

L3 ESPM - Métrologie

FPS620BM

Cours 2 – 2 heures

frank.buloup@univ-amu.fr

julien.serres@univ-amu.fr

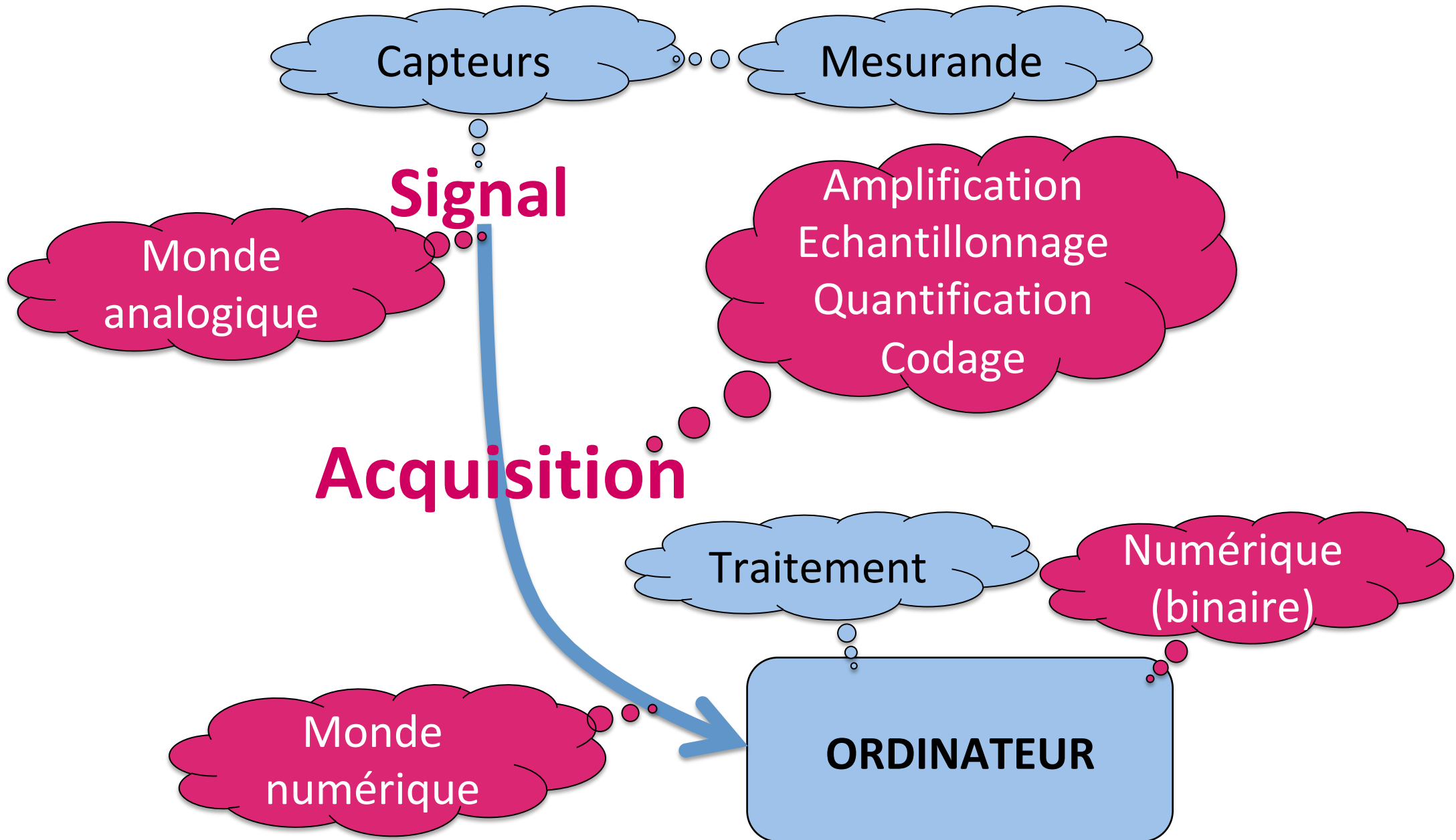


INSTITUT ///////////////
DES SCIENCES ETIENNE
DU MOUVEMENT JULES
//////////////////// MAREY

