

## 52 LOIS DE DE MORGAN 1/3

### Connecteurs

Montrons que

*Quelles que soient* les propositions **A** **B**,  
 $(\neg (A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B))$

Montrons  $\neg (A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$  (1)

( $\Leftrightarrow I$ )

Supposons  $\neg (A \vee B)$  (h1)

Montrons  $\neg A \wedge \neg B$  (2)

( $\wedge I$ )

Montrons  $\neg A$  (3)

( $\neg I$ )

Supposons **A** (h2)

Montrons  $\perp$  (4)

( $\neg E$ )

Montrons **A**  $\vee$  **B** (5)

( $\vee I_g$ )

Montrons **A** (6)

d'après (h2)

Montrons  $\neg (A \vee B)$  (7)

d'après (h1)

Montrons  $\neg B$  (8)

( $\neg I$ )

Supposons **B** (h3)

Montrons  $\perp$  (9)

( $\neg E$ )

Montrons **A**  $\vee$  **B** (10)

( $\vee I_d$ )

Montrons **B** (11)

d'après (h3)

Montrons  $\neg (A \vee B)$  (12)

d'après (h1)

Supposons  $\neg A \wedge \neg B$  (h4)

Montrons  $\neg (A \vee B)$  (13)

( $\neg I$ )

Supposons **A**  $\vee$  **B** (h5)

*Montrons  $\perp$  (14)*

*( $\vee E$ )*

*Montrons  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$  (15)*

*d'après (h5)*

*Supposons  $\mathbf{A}$  (h6)*

*Montrons  $\perp$  (16)*

*( $\neg E$ )*

*Montrons  $\mathbf{A}$  (17)*

*d'après (h6)*

*Montrons  $\neg \mathbf{A}$  (18)*

*( $\wedge E$ )*

*Montrons  $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (19)*

*d'après (h4)*

*Supposons  $\mathbf{B}$  (h7)*

*Montrons  $\perp$  (20)*

*( $\neg E$ )*

*Montrons  $\mathbf{B}$  (21)*

*d'après (h7)*

*Montrons  $\neg \mathbf{B}$  (22)*

*( $\wedge E$ )*

*Montrons  $\neg \mathbf{A} \wedge \neg \mathbf{B}$  (23)*

*d'après (h4)*