

# Algo avancée

## Travailler moins pour manger plus

16 avril 2018

### 1 Énoncé

Université de Strasbourg  
Master d'informatique

Méthodes Algorithmiques Avancées  
TD (Correction)

### Travailler moins pour manger plus

Pour nourrir un village, vous disposez de  $n$  champs numérotés  $1 \leq j \leq n$ , et vous devez cultiver  $n$  produits numérotés  $1 \leq i \leq n$ . Il y a des terrains de type  $t$  différents,  $1 \leq t \leq m$ . Chaque champ a une surface donnée (en mètres carrés) et un type de terrain donné. Il faut fournir un travail  $w_{i,t}$  pour cultiver 1 mètre carré de produit  $i$  sur un terrain de type  $t$ .

Votre objectif est de choisir quel produit cultiver dans quel champ (un produit par champ), de manière à travailler le moins possible.

1. Formalisez le problème, en précisant la forme et la valeur d'une solution.
2. Proposez une résolution par séparation et évaluation : expliquez la règle de séparation et proposez deux évaluations différentes.

### 2 Formalisation

- $n$  champs  $1 \leq j \leq n$
- $s_j$  : surface du champs  $j$
- $t_j$  : type du champs  $j$
- $n$  produits

$$\Rightarrow 1 \leq i \leq n$$

$$\Rightarrow 1 \leq i_j \leq n$$

$\Rightarrow$ permutations

$$\begin{cases} 1 \leq j \leq n \\ \updownarrow \\ 1 \leq i_j \leq n \end{cases}$$

- $S$  est une permutation de  $[1, n] = i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$

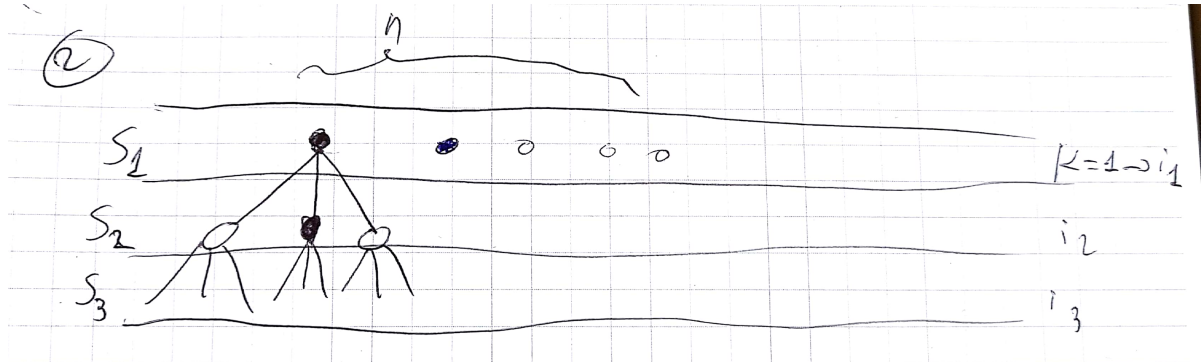
Notre critère d'évaluation : le travail  $w$

$$v(s) = \sum_{j=1}^n s_j w_{i_j, t_j}$$

### 3 Résolution séparation et évaluation

Le niveau k permet de choisir  $i_k$ . Chaque feuille est une solution.

$$v(S_k) \rightarrow \underset{\hookrightarrow \text{évaluation}}{e(S_k)} = \sum_{j=1}^n s_j w_{i_j, t_j}$$



Au noeud k,  $e(S_k)$  est plus petit que toutes les feuilles du sous arbre  $\leftarrow$  critère de séparation.

$$e'(S_k) = e(S_k) + \sum_{j=k+1}^n s_j \min(w_{i_j, t_j})$$

(Reste un minorant des feuilles du sous-arbre)

$$e'' = e(S_k) + \sum_{j=k+1}^n s_j \min_{i_j \notin S_k}(w_{i_j, t_j})$$