

## Sémantique dénotationnelle

### Environnements

Nom des variables	Valeur
x	4
y	5

$$\begin{aligned}
 & \sigma, \sigma' \quad \sigma [x \rightarrow 4] \\
 & [[x * x - 4 * y + z]](\sigma) = [[x * x]](\sigma) - [[4 * y * z]](\sigma) \\
 & \text{liste de variables } x \ y \ z \\
 & = [[x]](\sigma) * [[x]](\sigma) - [[4]]\sigma * [[y]]\sigma * [[z]]\sigma \\
 & = \sigma(x) * \sigma(x) - 4 * \sigma(y) * \sigma(z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x, y, z & \rightarrow t, u, v, w \\
 \sigma & \rightarrow \sigma \quad \text{approche impérative} \\
 \sigma & \rightarrow \text{int} * \text{int} * \text{int} * \text{int} \quad \text{approche fonctionnelle à tout effacé ce con !}
 \end{aligned}$$

Soit  $e$  une expression :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{aff} \quad & [[x := e]](\sigma) = \sigma[x \rightarrow [[e]](\sigma)] \\
 \mathbf{seq} \quad & [[I, J]](\sigma) = [[J]]\sigma[[I]](\sigma) = [[J]]([I])(\sigma) \\
 \mathbf{condition} \quad & [[if \ b \ then \ i1 \ else \ i2]](\sigma) = \begin{cases} [[i1]](\sigma) & \text{si } [[b]](\sigma) = true \\ [[i2]](\sigma) & \text{sinon} \end{cases} \\
 \mathbf{while} \quad & [[while \ b \ do \ S]](\sigma) = \begin{cases} [[S; while \ b \ do \ S]](\sigma) & \text{si } [[b]](\sigma) = true \\ \sigma & \text{sinon} \end{cases}
 \end{aligned}$$

# 1 Expressions, instructions

## 1.1 Question 2

$[[tmp := x; x := y;]]$   
demander a dedele

## 1.2 Question bonus !!

- 1) Écrire l'échange de 2 variables entières sans utiliser de variables intermédiaires, uniquement avec des additions et des soustractions.
- 2) Vérifier en calculant la sémantique que c'est bien un échange.

2 variable x et y  $x_0, y_0$

$x := x + y;$   
 $y := x - y;$   
 $x := x - y;$

$\sigma(x) = x_0$   
 $\sigma(y) = y_0$

$$\begin{aligned} [[x := x + y; y := x - y; x := x - y]](\sigma) &= [[y := x - y; x := x - y]]([x := x + y](\sigma)) \\ &= [[y := x - y; x := x - y]](\sigma[x \rightarrow [x + y](\sigma)]) \\ &= [[y := x - y; x := x - y]](\sigma[x \rightarrow x_0 + y_0]) \\ &= [[x := x - y]]([y := x - y](\sigma[x \rightarrow x_0 + y_0])) \\ &= [[x := x - y]](\sigma[y \rightarrow x_0 + y_0 - y_0; x \rightarrow x_0 + y_0]) \end{aligned}$$

- 3) Variante : on peut faire la même chose avec la multiplication et la division

### 1.3 Question 5

Rappel :

$$[[if\ b\ then\ i1\ else\ i2]](\sigma) = \begin{cases} [[i1]](\sigma) & si\ [[b]](\sigma) = true \\ [[i2]](\sigma) & sinon \end{cases}$$

$$\begin{aligned} [[if\ x1 > x2\ then\ m := x1\ else\ m := x2]](\sigma) &= \begin{cases} [[m := x1]](\sigma) & si\ [[x1 > x2]](\sigma) = true \\ [[m := x2]](\sigma) & sinon \end{cases} \\ &= \begin{cases} \sigma[m \rightarrow \sigma(x1)] & si\ \sigma(x1) > \sigma(x2) \\ \sigma[m \rightarrow \sigma(x2)] & sinon \end{cases} \\ &= \sigma[m \rightarrow max(\sigma(x1), \sigma(x2))] \end{aligned}$$

$max : int \rightarrow int \rightarrow int$

$$[[max(x, y)]](\sigma) = \begin{cases} \sigma(x) & si\ \sigma(x) > \sigma(y) \\ \sigma(y) & sinon \end{cases}$$