

La mesure en sciences expérimentales - Erreurs et incertitudes

Introduction :

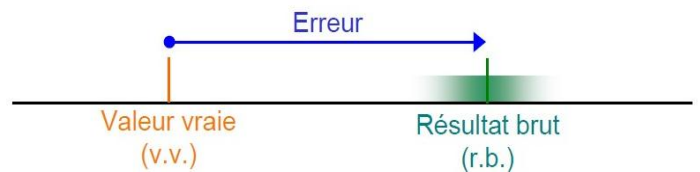
En physique, réaliser une mesure (appelée **mesurage**) consiste à rechercher une ou plusieurs valeurs numériques d'une grandeur, grandeur appelée **mesurande**. Mais, en sciences expérimentales, il n'existe pas de mesures exactes : on dit que **les mesures sont entachées d'erreurs** plus ou moins importantes selon :

- La méthode choisie,
- La qualité des instruments,
- L'habileté du manipulateur...

La **valeur vraie** d'une grandeur est la valeur que l'on obtiendrait si la mesure était parfaite. Le mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue.

L'**erreur de mesure** est l'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie. Par définition, cette erreur est inconnue puisque la valeur vraie est inconnue.

$$\text{erreur} = | \text{valeur vraie} - \text{valeur mesurée} |$$



1. Les erreurs de mesure

1.1. L'erreur systématique :

C'est une erreur qui prend toujours la même valeur sur chaque mesure répétée, valeur qui est inconnue. Cette erreur affecte toujours le résultat de la mesure dans le même sens.

Son origine est souvent un **défaut de l'appareil ou du protocole expérimental**.

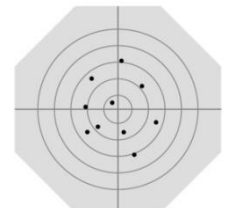


Précis (fidèle) mais pas juste

1.2. L'erreur aléatoire :

C'est une erreur que l'on constate en réalisant un grand nombre de mesures, dans les mêmes conditions, de la même grandeur. Dans ce cas, les différents résultats se répartissent de part et d'autres de la valeur moyenne obtenue.

Les origines de cette erreur sont multiples : **elles tiennent à la mesure elle-même ou à l'opérateur, mais peuvent aussi être liées au phénomène mesuré.**



Pas précis (fidèle) mais juste

2. Incertitude de mesure $U(M)$ et intervalle de confiance

L'incertitude sur la mesure M , notée $U(M)$ (de l'anglais "Uncertainty") est une **estimation de l'erreur de mesure**.

L'intervalle de confiance est un intervalle dans lequel la valeur vraie M a de grandes chances de se trouver (généralement 95% ou 99%).

Ex : On mesure une grandeur M . L'incertitude associée à cette mesure est notée $U(M)$.
La valeur vraie M a 95 % de chance de se trouver dans l'intervalle : $[m_{\text{mesuré}} - U(M) ; m_{\text{mesuré}} + U(M)]$
On peut aussi écrire : $M = m_{\text{mesuré}} \pm U(M)$

Le plus délicat est d'estimer $U(M)$...

Remarque : ΔM est une autre notation utilisée pour $U(M)$.

Exemple : $L_{\text{VRAIE}} = (3,8 \pm 0,2)m ; \Leftrightarrow \dots\dots\dots m \leq L_{\text{VRAIE}} \leq \dots\dots\dots m ;$

3. Evaluation de l'incertitude d'une mesure

3.1. Cas d'une série de mesurages

On considère une série de mesures ne comportant pas d'erreurs systématiques. Pour obtenir une estimation de cette grandeur, on répète des mesures indépendantes, ce qui suppose la même méthode, le même type de matériel de mesure, sur une durée limitée dans le temps.

- La valeur retenue comme valeur mesurée est **la moyenne \bar{m} de toutes les mesures** (après avoir retiré les valeurs aberrantes s'il y en a).
- On commence par calculer **l'incertitude de répétabilité ou incertitude de type A** :

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n m_k$$

$$s_{exp} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_k - \bar{m})^2}$$

$$u_{rep} = \frac{s_{exp}}{\sqrt{n}}$$

\bar{m} : moyenne des n mesures

s_{exp} : écart-type expérimental (aussi noté σ_{n-1})

- On détermine ensuite **l'incertitude élargie U(M) selon le niveau de confiance voulu**

L'incertitude élargie, qui constituera l'incertitude de la mesure, notée U(M) s'exprime sous la forme :

$$U(M) = k \times u_{rep}$$

où u(M) est l'incertitude-type et k le facteur d'élargissement (dépend du nombre de mesures).

k = 2 pour un niveau de confiance de 95 %

k = 3 pour un niveau de confiance de 99 %

Exemple 1 : Mesures de longueurs d'onde.

Pour mesurer la longueur d'onde d'une onde ultrasonore, une méthode consiste à déplacer un récepteur d'ultrasons par rapport à un deuxième récepteur restant fixe. On repère sur un oscilloscope dix coïncidences des deux signaux (en phase), correspondant à un déplacement L du récepteur mobile, ce qui permettra de mesurer la longueur d'onde (voir TP 3). Nous cherchons à déterminer l'incertitude sur L.

Vingt groupes d'élèves réalisent les mesures, avec du matériel identique, et obtiennent les résultats suivants.

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
L (cm)	8,3	8,3	8,3	8,7	8,7	8,2	8,6	8,5	8,2	8,2	8,2	8,2	8,3	8,6	8,2	8,5	8,5	8,6	8,7	8,6

- Pour cet échantillon, quelle est la moyenne \bar{L} ?
- Quel est l'écart-type expérimental ?
- Quelle est l'incertitude de répétabilité élargie pour un niveau de confiance de 95% ?
- Ecrire le résultat sous la forme : $L = (\bar{L} \pm U)$ avec un niveau de confiance de 95%.

Exemple 2 : TP1 « Mesure du pH de solutions aqueuses »

Expression du résultat, chiffres significatifs et arrondis

Le résultat d'une mesure doit être présenté selon : **$M = m \pm U(M)$, unité, niveau de confiance**

Chiffres significatifs et arrondis

L'incertitude $U(M)$ est généralement arrondie par excès avec un seul chiffre significatif.

Si $U(M)$ commence par 1, 2 ou 3, on admet deux chiffres significatifs, le second étant arrondi par excès. Ne pas utiliser les puissances de 10 pour $U(M)$.

La valeur mesurée m : Conserver les chiffres sur lesquels porte l'incertitude $U(M)$.

Ex : $U(M) = 0,02$ donc $m = 12,26$

Incertitude relative ou précision

Pour comparer la qualité de différentes mesures, l'incertitude ne suffit plus : il faut utiliser la notion de précision.

On définit alors l'incertitude relative par le rapport $\frac{U(M)}{m}$ exprimé en général en pourcentage.

Si l'incertitude relative est inférieure à 10 %, la mesure est de bonne qualité.

Écart relatif de la mesure par rapport à une valeur théorique ou tabulée

C'est le pourcentage de l'écart entre la mesure et la valeur théorique par rapport à la valeur théorique :

$$\text{Écart relatif} = \frac{|m - m_{\text{théorique}}|}{m_{\text{théorique}}}$$