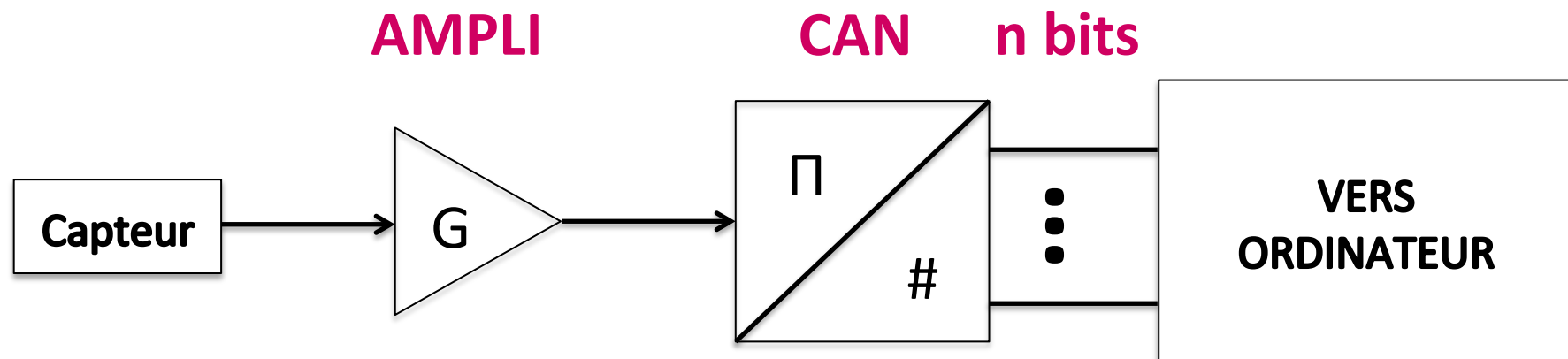
Deuxième partie – Enregistrement sur ordinateur

- ① L'étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
- ② Relations cadence, durée d'acquisition, taille des enregistrements
- ③ Traitements de base, calcul numérique

