



## Ayudantía 14

### Problema 1

- a) Una lámina ocupa la parte del disco  $x^2 + y^2 \leq 1$  en el primer cuadrante. Encuentre su centro de masa si la densidad en cualquier punto es proporcional a su distancia desde el eje  $x$ .
- b) Halle el centro de masa de una lámina en la forma de un triángulo rectángulo isóceles con lados iguales de longitud  $a$  si la densidad en cualquier punto es proporcional al cuadrado de la distancia desde el vértice opuesto a la hipotenusa.

### Problema 2

- a)  $\iiint_E 6xy \, dV$ , donde  $E$  yace bajo el plano  $z = 1 + x + y$  y arriba de la región en el plano  $xy$  acotado por las curvas  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  y  $x = 1$ .
- b)  $\iiint_E x \, dV$ , donde  $E$  está acotada por el paraboloide  $x = 4y^2 + 4z^2$  y el plano  $x = 4$ .
- c) El sólido encerrado por el cilindro  $x^2 + z^2 = 4$  y los planos  $y = -1$  y  $y + z = 4$ .
- d) Calcule el momento de inercia alrededor del eje  $z$  del cono sólido  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq h$ . Suponga que el sólido tiene densidad constante  $k$ .

### Problema 3

Determine el centroide del sólido  $S$  acotado por el paraboloide  $z = 4x^2 + 4y^2$  y el plano  $z = a$  ( $a > 0$ ).

### Problema 4

- a)  $\iiint_E x^2 \, dV$ , donde  $E$  es el sólido que está dentro del cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ , por encima del plano  $z = 0$  y por debajo del cono  $z^2 = 4x^2 + 4y^2$ .
- b) Encuentre el volumen del sólido que está entre el paraboloide  $z = x^2 + y^2$  y la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .