

EXERCICE 50

Logique - Connecteurs

Montrons que

Quelles que soient les propositions **A B C**,
 $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$

Montrons $((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (h1)

Montrons $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (2)

$(\wedge I)$

Montrons $A \Rightarrow C$ (3)

$(\Rightarrow I)$

Supposons A (h2)

Montrons C (4)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $A \vee B$ (5)

$(\vee Ig)$

Montrons A (6)

d'après (h2)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (7)

d'après (h1)

Montrons $B \Rightarrow C$ (8)

$(\Rightarrow I)$

Supposons B (h3)

Montrons C (9)

$(\Rightarrow E)$

Montrons $A \vee B$ (10)

$(\vee Id)$

Montrons B (11)

d'après (h3)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (12)

d'après (h1)

Supposons $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$ (h4)

Montrons $(A \vee B) \Rightarrow C$ (13)

$(\Rightarrow I)$

Supposons $A \vee B$ (h5)

Montrons C (14)

$(\vee E)$

Montrons $A \vee B$ (15)

d'après (h5)