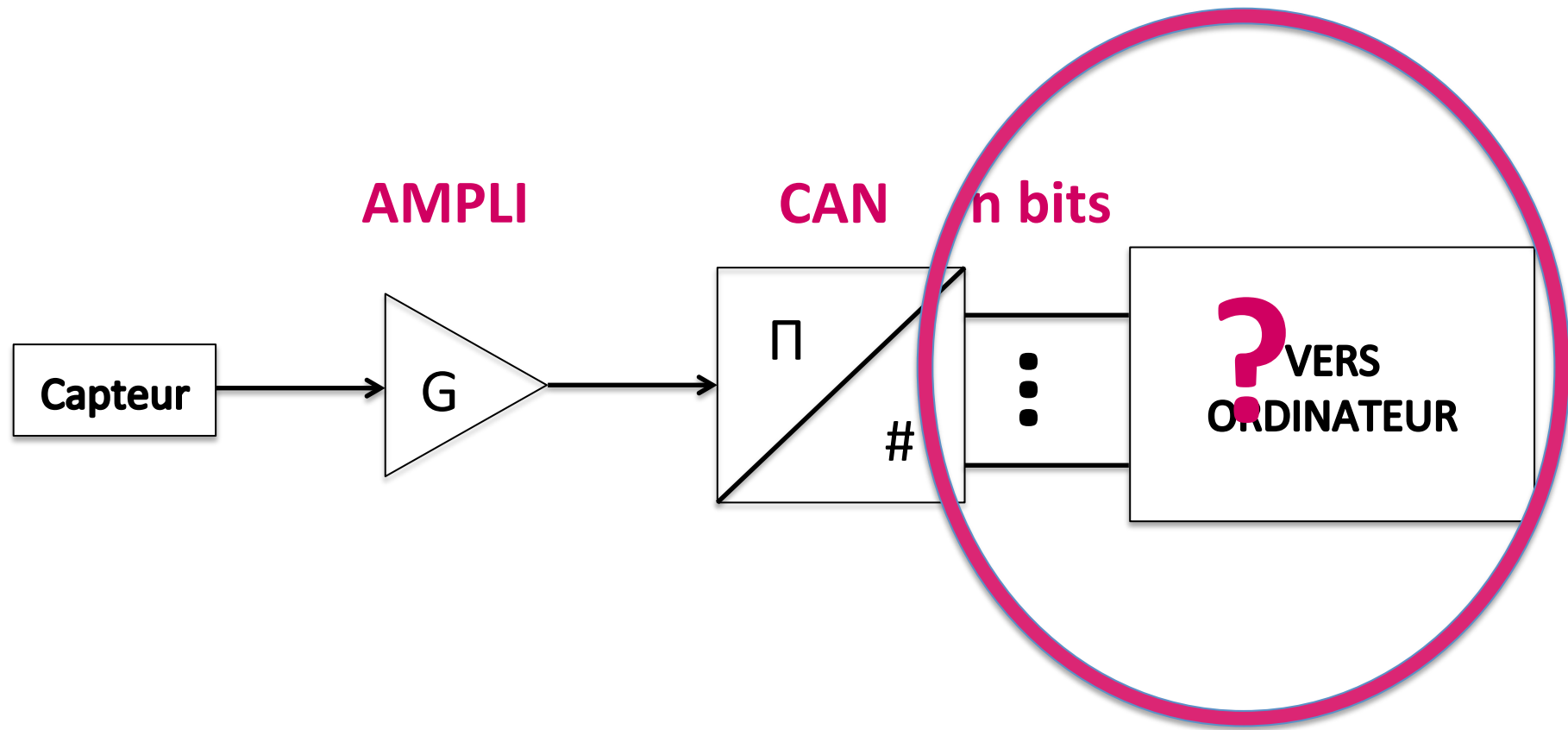
Présentation, objectifs



Présentation, objectifs



Présentation, objectifs



L'étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 ... 9

Numération de position \Leftrightarrow développement décimal

L'étape de codage en détail – Rappels



Développer les nombres

$$N_{10} = 11563$$

$$N_{10} = 4367$$

$$N_{10} = 903$$

A VOUS !

L'étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 ... 9

Numération de position \Leftrightarrow développement décimal

On note le nombre N avec un indice 10 pour indiquer la base

$$N_{10} = 1 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

L'étape de codage en détail – Rappels

Le système décimal – Nombres entiers positifs

Dix symboles : 0, 1 ... 9

Numération de position \Leftrightarrow développement décimal

On note le nombre N avec un indice 10 pour indiquer la base

$$N_{10} = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$$

$$N_{10} = a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} \dots a_1 \times 10 + a_0$$

L'étape de codage en détail – Binaire

Le système binaire – Nombres entiers positifs

**On utilise exactement les mêmes principes que le système décimal, avec une base deux (puissances de deux)
Il y aura donc uniquement deux symboles : 0 et 1**

$$N_2 = a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0$$

$$N_{10} = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} \dots a_1 \times 2 + a_0$$



