$, determine a_n y $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.