BioInfo - Page 36-37

16 février 2018

1 Déterminer l'approximation entre α_T et α quand $T \to 0$

$$\alpha_T \underset{T \to 0}{=} \alpha$$

2 Simplifier $P'_B(t)$

$$\begin{aligned} P'_B(t) &= (1 - P'_B(t))\alpha - (n-1)\alpha P_B(t) \\ &= \alpha - \alpha P_B(t) - (n-1)\alpha P_B(t) \\ &= \alpha - n\alpha P_B(t) \end{aligned}$$

3 Déduire la matrice de substitution

	A_1	—	—	A_n
A_1	$1-(n-1)\alpha$	α	α	α
|	α	$1-(n-1)\alpha$	α	α
|	α	α	$1-(n-1)\alpha$	α
A_n	α	α	α	$1-(n-1)\alpha$

4 Déterminer la probabilité $P(t)$ en fonction de la constante d'intégration c

Voir équa diff linéaire
Voir facteur intégrant

$$I(t) = \exp^{n\alpha t}$$

$$\begin{aligned} P'(t) + n\alpha P(t) &= \alpha \\ P'(t) + p(t)P(t) &= q(t) \\ \text{Calcul du facteur intégrant} I(t) \\ l(t) &= \exp^{\int P(t)dt} \\ \text{d'où} \end{aligned}$$

5 Calcul de la constante c en fonction de $P(0)$

$$c = P(0) - \frac{1}{n}$$

6 Déterminer la probabilité de $P(t)$ en fonction de $P(0)$

$$P(t) = \frac{1}{n} + \left(P(0) - \frac{1}{n}\right) \exp^{-n\alpha t}$$

7 Déterminer la probabilité $P(t) = P_B(t)$ que le site soit occupé par B au temps t

$$\begin{aligned} &\text{Avec } P(0) = 1 \\ &\quad P(t) = \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} \exp^{-n\alpha t} \end{aligned}$$

8 Déterminer la probabilité $Q(t)$ que le site soit occupé par $B', B \neq B'$ au temps t

$$\begin{aligned} &\text{Avec } P(0) = 0 \\ &\quad Q(t) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \exp^{-n\alpha t} \end{aligned}$$

9 Donner la relation (la plus simple, sans terme exponentiel) entre $P(t)$ et $Q(t)$ pour t

$$\forall t, P(t) + (n-1)Q(y) = 1$$

10 Donner la relation entre x et t, α, n

Soit x le nombre moyen de substitutions aléatoires par site (nombre total de substitutions dans le mot divisé par la longueur du mot)

1. $x \in [0, +\infty[$
2. x : nombre total de mutation divisé par le nombre de lettres
3. x est invariant en fonction de la longueur

α : taux de mutation instantané

$$x = f(t, \alpha, n)$$
$$x = (n-1)\alpha t$$

11 Déduire la probabilité $F(x)$ que le site soit occupé par B après x substitutions sachant B au temps $t = 0$

$$F(x) = \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} \exp^{-\frac{n}{n-1}x}$$

12 Déduire la probabilité $G(x)$ que le site soit occupé par $B \neq B'$ après x substitutions sachant B' au temps $t = 0$

$$G(x) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n} \exp^{-\frac{n}{n-1}x}$$

13 Relation entre $F(x)$ et $G(x)$

$$F(x) + (n-1)G(x) = 1$$