Exprimer les nombres suivants en binaire

$$N_{10} = 12$$

$$N_{10} = 43$$

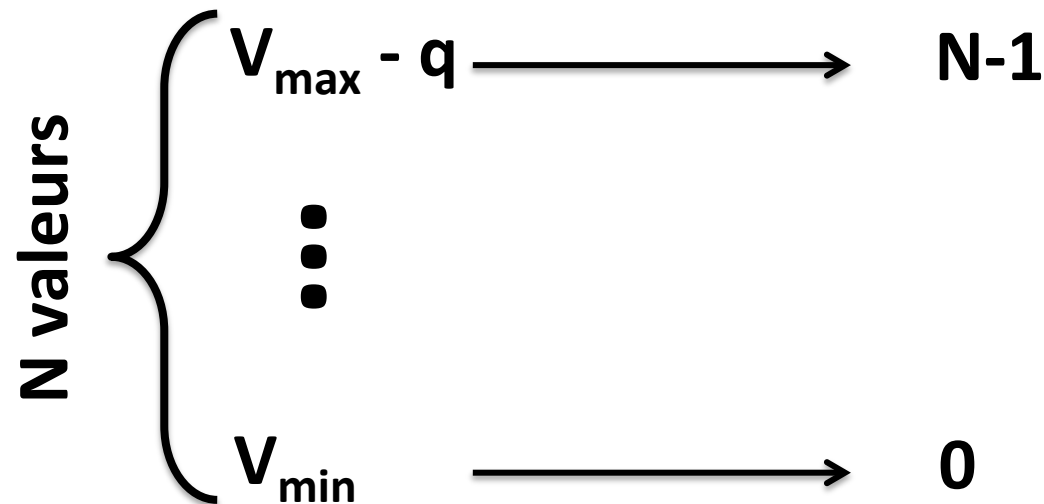
$$N_{10} = 52$$

A VOUS !

L'étape de codage en détail – Codage naturel

Le système binaire – CAN et Codage naturel

On fait correspondre la valeur la plus petite à 0 et la valeur la plus grande au nombre total de valeurs moins une



$$N = 2^n$$



A VOUS !

**Un CAN à codage naturel sur
3 bits (!) dont la gamme est $[-10V, +10V]$
donne un code de 101**

**A quelle valeur quantifiée de la tension
d'entrée correspond ce code ?**

**A quelle intervalle de tension
appartenait la tension d'entrée V_{in} avant
quantification ?**

L'étape de codage en détail – Codage naturel



$$(101)_2 = 5$$
$$q = 20/8 = 2.5$$

A VOUS !

L'étape de codage en détail – Codage naturel



A VOUS!

$$(101)_2 = 5$$
$$q = 20/8 = 2.5$$

$$10 - 2.5 \longrightarrow (111)_2 = 7$$

$$Y \longrightarrow (101)_2 = 5$$

$$-10 \longrightarrow (000)_2 = 0$$



A VOUS!

$$\frac{Y + 10}{10 - 2.5 + 10} = \frac{5}{7}$$

$$Y = 17.5 \frac{5}{7} - 10$$

$$Y = 2.5$$



A VOUS !

$$2.5 - \frac{q}{2} < V_{in} < 2.5 + \frac{q}{2}$$

$$1.25 < V_{in} < 3.75$$

L'étape de codage en détail – Codage naturel

Le système binaire – CAN et Codage naturel

**Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible**

Addition binaire

$$00 + 00 = 00$$

$$00 + 01 = 01$$

$$01 + 00 = 01$$

$$01 + 01 = 10$$

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Complément à deux :

Inversion bit à bit et ajout de 1 sans garder la retenue finale



Donner les compléments à deux des nombres binaires sur 3 bits suivants :

$$N1 = (011)_2 = (3)_{10}$$

$$N2 = (010)_2 = (2)_{10}$$

$$N3 = (001)_2 = (1)_{10}$$

$$N4 = (000)_2 = (0)_{10}$$

A VOUS !

Ajouter en binaire, à chacun de ces nombres, son complément à deux sans garder la retenue finale (apparition d'un 4^{ième} bit)

Conclusion ?

Manque-t-il un élément ?

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2



$$\text{CD_N1} = (101)_2$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2$$

$$\text{CD_N4} = (000)_2$$

A VOUS !

