L3 ESPM

Définir le banc de mesure adapté à l'hypothèse de recherche

pFES504AM

Cours II

Marie Fabre
Noah Keraudren
Frank Buloup

Aix Marseille Université

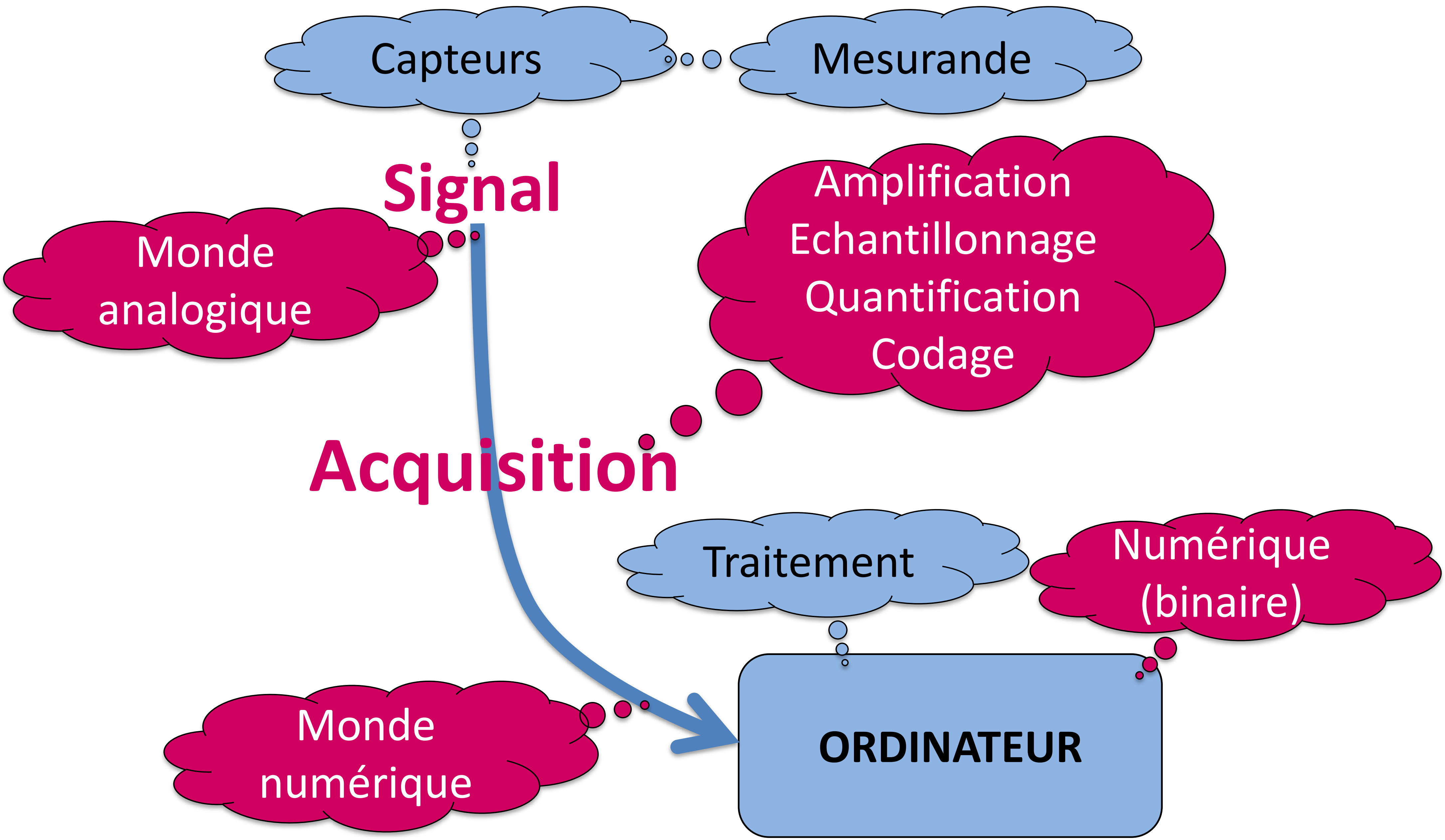
INSTITUT DES SCIENCES DU MOUVEMENT ETIENNE JULES MAREY

Plan

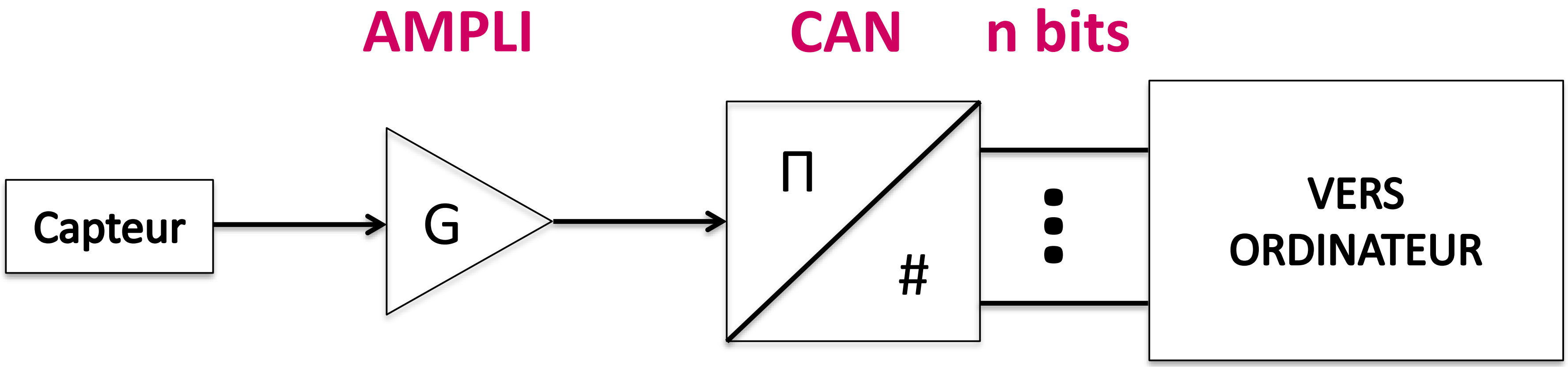
Deuxième partie – Enregistrement sur ordinateur

① L’étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
② Relations cadence, durée d’acquisition, taille des enregistrements
③ Traitements de base, calcul numérique

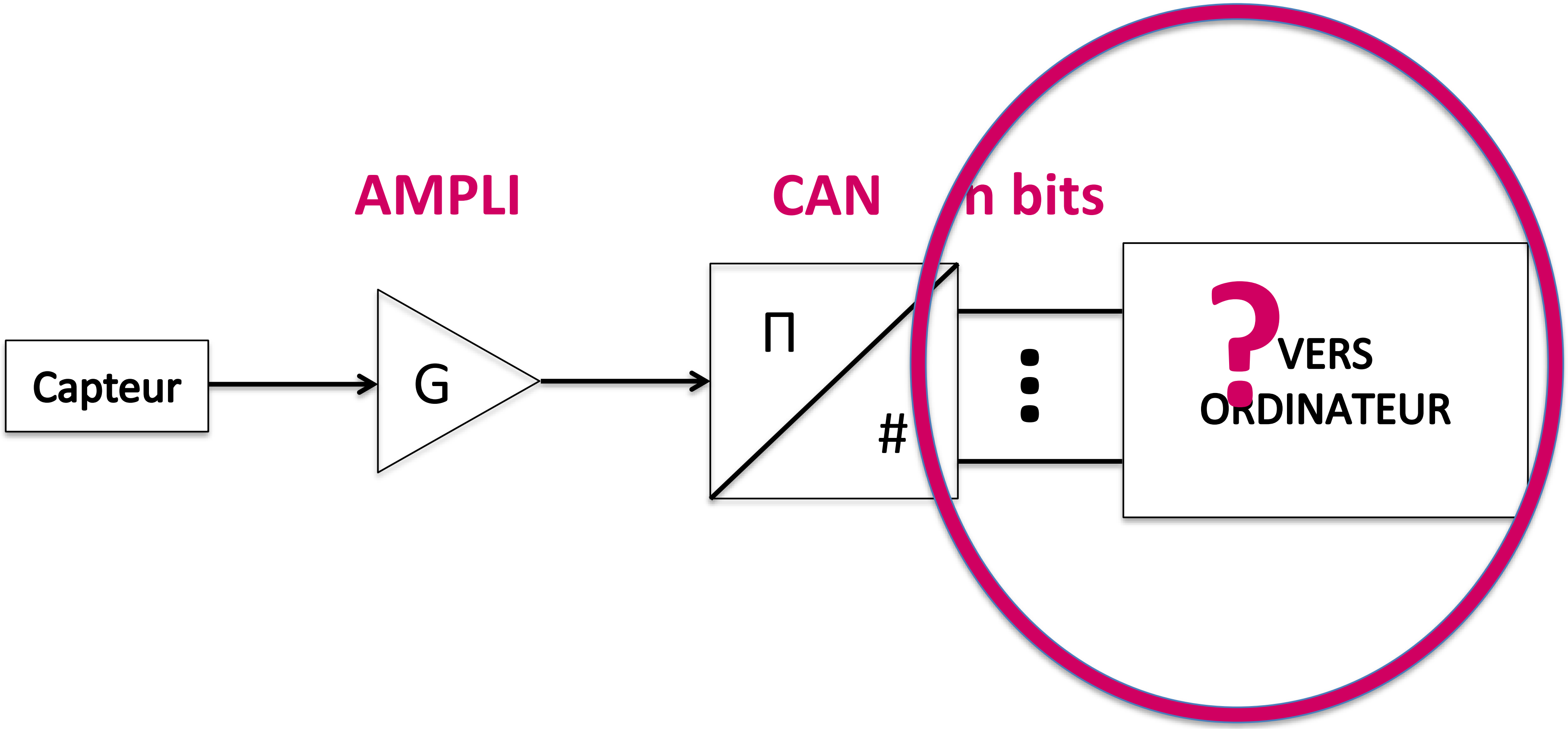
Présentation, objectifs



Présentation, objectifs



Présentation, objectifs



L'étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 … 9

Numération de position ⇔ développement décimal

L'étape de codage en détail – Rappels

A VOUS !

Développer les nombres

$N_{10} = 11563$

$N_{10} = 4367$

$N_{10} = 903$

L’étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 … 9

Numération de position ⇔ développement décimal

On note le nombre N avec un indice 10 pour indiquer la base

$$N_{10} = 1\times10^4 + 1\times10^3 + 5\times10^2 + 6\times10^1 + 3\times10^0$$

L'étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 … 9

Numération de position ⇔ développement décimal

On note le nombre N avec un indice 10 pour indiquer la base

$$N_{10} = a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0$$

$$N_{10} = a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} \ldots a_1 \times 10 + a_0$$

Le système binaire – Nombres entiers positifs

On utilise exactement les mêmes principes que le système décimal, avec une base deux (puissances de deux)
Il y aura donc uniquement deux symboles : 0 et 1

$$N_2 = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$$

$$N_{10} = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} \dots a_1 \times 2 + a_0$$

L'étape de codage en détail – Binaire

A VOUS !

Exprimer les nombres suivants en binaire

$N_{10} = 12$

$N_{10} = 43$

$N_{10} = 52$

L’étape de codage en détail – Codage naturel

Le système binaire – CAN et Codage naturel

On fait correspondre la valeur la plus petite à 0 et la valeur la plus grande au nombre total de valeurs moins une

N valeurs

$$V_{max} - q \longrightarrow N-1$$

$$\vdots$$

$$V_{min} \longrightarrow 0$$

$$N = 2^n$$

L’étape de codage en détail – Codage naturel

A VOUS !

Un CAN à codage naturel sur 3 bits (!) dont la gamme est [-10V , +10V] donne un code de 101

A quelle valeur quantifiée de la tension d’entrée correspond ce code ?

A quelle intervalle de tension appartenait la tension d’entrée V_{in} avant quantification ?

L’étape de codage en détail – Codage naturel

A VOUS !

$$(101)_2 = 5$$
$$q = 20/8 = 2.5$$

L’étape de codage en détail – Codage naturel

A VOUS !

$(101)_2 = 5$

$q = 20/8 = 2.5$

$10 - 2.5 \longrightarrow (111)_2 = 7$

$Y \longrightarrow (101)_2 = 5$

$-10 \longrightarrow (000)_2 = 0$

L’étape de codage en détail – Codage naturel

A VOUS !

$$\frac{Y+10}{10-2.5+10}=\frac{5}{7}$$

$$Y=17.5\frac{5}{7}-10$$

$$Y=2.5$$

L'étape de codage en détail – Codage naturel

A VOUS !

$$2.5 - \frac{q}{2} < V_{in} < 2.5 + \frac{q}{2}$$

$$1.25 < V_{in} < 3.75$$

L'étape de codage en détail – Codage naturel

Le système binaire – CAN et Codage naturel

Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible

L’étape de codage en détail – Codage complément à 2

Addition binaire

00 + 00 = 00
00 + 01 = 01
01 + 00 = 01
01 + 01 = 10

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Complément à deux :
Inversion bit à bit et ajout de 1 sans garder la retenue finale

A VOUS !

Donner les compléments à deux des nombres binaires sur 3 bits suivants :

$N1 = (011)_2 = (3)_{10}$
$N2 = (010)_2 = (2)_{10}$
$N3 = (001)_2 = (1)_{10}$
$N4 = (000)_2 = (0)_{10}$

Ajouter en binaire, à chacun de ces nombres, son complément à deux sans garder la retenue finale (apparition d'un 4ième bit)

Conclusion ?

Manque-t-il un élément ?

L’étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$CD\_N1 = (101)_2$

$CD\_N2 = (110)_2$

$CD\_N3 = (111)_2$

$CD\_N4 = (000)_2$

L’étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$CD\_N1 = (101)_2$
$CD\_N2 = (110)_2$
$CD\_N3 = (111)_2$
$CD\_N4 = (000)_2$

$N1 + CD\_N1 = (000)_2$
$N2 + CD\_N2 = (000)_2$
$N3 + CD\_N3 = (000)_2$
$N4 + CD\_N4 = (000)_2$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$CD\_N1 = (101)_2$
$CD\_N2 = (110)_2$
$CD\_N3 = (111)_2$
$CD\_N4 = (000)_2$

$N1 + CD\_N1 = (000)_2$
$N2 + CD\_N2 = (000)_2$
$N3 + CD\_N3 = (000)_2$
$N4 + CD\_N4 = (000)_2$

$CD\_N1 = (101)_2 = (-3)_{10}$
$CD\_N2 = (110)_2 = (-2)_{10}$
$CD\_N3 = (111)_2 = (-1)_{10}$
$CD\_N4 = (000)_2 = (0)_{10}$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$$CD\_N1 = (101)_2$$
$$CD\_N2 = (110)_2$$
$$CD\_N3 = (111)_2$$
$$CD\_N4 = (000)_2$$

$$N1 + CD\_N1 = (000)_2$$
$$N2 + CD\_N2 = (000)_2$$
$$N3 + CD\_N3 = (000)_2$$
$$N4 + CD\_N4 = (000)_2$$

$$CD\_N1 = (101)_2 = (-3)_{10}$$
$$CD\_N2 = (110)_2 = (-2)_{10}$$
$$CD\_N3 = (111)_2 = (-1)_{10}$$
$$CD\_N4 = (000)_2 = (0)_{10}$$

$$(100)_2 = (-4)_{10}$$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

On fait correspondre la valeur la plus petite à l'opposé du nombre total de valeurs sur deux et la valeur la plus grande au nombre total de valeurs sur deux moins une

$$\text{N valeurs}\left\{\begin{array}{lcl} V_{max} - q & \longrightarrow & N/2-1 \\ \vdots & & \\ V_{min} & \longrightarrow & -N/2 \end{array}\right.$$

$$N = 2^n$$

L’étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

Un CAN à codage complément à deux sur 3 bits (!) dont la gamme est [-10V , +10V] donne un code de 101

A quelle valeur quantifiée de la tension d’entrée correspond ce code ?

A quelle intervalle de tension appartenait la tension d’entrée V_{in} avant quantification ?

L’étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$(101)_2$ = -3 en complément à deux

$q = 20/8 = 2.5$

$10 - 2.5 \longrightarrow (011)_2 = 3$

$Y \longrightarrow (101)_2 = -3$

$-10 \longrightarrow (100)_2 = -4$

A VOUS !

$$\frac{Y+10}{10-2.5+10}=\frac{-3+4}{7}$$

$$Y=17.5\frac{1}{7}-10$$

$$Y=-7.5$$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2

A VOUS !

$$-7.5-\frac{q}{2}<V_{in}<-7.5+\frac{q}{2}$$

$$-8.75<V_{in}<-6.25$$

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Codage majoritairement utilisé
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Codage majoritairement utilisé
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Représentation des nombres dans un ordinateur

Nombres entiers : Complément à deux
Nombre à virgule flottante : norme IEEE754
Taille du mot binaire utilisé : 8, 16, 32, 64

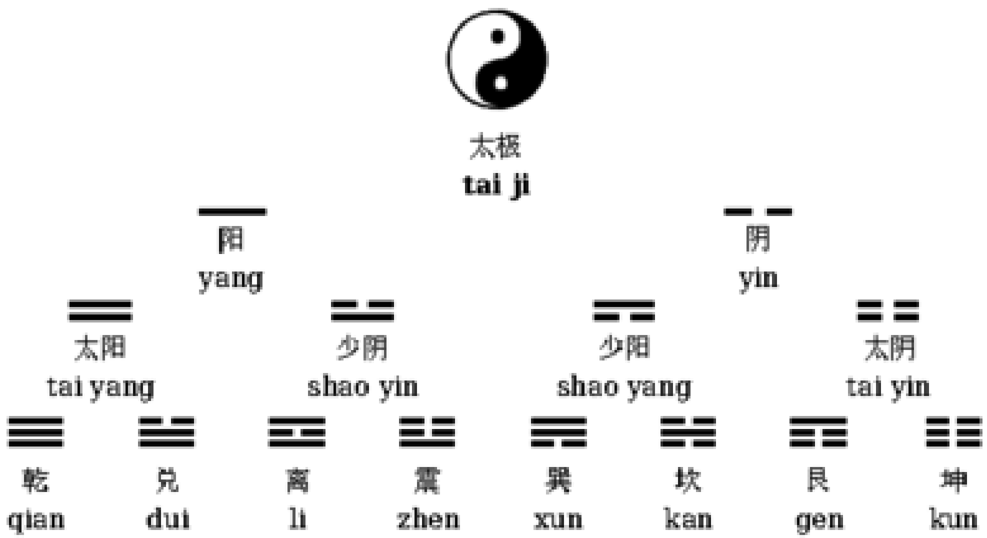
L’étape de codage en détail

A VOUS !

A votre avis, quand est apparu le système binaire ?

L'étape de codage en détail

Les origines du binaire



Pratique divinatoire

Asie : 3000 ans Av. J.C. (Yin & Yang)

Europe : XVII$^{\text{ième}}$ - LEIBNITZ

EXPLICATION DE L'ARITHMÉTIQUE BINAIRE,

Qui ſe ſert des ſeuls caracteres 0 *&* 1 *; avec des Remarques ſur ſon utilité, & ſur ce qu'elle donne le ſens des anciennes figures Chinoiſes de Fohy.*

PAR M. LEIBNITZ.

LE calcul ordinaire d'Arithmétique ſe fait ſuivant la progreſſion de dix en dix. On ſe ſert de dix caracteres, qui ſont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui ſignifient zero, un, & les nombres ſuivans juſqu'à neuf incluſivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit *dix* ; par 10 ; & dix fois dix, ou *cent*, par 100 ; & dix fois cent, ou *mille*, par 1000 ; & dix fois mille, par 10000. Et ainſi de ſuite. 1703. 5. Mai.

Mais au lieu de la progreſſion de dix en dix, j'ai employé depuis pluſieurs années la progreſſion la plus ſimple de toutes, qui va de deux en deux ; ayant trouvé qu'elle ſert à la perfection de la ſcience des Nombres. Ainſi je n'y employe point d'autres caracteres que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'eſt pourquoi *deux* s'écrit ici par 10, & deux fois deux ou *quatre* par 100 ; & deux fois quatre ou *huit* par 1000 ; & deux fois huit ou *ſeize* par 10000, & ainſi de ſuite. Voici *la Table des Nombres* de cette façon, qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

Plan

Troisième partie – Enregistrement sur ordinateur

1. L'étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
2. Relations cadence, durée d'acquisition, taille des enregistrements
3. Traitements de base, calcul numérique

Relation Cadence, durée etc.

Débit binaire

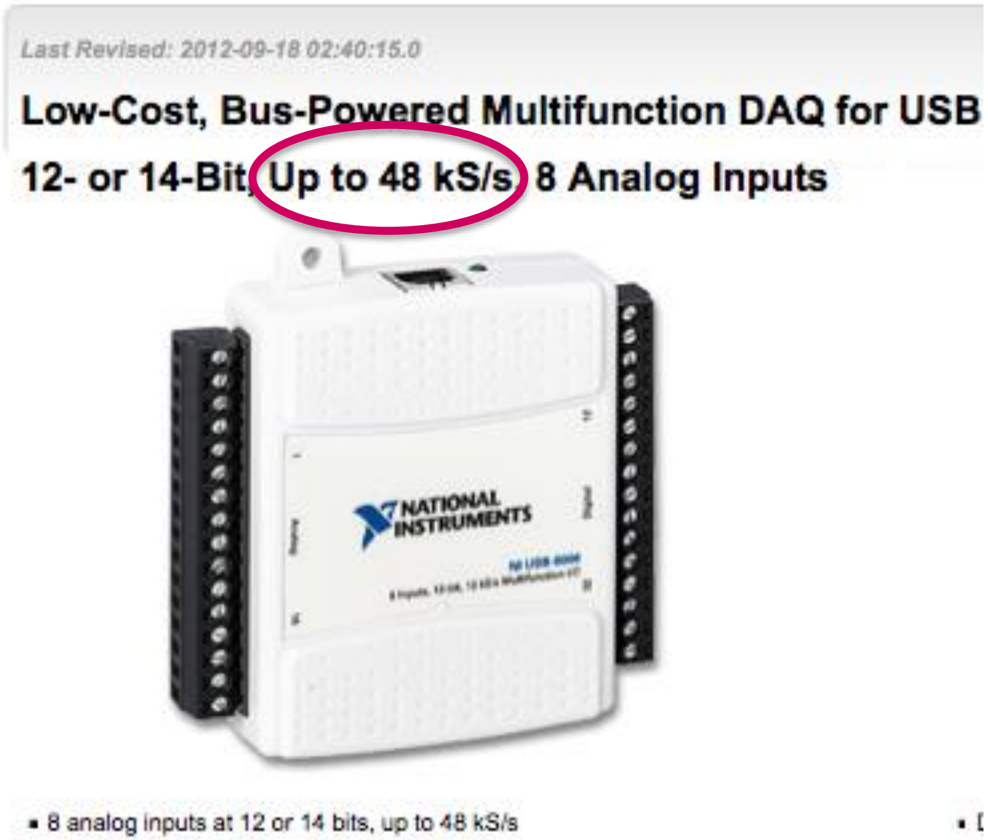
Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

Relation Cadence, durée etc.

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

Tout système d'acquisition possède un débit binaire maximum



Relation Cadence, durée etc.

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

A quelles grandeurs importantes est lié ce débit ?

Relation Cadence, durée etc.

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

A quelles grandeurs importantes est lié ce débit ?

Fréquence d’échantillonnage
Taille, en bits, d’un échantillon
Nombre d’entrées acquises

Relation Cadence, durée etc.

A VOUS !

Donner la relation liant le débit D à la fréquence d'échantillonnage F_e et aux nombre de bits n et d'entrées NBInputs

Relation Cadence, durée etc.

