目次

第I部

Latex

第1章

Tex4ht

Latex から html に変換する App を使って見た.

1.1　日本語を扱うための準備

(1)　条件

次の条件が必要です.

1) Lualatex を使う.
2) helpers4ht を使う.

Lualatex は多分インストールされているので，helpers4ht (`https://github.com/michal-h21/helpers4ht`) をインストールする．インストール方法は，ググって調べました．私は，ここ `https://qiita.com/toyolab/items/12ac4fb95fcf211ccf62` を参考にしました.

(2)　Latex ファイルの修正

日本語が入った latex ソースファイルをそのまま Tex4ht が扱えないので，次の 2 点についてソースファイルを修正する.

1) documentclass を book にする.
2) alternative4ht 他のパッケージを読み込む.

例えば，次の例のように，latex 用の documentclass 文と Tex4ht 用の documentclass の 2 つを用意して，html に変換するときだけコメントを外すようにしている.

```
%\documentclass[leqno,autodetect-engine,dvipdfmx-if-dvi,ja=standard,a4paper,12pt]
\documentclass{book} %% make4ht を使うときはこの行のコメントを外し，上の行を
コメントにする.

% latex to html をする場合，次の 4 行のコメントを外す.
\usepackage{alternative4ht}
\altusepackage{fontspec}
\altusepackage{xeCJK}
\altusepackage{xunicode}

\begin{document}
本文
\end{document}
```

1.2 html への変換

Latex ソースファイルにエラーがなければ，次のコマンド

make4ht -l ほげほげ.tex "index=2,3"

を入力すれば，html ファイルができる.

-l は luatex を使うフラグで，"index=2,3" は html を章ごとに html ファイルを作成する指示です.

詳しくは，ここ https://tug.org/tex4ht/ に文書がある.

第II部

git・gihub

第III部

実数

第Ⅳ部

微分積分

第2章

三角函数

2.1 公式

2.1.1 (加法定理)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \\
\sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\
\tan(x+y) &= \frac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}
\end{aligned}
$$

2.1.2 (ピタゴラスの基本三角函数公式)**.**

$$
\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1
$$

2.1.3. $\sin(x)$ の　$x = 0$　のときの微分係数

$$
\left.\frac{d}{dx}\sin(x)\right|_{x=0} = \lim_{h\to 0}\frac{\sin(h)}{h} = 1
$$

2.1.4 (倍角の公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\
&= 2\cos^2(x) - 1 \\
&= 1 - 2\sin^2(x) \\
\sin(2x) &= 2\sin(x)\cos(x) \\
\tan(2x) &= \frac{2\tan(x)}{1-\tan^2(x)}
\end{aligned}
$$

2.1.5 (半角の公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1+\cos(x)}{2} \\
\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1-\cos(x)}{2} \\
\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1-\cos(x)}{1+\cos(x)}
\end{aligned}
$$

2.1.6 (和積公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(x)+\cos(y) &= 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \\
\cos(x)-\cos(y) &= -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \\
\sin(x)+\sin(y) &= 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)
\end{aligned}
$$

2.1.7 (積和公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x+y)+\cos(x-y)) \\
\sin(x)\sin(y) &= -\frac{1}{2}(\cos(x+y)-\cos(x-y)) \\
\sin(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\sin(x+y)+\sin(x-y))
\end{aligned}
$$

2.1.8 (負角公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(-x) &= \cos(x) \\
\sin(-x) &= -\sin(x) \\
\tan(-x) &= -\tan(x)
\end{aligned}
$$

2.1.9 (余角公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) &= \cos(x) \\
\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) &= \sin(x) \\
\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right) &= \cot(x)
\end{aligned}
$$

2.1.10 (補角公式)**.**

$$
\begin{aligned}
\cos(\pi-x) &= -\cos(x) \\
\sin(\pi-x) &= \sin(x) \\
\tan(\pi-x) &= -\tan(x)
\end{aligned}
$$

第Ⅴ部

線形代数

第3章

行列式

3.1　集合

3.1.1 Df. 自然数 n の切片 $\mathbb{N}[n]$ を，次のように定義する．

$$\mathbb{N}(n) := \{x \in \mathbb{N}; 0 \leq x < n\}$$

3.1.2 Df. 集合 A が有限集合とは，ある自然数 n の切片 $\mathbb{N}(n)$ から有限集合 A への全単射が存在することである．すなわち，

$$\exists n \in \mathbb{N}; \exists \varphi : \mathbb{N}(n) \longrightarrow A; \varphi : \text{全単射}$$