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2



A VOUS !

$$\text{CD_N1} = (101)_2$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2$$

$$\text{CD_N4} = (000)_2$$

$$\text{N1} + \text{CD_N1} = (000)_2$$

$$\text{N2} + \text{CD_N2} = (000)_2$$

$$\text{N3} + \text{CD_N3} = (000)_2$$

$$\text{N4} + \text{CD_N4} = (000)_2$$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2



A VOUS !

$$\text{CD_N1} = (101)_2$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2$$

$$\text{CD_N4} = (000)_2$$

$$\text{N1} + \text{CD_N1} = (000)_2$$

$$\text{N2} + \text{CD_N2} = (000)_2$$

$$\text{N3} + \text{CD_N3} = (000)_2$$

$$\text{N4} + \text{CD_N4} = (000)_2$$

$$\text{CD_N1} = (101)_2 = (-3)_{10}$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2 = (-2)_{10}$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2 = (-1)_{10}$$

$$\text{CD_N4} = (000)_2 = (0)_{10}$$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2



A VOUS !

$$\text{CD_N1} = (101)_2$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2$$

$$\text{CD_N4} = (000)_2$$

$$\text{N1} + \text{CD_N1} = (000)_2$$

$$\text{N2} + \text{CD_N2} = (000)_2$$

$$\text{N3} + \text{CD_N3} = (000)_2$$

$$\text{N4} + \text{CD_N4} = (000)_2$$

$$\text{CD_N1} = (101)_2 = (-3)_{10}$$

$$\text{CD_N2} = (110)_2 = (-2)_{10}$$

$$\text{CD_N3} = (111)_2 = (-1)_{10}$$

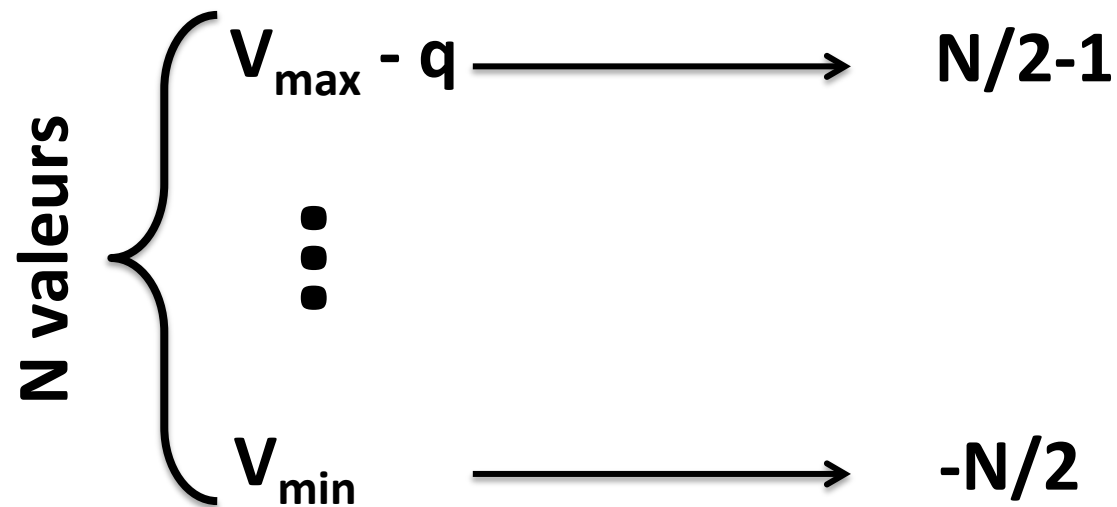
$$\text{CD_N4} = (000)_2 = (0)_{10}$$

$$(100)_2 = (-4)_{10}$$

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

On fait correspondre la valeur la plus petite à l'opposé du nombre total de valeurs sur deux et la valeur la plus grande au nombre total de valeurs sur deux moins une



$$N = 2^n$$



A VOUS !

Un CAN à codage complément à deux sur 3 bits (!) dont la gamme est $[-10V, +10V]$ donne un code de 101

A quelle valeur quantifiée de la tension d'entrée correspond ce code ?

A quelle intervalle de tension appartenait la tension d'entrée V_{in} avant quantification ?