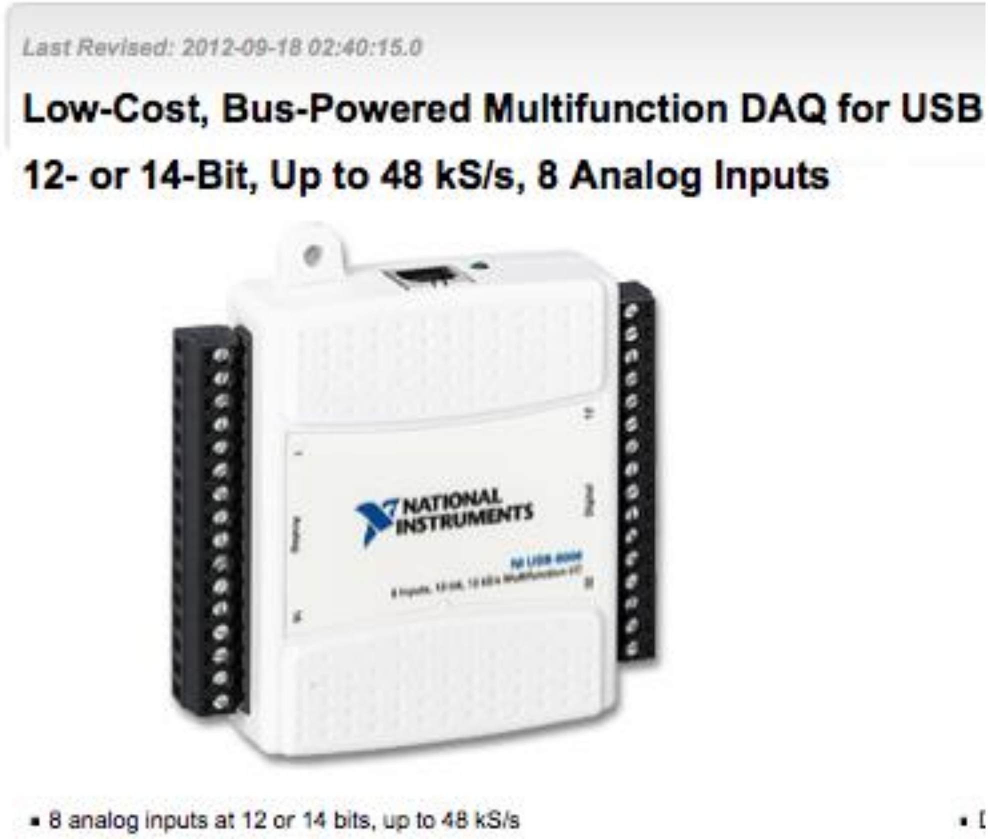
Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

$$D = n * NBInputs * F_e \quad en\ bits / s$$

Relation Cadence, durée etc.

A VOUS !



On acquière les huit voies en 12 bits.
Quelle est la fréquence d'échantillonnage max ?
En 14 bits ?

Relation Cadence, durée etc.

$$F_e = \frac{48000 * 12}{8 * 12} = 6000 = 6kHz$$

Relation Cadence, durée etc.

A VOUS !

On acquière ces entrées pendant une durée T.
Quelle est le nombre N de bits recueillis dans les deux cas (12 et 14 bits) ?
Quelle est la taille des fichiers de sauvegarde ?

Relation Cadence, durée etc.

Quantité N de bits acquis pendant T secondes

N = D T

$$N = n * NBInputs * F_e * T$$

Plan

Troisième partie – Enregistrement sur ordinateur

1. L'étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
2. Relations cadence, durée d'acquisition, taille des enregistrements
3. Traitements de base, calcul numérique

Notion de série temporelle

C'est une suite de valeurs numériques représentant l'évolution d'une grandeur au cours du temps

0	T_e	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	…
s_O	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	…

C'est typiquement ce que l'on obtient une fois les enregistrements terminés

Traitements de base

Moyenne

Rapport de la somme des valeurs de la série temporelle au nombre de ces valeurs

$$\bar{s} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} s_i = \frac{1}{N}\left(s_0 + s_1 + \ldots + s_{N-2} + s_{N-1}\right)$$

⇔ moyenne empirique

⇔ moyenne arithmétique

Traitements de base

Variance et écart type

Mesure de dispersion de la série temporelle
Souvent noté σ^2 et σ respectivement

Variance

Moyenne du carré des écarts à la moyenne

Écart type

Racine carré de la variance

Traitements de base

Variance

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\left(s_i - \bar{s}\right)^2$$

Écart type

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\left(s_i - \bar{s}\right)^2}$$

Traitements de base

Traitement temps différé

Ces calculs sont uniquement possibles lorsque les enregistrements sont terminés

Traitements de base

Traitement temps différé

Ces calculs sont uniquement possibles lorsque les enregistrements sont terminés

Traitement temps réel

Quelques fois il est nécessaire d'effectuer des calculs « au fil de l'eau » : en temps réel

Dans les deux cas :

Equation aux différences ⇔ Equation récurrente