Solución:

Aprovechamos el hecho de la perpendicularidad común (consecuencia de interés N°2) para obtener dos direcciones paralelas a $\overrightarrow{D}$ y $\overrightarrow{E}$:

$\begin{cases} \overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{D} \\ \overrightarrow{B} \perp \overrightarrow{D} \end{cases} \implies \overrightarrow{D} = \lambda \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}$ $\begin{cases} \overrightarrow{B} \perp \overrightarrow{E} \\ \overrightarrow{C} \perp \overrightarrow{E} \end{cases} \implies \overrightarrow{E} = \beta \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}$ La otra ecuación involucrada es $\cos\phi = \dfrac{\overrightarrow{D} \cdot \overrightarrow{E}}{\left\|\overrightarrow{D}\right\| \left\|\overrightarrow{E}\right\|} = \dfrac{\lambda\left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot \beta\left(\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right)}{|\lambda|\,|\beta| \left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| \left\|\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right\|} = \dfrac{\pm\left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot \left(\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right)}{\left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| \left\|\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right\|}$

El $\pm$ nos indica que el ángulo puede ser agudo u obtuso respectivamente y que son suplementarios ya que $0 \leq \phi \leq \pi$. Calculemos los productos vectoriales

$$\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = \det \begin{bmatrix} \widehat{i} & \widehat{j} & \widehat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = -5i + 10j - 5k = -5\,(1, -2, 1) \implies$$

$$\left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| = |-5| \sqrt{1 + 2^2 + 1} = 5\sqrt{6}$$

$$\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C} = \det \begin{bmatrix} \widehat{i} & \widehat{j} & \widehat{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 3 \end{bmatrix} = 8i - 6j - 12k = 2\,(4, -3, -6) \implies$$

$$\left\|\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right\| = |2| \sqrt{4^2 + 3^2 + 6^2} = 2\sqrt{61}$$

$$\left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot \left(\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right) = -5\,(1, -2, 1) \cdot 2\,(4, -3, -6) = -10\,(1\,(4) + (-2)\,(-3) + (1)\,(-6)) = -40$$

$\cos\phi = \dfrac{\pm\left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot \left(\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right)}{\left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| \left\|\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}\right\|} = \dfrac{\pm\,(-40)}{5\sqrt{6}2\sqrt{61}} = \mp\dfrac{2}{183}\sqrt{6}\sqrt{61}$ El negativo corresponde al obtuso y el positivo al agudo

$\phi_1 = \arccos\left(\dfrac{2}{183}\sqrt{6}\sqrt{61}\right) = 1{,}3602$ Llevados a grados $1{,}3602(\dfrac{180}{\pi})^\circ = 77{,}934^\circ$

$\phi_2 = \arccos\left(\dfrac{-2}{183}\sqrt{6}\sqrt{61}\right) = 1{,}7814$ Llevados a grados $1{,}7814(\dfrac{180}{\pi})^\circ = 102{,}07^\circ$

Resultado:

$\phi_1 = 77{,}934\,^\circ$

$\phi_2 = 102{,}07\,^\circ$