である．

3.2　置換

(1)　置換の定義

(2)　あみだくじ

(3)　置換の性質

(4)　偶置換と奇置換

(5)　sgn 函数

3.3　実数の四則演算

(a)　数列

3.3.1 Df (有限列)**.**　ある自然数 n から実数の集合 $\mathbb{R}$ への写像 a を実数の有限列といい，$\{a_i\}_{i=0}^{n-1}$ で表す．すなわち，

$$\{a_i\}_{i=0}^{n-1} :\Leftrightarrow a : \mathbb{N}(n) \longrightarrow \mathbb{R}$$

3.3.2 Df (無限列)**.**　自然数の集合 $\mathbb{N}$ から実数の集合 $\mathbb{R}$ への写像 a を実数の有限列といい，$\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$ で表す．すなわち，

$$\{a_i\}_{i=0}^{\infty} :\Leftrightarrow a : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

(b)　総和

3.3.3 Df. 数列 $\{a_i\}_{i=0}$ の総和を次のように定義する．

$$\sum_{i=0}^{n} a_i := \begin{cases} a_0 & n = 0 \\ \sum_{i=0}^{n-1} a_i + a_n & 0 < n \end{cases}$$

3.3.4 Df. l, n が自然数のとき，数列 $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$　の l 項から $l+n$ 項までの総和を次のように定義する．

$$\sum_{i=l}^{l+n} a_i := \sum_{i=0}^{n} a_{l+i}$$

3.3.5 (結合法則)**.**　数列 $\{a_i\}_{i=0}^{n}$ について，次の一般結合法則が成り立つ．

$$0 \leq \forall k < n; \sum_{i=0}^{k} a_i + \sum_{i=k+1}^{n} a_i = \sum_{i=0}^{n} a_i$$

3.3.6 (交換法則)**.**　数列 $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$ について，次の一般交換法則が成り立つ．

$$\forall \sigma \in S_n; \sum_{i=0}^{n} a_{\sigma(i)} = \sum_{i=0}^{n} a_i$$

(c)　総乗

3.3.7 Df. 数列 $\{a_i\}_{i=0}^{n}$ の総乗を次のように定義する．

$$\prod_{i=0}^{n} a_i := \begin{cases} a_0 & n = 0 \\ \prod_{i=0}^{n-1} a_i + a_n & 0 < n \end{cases}$$

3.4　行列式の定義

3.4.1 Df (行列式)**.**　n 次正方行列 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})$ の行列式 $\det(\boldsymbol{A})$ を次のように定義する．

$$\det(\boldsymbol{A}) := \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sgn}(\sigma) \prod_{j=1}^{n} a_{\sigma(j)j}$$

行列式 $\det(\boldsymbol{A})$ を，

$$\det(a_{ij})$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

と表すことがある．さらに，行列 $\boldsymbol{A}$ を列ベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n$ で表すとき，

$$\det(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n)$$

と表すことがある．

3.4.2. 転置行列 ${}^t\boldsymbol{A}$ の行列式 $\det({}^t\boldsymbol{A})$ は，元の行列 $\boldsymbol{A}$ の行列式 $\det(\boldsymbol{A})$ と等しい．すなわち，

$$\det({}^t\boldsymbol{A}) = \det \boldsymbol{A}$$

が成り立つ．

3.5　行列式の展開

3.5.1.

$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
a_{11} & 0 & \dots & 0 \\
0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
0 & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & \dots & 0 \\
a_{21} & 0 & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & 0 & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+\dots+
\begin{vmatrix}
0 & \dots & 0 & a_{1n} \\
a_{21} & \dots & a_{2n-1} & 0 \\
\vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
a_{n1} & \dots & a_{nn-1} & 0
\end{vmatrix}
$$

Proof.

$$
\begin{aligned}
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
&=
\begin{vmatrix}
a_{11}+0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
0+a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
0+a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix} \\
&=
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
0 & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix} \\
&=
\begin{vmatrix}
a_{11} & 0 & \dots & 0 \\
0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
0 & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
&=
\begin{vmatrix}
0 & a_{12}+0 & a_{13} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & 0+a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & 0+a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix} \\
&=
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & 0 & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+
\begin{vmatrix}
0 & 0 & a_{13} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix} \\
&=
\begin{vmatrix}
0 & a_{12} & a_{13} & \dots & 0 \\
a_{21} & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots & \\
a_{n1} & 0 & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
+
\begin{vmatrix}
0 & 0 & a_{13} & \dots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn}
\end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

$$\begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n-1} & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn-1} & 0 \end{vmatrix}$$

QED