Ejemplo 4.-Dados los puntos $P_1\,(5,3,2)$ y $P_2\,(-3,1,0)$, Encuentre los puntos de trisección del segmento que los une.

Solución:

A estos puntos de $\mathbb{R}^3$ les asignamos vectores de posición de forma tal que construimos el vector fijo $\overrightarrow{P_1P_2}$. El primer punto de trisección lo obtendremos con un vector proporcional a $\overrightarrow{P_1P_2}$ en una relación de $\frac{1}{3}\overrightarrow{P_1P_2}$, y el segundo punto de trisección de modo semejante. Ver Figura 5

Primer Punto de Trisección P_{1T}

$$\overrightarrow{P_1P_{1T}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{P_1P_2} = \frac{1}{3}[(5,3,2)-(-3,1,0)] = \frac{1}{3}\,(8,2,2) \implies \overrightarrow{P_{1T}} - \overrightarrow{P_1} = \frac{1}{3}\,(8,2,2) \implies$$
$$\overrightarrow{P_{1T}} = (-3,1,0) + \frac{1}{3}\,(8,2,2) = \left(-\frac{1}{3},\frac{5}{3},\frac{2}{3}\right)$$

Segundo Punto de Trisección P_{2T}

$$\overrightarrow{P_1P_{2T}} = \frac{2}{3}\overrightarrow{P_1P_2} = \frac{2}{3}[(5,3,2)-(-3,1,0)] = \frac{2}{3}\,(8,2,2) \implies \overrightarrow{P_{2T}} - \overrightarrow{P_1} = \frac{2}{3}\,(8,2,2) \implies$$
$$\overrightarrow{P_{2T}} = (-3,1,0) + \frac{2}{3}\,(8,2,2) = \left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{4}{3}\right)$$

Ahora con los vectores de posición de $\overrightarrow{P_{1T}}$ y $\overrightarrow{P_{2T}}$ mediante la libre convertibilidad de vectores de posición a punto tenemos:

Respuesta: $P_{1T}\left(-\frac{1}{3},\frac{5}{3},\frac{2}{3}\right)$ y $P_{2T}\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{4}{3}\right)$