Solución:

Escribimos la ecuación de la combinación lineal

$$\overrightarrow{A} = \lambda_1 \overrightarrow{F} + \lambda_2 \overrightarrow{G} + \lambda_3 \overrightarrow{H}$$

$$(5,2,1) = \lambda_1(-1,1,1) + \lambda_2(0,0,1) + \lambda_3(1,0,3) \Longrightarrow \begin{cases} 5 = -\lambda_1 + 0\lambda_2 + \lambda_3 \\ 2 = \lambda_1 + 0\lambda_2 + 0\lambda_3 \\ 1 = \lambda_1 + 1\lambda_2 + 3\lambda_3 \end{cases}$$

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} = 1$$

$$\lambda_1 = \frac{\det \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}}{\Delta} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\lambda_2 = \frac{\det \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}}{\Delta} = -\frac{22}{1} = -22$$

$$\lambda_3 = \frac{\det \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}{\Delta} = \frac{7}{1} = 7 \therefore \overrightarrow{A} = 2\overrightarrow{F} - 22\overrightarrow{G} + 7\overrightarrow{H}$$

Verificación $2(-1,1,1) - 22(0,0,1) + 7(1,0,3) = (5,2,1)$. Esto equivale a decir que la descomposición de $\overrightarrow{A}$ en las direcciones de $\overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{G}$ y $\overrightarrow{H}$ da por componentes $[2,-22,7]$ cada una de ellas en la dirección de $\overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{G}$ y $\overrightarrow{H}$ respectivamente

Resultado: $[2, -22, 7]$