Solución: Se aplican las propiedades del producto vectorial así como las del producto escalar

1.- $\overrightarrow{P} = \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right) \times \left(\overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}\right) + 3\overrightarrow{C} = \left(\overrightarrow{A}\right) \times \left(\overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}\right) - \left(\overrightarrow{B}\right) \times \left(\overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}\right) + 3\overrightarrow{C}$

$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A} + 3\overrightarrow{C}$

Dado que $\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{A} = \overrightarrow{O}$ así como $\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{B} = \overrightarrow{O} \implies$

$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A} + 3\overrightarrow{C}$

Por la anticonmutatividad los dos primeros términos del segundo miembro se anulan uno al otro

$\implies \overrightarrow{P} = 3\overrightarrow{C} = 3\,(2,-1,2) = (6,-3,6)$

2.- $$\left\|\overrightarrow{P}\right\| = \left\|\left(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\right) \times \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right)\right\| = \left\|\overrightarrow{A} \times \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right) + \overrightarrow{B} \times \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right)\right\|$$

$$= \left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{A} - \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{B}\right\| = \left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{A} - \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} \times \overrightarrow{B}\right\|$$

$$\implies \left\|\overrightarrow{P}\right\| = \left\|-2\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{A}\right\|\left\|\overrightarrow{B}\right\| \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\,(4)\,(2)\,\frac{1}{2} = 8$$

3.- $$\overrightarrow{P} = \left(\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}\right)\overrightarrow{C} = \left\|\overrightarrow{A}\right\|\left\|\overrightarrow{B}\right\| \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)(2,-1,2)$$

$$= (4)\,(2)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)(2,-1,2) = \left(8\sqrt{3}, -4\sqrt{3}, 8\sqrt{3}\right)$$

4.- $$\overrightarrow{P} = \left[\left(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\right) \cdot \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right)\right]\overrightarrow{\mu_C} = \left[\overrightarrow{A} \cdot \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right) + \overrightarrow{B} \cdot \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}\right)\right]\frac{(2,-1,2)}{3}$$

$$= \left[\left\|\overrightarrow{A}\right\|^2 - \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} + \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{A} - \left\|\overrightarrow{B}\right\|^2\right]\frac{(2,-1,2)}{3} = \left[\left\|\overrightarrow{A}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{B}\right\|^2\right]\frac{(2,-1,2)}{3}$$

$$= (16-4)\,\frac{(2,-1,2)}{3} = (8,-4,8)$$

5.- $$\overrightarrow{P} = \left[\left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot \left(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\right)\right]\overrightarrow{C} = \overrightarrow{O}$$

Por la ortogonalidad del producto vectorial respecto a los operandos y a cualquier comb lineal entre $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$