L'étape de codage en détail – Codage complément à 2



A VOUS!

$(101)_2 = -3$ en complément à deux
 $q = 20/8 = 2.5$

$10 - 2.5 \longrightarrow (011)_2 = 3$

$Y \longrightarrow (101)_2 = -3$

$-10 \longrightarrow (100)_2 = -4$



A VOUS!

$$\frac{Y + 10}{10 - 2.5 + 10} = \frac{-3 + 4}{7}$$

$$Y = 17.5 \frac{1}{7} - 10$$

$$Y = -7.5$$



A VOUS!

$$-7.5 - \frac{q}{2} < V_{in} < -7.5 + \frac{q}{2}$$

$$-8.75 < V_{in} < -6.25$$

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

**Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible
Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24**

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

**Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible**

Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Codage majoritairement utilisé

Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

L'étape de codage en détail

Le système binaire – CAN et Codage naturel

**Inconvénient du codage naturel :
arithmétique binaire impossible**

Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Le système binaire – CAN et Codage complément à deux

Codage majoritairement utilisé

Taille du mot binaire délivré : 8, 12, 14, 16, 24

Représentation des nombres dans un ordinateur

Nombres entiers : Complément à deux

Nombre à virgule flottante : norme IEEE754

Taille du mot binaire utilisé : 8, 16, 32, 64

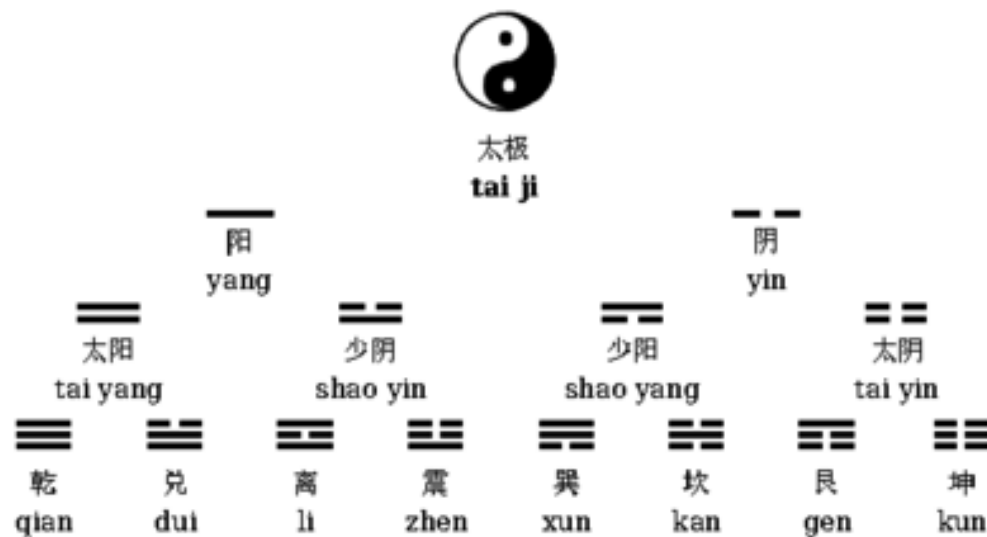


A VOUS!

A votre avis, quand est apparu le système binaire ?

L'étape de codage en détail

Les origines du binaire



Pratique divinatoire

Asie : 3000 ans Av. J.C. (Yin & Yang)

Europe : XVII^{ième} - LEIBNITZ

DES SCIENCES.

85

EXPLICATION

DE L'ARITHMETIQUE

BINAIRE,

Qui se sert des seuls caractères 0 & 1 ; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.

PAR M. LEIBNITZ.

