44 DISTRIBUTIVITÉ DE LA CONJONCTION 2/2 Connecteurs

Montrons que

Quelles que soient les propositions P Q R, $((P \land (Q \lor R)) \Leftrightarrow ((P \land Q) \lor (P \land R)))$

1 sur 2 18/02/2018 à 14:10

```
Montrons (\mathbf{P} \wedge (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R})) \Leftrightarrow ((\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R})) (1)
(\Leftrightarrow I)
        Supposons P \wedge (Q \vee R) (h1)
        Montrons (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) (2)
       (\vee E)
               Montrons \mathbf{Q} \vee \mathbf{R} (3)
               (\wedge Ed)
                       Montrons P \wedge (Q \vee R) (4)
                       d'après (h1)
                Supposons Q (h2)
               Montrons (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) (5)
               (\lor Ig)
                       Montrons \mathbf{P} \wedge \mathbf{Q} (6)
                       (\wedge I)
                               Montrons P (7)
                               (\land Eg)
                                       Montrons P \wedge (Q \vee R) (8)
                                       d'après (h1)
                               Montrons Q (9)
                               d'après (h2)
               Supposons R (h3)
               Montrons (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) (10)
               (\lor Id)
                       Montrons \mathbf{P} \wedge \mathbf{R} (11)
                       (\wedge I)
                               Montrons P (12)
                               (\land Eg)
                                       Montrons \mathbf{P} \wedge (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}) (13)
                                       d'après (h1)
                               Montrons R (14)
                               d'après (h3)
        Supposons (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) (h4)
        Montrons \mathbf{P} \wedge (\mathbf{Q} \vee \mathbf{R}) (15)
        (\vee E)
                Montrons (\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}) \vee (\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) (16)
```

2 sur 2