M1 IEAP - BTI/FH/IEMH
FIEA11CM : Analyse et Traitement du Signal

Flavy ROSEREN
Martin EGIZIANO
Frank BULOUP

Aix Marseille Université
Institut des Sciences du Mouvement

Aix Marseille Université

INSTITUT DES SCIENCES DU MOUVEMENT ETIENNE JULES MAREY

Première Partie

Discrétisation

Opération consistant à remplacer des relations portant sur des fonctions continues par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition (Def. Larousse).

Lien évident avec l'échantillonnage, l'acquisition de données

Discrétisation

Opération consistant à remplacer des relations portant sur des fonctions continues par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition (Def. Larousse).

Lien évident avec l'échantillonnage, l'acquisition de données

Exercice I - Exemple

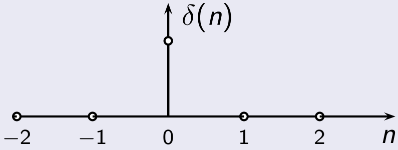
Soit la fonction $f(t) = Acos(\omega t)$. Prendre les valeurs de $f(t)$ tous les nT_e revient à discrétiser f(t). On parle alors de fonction discrète ou plutôt de signal discret et on note $f(n) = Acos(\omega n T_e)$

Exercice II - Application sous Python

1. Etudier la fonction *wavread* dans l'aide Python
2. Charger le signal contenu dans le fichier *mi2_bute_ros.wav* ainsi que la fréquence d'échantillonnage d'enregistrement F_s
3. Ecouter le fichier (fonction *soundsc*). Que se passe-t-il si on multiplie ou divise F_s par 2 ?
4. Créer un vecteur temporel correspondant au signal. Tracer le signal en fonction du temps.
5. En utilisant les outils de zoom et le curseur, estimer la fréquence fondamentale de la note jouée.
6. Sur un second graphe (fonction *subplot*) tracer le signal pour une fréquence d'échantillonnage deux fois plus élevée. Vérifier l'observation faite à la question 3.

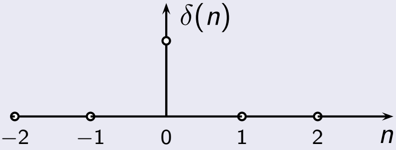
L'impulsion unitaire

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



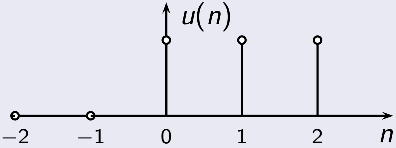
L'impulsion unitaire

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



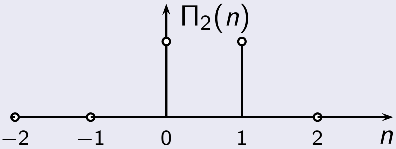
L'échelon unitaire

$$u(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



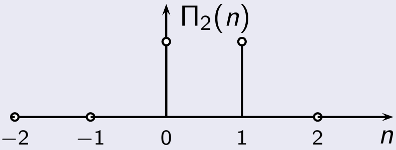
La porte

$$\Pi_N(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



La porte

$$\Pi_N(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



Remarques

$$u(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n-k)$$

$$\Pi_N(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n-k) - \sum_{l=N}^{+\infty} \delta(n-l)$$

Les fonctions cosinus et sinus discrètes

$$s_1(n) = cos(2\pi f n T_e) \text{ et } s_2(n) = sin(2\pi f n T_e)$$

Remarque

Les variables n, k ou l utilisées précédement sont implicitement équivalentes à nT_e, kT_e ou lT_e, T_e étant la période d'échantillonnage

Les fonctions cosinus et sinus discrètes

$$s_1(n) = cos(2\pi f n T_e) \text{ et } s_2(n) = sin(2\pi f n T_e)$$

Remarque

Les variables n, k ou l utilisées précédement sont implicitement équivalentes à nT_e, kT_e ou lT_e, T_e étant la période d'échantillonnage

Exercice III - Signaux élémentaires

- Tracer les signaux élémentaires sous Python

Exercice IV - Transition vers l'aspect fréquentiel

Cet exercice propose de mettre en oeuvre la synthèse d'un signal par composition de sinusoïde

1. Créer un script nommé *Exercice6.m* contenant "clear all; close all; clc;" comme premières commandes
2. Créer un vecteur temporel dans l'intervalle $[0; 2]$ avec un pas de $0.001s$
3. Tracer le signal discret $s(n)$ construit sur la composition suivante :

$$s(t) = \frac{4}{\pi}[sin(2\pi t) + \frac{1}{3}sin(2\pi 3t) + \frac{1}{5}sin(2\pi 5t)]$$

4. Modifier le script pour sommer cinquante termes de la forme :

$$\frac{4}{(2k+1)\pi}sin[2\pi(2k+1)t] \ k \text{ allant de 0 à 49}$$

Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : presque tout **signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la Série de Fourier. Un signal $s(t)$ de période $T_0 = \frac{1}{f_0}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = S(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : presque tout **signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la Série de Fourier. Un signal $s(t)$ de période $T_0 = \frac{1}{f_0}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = S(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

Remarques

- $\rho(k)$ et $\phi(k)$ sont respectivement des amplitudes et des phases

Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : presque tout **signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la Série de Fourier. Un signal $s(t)$ de période $T_0 = \frac{1}{f_0}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = S(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

Remarques

- $\rho(k)$ et $\phi(k)$ sont respectivement des amplitudes et des phases
- $S(0)$ est la valeur moyenne, c'est toujours un réel pur

Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : presque tout **signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la Série de Fourier. Un signal $s(t)$ de période $T_0 = \frac{1}{f_0}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = S(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

Remarques

- $\rho(k)$ et $\phi(k)$ sont respectivement des amplitudes et des phases
- $S(0)$ est la valeur moyenne, c'est toujours un réel pur
- f_0 est la fréquence fondamentale

Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : presque tout **signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la Série de Fourier. Un signal $s(t)$ de période $T_0 = \frac{1}{f_0}$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = S(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

Remarques

- $\rho(k)$ et $\phi(k)$ sont respectivement des amplitudes et des phases
- $S(0)$ est la valeur moyenne, c'est toujours un réel pur
- f_0 est la fréquence fondamentale
- Les fréquences des cosinus sont des multiples entiers de f_0. Ce sont les harmoniques.