LE calcul ordinaire d'Arithmétique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caractères, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signifient zero, un, & les nombres suivants jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit dix ; par 10 ; & dix fois dix, ou cent, par 100 ; & dix fois cent, ou mille, par 1000 ; & dix fois mille, par 10000. Et ainsi de suite.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ai employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux ; ayant trouvé qu'elle sert à la perfection de la science des Nombres. Ainsi je n'y employe point d'autres caractères que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est pourquoi deux s'écrit ici par 10, & deux fois deux ou quatre par 100 ; & deux fois quatre ou huit par 1000 ; & deux fois huit ou seize par 10000, & ainsi de suite. Voici la Table des Nombres de cette façon, qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

1703:
5. Ma

Troisième partie – Enregistrement sur ordinateur

- ① L'étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
- ② Relations cadence, durée d'acquisition, taille des enregistrements
- ③ Traitements de base, calcul numérique

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

Débit binaire

**Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde**

**Tout système d'acquisition
possède un débit binaire
maximum**

Last Revised: 2012-09-18 02:40:15.0

Low-Cost, Bus-Powered Multifunction DAQ for USB
12- or 14-Bit, Up to 48 kS/s, 8 Analog Inputs



■ 8 analog inputs at 12 or 14 bits, up to 48 kS/s

■ [

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

A quelles grandeurs importantes est lié ce débit ?

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

A quelles grandeurs importantes est lié ce débit ?

Fréquence d'échantillonnage
Taille, en bits, d'un échantillon
Nombre d'entrées acquises



Donner la relation liant le débit D à la fréquence d'échantillonnage F_e et aux nombre de bits n et d'entrées $NBInputs$

A VOUS !

Débit binaire

Quantité de données transmises par unité de temps
Mesuré en bits ou échantillons par seconde

$$D = n * NBInputs * F_e \quad \text{en bits / s}$$

Relation Cadence, durée etc.



A VOUS !

Last Revised: 2012-09-18 02:40:15.0

Low-Cost, Bus-Powered Multifunction DAQ for USB
12- or 14-Bit, Up to 48 kS/s, 8 Analog Inputs



▪ 8 analog inputs at 12 or 14 bits, up to 48 kS/s

▪ [

On acquière les huit voies en 12 bits.
Quelle est la fréquence d'échantillonnage max ?
En 14 bits ?

Relation Cadence, durée etc.



A VOUS !

$$F_e = \frac{48000 * 12}{8 * 12} = 6000 = 6kHz$$



**On acquière ces entrées pendant une durée T .
Quelle est le nombre N de bits recueillis dans les
deux cas (12 et 14 bits) ?
Quelle est la taille des fichiers de sauvegarde ?**

A VOUS !

Quantité N de bits acquis pendant T secondes

$$N = D T$$

$$N = n * NBInputs * F_e * T$$

Troisième partie – Enregistrement sur ordinateur

- ① L'étape de codage en détail : représentation binaire des nombres
- ② Relations cadence, durée d'acquisition, taille des enregistrements
- ③ Traitements de base, calcul numérique

Notion de série temporelle

C'est une suite de valeurs numériques représentant l'évolution d'une grandeur au cours du temps

0	T_e	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$...
s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	...

C'est typiquement ce que l'on obtient une fois les enregistrements terminés

Moyenne

Rapport de la somme des valeurs de la série temporelle au nombre de ces valeurs

$$\bar{s} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s_i = \frac{1}{N} (s_0 + s_1 + \dots + s_{N-2} + s_{N-1})$$

⇔ **moyenne empirique**
⇔ **moyenne arithmétique**

Variance et écart type

Mesure de dispersion de la série temporelle
Souvent noté σ^2 et σ respectivement

Variance

Moyenne du carré des écarts à la moyenne

Écart type

Racine carré de la variance

Variance

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (s_i - \bar{s})^2$$

Écart type

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (s_i - \bar{s})^2}$$

Traitement temps différé

**Ces calculs sont uniquement possibles
lorsque les enregistrements sont terminés**

Traitement temps différé

**Ces calculs sont uniquement possibles
lorsque les enregistrements sont terminés**

Traitement temps réel

**Quelques fois il est nécessaire d'effectuer
des calculs « au fil de l'eau » : en temps réel**

**Dans les deux cas :
Equation aux différences \Leftrightarrow Equation récurrente**