PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
SEGUNDO SEMESTRE DE 2017
Profesor: Vania Ramírez - Ayudante: Constanza Barriga

Cálculo II - MAT1620

Ayudantía 9: Repaso I2

17 de Octubre de 2017

1. Si $f(x,y) = (x^2+y^2)^{\frac{-3}{2}} e^{\sin(x^2y)}$. Encuentre $f_x(1,0)$ y $f_y(0,1)$.

2. Considere la función
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Pruebe que $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$ existen, pero que f no es diferenciable en $(0,0)$.

3. Encuentre las primeras derivadas parciales de las siguientes funciones:
   a) $f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$
   b) $g(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$
   c) $u(x_1, x_2, ..., x_n) = \sin(x_1 + 2x_2 + ... + nx_n)$
   d) $h(x,y) = \int_y^x \cos(t^2)\mathrm{d}t$

4. Considere $f(u,v)$ una función con sus segundas derivadas parciales continuas y armónica. Sea $g(x,y) = f(x^2-y^2, 2xy)$. Calcule $g_{xx} + g_{yy}$ y demuestre que es constante. **Nota: Una función armónica en un conjunto D es tal que para todos los puntos en dicha región se cumple lo siguiente:**
$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + ... + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} = 0$$

5. Hallar las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ que sean paralelos al plano $x + 4y + 6z = 0$.

6. Hallar los extremos globales de la función $f(x,y,z) = x^2 + yz$ en la bola $B = \{x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$.

7. Hallar la distancia mínima entre el elipsoide $x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$ y el plano $x + y + z = 2$. *(Nota: Ambas superficies no se intersecan).*